سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات المتقدمة

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الثاني

دليل المعلّم

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية 1444 هـ - 2022 م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تُشكِّل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء
تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي
المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من
مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٢ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمَّت مواءمتها من دليل المعلم – الرياضيات للصف الحادي عشر – من سلسلة
كامبريدج Cambridge International AS & A Level Mathematics Digital Teacher's Resource
للمؤلفين جوليا فلتشر، وإيلين دورسيت، وكولين ناي.

تمَّت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد المُوقَّع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة
جامعة كامبريدج.
لا تتحمَّل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه وفرة المواقع الإلكترونية
المستخدمة في هذا الكتاب ومصداقيتها، ولا تؤكِّد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق
وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمَّت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ١٢١ / ٢٠٢٢ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

ولا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.

المغفور لـه
السلطان قابوس بن سعيد
-طيّب اللّه ثراه-

حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المُعظَّم
-حفظه اللّه ورعاه-

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)

النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مكوّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسوم. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

أتمنّى لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

المقدمة..... xiii

الوحدة التاسعة: التوزيع الاحتمالي

مخطط توزيع الحصص ١٣٧

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
الوحدة التاسعة: التوزيع الاحتمالي ١٤٢

إجابات تمارين كتاب الطالب ١٤٥

إجابات تمارين كتاب النشاط ١٤٧

حلول تمارين كتاب الطالب: التوزيع الاحتمالي . ١٥٠

إجابات تمارين نهاية الوحدة التاسعة ١٥٨

المُقدِّمة

صُمِّم هذا الدليل ليساعد المعلمين على استخدام المواد التعليمية لتدريس منهج الرياضيات المتقدمة للصف الحادي عشر.

اعتمدنا في إعداد هذا الدليل على مصادر لتشجيع الطلبة على تعلم الطرائق المتنوعة لحل التمارين، ولمساعدتهم على فهم عميق للموضوع. تعدّ مهارة التواصل الرياضي مهمة ليس لهدف تعلم المادة فقط، ولكن لمساعدة الطلبة على تطوير المهارات التي يحتاجون إليها للتعاون، والتفكير والتحليل، واتخاذ القرارات المناسبة في بيئة العمل وفي مناحي الحياة المختلفة.

في هذا الدليل نتناول كل موضوع من حيث اقتراح أفكار للتعليم، وبحث كيفية دعم بعض الطلبة وتحدي الآخرين من حيث الاستعانة بمصادر متنوعة.

في الواقع أنت تعرف الطلبة الذين تدرسهم حقّ المعرفة، لذا فإنه يمكنك وضع مخطط التدريس الخاص بك باختيار المناسب ممّا نقدمه لك في هذا الدليل، أو من مصادرك الخاصة.

لقد وضعنا في هذا الدليل شروحات وتوجيهات وكثيرًا من الأفكار العملية لكيفية استخدام مصادر إضافية في غرفة الصف. كما أننا سلطنا الضوء على أمثلة، وأسئلة وتمارين وأنشطة 'استكشف' ، الموجودة في كتاب الطالب فضلًا عن الملاحظات المدوّنة لكيفية استخدامها في معالجة سوء الفهم وأخطاء شائعة معينة.

تتضمن كل وحدة من وحدات الدليل شرائح عرض إلكتروني (باوربوينت) يمكنك أن تستخدمها كما هي أو تعدلها لإدارة المناقشة الصفية. بعض هذه الشرائح مبني على أمثلة من كتاب الطالب، وبعضها الآخر لا يستند إلى مثال معين.

هدفنا من هذه المصادر توفير الوقت، وترسيخ معرفتك في هذا الدليل، وتعزيز الثقة في قدراتك لتزوّد الطلبة بأفضل الخبرات.

نأمل أن يحقق هذا الدليل لك وللطلبة المزيد من المنفعة والاستمتاع.

الوحدة التاسعة

التوزيع الاحتمالي Probability distributions

مخطط توزيع الدروس

الدرس	الموضوع	عدد الحصص	الأهداف التعليمية	المفردات
٩-١	استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات	٣	٩-١ يستخدم التباديل والتوافيق في إيجاد الاحتمالات.	
٩-٢	المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع)	٣	٩-٢ ينشئ جدول التوزيع الاحتمالي المتعلق بموقف معيّن يتضمن متغيرًا عشوائيًا منفصلًا (س).	التوزيع الاحتمالي المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع)
٩-٣ (PPT)	القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي المنفصل	٣	٩-٣ يحسب التوقع ت(س) والتباين ع^{٢}(س)، والانحراف المعياري ع(س) لمتغير عشوائي منفصل.	القيمة المتوقعة
	تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة	١		

٩-١ استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

ملاحظات للمعلّمين

أهمّية هذا الدرس تكمن في أنه يجمع أفكار الاحتمالات، مع التباديل والتوافيق من الوحدة الثامنة. يناقش المعلم مع الطلبة الأمثلة المحلولة الثلاثة ثم يطلب إليهم محاولة حل تمارين ٩-١.

