

لنقدم بثقة
Moving Forward
with Confidence



سَلْطَنَةُ عُومَانْ
وَزَارَةُ التَّرْبِيَةِ وَالتَّعْلِيمِ

الرياضيات

كتاب النشاط



الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٧ هـ - ٢٠٢٥ م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS



الرياضيات

كتاب النشاط



الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٧هـ - ٢٠٢٥م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءاً من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعياً وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانوناً ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢١ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط - الرياضيات للصف العاشر - من سلسلة كامبريدج للرياضيات IGCSE، كتب الأنشطة الأساسية والموسعة للمؤلفين كارين موريسون ونيك هامشاو.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٠ / ٢٠٢٠.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٩٠ / ٢٠٢١ واللجان المنبثقة عنه



جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم
لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزئاً أو ترجمته
أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال
إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.

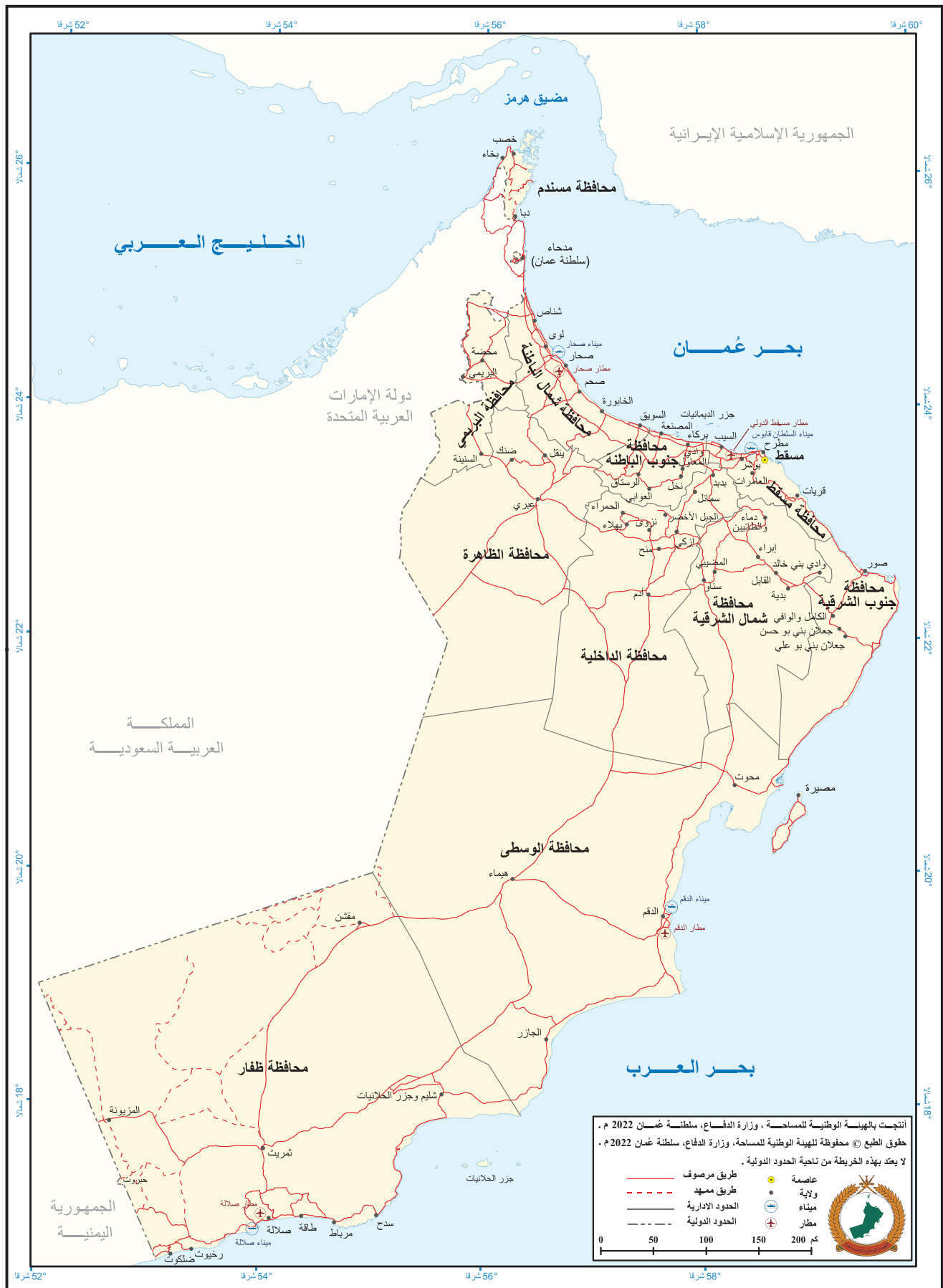


حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
- حفظه الله ورعاه -



المغفور له
السلطان قابوس بن سعيد
- طيب الله ثراه -

سلطنة عُمان
(المحافظات والولايات)





النَّشِيدُ الْوَطَنِيُّ



يَا رَبَّنَا احْفَظْ لَنَا
وَالشَّعْبَ فِي الْأَوْطَانِ
وَلِيَدُمُ مَوْيِّدًا
جَلَالَةَ السُّلْطَانِ
بِالْعِزِّ وَالْأَمَانِ
عَاهِلًا مُمَجِّدًا

بِالنُّفُوسِ يُفْتَدَى

يَا عُمَانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبِيِّ
فَارْتَقِي هَامَ السَّمَاءِ
أَوْفِيَاءُ مِنْ كِرَامِ الْعَرَبِ
وَأَمْلِي الْكَوْنَ ضِيَاءَ

وَاسْعَدِي وَانْعَمِي بِالرَّخَاءِ

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحَمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلَبِّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجّدات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوّنًا أساسيًا من مُكوّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبني مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتين المادّتين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيّم واتجاهات، جاء مُحَقَّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمّن من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّيّة لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

المُقدِّمة xiii

الوحدة الأولى: استخدام التمثيلات البيانيّة

- ١-١ التمثيلات البيانية للتحويل ١٥
- ٢-١ تمثيل المناطق في المستوى الإحداثي ١٨
- ٣-١ البرمجة الخطيّة ٢٢
- ٤-١ الميل ٢٥
- ٥-١ التمثيلات البيانية للحركة ٢٨
- تمارين مُتنوّعة ٣٣

الوحدة الثانية: جمع البيانات وتمثيلها

- ١-٢ جمع البيانات وتصنيفها ٣٦
- ٢-٢ تنظيم البيانات ٣٨
- ٣-٢ استخدام الجداول لعرض البيانات ٤٣
- تمارين مُتنوّعة ٤٩

الوحدة الثالثة: المُعالجة الجبريّة

- ١-٣ الكسور الجبرية ٥٤
- تمارين مُتنوّعة ٥٧

الوحدة الرابعة: الدوائر

- ١-٤ خصائص التماثل في الدائرة ٥٨
- ٢-٤ العلاقات بين الزوايا في الدائرة ٦٠
- تمارين مُتنوّعة ٦٥

الوحدة الخامسة: المقاييس الإحصائية والانتشار

- ١-٥ المقاييس الإحصائية ٦٧
- ٢-٥ الجداول التكرارية ٧٣
- ٣-٥ المئينات والرُّبيعات والمخطط الصندوقي .. ٧٩
- تمارين مُتنوّعة ٨٣

الوحدة السادسة: التناسب

- ١-٦ التناسب الطرديّ والتناسب العكسيّ في الحدود الجبريّة ٨٧

الوحدة السابعة: المزيد من التمثيلات الإحصائيّة

- ١-٧ بيانات بمتغيّرين ٩٠
- ٢-٧ المُدرّج التكراري ٩٥
- ٣-٧ التكرار التراكمي ٩٩
- تمارين مُتنوّعة ١٠١

الوحدة الثامنة: الدوال

- ١-٨ الدوال وصيغة الدالّة ١٠٦
- تمارين مُتنوّعة ١١٠

المقدمة

ألف كتاب النشاط معلمون ذوو خبرة ليتماشى مع كتاب الطالب.

يحتوي الكتاب على العديد من التمارين، إضافة إلى خلاصات مفيدة جاءت على هيئة نقاط للتذكير بالأفكار الرئيسية للوحدة، ونصائح مفيدة وُضعت في إطارات خاصة بها يستخدمها أي طالب بحاجة إلى المزيد من الدعم. تعتمد بنية الكتاب على ربط كل تمرين فيه بتمرين مماثل له في كتاب الطالب.

تتضمن كل وحدة العديد من التدريبات مُمثلة في تمارين 'تطبيقية' مباشرة، تتكوّن من أسئلة متسلسلة في الصعوبة ومُتكرّرة، بحيث تتيح للطالب التدرب على طرق يمكن تطبيقها على كل موضوع فرعي. وترد في نهاية كل وحدة 'تمارين متنوعة' تجمع مختلف الموضوعات الفرعية للوحدة بطريقة تجعلك تقرّر بنفسك الطرائق التي يجب استخدامها. يتم توفير الإجابات عن كل هذه الأسئلة في دليل المعلم.

تم تأليف الكتاب بتكامل واضح من البداية إلى النهاية، مع بعض الوحدات اللاحقة التي تستدعي المعرفة المُكتسبة في الوحدات السابقة. وترد إشارات مفيدة تربط محتوى الوحدات، مما يسمح لك بمتابعة المادة التعليمية من خلال الكتاب: فكما

تُعرض فقرة خاصّة بالمعارف المُتعلّقة بمحتوى الوحدات السابقة عنوانها 'سابقاً'؛

تُعرض بالمقابل فقرة أخرى تتعلّق بالمعارف التي سستم دراستها لاحقاً عنوانها 'لاحقاً'.

وفيما يأتي مثالان على الفقرتين:

سابقاً

ستطبّق العلاقات بين الزوايا في الخطوط المستقيمة المتوازية عندما يتضمّن الشكل الرباعي أضلاعاً متوازية.

سابقاً

ستتعلم لاحقاً المزيد عن المجموعات في الوحدة التاسعة. والآن، فكر في المجموعة على أنها قائمة من الأعداد أو البنود الأخرى التي غالباً ما توضع بين حاصرتين.

مُساعدة

في المسائل اللفظية التي لا تتضمن رسماً، قد يساعدك الرسم التقريبي على إيجاد الإجابات.

تتضمن الإرشادات المفيدة في هوامش الكتاب ما يأتي:

مفاتيح: تحتوي هذه المستطيلات ذات اللون الرمادي الفاتح على تعليقات عامّة تذكرك بالمعلومات أو المفاتيح المهمة والمفيدة عند التعامل مع تمرين ما وأنت بمطلق الأحوال مُستفيد من معرفتها. غالباً ما تُقدم معلومات أو دعماً إضافياً في موضوعات يُحتمل أن تكون مُلتبسة.

مساعدة: تحتوي هذه المستطيلات على نصائح تتعلّق بالطريقة الرياضية الجيدة للإجابة عن الأسئلة. وهي تُغطّي الأخطاء الشائعة بناءً على تجارب المؤلفين مع طلابهم، وتمنحك أشياء يجب أن تتذكرها أو أن تكون حذراً منها لتكون ناجحاً في دراستك.

نُعدّ الفُدرّة على ترجمة المسألة اللفظية إلى عبارة جبرية استراتيجية مُفيدة في حل المسائل. تذكّر أنك تستطيع استخدام أي حرف كمتغيّر شرط أن توضّح معناه.

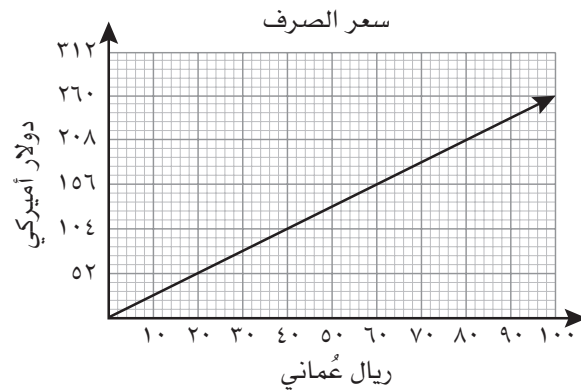
الوحدة الأولى: استخدام التمثيلات البيانية

١-١ التمثيلات البيانية للتحويل

- تسمح لك التمثيلات البيانية بالتحويل من وحدة قياس إلى وحدة قياس أخرى، بعد إعطاء قيمّ الوحدتين على محورين مختلفين، وإذا أردت إيجاد إحدى القيم (س) بمعلومية القيمة الأخرى (ص)، فعليك إيجاد قيمة ص في التمثيل البياني، وقراءة القيمة المناظرة لها س على المحور الآخر.

تمارين ١-١

- (١) سافر سعيد إلى الولايات المتحدة الأمريكية، واطّلع على التمثيل البياني أدناه الذي يبيّن التحويل بين الدولار الأمريكي والريال العماني:



- أ ما المقياس المُستخدَم في المحور السيني؟

- ب كم دولارًا أميركيًا سيحصل عليه سعيد مُقابل:

(١) ٥٠ ريالاً عُمانيّاً؟

(٢) ١٠٠ ريال عُماني؟

(٣) ٥٠٠ ريال عُماني؟

مُساعدة

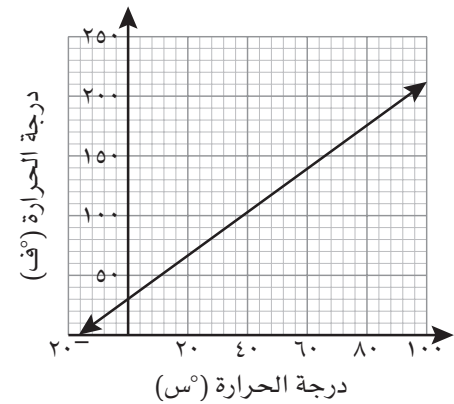
تأكّد من قراءة المقياس المكتوب على المحورين لكي تقرأ القيم المطلوبة بصورة صحيحة.

ج سيدفع سعيد ٢٠٨ دولار أميركي لكل ليلة سيقمها في الفندق:

(١) كم ريالاً عُمانياً سيدفع سعيد عند إقامته ليلة واحدة في الفندق؟

(٢) كم ريالاً عُمانياً سيدفع سعيد عند إقامته ٨ ليالٍ في الفندق؟

٢ باستخدام التمثيل البياني أدناه، أجب عن الأسئلة التالية:



مُساعدة

لا تزال الولايات المتحدة الأميركية تستخدم مقياس فهرنهايت في درجات الحرارة. لذا قد تجد درجة الحرارة بالفهرنهايت على بعض أفران الغاز الأميركية المخصصة للاستخدام المنزلي.

أ ماذا يُبين التمثيل البياني؟

ب أوجد درجة الحرارة بالفهرنهايت لكل ممّا يلي:

(٣) ١٠٠ °س

(٢) ١٠ °س

(١) ٠ °س

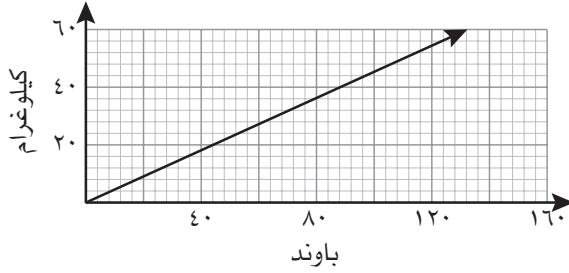
ج عثرت سارة في إحدى المجلّات على وصفة لتحضير قالب من الحلوى، حيث جاء في الوصفة أن عليها وضع القالب في الفرن على درجة حرارة ٢١٠ °س لمدة ساعة واحدة.

حضّرت سارة قالب الحلوى ووضعت في الفرن، وبعد مرور ساعة، وجدت أن قالب الحلوى لم ينضج بعد. ما المشكلة في رأيك؟

- د قرأت سارة في صفحة الطقس التابعة للمجلة نفسها أن درجة الحرارة الخارجية ٥٠ درجة، وأن الطقس في الخارج بارد جداً. عن أي درجة حرارة يتحدثون في المجلة: السيليزية أم فهرنهايت؟ كيف عرفت ذلك؟

٣) يُبين التمثيل البياني المجاور مُعامل التحويل بين الباوند (إحدى وحدات قياس الكتلة) والكيلوغرام:

- أ تقول سامية إنها تريد التخلص من ٢٠ باونداً. كم يساوي ذلك بالكيلوغرام؟



- ب يقول زاهر إنه نحيل الجسم، حيث أن كتلته تساوي ٩٨ باونداً. ما كتلة زاهر بالكيلوغرام؟

- ج أي الكتلتين هي الأثقل في كلّ ممّا يلي:

- (١) ٣٠ باونداً أم ٢٠ كيلوغراماً؟ _____
- (٢) ٣٥ كيلوغراماً أم ٧٠ باونداً؟ _____
- (٣) ٦٠ كيلوغراماً أم ١٤٥ باونداً؟ _____

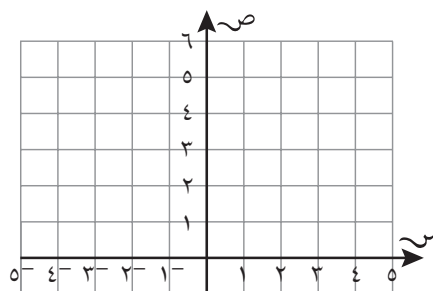
٢-١ تمثيل المناطق في المستوى الإحداثي

- عندما تُعطى العلاقة بين مُتغيّرين في صورة متباينة، يتمّ تمثيل هذه العلاقة بيانيًا على صورة منطقة في المستوى الإحداثي.
- عندما تتضمن المُتباينة إشارة المساواة ($\geq$ أو $\leq$)، يجب أن يكون مستقيم الحد مُدرجًا في الحل ومرسومًا بشكل مُتّصل في التمثيل البياني.
- عندما لا تتضمن المُتباينة إشارة المساواة ($>$ أو $<$)، يجب ألا يكون مستقيم الحد مُدرجًا في الحل ويكون مرسومًا بشكل مُتقطع في التمثيل البياني.