أفكار للتعليم

يضم المنتخب العُماني لكرة القدم ٢٣ لاعبًا. ٧ منهم يلعبون لنادي السويق. يتم اختيار ١١ لاعبًا لبدء المباراة التالية. ما احتمال أن يكون خمسة منهم بالضبط من نادي السويق؟

نحتاج أن يكون لدينا ٥ من لاعبي السويق السبعة، حيث الترتيب غير مهم. يمكن ذلك من خلال $\binom{٧}{٥}$ طريقة مختلفة.

ثم نحتاج إلى اختيار ٦ لاعبين لا يلعبون لنادي السويق. من بين ٢٣ لاعبًا إجمالًا، ١٦ لا يلعبون مع السويق، وهذا يعطينا $\binom{١٦}{٦}$ خيارًا مختلفًا.

لإيجاد عدد التراتيب كل الفرص الممكنة، نحتاج إلى إيجاد ناتج ضرب $\binom{٧}{٥}$ في $\binom{١٦}{٦}$.

هذا هو عدد طرق تكوين فريق من ٥ لاعبين من السويق بالضبط. لإيجاد الاحتمال، نحتاج إلى إيجاد ناتج قسمة العدد الإجمالي للفرق الممكن المكونة من ١١ لاعبًا، وهو يساوي $\binom{٢٣}{١١}$.

وعليه فإن الاحتمال المطلوب هو: $\frac{\binom{١٦}{٦}\times\binom{٧}{٥}}{\binom{٢٣}{١١}} = \frac{٩٢٤}{٧٤٢٩}$

دعم الطلبة

إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في الحل فعلى المعلم أن يقوم باستعراض كل مثال من الأمثلة بتأنٍ، مع شرح كل خطوة وسبب استخدام كل نسخة معيّنة من الصيغة. وفي كل مرّة يحلّ الطلبة سؤالًا يحاولون ربطه بأحد الأنواع التي درسوها.

تحدي الطلبة

يعتبر التمرينان ٦، ٧ من تمارين ٩-١ من الأسئلة الأكثر تحديًا.

أسئلة أو مهام مناسبة للواجب المنزلي

تمارين ٩-١

٩-٢ المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع)

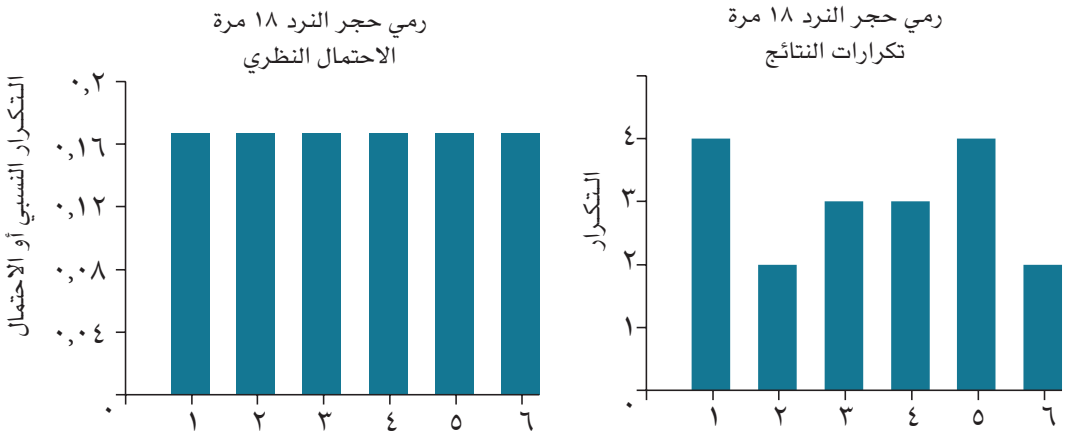
ملاحظات للمعلّمين

عبارة متغير عشوائي منفصل تدل على قيم محددة وقابلة للعد مثال ذلك: عدد مرات ظهور الصورة في تجربة إلقاء قطعة نقد عدة مرات.