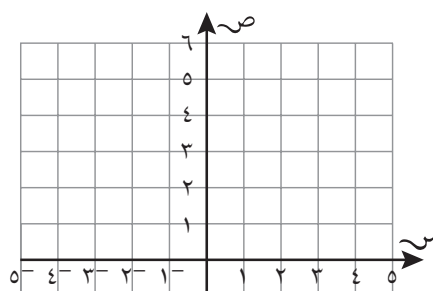
تمارين ٢-١-أ

- ١) ارسم في كل من الحالات التالية المنطقة التي تُمثّل المُتباينة بتظليل المنطقة الواقعة خارج منطقة الحل:

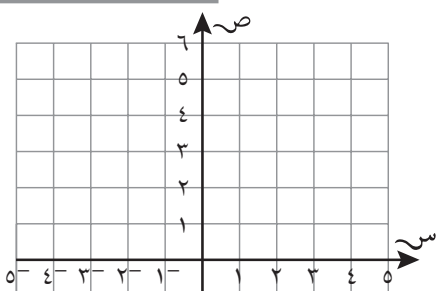
أ $ص > ١ + س$



ب $ص \leq ٢ + س$



ج $ص < ١ + س$



مُساعدة

إذا أُعطيت معادلة
المستقيم في صورة
 $ص = م س + ج$ ، فإن:

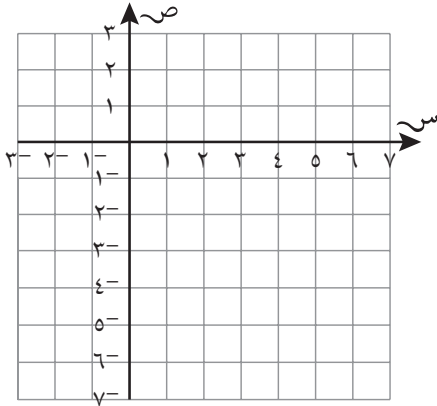
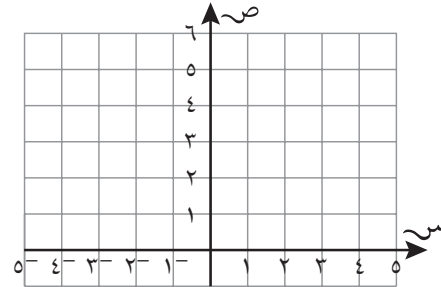
- المُتباينة
 $ص < م س + ج$
تكون أعلى المستقيم
المُتباينة
- $ص > م س + ج$
تكون أسفل المستقيم
المُتباينة

إذا لم تُعط معادلة
المستقيم في صورة
 $ص = م س + ج$ ، فعليك
اختيار نقطة في أحد
جانبي المستقيم والتحقّق
من وقوعها داخل أو خارج
المنطقة.

٢) مثل كل مُتباينة فيما يلي بتظليل المنطقة التي لا تمثل حلاً للمُتباينة:

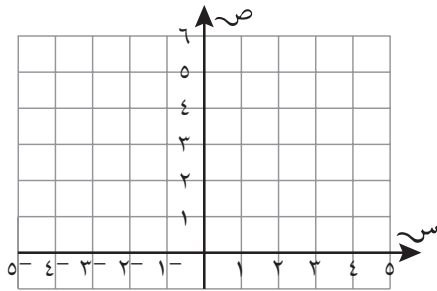
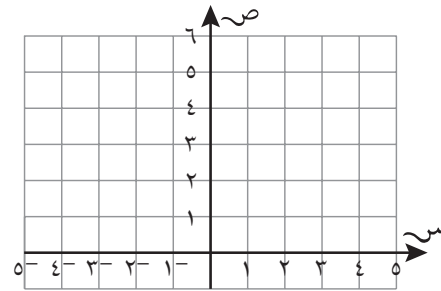
أ $٢ص \geq ٤ - س$

ب $س - ص < ٧$



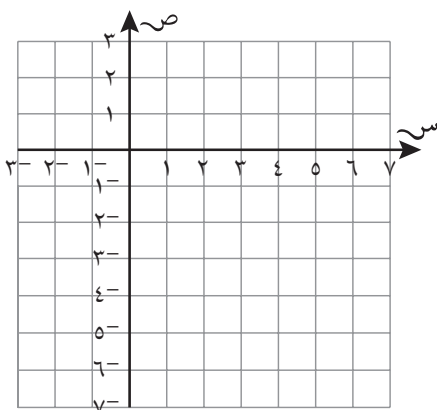
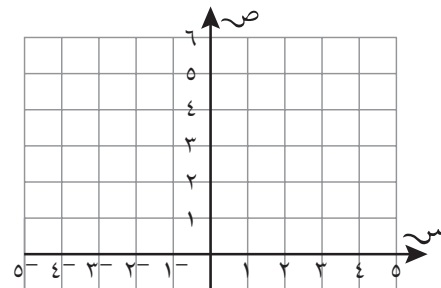
ج $٣س - ص \leq ٣$

د $٢س > ٣ص - ٦$

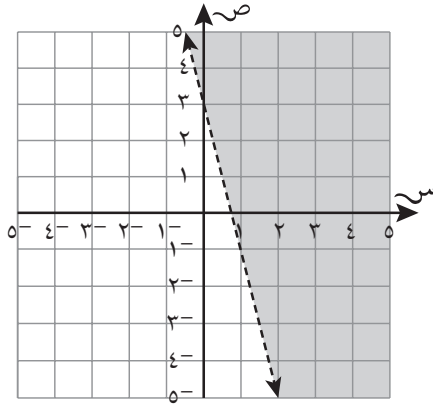


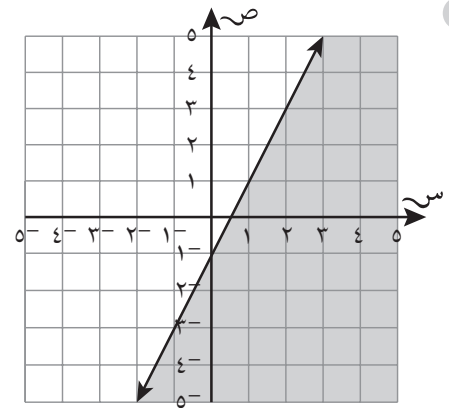
هـ $٢ - ص \geq ٤$

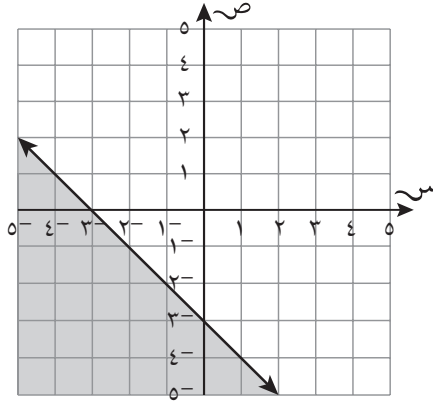
و $\frac{س - ص}{٤} > \frac{٣}{٢}$

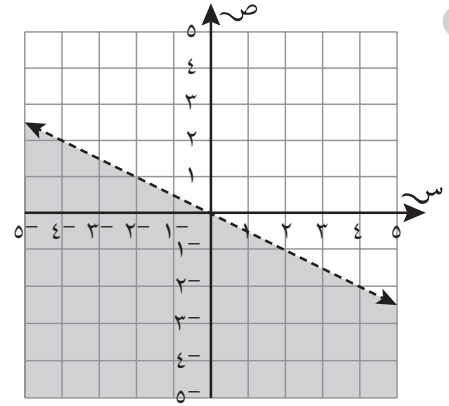


٣) أوجد المتباينة المُمثلة بالمنطقة غير المظللة في كل من الحالات التالية:





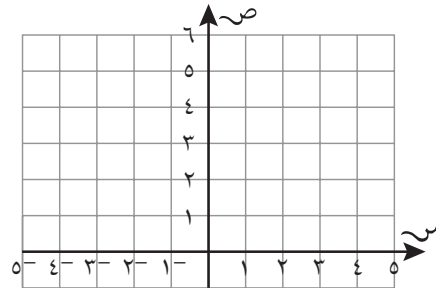




تمارين ١-٢-ب

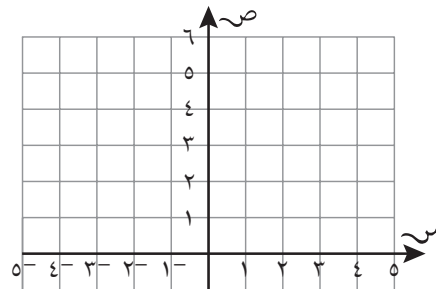
(١) ارسم المنطقة المعرفة بمجموعة المتباينات التالية مُظللًا المنطقة التي لا تمثل الحل:

$$٢س + ٣ص > ٦ ، س - ص < ٠ ، ص \leq ١$$



(٢) ارسـم المنطقة التي تُحقّق كلّ المتباينات التالية مُظللًا المنطقة التي لا تمثّل الحل:

$$٢س + ٤ص \geq ٦ ، س - ٥ص \geq ٥ ، س \leq ٢$$

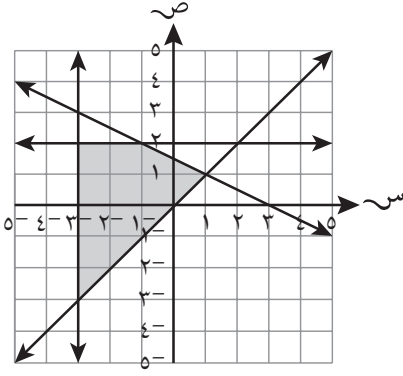


ب) اكتب الإحداثيات (س، ص) حيث س، ص أعداد صحيحة، والتي تُحقّق كلّ المتباينات في هذه الحالة.

٣-١ البرمجة الخطية

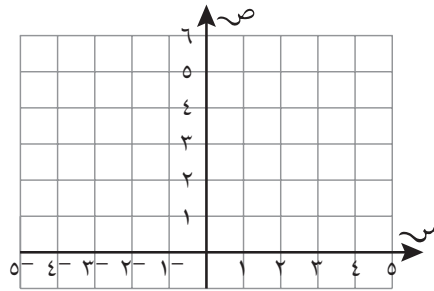
- طريقة رياضية للتعبير عن المُحدِّدات (أو القيود) في الأعمال والصناعة، للحصول على أعلى مكسب، أو أقلّ تكلفة، إلخ.
- تتخذ المُحدِّدات (القيود) شكل المُتباينات الخطية.

تمارين ٣-١



- (١) يُظهر التمثيل البياني المجاور، منطقة مظللة تمثل مجموعة المُتباينات $ص \geq 2$ ، $ص \leq 3$ ، $س + ٢ \leq ٣$ ، أو وجد أكبر قيمة وأصغر قيمة للعبارة الجبرية $(س + ص)$ التي تحقّق المُتباينات المُعطاة.

- (٢) أ استخدم المستوى الإحداثي التالي لتُظلل المنطقة التي تُحقّق المُتباينات: $ص \leq ٠$ ، $٠ \leq س \leq ٣$ ، $ص \geq ٣ + س$ ، $٧ + س \geq ٠$



ب) ما أكبر قيمة للعبارة الجبرية (٢ص + س) إذا كان س، ص يُحقّقان كلّ المُتباينات في الجزئية (أ)؟

مُساعدَة

حدّد كل مجهول تحتاج إليه، وسمّه بمُتغيّر من اختيارك.

انتبه لمفردات مثل 'على الأقل'، 'القيمة الصغرى'، ...، تُساهم في التعبير عن المُحدّدات في صورة مُتباينات.

٣) لدى سعاد مُكوّنات لتحضير ٣٠ علبة حلوى بالشوكولاتة و ٢٠ علبة حلوى بالفراولة كحدّ أقصى، ووقتها يسمح بتحضير ٤٠ علبة حلوى على الأكثر، إذا أرادت ان تربح من كل علبة حلوى بالشوكولاتة ٣ ريالات عمانية، ومن كل علبة حلوى بالفراولة ريالين عمانيين، فكم علبة من كل نوع يمكن لسعاد أن تحضّر لتحصل على أكبر ربح؟ وكم قيمة الربح؟

ليكن س عدد علب حلوى الشوكولاتة وص عدد علب حلوى الفراولة.
ما العبارة الجبرية التي تمثل دالة الربح؟

ليكن s عدد لترات مركز عصير البرتقال وص عدد لترات مركز عصير الليمون.

٤) تُنتج إحدى الشركات مُركّزات مختلفة من العصير، حيث تحتاج العملية إلى إنتاج ٣ لترات على الأقل من مُركّز عصير البرتقال لكل لتر واحد من مُركّز عصير الليمون، ويتوجّب في فصل الصيف، إنتاج ما لا يقلّ عن ١٠٠٠ لتر وما لا يزيد عن ١٨٠٠ لتر من مُركّز عصير البرتقال شهرياً، كذلك الأمر بالنسبة إلى الطلب على مُركّز عصير الليمون حيث لا يزيد عن ٦٠٠ لتر شهرياً. إذا كان اللتر الواحد من مُركّز عصير الليمون يُباع بـ ٩, ١ ريال عُماني، واللتر الواحد من مُركّز عصير البرتقال بـ ١ ريال عماني، فكم لترًا من كل نوع يجب إنتاجه للحصول على أكبر مكسب؟

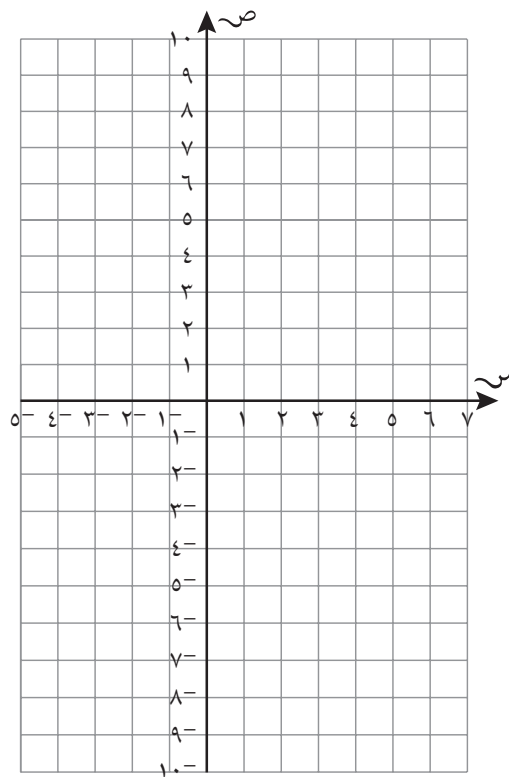
٤-١ الميل

- لا يوجد ميل ثابت في المنحنى.
- ميل المنحنى عند نقطة ما يساوي ميل مماس المنحنى عند تلك النقطة.
- الميل = $\frac{\text{التغير في الإحداثي ص}}{\text{التغير في الإحداثي س}} = \frac{\text{المسافة الرأسية}}{\text{المسافة الأفقية}}$

تمارين ٤-١

(١) أ ا رسم التمثيل البياني للدالة

$$\text{ص} = \text{س}^2 - ٢\text{س} - ٨$$

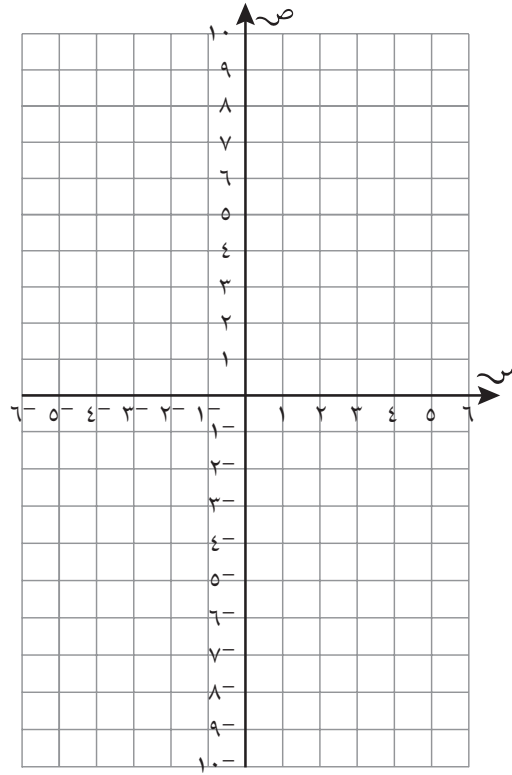


ب أوجد ميل المنحنى:

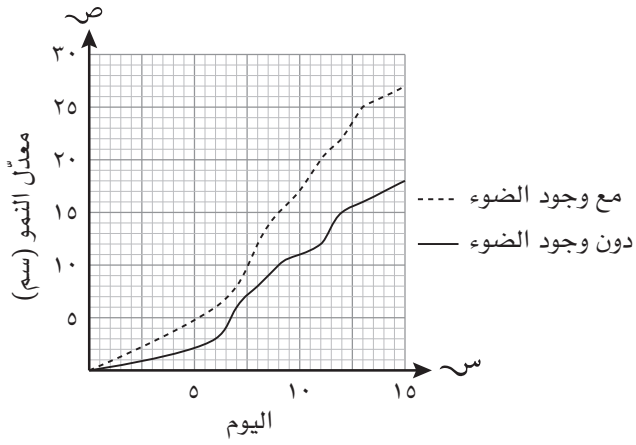
(١) عند النقطة التي يتقاطع فيها المنحنى مع المحور الصادي.

(٢) عند كل نقطة يتقاطع فيها المنحنى مع المحور السيني.

(٢) أ ارسـم التمثيل البياني للدالة $v = s^2 - 1$ في الفترة $-4 \leq s \leq 4$



ب أوجد ميل المنحنى عند النقطة أ (٢، ٧)



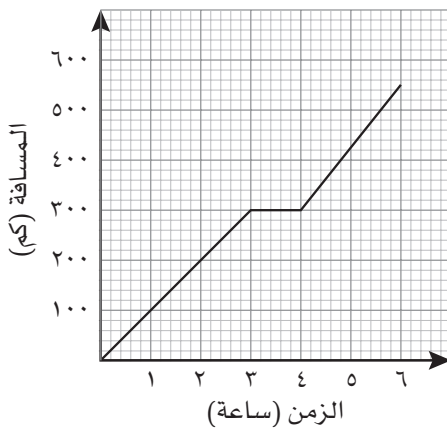
٣) يُبين التمثيل البياني المجاور كيفية تأثر مُعدّل نموّ نبتة الفول بأشعة الشمس. أوجد مُعدّل النموّ مع وجود الضوء وبدونه، في اليوم الثالث عشر.

٥-١ التمثيلات البيانية للحركة

- تُبيّن التمثيلات البيانية للمسافة-الزمن العلاقة بين المسافة التي يقطعها جسم ما والزمن المطلوب لقطع تلك المسافة.
 - يُعرّض الزمن عادة على المحور الأفقي لأنّه المُتغيّر المُستقلّ، بينما تُعرّض المسافة عادة على المحور الرأسي لأنها المتغيّر التابع.
 - يمكنك إيجاد السرعة باستخدام التمثيل البياني للمسافة-الزمن، بالنظر إلى ميل (انحدار) المستقيم. كلما ازداد انحدار المستقيم تكبر السرعة؛ يشير المستقيم إلى السرعة الثابتة؛ يُمثّل الميل إلى الأعلى والميل إلى الأسفل حركات باتجاهات مُتعاكسة؛ يُمثّل المستقيم الأفقي عدم وجود أي حركة:
- $$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن اللازم لقطع تلك المسافة}} = \frac{\text{التغيّر في الإحداثي ص}}{\text{التغيّر في الإحداثي س}}$$
- تُبيّن التمثيلات البيانية للسرعة-الزمن السرعة على المحور الرأسي والزمن على المحور الأفقي.
 - في التمثيل البياني للسرعة-الزمن، الميل = التسارع. يُمثّل الميل الموجب (التسارع) تزايداً في السرعة، ويُمثّل الميل السالب (التباطؤ) تناقصاً في السرعة.
 - المسافة = السرعة × الزمن. يمكنك إيجاد المسافة المقطوعة في زمن مُحدّد باحتساب مساحة الأشكال تحت أجزاء التمثيل البياني. للقيام بذلك، طبّق صيغ مساحات الأشكال الرباعية والمثلثات.