مفاهيم هذا الفصل قد تظهر كأنها مفاهيم مجردة، وقد تساعد الطلبة على الربط بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري. يُستخدم التوزيع التكراري في الاحتمال التجريبي، والتوزيع الاحتمالي في الاحتمال النظري. وحيث إن التكرار النسبي هو في الحقيقة احتمال، وبذلك يكون التشابه بينهما واضحًا.

عندما يطلب إليك تكوين توزيع احتمالي؛ على الطلبة التأكد دائمًا من أن مجموع الاحتمالات يساوي ١، كثيرًا ما يحصل خطأ في هذا المجال وتصبح جميع الحسابات بعد ذلك غير صحيحة.

أفكار للتعليم



التوزيع التجريبي

يمثل كل عمود التكرار

$\Sigma ت = ١٨$

التوزيع الاحتمالي

يمثل كل عمود الاحتمال النظري لحدوث كل عدد من الأعداد {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}، ل (س) = $\frac{١}{٦}$

يبيّن التمثيل البياني للتوزيع التجريبي النتائج الممكنة لرمي حجر النرد ١٨ مرة، ويبيّن التمثيل البياني للتوزيع الاحتمالي، الاحتمال المتوقع، ويمكن العمل مع توزيعات احتمالية أخرى لأمثلة معروفة لمتغيّرات عشوائية منفصلة مثل رمي قطعة نقد واستخدام أقراص دوّارة لها أربعة أو خمسة أوجه.

كوّن الجدول التكراري واحسب التوزيع الاحتمالي وارسم كلا الشكلَين. تأكد من أنك تستخدم الرموز الجديدة كل مرة. دوّن النتائج، واحسب Σ ل(س)، واستخدم مصطلح التوزيع الاحتمالي كما في المثال ٤. ناقش مع الطلبة الأمثلة من ٤ إلى ٦ ثم انتقل إلى تمارين ٩-٢

دعم الطلبة

من الممكن أن تجرّب بعض الأفكار الأكثر عمقًا مثل رمي قطعتَي نقود، وحساب الاحتمال قبل الانطلاق لحل تمارين ٩-٢.

تحدّي الطلبة

التمرين ٨ من تمارين ٩–٢ قد يكون تحديًا مفيدًا لأنه ليس مجرد حساب مباشر لاحتمالات تتضمن بعض العمليات الجبرية.

أسئلة أو مهام مناسبة للواجب المنزلي

تمارين ٩–٢

٩-٣ القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي المنفصل

ملاحظات للمعلّمين

يصل معظم الطلبة إلى هذه القوانين/الصيغ مباشرة حالما يدركون الربط بينها، وبين القيمة المتوقعة، والتباين، وفي الإحصاء. ويؤكد على أهمية الصورة الثانية لصيغة التباين وفاعليتها. خلال حل المثال ٧ بيّن تفصيلات الحسابات باستخدام الجدول.

أفكار للتعليم

استمر في المقارنة بين التوزيعَين التجريبي والنظري.

ذكّر الطلبة بالوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

ثم استخدم التوزيع الاحتمالي بالطريقة نفسها.

يمكنك أن تستخدم شرائح العرض التوضيحي ٩ (PPT) لتدريس هذه المفاهيم. يتكوّن هذا العرض من موضوعي القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) والتباين، ويمكنك أن تقدم القيمة المتوقعة أولًا، ثم تقديم التباين لاحقًا.

يعطي المثال ٧ توضيحًا للسؤال، ومن الممكن توسعة الجدول الأصلي وإضافة صفوف جديدة تأخذ العناوين س ل(س)، س^{٢} ل(س) بالطريقة نفسها التي اتُّبعت في الجداول التكرارية، كما هو موضح في العرض التوضيحي ٩.

إرشادات حول أنشطة استكشف

استكشف ١

بدر على صواب.

في التجربة الثانية، رغم أن الأطفال لا يختارون البطاقات عشوائيًا، إلا أنهم يختارون الأعداد بصورة مستقلة ويضعون البطاقات على الطاولة دون رؤية العدد الموجود على بطاقة الآخر، مما يجعل حدوث قيم س عشوائيًا.