تمارين ٥-١-أ

١) يُبيّن التمثيل البياني المجاور المسافة المقطوعة بإحدى السيّارات في ستّ ساعات:



أ) استخدم التمثيل البياني لإيجاد المسافة المقطوعة بعد مرور:

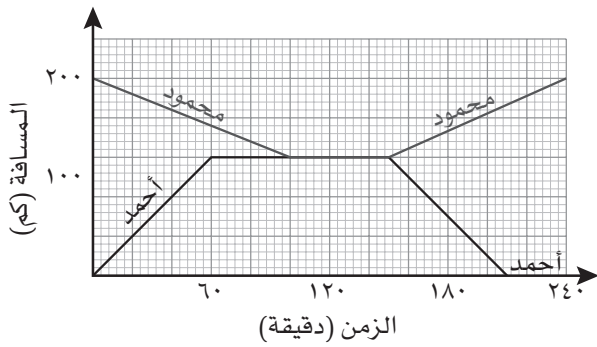
(١) ساعة واحدة (٢) ساعتين (٣) ثلاث ساعات

ب) صف ما يدل عليه التمثيل البياني بين الساعتين الثالثة والرابعة.

ج ما المسافة التي قطعتها السيّارة خلال آخر ساعتين من الرحلة؟

تمارين ١-٥-ب

١) يعيش كلٌّ من أحمد ومحمود في ولايتين مختلفتين، حيث يبعد منزل أحمد عن منزل محمود مسافة ٢٠٠ كم. قرّرا اللقاء يوم الجمعة في مركز تجاري يقع بين منزلَيْهما. انطلق محمود بالحافلة وانطلق أحمد بالسيّارة. يُبيّن التمثيل البياني المجاور مسار الرحلتين:



أ ما الزمن الذي استغرقه أحمد في السيارة للوصول إلى المركز التجاري؟

ب ما الزمن الذي استغرقه محمود في الحافلة للوصول إلى المركز التجاري؟

ج ما سرعة السيّارة في الساعة الأولى؟

د كم يبعد المركز التجاري عن:

(١) منزل أحمد؟

(٢) منزل محمود؟

هـ السرعة المتوسطة للحافلة في رحلتها من منزل محمود إلى المركز التجاري؟

و كم سينتظر أحمد قبل أن يصل محمود؟

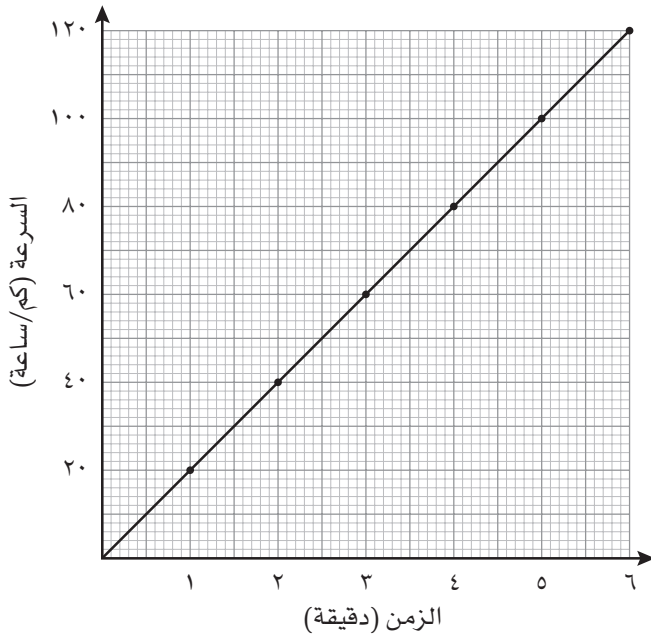
ز) ما الزمن الذي قضاه الصديقان معاً؟

ح) بكم كانت رحلة أحمد أسرع من رحلة محمود عند عودة كل منهما إلى المنزل؟

ط) إذا ترك كل من الصديقين منزله عند الساعة ٨:٠٠ صباحاً، فمتى عاد كل منهما إلى منزله بعد انتهاء الرحلة؟

تمارين ١-٥-ج

١) يُبيّن التمثيل البياني للسرعة-الزمن المجاور سرعة سيارة بال كم/ساعة مُقابل الزمن بالدقائق.



أ) ما سرعة السيارة بعد مرور:

(١) دقيقتين؟

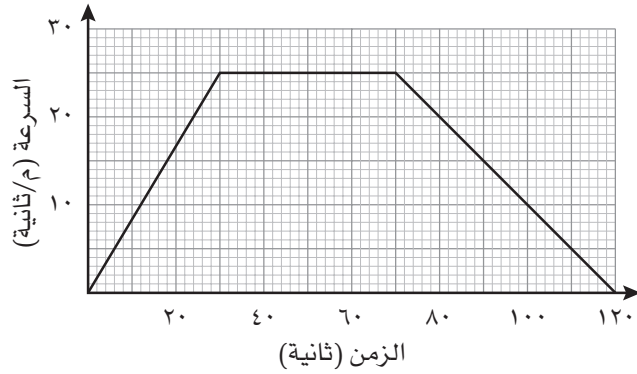
(٢) ستّ دقائق؟

ب) متى سارت السيارة بسرعة ٧٠ كم/ساعة؟

ج) احسب تسارع السيارة بال كم/(ساعة)²

د ما المسافة التي قطعها السيّارة في أوّل ستّ دقائق؟

٢ يُبين التمثيل البياني للسرعة-الزمن أدناه سرعة قطار بال م/ثانية مُقابل الزمن بالثواني:



أ متى تسارع القطار؟ وما قيمة ذلك التسارع؟

ب متى بدأ القطار بالتباطؤ وما قيمة ذلك التباطؤ؟

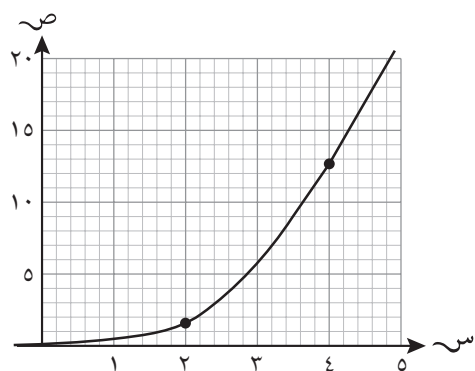
ج متى سار القطار بسرعة ثابتة؟ وكم كانت تلك السرعة بال كم/ساعة؟

د ما المسافة التي قطعها القطار خلال الدقيقتين؟

مُساعدة

التسارع = التغيّر في
السرعة ÷ الزمن
المُستغرق.

بما أن وحدة القياس في
هذا المثال هي المتر
على الثانية، فإن وحدة
قياس التسارع ستكون
المتر على مُربّع الثانية.
يتمّ التعبير عن ذلك في
صورة م (ثانية)^٢ أو
م/(ثانية)^٢



٣) في التمثيل البياني المجاور، ارسم مماساً واستخدمه لتجد انحدار المنحنى عندما:

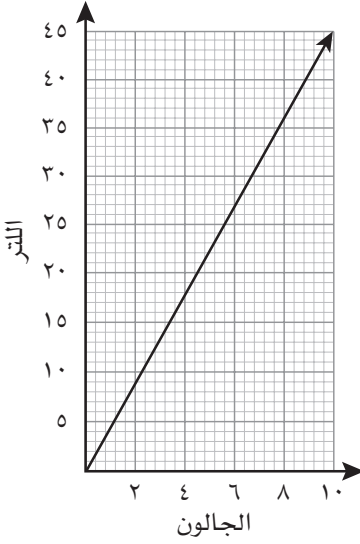
أ س = ٢

ب س = ٤

تمارين متنوعة

(١) باستخدام التمثيل البياني المجاور، أجب عن الأسئلة التالية:

أ) على ماذا يدلّك التمثيل البياني؟



ب) حول كلّ مما يلي إلى لترّات:

(٢) ٢٥ جالوناً

(١) ١٠ جالونات

ج) حول كلّ مما يلي إلى جالونات:

(٢) ١٢٠ لترّاً

(١) ١٥ لترّاً

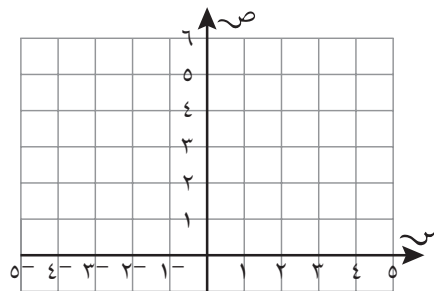
د) يقطع عبدالرحيم بسيّارته مسافة ٣٠ ميلاً بالجالون الواحد في المدينة ومسافة

٤٢ ميلاً بالجالون الواحد على الطريق السريع:

(١) حوّل كل مُعدّل إلى كيلومتر بالجالون.

(٢) إذا علمت أنّ كل جالون واحد يعادل ٤,٥٤٦ لترّات، حوّل المُعدّلين إلى كيلومتر باللتر.

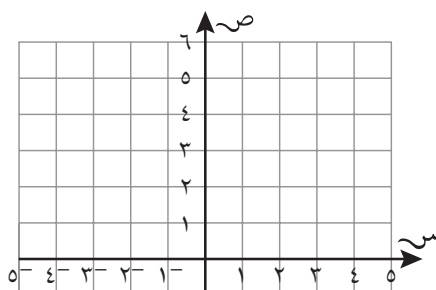
(٢) مثلّ المُتباينة $2 < 3$ بيانياً:



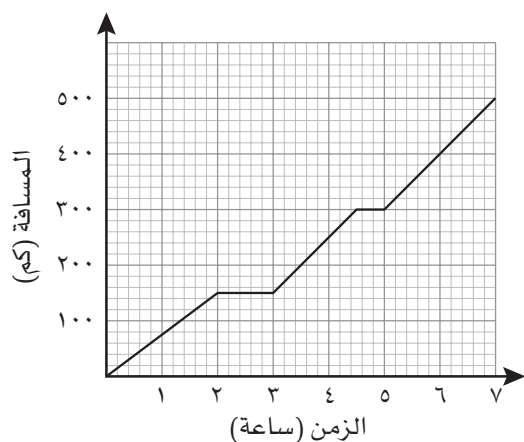
(٣) تُحقّق الأعداد الصحيحة s ، ص المُتباينات التالية:

$$ص < ٥, ١, ص \geq ٤, س \leq ٢, ص < س + ١, ص \leq -س + ١$$

أوجد (بيانياً) القيمتين الكبرى والصغرى للأعداد الصحيحة s ، ص في العبارة الجبرية $(ص + \frac{س}{٣})$.



(٤) يُبيّن التمثيل البياني للمسافة-الزمن المجاور رحلة صهريج بترول يوصل الوقود إلى محطات الوقود:



أ ما المسافة التي قطعها الصهريج في أوّل ساعتين؟

ب متى توقّف الصهريج لتوصيل أوّل كمية وقود؟ ما الزمن الذي استغرقه في الوقوف؟

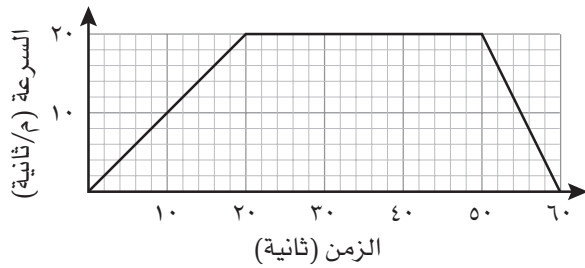
ج احسب السرعة المتوسطة لصهريج البترول بين التوقّف الأوّل والتوقّف الثاني اللذين قام بهما.

د ما السرعة المتوسطة للصهريج خلال آخر ساعتين من الرحلة؟

هـ ما المسافة الكلية التي قطعها صهريج البترول في رحلته؟

٥ يُبين التمثيل البياني للسرعة-الزمن المجاور سرعة جزء من رحلة سيارة بالـ م/ثانية:

أ كم الزمن الذي كانت فيه السيارة مُتسارعة؟



ب احسب مُعدّل تباطؤ السيارة بين ٥٠ ثانية و ٦٠ ثانية.

ج ما المسافة التي قطعتها السيارة خلال العشرين ثانية الأولى؟

د كم متراً قطعت السيارة لتتوقّف عندما بدأت بالتباطؤ؟

الوحدة الثانية: جمع البيانات وتمثيلها

١-٢ جمع البيانات وتصنيفها

- البيانات هي مجموعة من الحقائق والأعداد والمعلومات الأخرى التي يتم جمعها للإجابة عن سؤال إحصائي.
- البيانات الأولية هي بيانات "أساسية" يمكن جمعها بالقياس والملاحظة وإجراء التجارب من خلال تنفيذ دراسات مسحية، أو من خلال الطلب إلى الأشخاص إكمال الاستبيانات.
- البيانات الثانوية هي بيانات مُستقاة من مصادر غير أولية. كأن تعرف مساحة كل محيط من المحيطات بالرجوع إلى الأطلس.
- يمكن تصنيف البيانات إلى بيانات نوعية وبيانات كمية.
- البيانات النوعية هي بيانات غير عددية، مثل اللون، أو نوع السيارة، أو المذاق المفضل.
- البيانات الكمية هي بيانات عددية تم جمعها أو قياسها في السابق، مثل العمر والدرجات في الاختبارات وقياس الحذاء والطول.
- تكون البيانات الكمية منفصلة أو متصلة.
- قد تتخذ البيانات المنفصلة بعض القيم فقط، وهي عادة من الأمور التي يمكن إحصاؤها، مثل عدد الأطفال في أسرتك. ولا تتضمن البيانات المنفصلة، قيمة بين أي قيمتين مُحدّتين، إذ لا يمكن أن يكون في أسرة مثلاً $2\frac{1}{2}$ طفل.
- تتخذ البيانات المتصلة أي قيمة، وهي عادة من الأمور التي يمكن قياسها، مثلاً: يتراوح ارتفاع الأشجار في الغابات المطيرة بين ٢٠ متراً و٣٠ متراً، وقد تكون أي قيمة بين هذين الارتفاعين ممكنة.

تمارين ١-٢

١) بيّن الجدول التالي بيانات تمّ جمعها عن عشرة طلاب في أحد الصفوف. ادرس الجدول، ثم أجب عن الأسئلة التالية حول البيانات:

الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الجنس	أنثى	أنثى	ذكر	ذكر	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر
الطول (م)	١,٥٥	١,٦١	١,٦٣	١,٦٠	١,٦١	١,٦٢	١,٦٤	١,٦٩	١,٦١	١,٦٥
عدد غرف المنزل	٣	٤	٧	٦	٦	٧	٥	٤	٥	٧
الكتلة (كغم)	٤٠	٥١	٥٢	٥٤	٦٠	٤٣	٥٥	٥٦	٥١	٥٥
لون العيون	بنيّ	أسود	أسود	بنيّ	بنيّ	بنيّ	بنيّ	أسود	عسلي	بنيّ
لون الشعر	أسود	أسود	أشقر	بنيّ	بنيّ	بنيّ	أسود	أسود	أسود	أسود
عدد الإخوة والأخوات	٠	٣	٤	٢	١	٢	٣	١	٠	٣

أ) أي من البيانات أعلاه بيانات نوعية؟

ب) أي من البيانات أعلاه بيانات كمية؟

ج) أي مجموعات من البيانات العددية هي بيانات منفصلة؟

د) أي مجموعات من البيانات العددية هي بيانات متصلة؟

هـ) كيف تمّ في رأيك جمع كل مجموعة من البيانات؟ اذكر سبباً لكل إجابة من إجاباتك.

٢-٢ تنظيم البيانات

- عندما يتم جمع البيانات، يجب ترتيبها وتنظيمها ليسهل التعامل معها وتفسيرها واستخلاص النتائج منها.
- عندما تكون مجموعة البيانات العددية كبيرة وتتضمن الكثير من القيم المختلفة، يمكنك تجميعها في فئات، مع الانتباه لعدم تداخل هذه الفئات.
- تُستخدم جداول العد والجداول التكرارية ومخططات الساق والورقة، لتنظيم البيانات وعرض مجاميع القيم المختلفة والفئات. ويتم استخدام مخطط الساق والورقة المزدوج لعرض مجموعتين من البيانات المترابطة.
- يتم استخدام الجدول المزدوج لعرض تكرارات القيم في مجموعتي بيانات أو أكثر.

تمارين ٢-٢-أ

١) أجرت سامية دراسة مسحية لمعرفة عدد المكالمات الهاتفية التي يتلقاها موظف الاستعلامات في الساعة من مجموعة تضم ٤٠ موظفًا في شركات مختلفة، وحصلت على البيانات التالية:

في لغة البيانات، تعني كلمة "تكرار" عدد المرات التي تظهر فيها درجة ما أو ملاحظة ما.

٦	٥	٦	٧	٤	٥	٨	٦	٧	١٠
٧	٦	٥	٦	١	٩	٤	٤	٢	٦
٥	٥	٧	٣	٤	٥	٨	٣	٥	٨
١٠	٩	٩	٧	٥	٥	٧	٦	٤	٢

أكمل جدول العد التالي لتنظيم البيانات:

عدد المكالمات الهاتفية	علامات العد
١	
٢	
٣	
٤	
٥	
٦	
٧	
٨	
٩	
١٠	

تمارين ٢-٢-ب

(١) يمر راشد خلال ذهابه يوميًا إلى العمل بستّ إشارات مرور ضوئية. قام بحساب عدد المرات التي اضطر فيها إلى التوقّف عند إشارة ضوئية حمراء خلال مدة ٥٠ يومًا، وحصل على البيانات التالية:

٦	٠	٠	٢	٣	٤	٥	٦	٦	٦
٤	١	٢	٠	٠	٠	٠	٤	٠	٥
٢	٣	٣	٣	٤	٥	٢	٣	١	١
٤	٥	٢	٣	٤	٤	٥	٥	٦	١
٥	١	٢	٢	١	٢	٤	٢	٣	٦

أ أكمل الجدول التكراري التالي لتنظّم البيانات:

٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	عدد الإشارات الضوئية الحمراء
							التكرار

ب ما الذي تكرر حدوثه مع راشد: التوقّف عند كل الإشارات، أم عدم التوقّف عند أي منها؟

(٢) جمع المعلّم حسن درجات ٥٠ طالبًا في أحد الاختبارات، علمًا بان الدرجة الكلية للاختبار هي ١٠٠ درجة، وسجّلها كالتالي:

٧٠	٥٧	٥٩	٦٧	٨٢	٥٥	٤٠	٦٠	٢٦	٥٤
٥٨	٤٢	٦٣	٥٥	٤٨	٤٦	٥٦	٦٣	٤٤	٦٧
٥٣	٥٤	٥٤	٤٩	٦١	٦٣	٦٥	٧٦	٥٤	٤٥
٧٨	٥٩	٥٥	٥١	٥٧	٣٨	٥٧	٦٩	٥٦	٦٧
٩١	٨٠	٨٨	٧٣	٧١	٦٩	٧٨	٥٥	٥٢	٦٥

أ أكمل الجدول التكراري التالي لتنظّم البيانات:

الدرجة	التكرار
٢٠-٠	
٤٠-٣٠	
٥٠-٤٠	
٦٠-٥٠	
٧٠-٦٠	
٨٠-٧٠	
١٠٠-٨٠	

- ب كم طالباً درجته ٧٠ على الأقل؟
- ج كم طالباً درجته أقل من ٩٤٠؟
- د كم طالباً جاءت درجته ٤٠ أو أكثر ولكن أقل من ٩٦٠؟
- هـ تبو الفئتان الأولى والأخيرة في الجدول أكبر من غيرهما. لماذا حدث ذلك، في رأيك؟

تمارين ٢-٢-ج

- ١) رصدت كاميرا إحدى نقاط المرور عدد السيَّارات التي تجتاز أحد التقاطعات كل ساعة، (على مدى ٢٤ ساعة)، وتمَّ تسجيل البيانات التالية:

٣١	٣١	٢٣	١٦	١٢	٧	٥	١
٤٨	٤٣	٢٤	٢٩	٣٣	٣١	٣٥	٥١
٢	١٢	١٨	١٩	٢٠	٣٧	٣٩	٤١

- أ أنشئ مخطط الساق والورقة لعرض البيانات.

- ب ما أكبر عدد من السيَّارات التي اجتازت التقاطع خلال ساعة واحدة؟

(٢) فيما يلي النسبة المئوية لدرجات ٥٠ طالباً في أحد الاختبارات:

٥٤	٢٦	٦٠	٤٠	٥٥	٨٢	٦٧	٥٩	٥٧	٧٠
٦٧	٤٤	٦٣	٥٦	٤٦	٤٨	٥٥	٦٣	٤٢	٥٨
٤٥	٥٤	٧٦	٦٥	٦٣	٦١	٤٩	٥٤	٥٤	٥٣
٦٧	٥٦	٦٩	٥٧	٣٨	٥٧	٥١	٥٥	٥٩	٧٨
٦٥	٥٢	٥٥	٧٨	٦٩	٧١	٧٣	٨٨	٨٠	٩١

أنشئ مخطط الساق والورقة المُرَتَّب لعرض البيانات. ما إيجابيات هذا المخطط مقارنة بالجدول التكراري الوارد في تمارين ٢-٢-ب السؤال رقم ٩٢

تمارين ٢-٢-د

(١) أُجريت دراسة مسحية لمعرفة المشروبات المُفضَّلة لدى مجموعة من الأشخاص، وتظهر النتائج في الجدول التكراري المزدوج التالي:

الشاي	القهوة	عصير الفواكه	
١٥	٧	٢٥	الشباب
٢	٤٥	٣	المسنون

أ كم شاباً يفضلون الشاي؟

ب كم مسنناً تمَّ استطلاعهم في الدراسة؟

ج كم عدد الأشخاص الذين يعتبرون أن عصير الفواكه هو المُفضَّل لديهم؟

د هل عدد المسننين الذي شملتهم الدراسة أكبر أم أصغر من عدد الشباب؟

هـ ما الشراب المُفضَّل بين الأشخاص الذين تمَّ استطلاع آرائهم؟

و ما النسبة المئوية لعدد المسننين الذين يفضلون عصير الفواكه؟

تمارين ٢-٢-هـ

١) فيما يلي جزء من الجدول الذي استخدمته في تمارين ٢-١-أ :

الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الجنس	أنثى	أنثى	ذكر	ذكر	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر
لون العيون	بني	أسود	أسود	بني	بني	بني	بني	أسود	عسلي	بني
لون الشعر	أسود	أسود	أشقر	بني	بني	بني	أسود	أسود	أسود	أسود
عدد الإخوة والأخوات	٠	٣	٤	٢	١	٢	٣	١	٠	٣

أ) أكمل الجدول التكراري المزدوج التالي مُستخدمًا البيانات المعروضة في الجدول أعلاه:

	بني	عسلي	أسود
ذكر			
أنثى			

ب) أنشئ جدولي تكرار مُشابهين للجدول في الجزئية أ لتبين لون الشعر وعدد الإخوة والأخوات بحسب الجنس، ثم اكمل الجدولين.

ج) اكتب جملة تلخص ما وجدته في كل جدول.

٣-٢ استخدام الجداول لعرض البيانات

- تُساعد التمثيلات البيانية على توضيح وقراءة الأنماط والاتجاهات في البيانات بطريقة أسهل من الجداول.
- تُستخدم الرموز في التمثيل بالمُصوَّرات لعرض تكرارات البيانات في الفئات المختلفة، وهي مفيدة في البيانات المُنفصلة والنوعية.
- تفيد الأعمدة البيانية في البيانات النوعية والبيانات المُنفصلة، يكون للأعمدة البيانية العرض نفسه والمسافات الفاصلة نفسها.
- يتمّ رسم الأعمدة البيانية بطريقة أفقية أو رأسية، ويمكن عرض مجموعتي بيانات أو أكثر على مجموعة الرسم نفسها.
- المُخطّطات الدائرية هي تمثيلات تُستخدم فيها القطاعات الدائرية لعرض البيانات في كل قطاع.
- يجب وضع عنوان ومقاييس واضحة ومحاور (وأحياناً مفاتيح) لكل تمثيل.

تمارين ٢-٣-أ

(١) انظر إلى المُخطّط المجاور، وأجب عن الأسئلة التالية:

عدد الطلاب في كل صف

الصف ٨	٨
الصف ٩	٩
الصف ١٠	١٠
الصف ١١	١١
الصف ١٢	١٢

المفتاح
٨ = ٣٠ طالباً

أ ما نوع هذا التمثيل؟

ب ماذا يعرض التمثيل؟

ج ماذا يُمثّل كل رمز مكتمل؟

د كيف تمثّل الـ ١٥ طالباً؟

هـ ما عدد طلاب الصف ٨؟

و أي صف فيه أكبر عدد من الطلاب؟ وكم عددهم؟

ز هل ترى أنّ هذه الرموز دقيقة أم مُقرّبة؟ برّر إجابتك.

مُساعدَة

اختر رموزاً يسهل رسمها وتقسيمها إلى أجزاء. إذا لم تُعطَ الرموز، اختر مقياساً مناسباً للرموز حتى تتحاشى رسم الكثير من الرسومات.

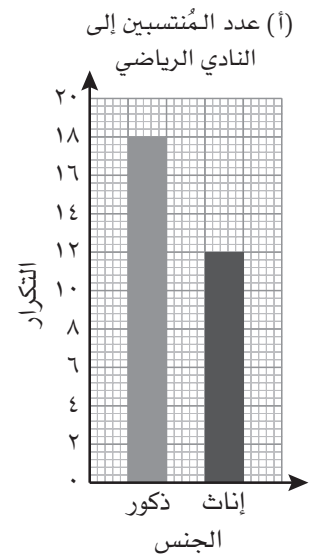
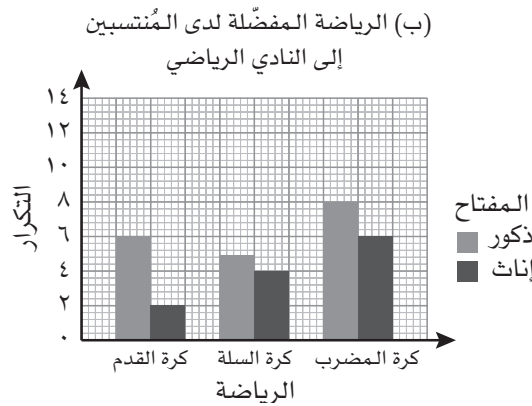
(٢) أجرت هناء دراسة مسحية لمعرفة الزمن الذي يقضيه كل من زملائها على المنصات التعليمية خلال اليوم. يبيّن الجدول التالي النتائج التي توصلت إليها هناء:

الشخص	أحلام	ليلى	سامية	سناء
الزمن (ساعات)	$2\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$4\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$

أنشئ التمثيل بالمُصوَّرات لعرض البيانات.

تمارين ٢-٣-ب

(١) انظر إلى التمثيلين بالأعمدة البيانية التاليين:

**مُساعدَة**

تعرض الأعمدة البيانية المُزدوجة مجموعتي بيانات أو أكثر على نفس التمثيل البياني. يجب ذكر المفتاح لعرض المجموعة التي يُمثّلها كل عمود.

أ ماذا يعرض التمثيل (أ)؟

هـ ما الرياضة المفضلة لدى الذكور؟

ب ما عدد الذكور الذين انتسبوا إلى النادي؟

و ما الرياضة المفضلة لدى الإناث؟

ج ما عدد المنتسبين إلى النادي؟

ز كم منتسباً اختاروا كرة السلة كرياضة مفضلة؟

د ماذا يعرض التمثيل (ب)؟

٢) يبين الجدول التالي الفطور المفضل لدى مجموعة من زوّار أحد الفنادق:

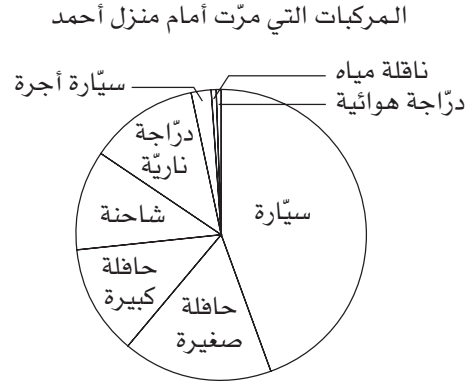
فول	جبين	بيض	
١٢	١٦	٨	ذكور
١٠	١٢	٢	إناث

أ أنشئ تمثيلاً بالأعمدة البيانية لعرض اختيار البيض مقابل الفول.

ب أنشئ تمثيلاً بالأعمدة البيانية المزدوجة لعرض الفطور المفضل لدى نُزلاء الفندق الذكور والإناث.

تمارين ٢-٣-ج

(١) سجّل أحمد عدد ونوع ١٨٠ مركبة مرّت أمام منزله. ورسم المخطط الدائري التالي لعرض النتائج:



مُساعدة

لتجد النسبة المئوية التي يمثلها قياس الزوايا في المخطط الدائري، استخدم الصيغة $\frac{ن}{٣٦٠} \times ١٠٠$ ، حيث ن قياس الزاوية بالدرجات.

أ أي نوع من المركبات كان الأكثر مروراً أمام منزل أحمد؟

ب ما النسبة المئوية للحافلات الصغيرة من كل المركبات؟

ج كم شاحنة مرّت أمام منزل أحمد؟

د أي نوع من المركبات كان الأقل مروراً أمام منزل أحمد؟

(٢) توضّح النسب التالية نتائج ١٢٠ طالباً في اختبار دولي: ٥% حصلوا على التقدير (أ)، ١٢% حصلوا على التقدير (ب)، ٤١% حصلوا على التقدير (ج)، ٢٥% حصلوا على التقدير (د)، وحصل باقي الطلبة على التقدير (هـ) وما دون.

أ مثل البيانات في مخطط دائري.

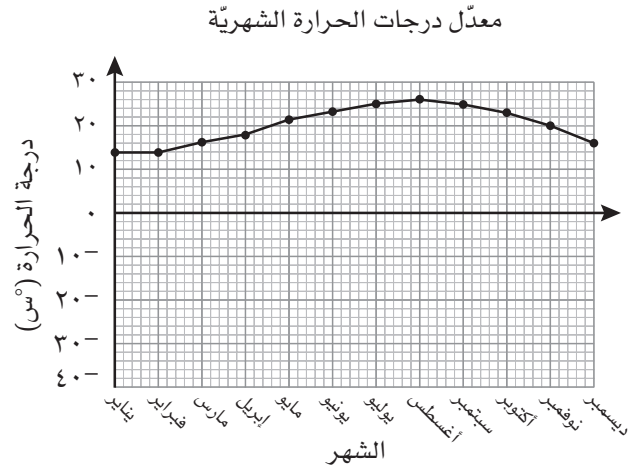
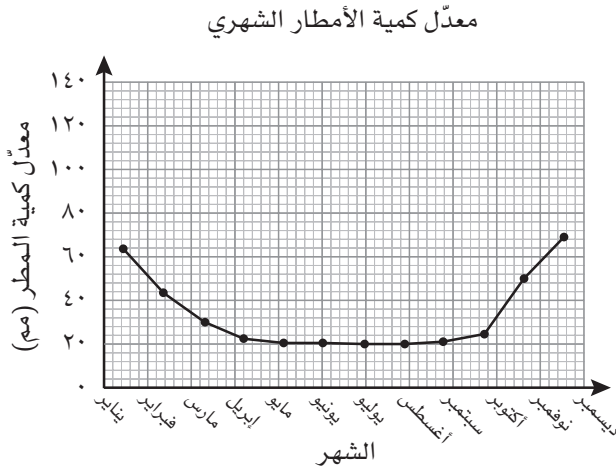
ب كم طالبًا حصلوا على التقدير (أ)؟

ج كم طالبًا حصلوا على التقدير (د) وما دون؟

د ما التقدير الذي حصل عليه أكبر عدد من الطلبة؟

تمارين ٢-٣-د

١) بيّن التمثيلان البيانيان التاليان درجات الحرارة الشهرية ومتوسط هطول الأمطار الشهري في إحدى المدن المصرية:



أ ما أعلى درجة حرارة تم تسجيلها؟

ب في أي أشهر كانت درجة الحرارة أعلى من ٢٠°س؟

ج هل تقع هذه المدينة في النصف الشمالي أم النصف الجنوبي للكرة الأرضية؟ ولماذا؟

د هل انخفضت درجات الحرارة إلى ما دون نقطة التجمد؟

هـ ما معدّل كمّية الأمطار خلال شهر نوفمبر؟

و في أي شهر كان معدّل كمّية الأمطار ٢٢ مم؟

ز بالنظر إلى التمثيل البياني لكلّ من درجات الحرارة ومعدّل كمّية هطول الأمطار، ماذا تُلاحظ على معدّل كمية الأمطار عندما تكون درجات الحرارة مرتفعة؟

تمارين مُتنوِّعة

(أ) جمعت فاطمة بيانات عن عدد الأطفال في الأسر التي تسكن في منطقتها، وسجّلت التالي:

١	١	١	٢	٢	٢	٢	٣	٣	٤	٣	٠
١	٢	٠	٠	٢	٢	٢	٦	٣	٤	٣	٣
٠	١	١	٢	٣	٣	٣	٤	٢	٣	٤	٥
٣	٥	٤	٢	٠	٠	٠	١	١	١	١	٣

١ كيف جمعت فاطمة البيانات؟

ب هل هذه البيانات مُتّصلة أم مُنفصلة؟ لماذا؟

ج هل هذه البيانات نوعية أم كميّة؟ لماذا؟

د أنشئ جدولاً تكرارياً مع علامات العد لتنظيم البيانات السابقة.

هـ مثل البيانات السابقة في مخطط دائري.

و أنشئ تمثيلاً بالأعمدة البيانية لتقارن بين عدد الأسر التي أنجبت ثلاثة أطفال أو أقل، مع الأسر التي أنجبت أربعة أطفال أو أكثر.

٢) يبين الجدول التالي أطوال عدد من زوار إحدى الحدائق مُقَرَّبَةً إلى أقرب سنتيمتر:

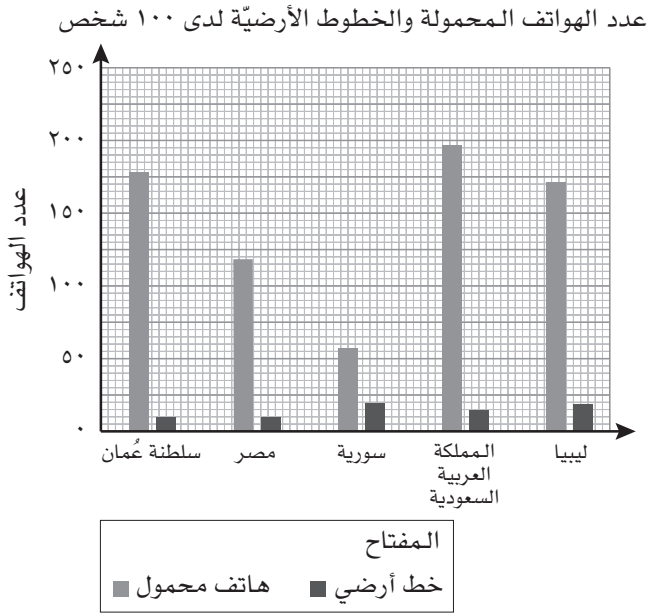
إناث					ذكور				
١٥٤	١٦٢	١٧١	١٦١	١٤٥	١٨٤	١٦٥	١٦٦	١٥٩	١٨٣
١٤٧	١٦٦	١٨٠	١٥٧	١٦٤	١٧٥	١٧٨	١٧٥	١٧٨	١٦٧
١٧١	١٦٢	١٦٣	١٦٤	١٥٩	١٦٦	١٧٦	١٨٧	١٧٤	١٨٥

أ ارسـم مخطط الساق والورقة المزدوج لتنظـم البيانات.

ب كم زائراً للحديقة يزيد طوله عن ١٧٠ سم؟

ج ماذا تستنتج من التمثيل البياني للطول في كل مجموعة؟

٣) تخبز سلمى قطع الحلوى وتبيعها. باعت في أحد الأسابيع ٤٢٠ قطعة حلوى بالفستق، و٤٨٨ قطعة حلوى بالشوكولاتة، و٣٢٠ قطعة حلوى بالجوز. أنشئ تمثيلاً بالمُصوِّرات لتعرض البيانات.



٤) انظر الى التمثيل البياني المجاور:

أ) ما اسم هذا النوع من التمثيل؟

ب) ماذا يعرض التمثيل البياني؟

ج) هل يمكنك معرفة عدد الأشخاص الذين يملكون هواتف محمولة في كل بلد، بالاستناد إلى التمثيل البياني؟ اذكر السبب.