دعم الطلبة

بالنسبة إلى الطلبة الذين يواجهون صعوبات، نقترح فصل التوقّع والتباين أحدهما عن الآخر. بعد الاطلاع على الأمثلة بالتفصيل، يمكنك أن تطلب إلى الطلبة حلّ الأجزاء المتعلّقة بالقيمة المتوقعة فقط من أول أربع تمارين في تمارين ٩-٣ بعد ذلك يمكنك التحقق للتأكد من تمكّن الطلبة وفهمهم قبل الانتقال إلى العمل على حل الأجزاء المتعلقة بالتباين من نفس التمارين.

بعد ذلك يمكن للطلبة إكمال ما تبقّى من تمارين ٩-٣

تحدّي الطلبة

يوجد كثير من الأفكار في تمارين ٩-٣، وبخاصة التمارين من ٥ إلى ٨ التي توفّر مزيجًا من أسئلة نماذج اختبارات وأسئلة غير تقليدية (حلّ مشكلات) تتضمّن مفاهيم جبرية.

أسئلة أو مهام مناسبة للواجب المنزلي

تمارين ٩-٣

شرائح عرض توضيحي (PPT)

الرياضيّات المتقدّمة للصف الحادي عشر - الفصل الدراسي الثاني

التوزيع الاحتمالي

شرائح العرض التوضيحي ٩

القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) والتباين

القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي)

التوزيع التكراري (التجريبي)

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
التكرارق (س)	٤	٢	٣	٣	٤	٢	١٨
س ق (س)	٤	٤	٩	١٢	٢٠	١٢	٦١

الوسط الحسابي $\overline{س} = \frac{\sum س ق(س)}{\sum ق(س)} = \frac{٦١}{١٨} = ٣,٣٩$

التوزيع الاحتمالي (النظري)

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
ل(س)	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	١
س ل(س)	$\frac{١}{٦} \times ١$	$\frac{١}{٦} \times ٢$	$\frac{١}{٦} \times ٣$	$\frac{١}{٦} \times ٤$	$\frac{١}{٦} \times ٥$	$\frac{١}{٦} \times ٦$	$\frac{٢١}{٦}$

القيمة المتوقعة ت(س) $= \frac{\sum س ل(س)}{\sum ل(س)} = \frac{\frac{٢١}{٦}}{١} = ٣,٥$

التباين

التوزيع التكراري (التجريبي)

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
ق (س)	٤	٢	٣	٣	٤	٢	١٨
س ق (س)	٤	٤	٩	١٢	٢٠	١٢	٦١
$س^{٢}$ ق (س)	٤	٨	٢٧	٤٨	١٠٠	٧٢	٢٥٩

الوسط الحسابي $\overline{س} = \frac{\sum س ق(س)}{\sum ق(س)} = \frac{٦١}{١٨}$

التباين $= ع^{٢}(س) = \frac{\sum س^{٢} ق(س)}{\sum ق(س)} - (\overline{س})^{٢} = \frac{٢٥٩}{١٨} - \left(\frac{٦١}{١٨}\right)^{٢} = ٢,٩٠$

الرياضيّات المتقدّمة للصف الحادي عشر - الفصل الدراسي الثاني

التباين

التوزيع الاحتمالي (النظري)

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
ل (س)	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦}$	١
س ل (س)	$\frac{١}{٦} \times ١$	$\frac{١}{٦} \times ٢$	$\frac{١}{٦} \times ٣$	$\frac{١}{٦} \times ٤$	$\frac{١}{٦} \times ٥$	$\frac{١}{٦} \times ٦$	$\frac{٢١}{٦}$
$س^{٢}$ ل (س)	$\frac{١}{٦}$	$\frac{١}{٦} \times ٤$	$\frac{١}{٦} \times ٩$	$\frac{١}{٦} \times ١٦$	$\frac{١}{٦} \times ٢٥$	$\frac{١}{٦} \times ٣٦$	$\frac{٩١}{٦}$

$$\text{القيمة المتوقعة ت (س)} = \frac{\sum س\,ل(س)}{\sum ل(س)} = \frac{\frac{٢١}{٦}}{١} = ٣,٥$$

$$\text{التباين } ع^{٢}(س) = \frac{\sum س^{٢}\,ل(س)}{\sum ل(س)} - (\text{ت (س)})^{٢} = \frac{٩١}{٦} - \left(\frac{٢١}{٦}\right)^{٢}$$

$$= ٢,٩٢$$

إجابات تمارين كتاب الطالب - الوحدة التاسعة: التوزيع الاحتمالي

تمارين معرفة قبلية

١) $\left(\frac{١}{٦}\right) \times ١٨٠$

٢) $\frac{١}{١٢}$

٣) ٣،٤

تمارين ٩-١

١) أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{٢}{١٥}$ ج) $\frac{٨}{١٥}$