د) كيف تفسّر وجود ١٧٨ هاتفًا محمولًا مقابل ١٠٠ شخص في سلطنة عمان؟

هـ) أي البلدان لديها عدد هواتف محمولة (من بين ١٠٠ شخص) أقل من عدد الهواتف المحمولة في سلطنة عُمان؟

و) تم الحصول على هذه البيانات في عام ٢٠١٢م. في رأيك، كيف سيبدو التمثيل البياني لبيانات حديثة تمّ جمعها في العام الحالي؟

سابقاً

لكي تحسب "النسبة المئوية للاستهلاك"، في الجزئية (ب)، أوجد قيمة النقصان في سعر السيارة خلال العام المطلوب، ثم احسب ذلك في صورة نسبة مئوية من القيمة الأصلية. ◀

(٥) اشترت آمنة سيّارة جديدة في عام ٢٠١٧م؛ يبيّن الجدول التالي قيمة السيارة خلال الأعوام اللاحقة:

العام	قيمة السيارة (بالريال العماني)
٢٠١٧م	١٣٩٠٠
٢٠١٨م	٧٠٠٠
٢٠١٩م	٥٧٠٠
٢٠٢٠م	٤٧٠٠
٢٠٢١م	٤٠٠٠

أ أنشئ التمثيل البياني بالخطوط لتُمثّل البيانات في الجدول أعلاه.

ب ما النسبة المئوية للاستهلاك بعد أوّل عام من امتلاك آمنة للسيارة؟

ج استخدم التمثيل البياني لتقدّر سعر السيارة في عام ٢٠٢٢م.

الوحدة الثالثة: المُعالجة الجبريّة

١-٣ الكسور الجبرية

- تُستخدم في الكسور الجبريّة التقنيات نفسها المُستخدمة في الكسور العددية.
- تُبسّط الكسور الجبريّة بقسمة البسط والمقام على العامل المُشترك الأكبر (ع م ك).
- تُبسّط الكسور الجبريّة أيضًا بتحليل البسط والمقام إلى عوامل قدر الإمكان، ثم التبسيط.

تمارين ١-٣-أ

(١) بسّط كلّاً من الكسور الجبريّة التالية:

أ $\frac{٢س}{١٤}$

ب $\frac{٣س}{س}$

ج $\frac{س}{٧س}$

د $\frac{١٢س}{٣٠}$

هـ $\frac{١٦ع}{٦}$

و $\frac{٣٤س}{١٧س}$

ز $\frac{١٢س}{١٨س}$

ح $\frac{١٥}{٢٢٥ب}$

ط $\frac{٢٢٤ب}{٢٣٦ب}$

مُساعدة
حاول أولاً البحث عن
العوامل المُشتركة.

(٢) بسّط كلّاً من الكسور الجبريّة التالية:

ج $\frac{٢س - ٢ص - ٢ص}{٢س - ٢ص}$

ب $\frac{٢أ - ٢ب}{٢أ + ٢أ + ٢ب}$

ا $\frac{٢س + ٢س - ٦}{٢س - ٢س}$

و $\frac{٢أ - ٢ب}{٢أ + ٢أ - ٢ب}$

ه $\frac{١٤ - ١٥ - ٢أ}{١٧ - ٢أ}$

د $\frac{٣س + ١٠س + ٣}{١٥ - ٢س - ٢س}$

ط $\frac{٣٥س + ٤٩س}{١٥س + ٢١س}$

ح $\frac{٣س - ٢س - ٣}{١ + ٢س}$

ز $\frac{١٥س + ٧س - ١٥}{٢س + ٢س - ٦}$

مُساعدة

القسمة على كسر تُكافئ الضرب في مقلوبه.

تمارين ١-٣-ب

(١) اكتب كلّاً من الكسور الجبريّة التالية في أبسط صورة:

ج $\frac{٧}{١} \times \frac{٥}{١}$

ب $\frac{٢ص}{٩} \times \frac{٣ص}{٤}$

ا $\frac{٨س}{١٥} \times \frac{٥س}{١٦}$

و $\frac{٢٤}{٣} \div \frac{٢ب - ٢ب}{١٢} \times \frac{٢٤}{٢٣}$

ه $\left(\frac{١}{ب} \times \frac{١}{ج} \right) \div \frac{١}{ب}$

د $\frac{١٤س}{٢٥ص} \div \frac{٧س}{٥ص}$

ط $\frac{٤ - ٩س^٢}{٢س^٢ - س - ٢}$

ح $\frac{٣ + س}{س - ٢} \times \frac{٨ + ٦س - ٢س^٢}{٩ + ٣س}$

ز $\frac{٢٤}{٧ب} \times \frac{٢}{٨أ} \div \frac{٣}{١ب}$

تمارين ١-٣-ج

(١) بسّط كلّاً من الكسور الجبريّة التالية:

أ $\frac{٢}{س} + \frac{٣}{ص}$

ب $\frac{٣}{د٤} + \frac{٤ - د}{د٨} - \frac{٢}{٢}$

ج $\frac{٧}{د٥} + \frac{٣}{د٢}$

د $\frac{٤}{٢ + د٢} + \frac{٥}{١ + د}$

هـ $\frac{٢}{١ + س} + \frac{٣}{٢ + س}$

و $\frac{٣(٢ - م)}{٢} - \frac{٢م}{٣}$

ز $\frac{٤}{س^٢ + س - ٢} - \frac{٥}{س^٢ - س - ٦}$

ح $\frac{٣}{س^٢ + ٤س} - \frac{٢}{س^٢ - ٣س}$

ط $\frac{٢}{١ - س^٢} - \frac{١}{٣ - س - س^٢}$

مُساعدَة

تؤثّر الإشارة السالبة
أمام الكسر على كل
الحدود المكتوبة في
البسط.

تمارين مُتنوّعة

(أ) بسّط كلّاً من الكسور الجبريّة التالية:

أ $\frac{س^2 - ص^2}{(س + ص)^2}$

ب $\frac{١٦ - ٤س^2}{٨ + ٤س}$

ج $\frac{١}{٥د} + \frac{١}{٢د}$

د $\frac{٧س^2}{٥ص} \times \frac{١٥ص^2}{١٤س}$

هـ $\left(\frac{٤}{٣ص} \times \frac{٢س}{٤ص} \right) \div \frac{س}{٢ص}$

و $\frac{١}{١٥} - \frac{١ - ٥}{١٣} - \frac{١٢}{٢}$

ز $\frac{٢}{س^2 + ٤س} - \frac{٤}{٢ - س - س^2} \div \frac{٤}{س^2 + ٢س - ٨}$

ح $\frac{٣س}{٦س^2 - ٣س}$

ط $\frac{١}{١ - س - س^2} - \frac{١}{٥ + ١١س + ٢س^2}$

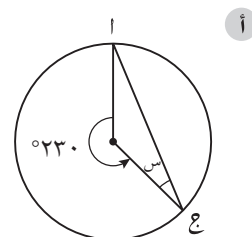
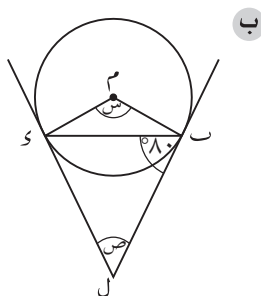
الوحدة الرابعة: الدوائر

١-٤ خصائص التماثل في الدائرة

- تتماثل الدائرة حول أي قطر فيها (تماثل حول محور) ولها تماثل دوراني حول مركزها.
- يمكن استخدام النظريات التالية لحل مسائل مُرتبطة بالدوائر:
 - يمرّ المُنصف العمودي للوتر بمركز الدائرة.
 - تبعد الأوتار المتساوية مسافات متساوية عن مركز الدائرة.
 - يتساوى طول المماسّين الخارجين من نقطة خارج الدائرة إلى الدائرة نفسها.

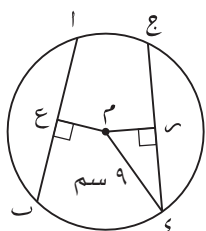
تمارين ١-٤ أ

(١) أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المُشار إليها بحرف في كلّ مما يلي:



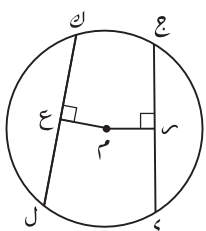
مُساعدة

يجب أن تتعلّم نظريات الدائرة. اذكر النظرية التي ستستخدمها خلال حل المسألة.



(٢) إذا كان $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ في الرسم المجاور وترين متطابقيين، $AB = 12$ سم، وكانت E تنصف $\overline{AB}$ ، وكانت F تنصف $\overline{CD}$ ،

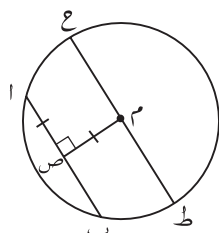
أوجد طول القطعة المستقيمة EF مع مُقَرَّبًا الناتج إلى أقرب عدد مُكوَّن من رقمين معنويين.



(٣) أ إذا كان $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ في الدائرة المقابلة وترين متساويين وكان طول $AB = 12$ سم،

وكانت E تنصف $\overline{AB}$ ، و F تنصف $\overline{CD}$ ، $EF = 5$ سم،

أوجد طول قطر الدائرة، ثم احسب محيطها مُقَرَّبًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.



ب في الشكل المقابل دائرة مركزها M . إذا كان طول الوتر $\overline{AB}$ في الدائرة 40 مم،

أوجد طول قطرها، ثم احسب محيطها مُقَرَّبًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

٢-٤ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

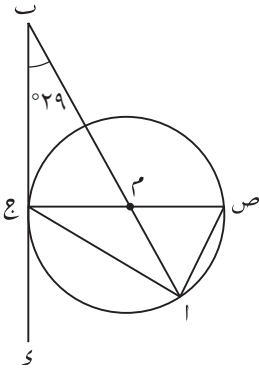
- عندما يتمّ رسم مُثلث داخل دائرة، ويكون أحد أضلاعه قطرًا في الدائرة، والرأس المقابل للقطر يقع على محيط الدائرة، تكون زاوية الرأس المقابلة للقطر قائمة وقياسها 90° .
- قياس الزاوية المحصورة بين مماسّ الدائرة ونصف قطرها يساوي 90° .
- قياس الزاوية المركزية في الدائرة يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية المقابلة للقوس نفسه.
- الزوايا المحيطية التي تقابل نفس الوتر متساوية في القياس.
- مجموع قياسيّ الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري يساوي 180° .
- قياس الزاوية الخارجية في الشكل الرباعي الدائري يساوي قياس الزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها.
- قياس الزاوية المحصورة بين المماسّ والوتر يساوي قياس الزاوية المحيطية المرسومة في القطعة المُتبادلة.

مُساعدة

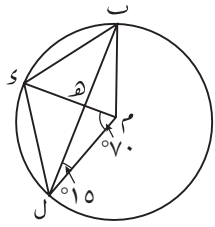
إذا تعلّمت نظريات الدائرة بشكل سليم، يجب أن تكون قادرًا على حلّ معظم المسائل المُتعلقة بالدوائر.

تمارين ٢-٤-أ

- (١) في الشكل المقابل م مركز الدائرة، ب و مماسّ للدائرة في ج، ب ا مستقيم يمر بالمركز م، $\widehat{ج م} = 29^\circ$. أوجد $\widehat{ب ج ا}$



تمارين ٢-٤-ب



(١) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\widehat{S} = 70^\circ$ ، $\widehat{L} = 15^\circ$ ، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية. برهن إجابتك.

ب $\widehat{LMB}$

أ $\widehat{LSB}$

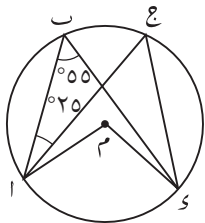
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

د $\widehat{LSB}$

ج $\widehat{LSB}$

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

لحل مسائل الدائرة، قد تحتاج إلى العلاقات بين الزوايا في المثلثات والأشكال الرباعية والخطوط المستقيمة المتوازية.



(٢) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية:

ب $\widehat{AMD}$

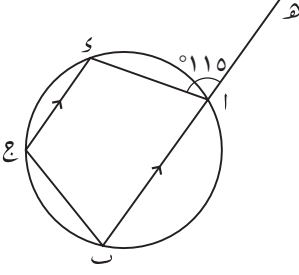
أ $\widehat{ACD}$

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

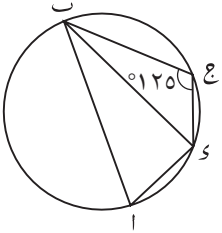
ج $\widehat{BCD}$

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

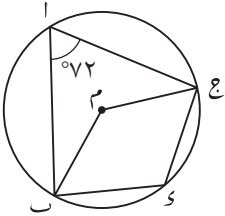
٣) أوجد قياس كل زاوية من زوايا الشكل الرباعي الدائري المجاور.

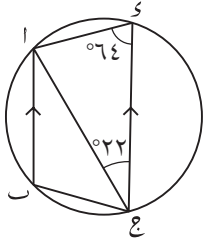


٤) إذا كان $\overline{AB}$ أحد أقطار الدائرة في الرسم المجاور، أوجد $\widehat{A}$ و $\widehat{B}$



٥) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\widehat{A} = 72^\circ$ ، أوجد $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$





٦ إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ في الرسم المجاور، وكان $\widehat{AOC} = 64^\circ$ ، وكان $\widehat{BOC} = 22^\circ$ ، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية.

ب $\widehat{AOC}$

ا $\widehat{BOC}$

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

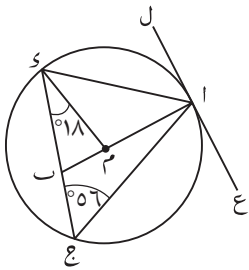
ج $\widehat{AOC}$

تمارين ٤-٢-ج

١ في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\overline{L}$ مماس للدائرة في ا، وكان $\widehat{BOM} = 18^\circ$ ، وكان $\widehat{AOC} = 56^\circ$ ، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية.

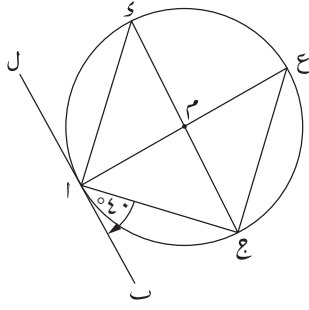
ب $\widehat{BOM}$

ا $\widehat{AOC}$



_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

ج $\widehat{AOC}$



٢) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، ل مماس للدائرة في أ،
 و $\angle \text{ب أ ج} = 40^\circ$ ، أوجد قياس كل من الزوايا التالية.
 برهن إجابتك.

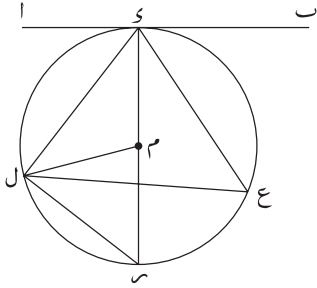
ب $\angle \text{أ ع ج}$

أ $\angle \text{أ ج ع}$

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

ج $\angle \text{أ ج أ}$

تمارين متنوعة



١) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\overline{AB}$ مماس للدائرة في س،

و س، ع، ل أربع نقاط على محيطها،

حدّد ما إذا كانت كل عبارة من العبارات التالية صحيحة أم خطأ:

أ $\angle LSC = \angle LEC$ _____

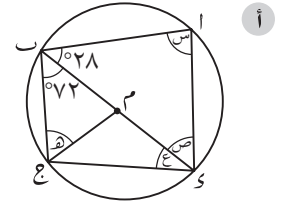
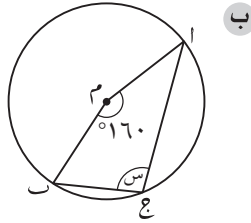
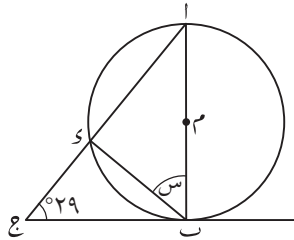
ب $\frac{1}{4} \angle LSC = \angle LMC$ _____

ج $2 \angle LSC = \angle LMC$ _____

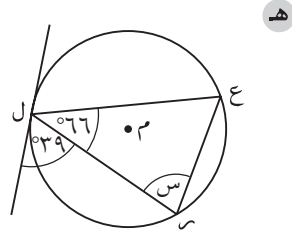
د $\angle LSC = \angle LMC$ _____

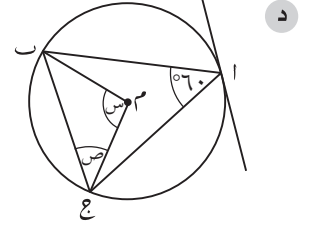
٢) إذا كانت م مركز الدائرة في كل شكل من الأشكال التالية، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المُشار إليها بحرف. برهن

إجابتك.

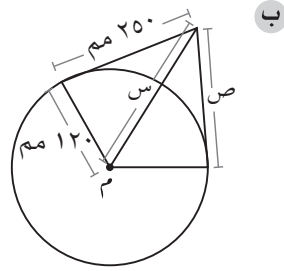


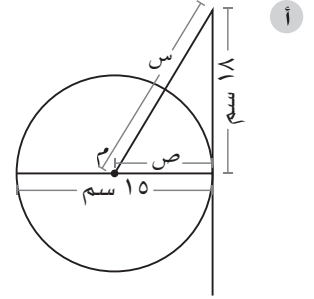
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____





٣) إذا كانت م مركز الدائرة في كل من الشكلين التاليين، أوجد قيمة س ، ص في كل حالة:





الوحدة الخامسة: المقاييس الإحصائية والانتشار

١-٥ المقاييس الإحصائية

١-٥-أ

الأنواع المختلفة من المقاييس الإحصائية

- يمكن تلخيص البيانات الإحصائية باستخدام المقاييس الإحصائية.
- يوجد ثلاثة أنواع من المقاييس الإحصائية، هي: الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
- المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة.
- الوسط الحسابي هو ناتج قسمة مجموع كل القيم على عدد القيم في مجموعة البيانات. قد لا يكون الوسط الحسابي قيمة من قيم البيانات.
- - يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة في مجموعة البيانات، وتُعرف القيمة المتطرفة بأنها القيمة التي تكون أصغر بكثير أو أكبر بكثير من باقي القيم في مجموعة البيانات. تؤثر القيم المتطرفة في الوسط الحسابي وتجعله أقل تمثيلاً لمجموعة البيانات.
- الوسيط هو القيمة التي تتوسط قيم مجموعة البيانات بعد ترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً.
- - عندما يكون عدد القيم في مجموعة البيانات زوجياً، يكون الوسيط هو الوسط الحسابي لزوج القيم الموجودة في وسط البيانات.
- المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً في قيم مجموعة البيانات.
- - عندما تكون في مجموعة البيانات قيمتان هما الأكثر تكراراً، يُقال إن مجموعة البيانات ثنائية المنوال، وعندما يتساوى تكرار كل القيم، نقول إن هذه البيانات ليس لها منوال.