٢) أ) ٠,٠٢٦٠ ب) ٠,١٩٧

٣) ٠,٠٧٧٣

٤) ٠,٥٨٨

٥) أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{١}{١٢}$ ج) $\frac{٥}{١٢}$

٦) ٠,٢٩٠

٧) أ) أ = ١٦٦، ب = ٢٧٤، ج = ٤٨٨

ب) ٠,١٦٢

تمارين ٩-٢

١) أ) ل = $\frac{٢}{١٣}$

ب) $\frac{٥}{١٣}$

٢) أ) ٥٠ك^{٢} − ٢٥ ك + ٣ = ٠؛ ك = ٠,٢، ك = ٠,٣

ب) ك = ٠,٣ تعطي ل (ح = ١٢)= −٠,١

ج) ٠,١٤

٣) أ) برهان

ب)

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٤}{٨١}$	$\frac{٢٨}{٨١}$	$\frac{٤٩}{٨١}$

٤) أ) برهان

ب)

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	١٠
ل(س)	$\frac{١}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{١}{١٦}$

ل (س > ٦) = $\frac{٥}{١٦}$

٥) أ) ج = $\frac{١}{٨٦}$

ب) $\frac{٦١}{٨٦}$

٦) أ) ل (ن = ٢) = ٠,٣٧٤

ب) ن = ٠ أكثر ترجيحًا من ن = ٤

ل(ن = ٤) < ل(ن = ٠) في كل مرة يتم اختيار كتاب فيها.

٧) أ) برهان

ب)

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{١}{١٢}$	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{٣}{١٢}$

ل (س عدد أولي) = $\frac{٧}{١٢}$

٨) أ) ك = $\frac{٣١٥}{١٠١٢}$ ب) $\frac{٢١}{٤٦}$

تمارين ٩-٣

١) أ م = ٠,٢

ب ت (ص) = ١,٨٤؛ ع^{٢} (ص) = ٠,٨٩٥

٢) ت (ح) = ٥، ع^{٢} (ح) = ١١,٥

٣) م = ١٦، ع^{٢} (ف) = ٣١,٣٩٥٦

٤) ع^{٢} (ر) = ٨٣١

٥) أ

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	١٠	١٢	١٥	٢٠	٣٠
ل(س)	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٩}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$

ب ت(س) = $\frac{٥}{١٢}$٨، ل [س < ت (س)] = $\frac{١}{٣}$

ج تباين (س) = ٤٩ $\frac{٤١}{٤٨}$ أو ٤٩,٩

٦) أ ت (ب) = ٠,٨؛ ت (و) = ١,٢

ب ٣:٢ هي النسبة نفسها بين عدد البنات إلى عدد الأولاد.

ج تباين (ب) = ٠,٤٦٣ أو $\frac{٣٣٦}{٧٢٥}$

٧) أ برهان

ب ت (حمر) = ١,١٢٥

ج ت (خضر) = ١,٥

٨) أ ١، ٢، ٣، ٥

س	١	٢	٣	٥
ل(س)	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{١}{١٢}$	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{٣}{١٢}$

ب ل (س < ٢$\frac{٣}{٤}$) = $\frac{٧}{١٢}$

ج تباين (س) = ٢ $\frac{١٧}{٤٨}$

تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة

١) (ر = $\frac{٩}{١٤}$)، ت (س) = $٢\frac{٥}{١٤}$ ≃ ٢,٣٦

تباين (س) = $١\frac{٤٥}{١٩٦}$ ≃ ١,٢٣

٢) أ) م = ١٣ أو م = ٤٨ ب) ٣٤

٣) أ) ٦٦٧٥ ريالًا عُمانيًا ب) ٤,٢٧

إجابات تمارين كتاب النشاط - الوحدة التاسعة: التوزيع الاحتمالي

تمارين ٩-١

١) ٠,٩٩٩

٢) ٠,٩

٣) أ) $\frac{١٣٣}{٢٩٩}$ أو ٠,٤٤٥ ب) $\frac{١}{٢}$

٤) $\frac{٢}{٢١}$

٥) أ) الاختيارات المناسبة هي جميع التباديل شمال شمال جنوب جنوب، وجميع التباديل شرق شرق غرب غرب، وجميع التباديل شمال شرق جنوب غرب