تمارين ١-٥-أ

(١) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية:

٦ ٦ ٧ ٤ ٦ ٩ ٥ ١

٢٣	٢٨	١٥	٢٧	١٨	٣٨	٢١	٤٠	٢٧	ب
١٢	١٣	١٤	١٢	١٢	١٣	١٥	١٦	١٤	ج
٤	٤	٤	٥	٥	٥	٦	٦	٦	د
٤	٤	٤	٤	٥	٥	٦	٦	٦	هـ
٤	٤	٥	٥	٥	٦	٦	٦	٦	و

(٢) في اختبار للرياضيات (من ٢٠ درجة)، سجّل خمسة طلاب وسطًا حسابيًا مقداره ١٤,٨

أ أي مجموعة من البيانات التالية تتناسب هذا الوسط الحسابي؟

١٤ (١)	١٦	١٧	١٥	١٧	(٢) ١٢	١٣	١٢	١٩	١٩
١٢ (٣)	١٩	١٢	١٨	١٣	(٤) ١٣	١٧	١٥	١٦	١٧
١٩ (٥)	١٩	١٢	٠	١٩	(٦) ١٥	١٥	١٥	١٥	١٤

ب قارن بين مجموعات الأعداد التي حصلت عليها في إجابتك عن الجزئية (أ)، ثم وضح كيف تحصل على نفس الوسط الحسابي من مجموعات مختلفة من البيانات.

(٣) إذا كان الوسط الحسابي لخمس عشرة عددًا يساوي ١٧، فما مجموع هذه الأعداد؟

مُساعدَة

تحصل على الناتج الإجمالي لمجموع القيم عندما تضرب الوسط الحسابي في عدد القيم. يساعدك ذلك على حل المسائل كالتمرين (٢).

- ٤) إذا كان مجموع ٢١ عدداً يساوي ٣١٢,٨، فأَيُّ من الأعداد التالية هو الأقرب إلى الوسط الحسابي للـ ٢١ عدداً: ١٤، ١٥، ١٦، ١٧؟

- ٥) يريد أحد المهندسين الزراعيين معرفة المزرعة التي تنتج أبقارها حليباً أفضل. فإذا كانت أبقار المزرعة (أ) تنتج ٢٤٩٠ لتراً من الحليب يومياً، وتنتج أبقار المزرعة (ب) ١٨٩٠ لتراً من الحليب يومياً، ولكن لا تتوفر معلومات كافية لاتخاذ القرار في المزرعة التي تنتج أبقارها حليباً أفضل، فما المعلومات الأخرى التي سيحتاج المهندس الزراعي إليها ليقارن بها أفضلية الإنتاج - من الحليب - بين المزرعتين؟

- ٦) يتضمّن الصف العاشر ستّ طلاب لديهم ٤ إخوة، وسبع طلاب لديهم ٥ إخوة، وثمانية طلاب لديهم ٣ إخوة، وتسعة طلاب لديهم أخوان اثنان، وعشرة طلاب لديهم أخ واحد.
- أ) ما الوسط الحسابي لعدد إخوة الطلاب الموجودين في الصف؟
- ب) ما المنوال لعدد الإخوة؟

مُساعدة

قد يكون من المفيد رسم جدول تكراري لحلّ المسائل المُشابهة.

- ٧) صرّح مدير أحد المصانع بأن موظّفيه سيحصلون على زيادة في الراتب تتراوح بين ٦ ريالات عُمانية و٦٠ ريالاً عُمانياً. ويبيّن الجدول التالي الرواتب قبل الزيادة والرواتب الجديدة بعد الزيادة لموظّفي المصنع:

الراتب بعد الزيادة (بالريال العماني)	الراتب قبل الزيادة (بالريال العماني)	
٢٤٠	١٨٠	أربعة موظّفين من الفئة (أ)
٢٠٠	١٧٠	موظّفان من الفئة (ب)
١٧٠	١٦٠	ستّة موظّفين من الفئة (ج)
١٥٦	١٥٠	ثمانية موظّفين من الفئة (د)

- أ) أحسب الوسط الحسابي للزيادة في رواتب كل الموظّفين.

- ب احسب المنوال للزيادة في رواتب كل الموظفين .
- ج احسب الوسيط للزيادة في رواتب كل الموظفين .
- د ما عدد الموظفين الذين حصلوا على زيادة تقع بين ٢٠ ريالاً عُمانياً و ٤٠ ريالاً عُمانياً؟
- هـ هل كان تصريح المدير صحيحاً؟ فسّر إجابتك .

٥-١-ب إجراء مقارنات باستخدام المقاييس الإحصائية

- يمكنك استخدام المقاييس الإحصائية للمقارنة بين مجموعتي بيانات أو أكثر، ولكن قد تكون تلك المقاييس مُضلّة. لذا من المفيد العمل بمقاييس إحصائية أخرى إضافة إليها.
- المدى هو أحد مقاييس الانتشار ويُستخدم لقياس انتشار البيانات. المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة
- كلما كانت قيمة المدى كبيرة، دلّت على أن البيانات مُنتشرة بشكل واسع، وبالتالي فإن المقاييس الإحصائية لن تكون مُمثّلة لمجموعة البيانات.

تمارين ٥-١-ب

١ أوجد لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية، المقياس الإحصائي الذي لا يُمثّل قيم المجموعة:

مُساعدة

عندما يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة، يُفضّل استخدام الوسيط لتمثيل البيانات.

أ ٦ ٢ ٥ ١ ٥ ٧ ٢ ٣ ٨

ب ٢ ٠ ١ ٣ ١ ٦ ٢ ٩ ١٠ ٣ ٢ ٠

ج ٢١ ٢٩ ٣٠ ١٤ ٥ ١٦ ٣ ٢٤ ١٧

٢ تبين البيانات التالية درجات ٢٠ طالباً في أحد الاختبارات (من ٢٠ درجة):

١٧ ١٨ ١٧ ١٤ ٨ ٣ ١٥ ١٨ ٣ ١٥

٠ ١٧ ١٦ ١٧ ١٤ ٧ ١٨ ١٩ ٥ ١٥

أ احسب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لدرجات الطلبة.

مُساعدة

يدلّك المنوال على القيمة الأكثر تكراراً فقط، أي ليس من الضروري أن يُمثّل كل مجموعة البيانات.

ب لماذا يُعدّ الوسيط أفضل مقياس إحصائي لهذه المجموعة من البيانات؟

(٣) يبيّن الجدول التالي الزمن (بالدقائق والثواني) الذي حقّقه عدّاءان في ركض مسافة ٨٠٠ م، خلال موسم كامل:

سعيد	٢ دقيقة ٢,٥ ثانية	٢ دقيقة ١,٧ ثانية	٢ دقيقة ٢,٢ ثانية	٢ دقيقة ٣,٧ ثوانٍ	٢ دقيقة ١,٧ ثانية	٢ دقيقة ٢,٩ ثانية	٢ دقيقة ٢,٦ ثانية
سمير	٢ دقيقة ٢,٤ ثانية	٢ دقيقة ١,٨ ثانية	٢ دقيقة ٢,٣ ثانية	٢ دقيقة ٤,٤ ثوانٍ	٢ دقيقة ٠,٦ ثانية	٢ دقيقة ٢,٢ ثانية	٢ دقيقة ١,٢ ثانية

أ أي عدّاء كان أداؤه أفضل؟ لماذا؟

ب أي عدّاء كان أداؤه أكثر ثباتاً؟ لماذا؟

٢-٥ الجداول التكرارية

٢-٥-أ حساب المقاييس الإحصائية للبيانات التكرارية

- يمكن حساب الوسط الحسابي باستخدام الجدول التكراري، وذلك بإضافة عمود إلى الجدول يُسجل فيه حاصل ضرب القيمة × التكرار، الوسط الحسابي = $\frac{\text{المجموع الكلي (القيمة} \times \text{التكرار)}}{\text{المجموع الكلي لعمود التكرارات}}$.
- يمكن إيجاد المنوال بالنظر إلى عمود التكرار في الجدول التكراري، حيث يكون المنوال القيمة ذات التكرار الأكبر.
- تكون البيانات في الجدول التكراري مُرتَّبة بحسب قيمة كل منها. لإيجاد الوسيط، أوجد موقعه في البيانات، ثم اجمع التكرارات حتى تصل إلى تلك القيمة أو تتخطَّها. الوسيط هو تلك القيمة.
- يمكنك إيجاد المدى والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات باستخدام مُخطَّط الساق والورقة المُرتَّب. يُبيِّن مُخطَّط الساق والورقة أيضًا توزيع البيانات بصريًا.

تمارين ٢-٥-أ

(١) أنشئ جدولًا تكراريًا للبيانات التالية، ثم احسب كلًا من:

أ الوسط الحسابي ب المنوال ج الوسيط د المدى

١	٢	٢	٢	٢	٣	٣	٤	٣	٠
٠	٠	٢	٢	٢	٦	٣	٤	٣	٣
١	٢	٣	٣	٣	٤	٢	٣	٤	٥
٤	٢	٠	٠	٠	١	١	١	١	٣

(٢) احسب لكل مجموعة من المجموعات التالية:

أ الوسط الحسابي للدرجات ب وسيط الدرجات ج منوال الدرجات

مجموعة البيانات (١)

الدرجة	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	١٢	١٤	١٥	١٢	١٥	١٢

مجموعة البيانات (٢)

الدرجة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠
التكرار	١٣	٢٥	٢٢	٣١	١٦	٢٣	٢٧	١٩

مجموعة البيانات (٣)

الدرجة	١,٥	٢,٥	٣,٥	٤,٥	٥,٥	٦,٥
التكرار	١٥	١٢	١٥	١٢	١٠	٢١

(٣) تُظهر البيانات التالية أعمار ١٥ شخصًا بالسنوات:

٢١	٣٠	١٦	١٧	٢٢	٤١	٣٤	٢٥
٤٩	٣٥	٢٥	١٩	٢٩	٢٩	٣٨	

أ أنشئ مخطط الساق والورقة لعرض البيانات.

ب أوجد مدى الأعمار باستخدام المخطط.

ج أوجد وسيط الأعمار باستخدام المخطط.

٤) تُبيّن مجموعة البيانات التالية كتل ٣٠ طالبًا و ٣٠ طالبة بالكيلوغرام شاركوا في مباراة رياضية:

الطلاب:	٨٠	٥٦	٥٧	٦٠	٨١	٧٠	٦١	٥٧	٥٨	٧٠	٧٧	٦٩	٧١	٧٢	٧٢
	٦١	٥٩	٦٨	٧٦	٦٢	٦٦	٧٣	٦٥	٦٤	٦٦	٦٦	٧٤	٧٥	٦٦	٧٤
الطالبات:	٧١	٦٨	٦٢	٤٠	٤٩	٥٩	٥٩	٧٢	٦٦	٦٧	٦٣	٥١	٤٧	٤٩	٦٤
	٦٦	٥٢	٥٩	٦٤	٥٣	٥٨	٤٨	٥٧	٥٧	٤٧	٦٦	٥٤	٦٥	٥٦	٥٤

أ) أنشئ مخطط الساق والورقة المزدوج لعرض البيانات.

ب) قارن بين كتل المجموعتين مستخدمًا المدى والوسيط لكل مجموعة بيانات.

٥-٢-ب حساب المقاييس الإحصائية والمدى لبيانات مُتَّصِلَة مُجَمَّعة في فئات

- يمكن للبيانات المُتَّصِلَة أن تتَّخذ أي قيمة تقع بين قيمتين مُحدَّدتين.
- عندما تُعطى جدول تكراري يتضمَّن بيانات مُجَمَّعة (في فئات)، لا يمكن لك معرفة القيم الحقيقية، بل تعرف فقط الفئات التي تقع فيها. هذا يعني أنك لا تعرف كيف تجد الوسط الحسابي أو الوسيط أو المنوال الدقيق، بل تلجأ إلى تقدير كل منها.
- لتقدير الوسط الحسابي، عليك استخدام مراكز الفئات الواردة في الجدول.
 - مركز الفئة هو الوسط الحسابي للقيمتين (الصُّغرى والعُظمى) الواقعتين في طرفي الفئة.
 - تُسمَّى القيمتان الصُّغرى والعُظمى في الفئة بالحدود الدنيا والحدود العليا للفئة.
 - يمكنك تقدير الوسط الحسابي عندما تجد مراكز الفئات: الوسط الحسابي التقديري
$$= \frac{\text{المجموع الكلي (المركز} \times \text{التكرار)}}{\text{مجموع التكرارات}}$$
- الفئة المنوالية هي الفئة التي تحتوي على أكبر تكرار.
- الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقع فيها القيمة الوسطى في البيانات. أوجد موقع الوسيط (التكرار الكلي $\div 2$) ثم اجمع المجاميع في عمود التكرارات حتى تصل إلى ذلك الموقع لتجد الفئة الوسيطية.

تمارين ٥-٢-ب

(١) يبيِّن الجدول التالي الدرجات (د) التي حصل عليها مجموعة من الطلبة في الاختبار النهائي:

الدرجات (د)	التكرار (ت)	المركز	التكرار $\times$ المركز
$0 \leq d < 10$	٢		
$10 \leq d < 20$	٥		
$20 \leq d < 30$	١٣		
$30 \leq d < 40$	١٦		
$40 \leq d < 50$	١٤		
$50 \leq d < 60$	١٣		
المجموع			

أ) أكمل الجدول.

ب) أوجد الوسط الحسابي التقديري للدرجات.

مُساعدة

غالبًا ما تُعطى الفئات باستخدام رموز المُتباينات. مثل:

$$0 \leq d < 10$$

والتي تُعبِّر عن القيم المساوية أو أكبر من الصفر والقيم الأصغر من ١٠.

الفئة التالية تحمل قيمًا مساوية أو أكبر من ١٠ وقيمًا أصغر من ٢٠، لذا تقع القيمة ١٠ في الفئة الثانية.

ج في أي فئة يقع منوال الدرجات؟

د ما هي الفئة الوسيطة للدرجات؟

(٢) يبين الجدول التالي عدد الكلمات (ك) التي يطبعها بعض من مُبرمجي الحواسيب في الدقيقة.

مُساعدة

في بعض الكتب، يُطلق على مركز الفئة اسم نقطة المُنتَصَف.

الكلمات في الدقيقة (ك)	التكرار (ت)
$31 > ك \geq 36$	٤٠
$36 > ك \geq 41$	٧٠
$41 > ك \geq 46$	٨٠
$46 > ك \geq 51$	٩٠
$51 > ك \geq 55$	٦٠
$55 > ك \geq 60$	٢٠
المجموع	

أ قدر الوسط الحسابي لعدد الكلمات المطبوعة في الدقيقة.

ب كم كلمة يطبع معظم مبرمجي الحواسيب في الدقيقة؟

ج ما الفئة الوسيطة لعدد الكلمات المطبوعة؟

د ما المدى لعدد الكلمات المطبوعة؟

٣-٥ المئينات والرُّبَيعات والمخطط الصندوقي

١-٣-٥ المئينات والرُّبَيعات

- تُستخدم المئينات لتجزئة مجموعة بيانات إلى ١٠٠ مجموعة متساوية. إذا كانت درجتك في المئيني الثمانين تعني أن ٨٠٪ من الدرجات الأخرى أدنى من درجتك.
- تُستخدم الرُّبَيعات لتجزئة مجموعة بيانات إلى ٤ مجموعات متساوية (أرباع).
 - الرُّبَيع الأدنى (r_1) هو القيمة التي يكون ربع البيانات أقلّ منها.
 - الرُّبَيع الثاني (r_2) هو وسيط البيانات.
 - الرُّبَيع الثالث (r_3) هو القيمة التي يكون ثلاثة أرباع البيانات أقلّ منها (أي أن ربع البيانات المتبقّي يكون أكبر منها).
- المدى الرُّبَيعي = $r_3 - r_1$

تمارين ١-٣-٥

- (١) احسب لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية الوسيط والرُّبَيع الأدنى والرُّبَيع الأعلى والمدى الرُّبَيعي:

أ ٦٧ ٤٤ ٦٣ ٥٦ ٤٦ ٤٨ ٥٥ ٦٣

ب ١٧ ١٨ ١٧ ١٤ ٨ ٣ ١٥ ١٨ ٣ ١٥

ج ٠,٨ ١,٣ ٠,٧ ١,٤ ٢,٣ ٠,٤

د ١ ٠ ٢ ٢ ٠ ٤ ١ ٣

٣ ٤ ٥ ٤ ٥ ٥ ١ ٢

مُساعدَة

يمكنك إيجاد موقع الرُّبَيعات باستخدام الصيغ التالية، حيث تمثل n عدد أجزاء البيانات:

$$\text{موقع } r_1 = \frac{1}{4}(n + 1)$$

$$\text{موقع } r_2 = \frac{1}{2}(n + 1)$$

$$\text{موقع } r_3 = \frac{3}{4}(n + 1)$$

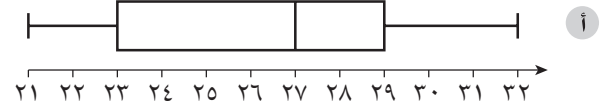
عندما يقع الرُّبَيع بين قيمتين أوجد الوسيط الحسابي لهما.

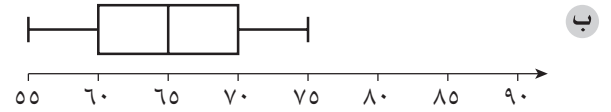
٥-٣-ب المخطط الصندوقي

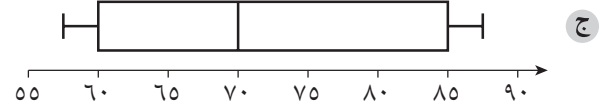
- يبيّن المخطط الصندوقي توزيع مجموعة بيانات في صورة صندوق ومستقيمين (طرفين) مرتبطين به.
- لإنشاء المخطط الصندوقي، استخدم خمسة مقاييس إحصائية، هي: القيمة الصغرى والقيمة العظمى، الرُّبُيع الأدنى والرُّبُيع الأعلى والوسيط.
- يمثل الصندوق قيم الوسيط والرُّبُيع الأدنى والرُّبُيع الأعلى؛ ويمدّد الطرفان إلى القيمتين العُظمى والصُّغرى في البيانات.
- يمكن إنشاء المخططات الصندوقية لأكثر من مجموعة بيانات على نفس خطّ الأعداد لمقارنة مركز وانتشار كل توزيع.

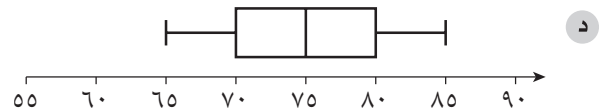
تمارين ٥-٣-ب

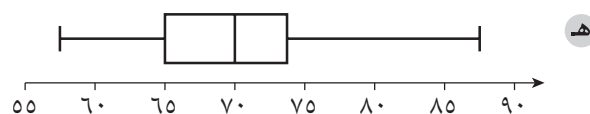
- ١) استخدم المخطط الصندوقي التالي لإيجاد الوسيط والمدى والرُّبُيع الأعلى والرُّبُيع الأدنى والمدى الرُّبُيعي لكل مجموعة من البيانات:











٢) تبين مجموعة البيانات التالية عدد النقاط التي حصل عليها ٢٠ لاعب كرة سلة في إحدى البطولات:

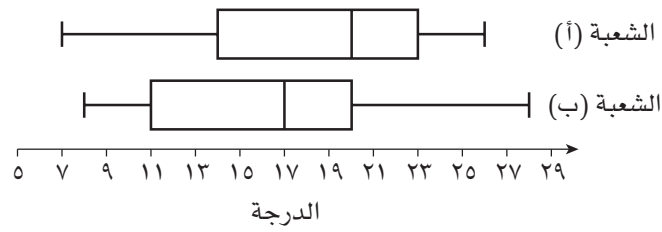
٢٣ ٢٥ ٢٥ ٢٧ ٢٧ ٢٩ ٣٠ ٣٢ ٣٢ ٣٢ ٣٣ ٣٧ ٣٩ ٤٧ ٥٧
٦١ ٦٥ ٧٥ ٨٨ ١٠٩

أ) أنشئ مخططاً صندوقياً لعرض البيانات.

ب) ما المدى الربيعي لمجموعة البيانات؟

ج) القيمة المتطرفة هي القيمة التي تبعد عن أحد طرفي الصندوق مسافة تُعادل ١,٥ مرة من المدى الربيعي. أثبت أن ١٠٩ قيمة متطرفة.

٣) بيّن المخطّطان الصندوقيّان التاليان درجات طلبة شعبتين (من ٣٠ درجة) من طلبة الصف العاشر في أحد الاختبارات:



أ) لخص بيانات كل شعبة.

ب) قارن بين أداء طلبة كل شعبة من الشُعْبَتَيْن في الاختبار.

تمارين متنوعة

(١) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية:

١٠	٧	٦	٨	٥	٤	٧	٦	٥	٦	أ
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
	١	٢	٢	١	٢	٤	٢	٣	٦	ب
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
			١٢,٦	١٨,٦	٧,٥	١٢,٨	١٩,٤	١٣,٢	١٢,٥	ج
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____

(٢) يبلغ الوسط الحسابي لأوّل عددين متتاليين ٩,٥ والوسط الحسابي للثمانية أعداد المتتالية التالية ٤,٧

أ) أوجد مجموع أوّل عددين.

ب) ما قيمة هذين العددين؟

ج) أوجد الوسط الحسابي للأعداد العشرة جميعها.

(٣) تباع ثلاث شركات أدوات إلكترونية. تم أخذ عينة مقدارها ١٠٠ أداة إلكترونية من كل شركة، لقياس فترة عمل كل أداة بالأسابيع. يبين الجدول التالي الوسط الحسابي والمدى لكل شركة:

الشركة	الوسط الحسابي (بالأسابيع)	المدى (بالأسابيع)
الشركة (أ)	١٣٧	١٦
الشركة (ب)	١٤٥	٣٩
الشركة (ج)	١٤١	١٦

إذا أراد أحدهم شراء أداة إلكترونية، فأى الشركات تتصحه بالشراء منها؟

٤) بيّن الجدول التكراري التالي ٥٠ مُكعّبًا بأحجام مختلفة:

الحجم (سم ^٣)	٢	٣	٤	٥	٦	٧
التكرار	٤	٧	٩	١٢	١٠	٨

أ) أوجد الوسط الحسابي لحجم المُكعّبات.

ب) ما الحجم الأكثر تكرارًا؟

ج) ما وسيط حجم المُكعّبات؟

٥) توضّح مجموعتا البيانات التالية درجات الاختبار في مادتي الكيمياء والرياضيات لنفس المجموعة من الطلبة (من ١٠٠ درجة) درجات مادة:

درجات مادة الكيمياء:

٤٨	٣٩	٢٢	٧٩	٧١	١٩	٦٨	٤٧	٧٧	٥٨	٧٦	٨٩
٨٥	٨٢	٨٥	٧٩	٤٥	٨٢	٨٠	٩١	٩٩	٥٥	٦٥	٨١

درجات مادة الرياضيات:

٩١	٧٣	١٢	٨٨	٦٩	١٣	٨٨	٨٤	٨٠	٨١	٨٣	٩٨
٧٠	٧٠	٧٢	٧١	٧٢	٧٣	٧٦	٧٤	٨٠	٨١	٨٢	٨٤

أ) أنشئ مخطط الساق والورقة المزدوج لعرض البيانات، مستخدمًا فترات مداها ١٠

ب) كم طالبًا حصلوا على امتياز (درجة ٩٠ أو أعلى) في كل مادة؟

ج أي مادة كان أداء الطلبة فيها أفضل؟ فسّر إجابتك.

٦ بيّن الجدول التكراري التالي عدد الأشخاص الذين زاروا أحد المتاحف:

التكرار	العمر (ع) (بالسنوات)
١٣	$٠ < ع < ١٠$
٢٨	$١٠ \leq ع < ٢٠$
٣٩	$٢٠ \leq ع < ٣٠$
٤٦	$٣٠ \leq ع < ٤٠$
٤٨	$٤٠ \leq ع < ٥٠$
٣١	$٥٠ \leq ع < ٦٠$
١٩	$٦٠ \leq ع < ٧٠$
	المجموع

أ أوجد الوسط الحسابي التقديري لأعمار الأشخاص الذين زاروا المتحف.

ب ضمن أي فئة عمرية تقع أعمار معظم الزائرين؟

ج ما وسيط أعمار الأشخاص الذين زاروا المتحف؟

د لماذا لا تستطيع حساب الوسط الحسابي الدقيق لمجموعة البيانات؟

٧ تبين مجموعة البيانات التالية عدد الأشخاص الذين زاروا أحد النوادي في أيام مختلفة:

١٨ ، ١٩ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢١ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢٣ ، ١٨ ، ٢٣ ، ٢٣

أ أوجد وسيط البيانات.

ب ما مدى البيانات؟

ج أوجد الرُّبَّيع الأدنى (r_1) والرُّبَّيع الأعلى (r_3)، ثم أوجد المدى الرُّبَّيعي.

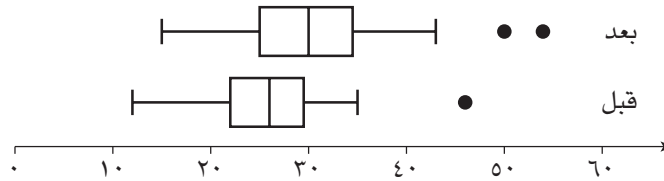
د قارن بين المدى والمدى الرُّبَّيعي. بماذا تفسّر ذلك؟

٨ صرّح أحد المعلّمين أن الطلبة الذين حصلوا على درجة تقع في المئيني ٦٠ في أحد الاختبارات سيخضعون لإعادة الاختبار، وعند إعلان نتائج الاختبار تبين أن ١٥ طالباً من أصل ٢٦ يجب عليهم إعادة الاختبار.

أ ما هو استنتاجك حول درجات الطلبة في الاختبار؟

ب ما هو استنتاجك بالنسبة إلى الأداء العام لطلبة الصف في الاختبار؟

٩ قرّر ٢٠ شخصاً الاشتراك في أحد النوادي الرياضية، بحيث يزورون النادي ثلاث مرّات في الأسبوع لمدة شهر كامل. فقام المدرّب بتسجيل عدد الحركات الرياضية (في الدقيقة) التي كان كل مُشترك يُنفّذها قبل الاشتراك في النادي، وعدد الحركات التي أصبح يُنفّذها بعد الاشتراك. بيّن المخطّط الصندوقي التالي النتائج. وتُشير النقاط الواردة على المخطّط إلى القيم المُتطرّفة:



قارن بين مجموعتي البيانات موضّحاً تأثير التدريبات الرياضية على أداء المشتركين.

الوحدة السادسة: التناسب

١-٦ التناسب الطردي والتناسب العكسي في الحدود الجبرية

- عندما تتناسب كميتان s ، v طردياً ، فإن $s = k \times v$ حيث k مقدار ثابت.
- عندما تتناسب كميتان s ، v عكسياً ، فإن $s = \frac{k}{v}$ حيث k مقدار ثابت.

تمارين ١-٦

(١) إذا علمت أن (أ) تتغير طردياً مع (ب) وأن (أ = ٥٦) عندما (ب = ٨) :

أ أوجد قيمة ثابت التناسب (ب).

ب أوجد قيمة (أ) عندما (ب = ١٢)

مُساعدة

يشير الرمز ∞ إلى التناسب.

(٢) يبين الجدول التالي قيم (م) ، (ن). أثبت أن (ن $\propto$ م) :

م	٧,٥	١١,٥	١٨
ن	١٦,٣٥	٢٥,٠٧	٣٩,٢٤

٣ إذا علمت أن (ف $\propto$ م) وأن (ف = ١٦) عندما (م = ٢):

أ أوجد قيمة (ف) عندما (م = ٥)

ب أوجد قيمة (م) عندما (ف = ٣٦)

٤ الجدول التالي يوضح المعادلة (س ص = ث). أوجد القيم المجهولة (أ) و (ب) و (ج):

س	٣	٦	ب	٩
ص	٤	أ	١,٥	ج

٥ إذا كانت (ص $\propto$ $\frac{1}{س}$) و (ص = ٥) عندما (س = ٤):

أ أوجد قيمة (ص) عندما (س = ١٠)

ب أوجد قيمة (س) عندما (ص = ٤٠)

٦ تتناسب (ص) طردياً مع (س^٢) و (ص = ٥٠) عندما (س = ٥)

أ اكتب معادلة تمثل هذه العلاقة.

ب أوجد قيمة (ص) عندما (س = ٢٥)

ج أوجد قيمة (س) عندما (ص = ١٦٢)

٧) إذا علمت أن ص تتناسب عكسيًا مع $\sqrt{s}$ وأن (ص = ٢٠) عندما (س = ١٦)،
 أ) اكتب معادلة تمثل هذه العلاقة.

ب) أوجد قيمة (ص) عندما (س = ١٠٠)

ج) أوجد قيمة (س) عندما (ص = $\frac{1}{3}$)

٨) إذا علمت أن (أ) تتغير عكسيًا مع (ب) وأن (أ = ١٠) عندما (ب = ١٦)،
 أ) أوجد قيمة (ب) عندما (أ = ٤)

ب) أوجد قيمة (أ) عندما (ب = ٩)

٩) تبين الصيغة (ص = $\frac{10}{s}$) العلاقة بين (س) ، (ص).
 أ) أوجد قيمة (ص) عندما (س = ٤)

ب) احسب قيمة (س) عندما (ص = ٥)

١٠) حبل طوله ١٨ مترًا، تم تقطيعه إلى (ص) قطعة متساوية، طول كل منها (س) متر:
 أ) أثبت أن (ص) تتناسب عكسيًا مع (س).

ب) اكتب معادلة تصف العلاقة بين (س) ، (ص).

ج) أوجد قيمة (ص) عندما (س = ٠,٥) متر.

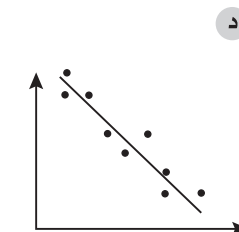
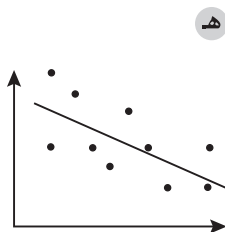
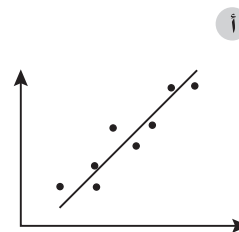
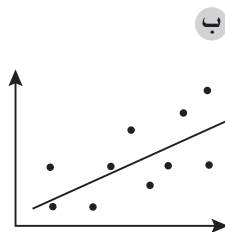
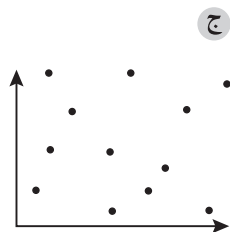
الوحدة السابعة: المزيد من التمثيلات الإحصائية

١-٧ بيانات بمتغيرين

- يُطلق على تجميع بيانات مجموعتين بأزواج مُرتّبة اسم بيانات بمتغيرين. يمكنك مثلاً تجميع البيانات حول أطوال عدد من الطلبة وكتلهم.
- يمكن رسم بيانات بمتغيرين في مخطط الانتشار، وذلك للبحث عن الارتباط بين بيانات المتغيرين. فإذا أردت مثلاً أن تعرف ما إذا كانت كتل الطلبة الأطول أثقل من كتل الطلبة الأقصر، يمكنك رسم مجموعتي البيانات (الطول والكتلة) في مخطط الانتشار.
- يكون الارتباط موجباً أو سالباً، قوياً أو ضعيفاً. وعندما لا تتبّع النقاط نمطاً محدداً، لا يكون هناك أيّ ارتباط.
- يمكن رسم المستقيم الأفضل تمثيلاً في مخطط الانتشار لوصف الارتباط، حيث يجب أن يتبّع هذا الخط اتجاه النقاط على التمثيل البياني، كما يمكنك استخدام المستقيم الأفضل تمثيلاً لتقدير قيمة معينة داخل مدى البيانات المعطاة. وعلى الصعيد الإحصائي، لن تكون النتائج المُستخلصة من تقدير القيم خارج النقاط المرسومة نتائج دقيقة.

تمارين ١-٧

(١) طابق كل تمثيل بياني من التمثيلات البيانية التالية مع الوصف المُعطى للارتباط أدناه:



(٣) موجب قوي

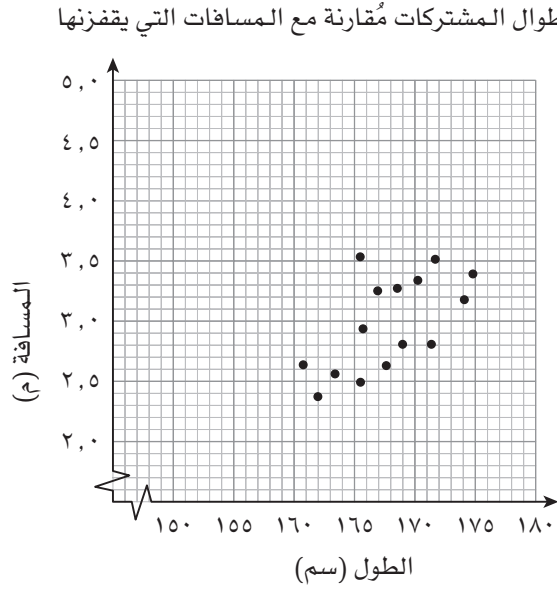
(٢) لا يوجد ارتباط

(١) سالب ضعيف

(٥) موجب ضعيف

(٤) سالب قوي

٢) جمعت سلمى بيانات ١٥ مشتركة في النشاط الرياضي في مدرستها، وأرادت معرفة ما إذا كان هناك ارتباط بين أطوال المشتركات والمسافات التي يقفزنها في لعبة الوثب الطويل. فقامت برسم مخطط الانتشار التالي لعرض البيانات التي جمعتها:



أ) ارسم المستقيم الأكثر الأفضل على مخطط الانتشار.

ب) استخدم المستقيم الأكثر الأفضل لتقدير المسافة التي تقفزها إحدى المشتركات التي يبلغ طولها ١٦٥ سم.

ج) يتضح من خلال أطوال المشتركات في مدرسة سلمى، أن أعلى رقم قياسي تم تسجيله في الوثب الطويل قد بلغ ٤,٠٧ م. ما طول الفتاة التي يمكن أن تبلغ هذا الرقم القياسي المسجل في الوثب الطويل؟

د) صف الارتباط المبيّن في مخطط الانتشار.

هـ) على ماذا يدل الارتباط بين طول المشتركات والمسافة التي يقفزنها في الوثب الطويل؟

(٣) يُبين الجدول التالي أعمار ١٠ طلاب والمسافات التي يقطعونها خلال نصف ساعة في السباحة:

مُساعدة

عندما يكون الزمن أحد المتغيّرات، يكون هو المتغيّر المستقلّ عادة. لذلك يتمّ رسمه على المحور الأفقي.

الطالب	العمر (بالسنوات)	المسافة (م)
أمين	١٢	٢٠٠
بلال	٨	٣٥٠
سالم	٧	٤٠٠
جاسم	١٣	٤٥٠
سعيد	٩	٥٥٠
وليد	١٠	٣٥٠
زاهر	٦	٠
حسن	١٢	٥٠٠
طلال	٩	٢٥٠
ياسر	١١	٣٠٠

أ ما المتغيّر التابع؟

ب ارسم مخطط انتشار للبيانات.

ج صف الارتباط بين المتغيّرين.

د ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

هـ) قدّر عُمر سامي إذا علمت أنه يستطيع قطع مسافة ٤٥٠ م في نصف ساعة أثناء السباحة.

و) هل تتّصف إجابتك في الجزئية (هـ) بالثبات؟

ز) ما المسافة التي يمكن أن يقطعها سلطان (عمره ١٥ سنة) في نصف ساعة أثناء السباحة؟

٢-٧ المَدْرَج التكراري

- المَدْرَج التكراري هو نوع خاص من التمثيلات البيانية، يُستخدم لعرض بيانات عددية مُجمَّعة باستخدام مقياس مُتَّصل على المحور الأفقي. (يعني ذلك عدم وجود فراغات بين فئات البيانات، أي أنَّ الفئة الجديدة تبدأ حيث تنتهي الفئة السابقة لها)
- يتمَّ رسم كل عمود فوق فئة مُحدَّدة، لأنَّ المقياس مُتَّصل.
- عندما تكون الفئات متساوية في الطول، يكون للأعمدة العرض نفسه، ومن الطبيعي في هذه الحالة أن يُسمَّى المحور الرأسي بالتكرار.
- عندما لا تكون الفئات متساوية في الطول، يعرض المحور الرأسي كثافة التكرار.
- $\text{كثافة التكرار} = \frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$. يتمثَّل التكرار في مساحة كل عمود.
- يظهر الفراغ بين الأعمدة فقط عندما يكون تكرار أو كثافة تكرار إحدى الفئات صفرًا.

تمارين ٢-٧-أ

(١) بيِّن الجدول التالي درجات مجموعة من الطلبة في اختباري الرياضيات واللغة العربية:

تذكَّر أن الأعمدة لا تتخلَّلها فراغات: استخدم الحدين الأعلى والأدنى في كل فئة لتجنُّب الفراغات.