شمال شمال جنوب جنوب: $\frac{!٤}{!٢!٢}$ = ٦؛ شرق شرق غرب غرب: $\frac{!٤}{!٢!٢}$ = ٦

شمال شرق جنوب غرب: !٤ = ٢٤

عدد الاختيارات المختلفة $٤^{٤}$ = ٢٥٦

ل$_{٤}$ (أ) = $\frac{٣٦}{٢٥٦}$ = $\frac{٩}{٦٤}$

ب)

ن	٠	١	٢	٣	٤	٥
ل$_{ن}$ (أ)	١	٠	$\frac{١}{٤}$	٠	$\frac{٩}{٦٤}$	٠

ل$_{ن}$ (أ) = ٠ لكل قيم ن الفردية.

ج

ن	٠	٢	٤	٦	٨	١٠
ل ن (أ)	١	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٩}{٦٤}$	$\frac{٤٠٠}{٢٥٦} = \frac{٢٥}{٦^{٤}}$	$\frac{٤٩٠٠}{١٦٣٨٤} = \frac{١٢٢٥}{٨^{٤}}$	$\frac{٦٣٥٠٤}{٦٥٥٣٦} = \frac{٣٩٦٩}{١٠^{٤}}$

د $ل_{ن}(أ) = \left(\frac{ن + ١}{ن + ٢}\right) \times ل_{ن}(أ)$

تمارين ٩-٢

١) ك = ٠,٣

٢) أ ٠,٣٣ ب ٠,١٩

٣) أ مجموع الاحتمالات هو ١

ك + ٠,٨٠٧٢ + ٠,٢ − ٢ ك + ٠,٧٢ ك + ٠,١ ك + ك^{٢} = ١

إعادة ترتيب المعادلة نحصل على:

ك^{٢} − ٠,١٨ ك + ٠,٠٠٧٢ = ٠

ب ك = ٠,١٢ ، ك = ٠,٠٦

ج ك = ٠,٠٦ مقبول، ك = ٠,١٢ يعطي ل(ف) > ٠

د ٠,٩٢

٤) ك = $\frac{٢٤}{٢٥}$، ط = ٢

٥) أ

ق	١	٢	٣	٥
ل (ق)	$\frac{١}{٢}$ − ك	$\frac{١}{٢}$ − ٢ك	$\frac{١}{٢}$ − ٣ك	$\frac{١}{٢}$ − ٥ك

مجموع الاحتمالات = ١ يعطي

٢ − ١١ك = ١، وتكون ك = $\frac{١}{١١}$

ب $\frac{٢١}{٢٢}$

٦) ٠,٣٦

٧) أ ٠,٧

ب

أ	٠	١	٢
ل(أ)	٠,٣٦	٠,٤٨	٠,١٦

٨) أ ل (س عدد فردي) = $\frac{٣}{٥}$

ل (س = ١) = ٣ × $\frac{٣}{٥}$ × $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢}$ = $\frac{٣٦}{١٢٥}$

ب

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{٨}{١٢٥}$	$\frac{٣٦}{١٢٥}$	$\frac{٥٤}{١٢٥}$	$\frac{٢٧}{١٢٥}$

ج ٢

تمارين ٩-٣

١) ٤,٥

٢) أ أ = ٩، ب = ١٠

ب ١)

ط	٣	٧	١١	١٥	١٩
ل(ط)	$\frac{١}{٩}$	$\frac{٢}{٩}$	$\frac{٣}{٩}$	$\frac{٢}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

٢) ت (ط) = ١١ ، تباين (ط) = ٢١$\frac{١}{٣}$

٣) ٠

٣) برهان

٤) أ = ٤٣؛ ع^{٢} (ر) = ٧٧,٧٦

٥) أ)

ع	٠	١	٢
ل (ع)	٠,٣٦	٠,٤٨	٠,١٦

ح	٠	١	٢
ل (ح)	٠,٠٩	٠,٤٢	٠,٤٩

ب) (٠,٤٢ × ٠,٣٦) + (٠,٤٨ × ٠,٠٩) = ٠,١٩٤٤

ج)

س	٠	١	٢	٣	٤
ل(س)	٠,٠٣٢٤	٠,١٩٤٤	٠,٣٩٢٤	٠,٣٠٢٤	٠,٠٧٨٤

د) ت (ع) = ٠,٨ ؛ ت (ح) = ١,٤ ؛ ت (س) = ٢,٢

هـ) ت (س) = (٢ × ٠,٤) + (٠,٧ × ٢) = ٢,٢

٦) أ)