الفئة	التكرار في درجات اختبار اللغة العربية	التكرار في درجات اختبار الرياضيات
١٠-١	٠	٠
٢٠-١٠	٣	٢
٣٠-٢٠	٧	٥
٤٠-٣٠	٤	٦
٥٠-٤٠	٢٩	٣٤
٦٠-٥٠	٥١	٤٨
٧٠-٦٠	٤٠	٤٥
٨٠-٧٠	١٢	٦
٩٠-٨٠	٣	٢
١٠٠-٩٠	١	٢

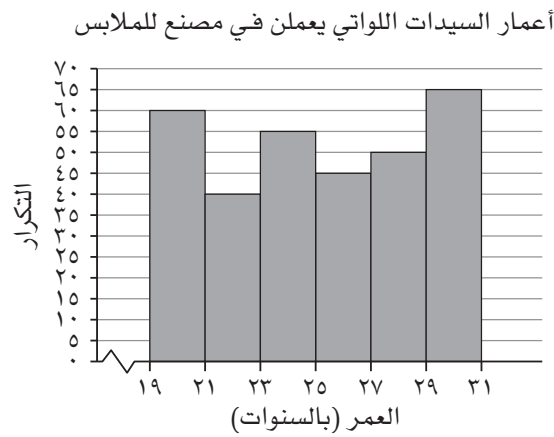
- أ ارسـم مُدرّجـين تـكراريـن مُنفـصلـين، يعـرض أحـدهـما بيـانات الدرـجات في اختـبار اللـغة العـربيـة، ويـعـرض الآخـر بيـانات الدرـجات في اختـبار الرـياضيـات.

سابقاً

تعاملت مع المنوال في
الوحدة ٥

- ب ما الفئـة المـنوالـية لدرجات اختـبار اللـغة العـربيـة؟
ج ما الفئـة المـنوالـية لدرجات اختـبار الرـياضيـات؟
د اكتب بعض العبارات مُقارناً فيها بين أداء الطلبة في اختبار الرياضيات وأدائهم في اختبار اللغة العربية.

٢) استخدم التمثيل البياني التالي لتجيب عن الأسئلة حوله:



- أ كيف تعرف أن التمثيل البياني هو مُدرّج تكراري وليس أعمدة بيانية؟

- ب كم سيدة تتراوح أعمارهن بين ٢٣ و ٢٥ سنة يعملن في مصنع الملابس؟
- ج كم عدد السيدات اللاتي يعملن في مصنع الملابس؟
- د ما الفئة المنوالية لهذه البيانات؟
- هـ اشرح لماذا يبدأ المحور الأفقي بخط مُتعرّج.

تمارين ٧-٢-ب

١ استطلعت سارة عدداً من الأشخاص -الذين يقصدون أحد مقاهي الإنترنت- لمعرفة أعمارهم، وسجّلت النتائج التالية:

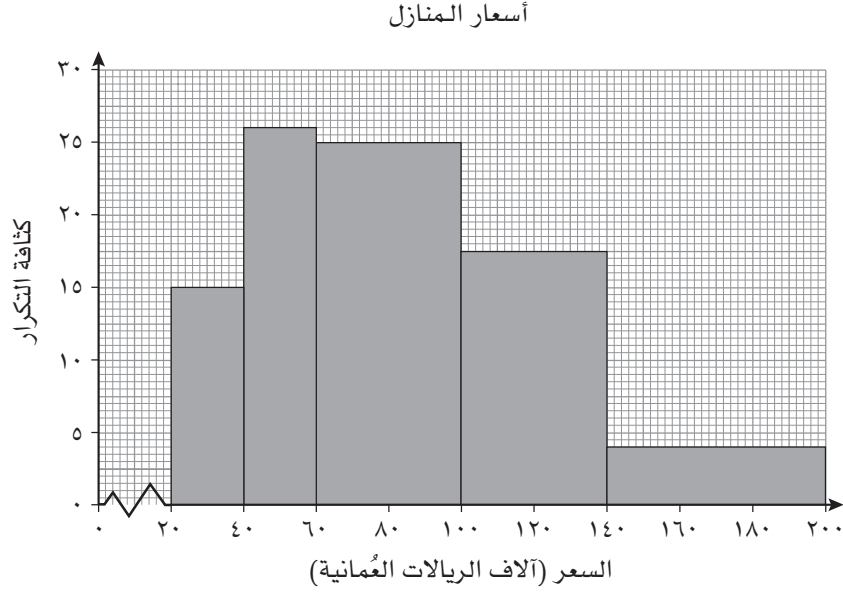
العمر (ع)	$١٥ \geq ع > ٢٠$	$٢٠ \geq ع > ٢٥$	$٢٥ \geq ع > ٣٥$	$٣٥ \geq ع > ٥٠$	$٥٠ \geq ع > ٥٥$
عدد الأشخاص	١٤	١٢	١٢	١٢	٨

ارسم مدرّجاً تكرارياً لتعرض البيانات، مُستخدمًا المقياس ١ سم لكل ٥ سنوات على المحور الأفقي، ومقياس المساحة ١ سنتيمتر مُربّع لتمثيل كل شخص.

مُساعدة

من المفيد أن تتذكّر أنّ كثافة التكرار تدلّك على ارتفاع العمود. إذا كان عرض أحد الأعمدة ضعف عرض عمود ثانٍ، فسوف يكون ارتفاعه نصف ارتفاع العمود الثاني إذا كان لهما التكرار نفسه.

(٢) يبيّن المدرّج التكراري التالي أعداد المنازل بحسب أسعارها المختلفة كما وردت في أحد المواقع الإلكترونية الخاصّة بالعقارات:



- أ ما عدد المنازل التي تقع أسعارها في الفئة ٢٠٠٠٠-٤٠٠٠٠ ريال عُماني؟
- ب ما عدد المنازل التي تقع أسعارها في الفئة ١٤٠٠٠٠-٢٠٠٠٠٠ ريال عُماني؟
- ج كم منزلاً يُمثّل السنتيمتر المُرَبّع الواحد في هذا التمثيل البياني؟

٣-٧ التكرار التراكمي

- التكرار التراكمي هو "مجموع مستمر" لتكرارات الفئات حتى الوصول إلى الحد الأعلى في الفئة المحددة.
- ينتج من رسم التكرارات التراكمية منحنى يُسمى منحنى التكرار التراكمي.
- يمكنك استخدام المنحنى لتقدير قيمة وسيط البيانات.
- يمكنك تقسيم البيانات إلى أربع فئات متساوية تُسمى الرُّبُيعات. وتُطلق تسمية المدى الرُّبُيعي على الفرق بين الرُّبُيع الأعلى والرُّبُيع الأدنى (٣ - ١).
- يمكنك تقسيم البيانات أيضًا إلى ١٠٠ فئة متساوية تُسمى المئينات. يُكافئ المئين الخمسين وسيط البيانات.

تمارين ٣-٧-أ

(١) يُبين الجدول المجاور درجات مجموعة من الطلبة في أحد الاختبارات:

ارسم منحنى التكرار التراكمي لعرض البيانات مستخدمًا المقياس
١ سم لكل ١٠ درجات على المحور الأفقي، والمقياس ١ سم لكل
١٠ طلاب على المحور الرأسي.

الدرجة (د)	عدد الطلبة
$0 \leq d < 10$	٠
$10 \leq d < 20$	٣
$20 \leq d < 30$	٧
$30 \leq d < 40$	٤
$40 \leq d < 50$	٢٩
$50 \leq d < 60$	٥١
$60 \leq d < 70$	٤٠
$70 \leq d < 80$	١٢
$80 \leq d < 90$	٣
$90 \leq d < 100$	١

مُساعدَة

يتم عادة إعطاء مقياس
الرسم عندما يُطلب
إليك رسم منحنى
التكرار التراكمي.

تمارين ٧-٣-ب

(١) استخدم منحني التكرار التراكمي المعطى في التمرين السابق (التمرين ١ في فقرة تمارين ٧-٣-أ) في حلّ هذا التمرين:

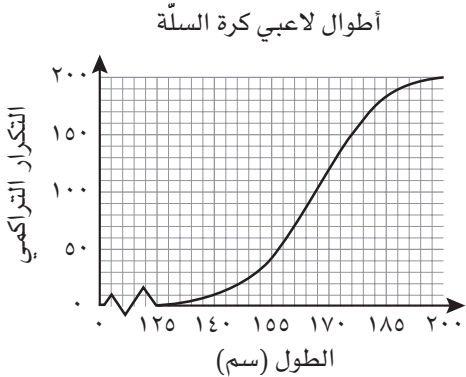
أ قدر قيمة كل من الوسيط والرُّبَّيع الأعلى والرُّبَّيع الأدنى.

ب قدر قيمة المدى الرُّبَّيعي.

ج إذا كان مُعدّل النجاح في هذا الاختبار ٤٠ درجة، أوجد النسبة المئوية للطلبة الذين نجحوا في الاختبار.

د حدّد المئتي الستين والمئتي الثمانين على التمثيل البياني. على ماذا يدلّ هذان المئتيان؟

(٢) بيّن منحني التكرار التراكمي المقابل أطوال ٢٠٠ لاعب كرة سلة (بالسنتيمتر):



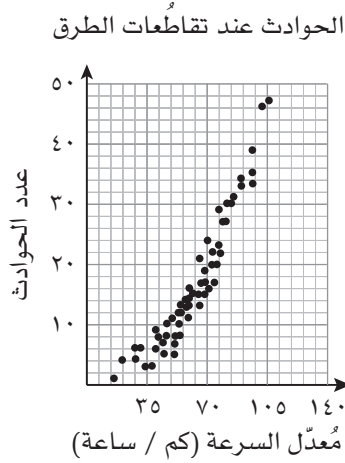
أ قدر وسيط أطوال اللاعبين.

ب قدر الرُّبَّيع الأعلى والرُّبَّيع الأدنى.

ج قدر المدى الرُّبَّيعي.

د أوجد النسبة المئوية للاعبين الذين تزيد أطوالهم عن ١,٨٢ م.

تمارين متنوعة



(١) استخدم التمثيل البياني التالي لتجيب عن الأسئلة التي تليه:

أ ماذا يعرض هذا التمثيل البياني؟

ب ما المتغير المستقل؟

ج ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً، ثم استخدمه لتقدير:

(١) عدد الحوادث على تقاطعات الطرق عندما يكون معدل السرعة ١٠٠ كم/ساعة.

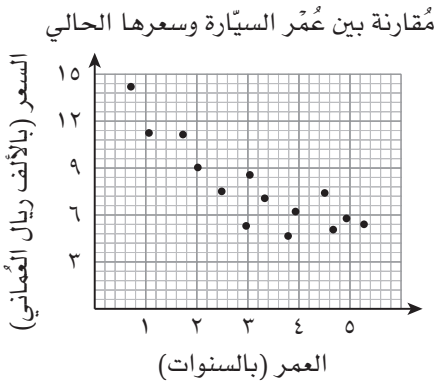
(٢) معدل السرعة عندما يكون عدد الحوادث عند تقاطعات الطرق أقل من ١٠ حوادث.

د صف الارتباط بين المتغيرين.

هـ على ماذا تدل إجابتك في الجزئية (د) بالنسبة للعلاقة بين السرعة وعدد حوادث السير عند تقاطعات الطرق؟

(٢) إذا كان سعر سيارة من طراز جديد ١٥٠٠٠ ريال عماني، وأراد سلطان معرفة سعر سيارة من هذا الطراز بعد استخدامها لعدة سنوات، فقام برسم مخطط الانتشار التالي ليعرض العلاقة بين سعر السيارة وعمرها:

أ صف اتجاه البيانات المعروضة في التمثيل البياني.



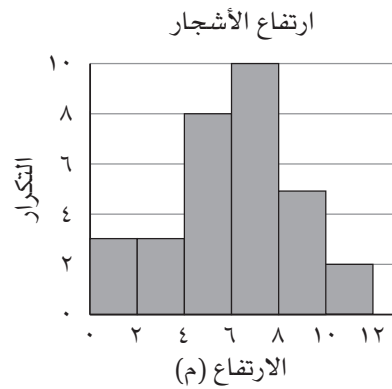
ب بين في أي سنتين حدث أكبر تراجع في سعر السيارة؟

ج صف ما الذي سيحدث لسعر السيارة عندما يتراوح عُمرها بين ٣ و ٥ سنوات.

د قَدِّر عُمر سيارَة سعرها ٧٥٠٠ ريال عُماني.

هـ في أي فئة تتوقع أن يقع سعر سيارَة عُمرها ٣ سنوات؟

٣) يُبين التمثيل البياني غير المُكتمل للمُدْرَج التكراري التالي ارتفاع الأشجار في إحدى الغابات:



أ) قام أحد العلماء بإيجاد ارتفاع خمس شجرات إضافية، فكان ارتفاعها كالتالي: ٢,٠٩ م، ٣,٣٤ م، ٦,٤٥ م، ٩,٢٦ م، ٣,٨٨ م. أعد رسم التمثيل البياني موضحاً فيه البيانات الجديدة.

ب كم شجرة في الغابة ارتفاعها أكبر من أو يساوي ٦ م؟

ج ما الفئة المنوالية لارتفاع الأشجار؟

٤ قاست المُمَرَّضة كتل عينة من طالبات إحدى المدارس، ورسمت الجدول التالي:

الكتلة (ك (كغم))	التكرار
$54 \leq k < 56$	٤
$56 \leq k < 58$	٧
$58 \leq k < 60$	١٣
$60 \leq k < 62$	١٩
$62 \leq k < 64$	١١

أ ارسـم مُدرَّجًا تكراريًا لعرض البيانات.

ب أوجد الفئة المنوالية لكتل الطالبات.

ج أوجد النسبة المئوية للطالبات اللواتي تقل كتلتهم عن ٥٦ كغم.

د ما أكبر مدى ممكن بين الكتل؟

٥) يُبين الجدول التالي الدقائق التي يُضيئها مجموعة من الطلبة يوميًا في المطالعة:

الزمن (م دقيقة)	$30 > م \geq 20$	$40 > م \geq 30$	$60 > م \geq 40$	$80 > م \geq 60$	$100 > م \geq 80$	$150 > م \geq 100$
عدد الطلبة	10	15	40	50	60	50

ارسم مُدرجًا تكراريًا لعرض البيانات مُستخدمًا المقياس ١ سم لكل ١٠ دقائق على المحور الأفقي، والمقياس ١ سنتيمتر مُربع لتمثيل كل ٥ أشخاص.

٦) زُرعت ٣٠ بذرة لاستخدامها في تجربة علمية، وتم بعد ثلاثة أسابيع قياس ارتفاعات النباتات، وتسجيلها في الجدول التالي:

الارتفاع (ع سم)	$3 > ع \geq 0$	$6 > ع \geq 3$	$9 > ع \geq 6$	$12 > ع \geq 9$
التكرار	3	8	15	4

أ) أوجد تقديرًا للوسط الحسابي للارتفاعات.

ب) ارسم منحنى التكرار التراكمي واستخدمه لتجد وسيط الارتفاعات.

ج قدر الربع الأعلى والربع الأدنى والمدى الربيعي.

الوحدة الثامنة: الدوال

٨-١ الدوال وصيغة الدالة

- الدالة قاعدة (أو مجموعة من التعليمات) لتغيير قيمة ما تُسمَّى المُدخلة إلى قيمة أخرى تُسمَّى المُخرَجة.
- يُستخدم الرمز D (س) للتعبير عن علاقة ما بدلالة S ويُسمَّى ذلك صيغة الدالة، مثل $D(S) = 5S - 2$
- لإيجاد قيمة دالة ما، مثل $D(3)$ ، عوّض عن S بالعدد المُعطى، وأوجد قيمة العبارة الناتجة.
- الدالة المُركبة مزيج من دالتين أو أكثر. يُعدّ ترتيب كتابة الدوال مهمًّا: $(D \circ E)(S) = E(D(S))$ تعني تنفيذ D أولاً، ثم تنفيذ E .
- صيغة الدالة العكسية هي D^{-1} . يمكنك التفكير في الدالة العكسية على أنها معكوس الدالة الأصلية. ويعني تطبيق المعكوس التراجع عن كل عملية قمتَ بتنفيذها.

تمارين ٨-١-أ

(١) أوجد كلاً مما يلي، علماً بأن $D(S) = 2S + 5$:

أ $D(3)$

ب $D(3^-)$

ج $D(0)$

د $D(M)$

_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

(٢) إذا علمت بأن $D: S \leftarrow 3S + 5$:

أ اكتب العبارة التي تبين $D(S)$ بدلالة S .

ب احسب:

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6)$$

_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

ج هل $d(2) + d(4) = d(6)$ ؟ فسّر إجابتك.

د أوجد:

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6)$$

_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

ه أوجد a علمًا بأن $d(a) = 32$

٣ إذا علمت أن $h: S \rightarrow \sqrt{5} - S$:

أ اكتب العبارة الجبرية التي تبين $h(S)$ بدلالة S .

ب أوجد:

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6)$$

_____	_____
_____	_____

تمارين ٨-١-ب

(١) إذا علمت أن د (س) = ٤س، ع (س) = س - ٥، أوجد:

أ (د ∘ ع) (س)

ب (ع ∘ د) (س)

_____	_____
_____	_____
_____	_____

(٢) أوجد (ع ∘ هـ) (٣)، علماً بأن ع (س) = ٢س، هـ (س) = ٢س + ٣

تمارين ٨-١-ج

(١) أوجد الدالة العكسية لكل من الدوال التالية، مستخدماً الصيغة المناسبة:

أ د (س) = س + ٤

ب د (س) = س - ٩

مُساعدَة
إيجاد معكوس دالة ما
يعني في حقيقة الأمر
كتابة س بدلالة ص.

_____	_____
_____	_____

ج د (س) = ٥س

د د (س) = $\frac{س}{٢}$

_____	_____
_____	_____

(٢) إذا علمت بأن د (س) = س - ٣، ع (س) = $\frac{س}{٢}$ ، أوجد:

أ (د ∘ ع) (س)

ب (ع ∘ د) (س)

ج (د ∘ ع)^{-١} (س)

_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

و (ع ° د⁻) (س)

هـ (د⁻ ° ع⁻) (س)

د (ع ° د⁻) (س)

تمارين متنوعة

(١) أوجد د^{-١}(س) علمًا بأن د(س) = $\frac{٢-س}{٥}$

(٢) إذا علمت أن د(س) = ٣س + ٤، ع(س) = $\frac{٢-س}{٥}$ ، أوجد:

ج قيمة ب عندما د(ب) = ٢٢

ب د^{-١}(١٣)

أ د^{-١}(س)

هـ (ع^{-١} ∘ د)(١)

د (د ∘ د)(س)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

رقم الإيداع : ٢٠٢١ / ٤٠٦٩

الرياضيات

كتاب النشاط

يتميّز كتاب النشاط بمحتوى سهل وممتع يمكن استخدامه، إلى جانب كتاب الطالب، ضمن منهج الرياضيات للصفّ العاشر .

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة لتنمية المهارات الرياضية وممارستها، واستخدام التقنيات الرياضية لحلّ المسائل.
- مُلَخَّصات للنقاط الرئيسية التي تحتاج إلى معرفتها في بداية كل موضوع للوصول إلى التمارين.
- فقرات مساعدة تُزوّدك بالنصائح والدعم في حلّ التمارين.
- تردّ الإجابات الخاصّة بالتمارين في دليل المُعلِّم.

يشمل منهج الرياضيات للصف العاشر من هذه السلسلة أيضًا:

- كتاب الطالب
- دليل المُعلِّم

ISBN 978-99969-3-792-7



9 789996 937927 >