و	٠	١	٢
ل (و)	٢/١٥	٨/١٥	٥/١٥

ب) ١) ف = ١٢، ق = ٣٠

٢) من الجزئية السابقة لدينا نسب احتمالات اختيار: لا أحد، ولد واحد، ولدَين، هي:

(ك + ٤) (ك+٣) : ١٢(ك + ٤) : ٣٠

عندما ك = ٦ تصبح النسب هكذا:

١٠ × ٩ : ١٢ × ١٠ : ٣٠

وتساوي ٩٠ : ١٢٠ : ٣٠

احتمال ولد واحد هو $\frac{١٢٠}{٩٠ + ١٢٠ + ٣٠}$ = ٠,٥

٣) ك = ١١

٧) أ) أ = ٨

ب) ك = ١٠٠١ ؛ ١٥,٤٣ ريالًا عمانيًا

تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة

١) ٣/١٣

٢) أ) ٩/٢٠ أو ٠,٤٥

ب) (٠ × ٠,١) + (١ × ٠,٢) + (٢ × ٠,٣) + (٣ × ٠,٤) = ٢

ج) ١

٣) أ) م = ١/١٥

ب) الوسط الحسابي = ١١/٣، الانحراف المعياري = ١,٢٥

٤) أ) ك = $\frac{١}{١٢ + ٤أ}$

ب) ٨,٦٢٥

٥) أ) ت (ح) = ٢م

ب) ٢م (١ − م) + ٤م^{٢} − (٢م)^{٢} = ٢م (١ − م)

٦) أ)

س	٠	١	٢
ل (س)	٣/٢١	١٢/٢١	٦/٢١

ب) ١١/٧ و ٢٠/٤٩

ج) ت (ص) = ٦/٧ ؛ ع^{٢} (ص) = ٢٠/٤٩

٧) أ) $\left(\frac{٣}{٧} \times \frac{٥}{١٣} \times \frac{٤}{١٢}\right) + \left(\frac{٤}{٧} \times \frac{٦}{١٣} \times \frac{٥}{١٢}\right) = \frac{١٥}{٩١}$

ب)

س	٠	١	٢
ل (س)	١٥/٩١	٤٨/٩١	٢٨/٩١

ج) ٠,٤٥٢

الوحدة التاسعة: حلول التمارين

التوزيع الاحتمالي

تمارين ٩-١

١) أ عدد الخيارات الممكنة، اختيار اثنَين من ١٠ أطفال يساوي: $\binom{١٠}{٣}$

عدد خيارات ولدَين من ستة أولاد، ولا يتم اختيار أي بنت يساوي: $\binom{٦}{٢} \times \binom{٤}{٠}$

$$\frac{١}{٣} = \frac{\binom{٦}{٢} \times \binom{٤}{٠}}{\binom{٦}{٢}}$$

ب عدد خيارات بنتين من أربع بنات، ولا يتم اختيار أي ولد يساوي: $\binom{٦}{٠} \times \binom{٤}{٢}$

$$\frac{٢}{١٥} = \frac{\binom{٦}{٠} \times \binom{٤}{٢}}{\binom{١٠}{٢}}$$

ج عدد خيارات ولد واحد من ستة أولاد وبنت واحدة من أربع بنات يساوي: $\binom{٦}{١} \times \binom{٤}{١}$

$$\frac{٨}{١٥} = \frac{\binom{٦}{١} \times \binom{٤}{١}}{\binom{١٠}{٢}}$$

٢) أ عدد الخيارات الممكنة: $\binom{٤٠}{٤}$.

عدد خيارات أربع حبات من ١٧ حبة صفراء، من دون أي حبة من ٢٣ حبة خضراء: $\binom{١٧}{٤} \times \binom{٢٣}{٠}$.

$$\text{الاحتمال} = \frac{\binom{٢٣}{٠} \times \binom{١٧}{٤}}{\binom{٤٠}{٤}} = ٠,٠٢٦٠$$

ب عدد خيارات أربع حبات من ١٧ حبة صفراء، من دون أي حبة من ٢٣ حبة خضراء، أو ٣ حبات من ١٧ حبة صفراء وحبة واحدة من ٢٣ حبة خضراء: $\left[\binom{١٧}{٤} \times \binom{٢٣}{٠}\right] \times \left[\binom{١٧}{٣} \times \binom{٢٣}{١}\right]$

$$\text{الاحتمال} = \frac{\binom{١٧}{٤} \times \binom{٢٣}{٠}}{\binom{٤٠}{٤}} + \frac{\binom{١٧}{٣} \times \binom{٢٣}{١}}{\binom{٤٠}{٤}} = ٠,١٩٧$$

٣) عدد الخيارات الممكنة: $\binom{٨٠}{٨}$

عدد الخيارات من ٣٦ لوحة تشكيلية و٤٤ لوحة فنية هي: ٨ لوحات تشكيلية ولم يختر أي لوحة فنية؛ أو ٧ لوحات تشكيلية ولوحة فنية واحدة، أو ٦ لوحات تشكيلية ولوحتان فنيتان.

$$\text{الاحتمال} = \frac{\binom{٣٦}{٨} \times \binom{٤٤}{٠}}{\binom{٨٠}{٨}} + \frac{\binom{٣٦}{٧} \times \binom{٤٤}{١}}{\binom{٨٠}{٨}} + \frac{\binom{٣٦}{٦} \times \binom{٤٤}{٢}}{\binom{٨٠}{٨}} = ٠,٠٧٧٣$$

٤) عدد الخيارات الممكنة: $\binom{٩٠}{٤}$

لم يختر أي مفكّ من ١١ مفكًا ويختار ٤ من ٧٩ قطعة غير المفكات.

$$\text{الاحتمال} = \frac{\binom{١١}{٠} \times \binom{٧٩}{٤}}{\binom{٩٠}{٤}} = ٠,٥٨٨$$

٥) أ جميع الشجيرات التي تزهر ورودًا صفراء لها الفرصة نفسها لتقع في المنتصف: الاحتمال = $\frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

ب عدد التراتيب الممكنة:

عدد تراتيب ثلاث شجيرات تعطي وردة حمراء في صف: ${}^{٣}ل_{٣}$

عدد تراتيب ثلاث شجيرات تعطي وردة حمراء إلى جانب الشجيرات الستّ: ${}^{٧}ل_{٧}$

$$\frac{{}^{٣}ل_{٣} - {}^{٧}ل_{٧}}{{}^{٩}ل_{٩}} = \frac{١}{١٢}$$

ج $\frac{٥}{١٢}$

$$\text{الاحتمال} = \frac{{}^{٩}ل_{٩} - {}^{٧}ل_{٣}}{{}^{٩}ل_{٩}} = \frac{٥}{١٢}$$

٦) عدد الخيارات الكلية: $\binom{١٨٠}{٦}$

يوجد ١٠١ شخص ممّن يستخدمون اليد اليسرى أو من الإناث، و٧٩ شخصًا غير ذلك.

تكون الخيارات على النحو أربعة من ١٠١ و ٢ من ٧٩ شخصًا.

$$\text{الاحتمال} = \frac{\binom{١٠١}{٤} \times \binom{٧٩}{٢}}{\binom{١٨٠}{٦}} = ٠,٢٩٠$$

٧) أ) أ = ٤٧٨ − ٣١٢ = ١٦٦

أ + ب = ٤٤٠، فيكون ب = ٢٧٤

ب + ج = ١٢٤٠، فيكون ج = ٤٨٨

ب) يوجد ٩٦٦ رواية أو مجلدة بغلاف صلب أو كلاهما و٢٧٤ غير ذلك.

$$\frac{\binom{٩٦٦}{٢٢}\times\binom{٢٧٤}{٣}+\binom{٩٦٦}{٢٣}\times\binom{٢٧٤}{٢}+\binom{٩٦٦}{٢٤}\times\binom{٢٧٤}{١}+\binom{٩٦٦}{٢٥}\times\binom{٢٧٤}{٠}}{\binom{١٢٤٠}{٢٥}} = ٠,١٦٢$$

تمارين ٩-٢

١) أ) مجموع الاحتمالات ب + ٢ب + $\frac{١}{٢}$ب + ٣ب = ١، فيكون ب = $\frac{٢}{١٣}$

س	٢	٣	٤	٥
ل(س)	$\frac{٢}{١٣}$	$\frac{٤}{١٣}$	$\frac{١}{١٣}$	$\frac{٦}{١٣}$

ب) ل (٢ < س < ٥) = ل (س = ٣ أو ٤) = ل(س = ٣) + ل(س = ٤) = $\frac{٤}{١٣}$ + $\frac{١}{١٣}$ = $\frac{٥}{١٣}$

٢) أ) مجموع الاحتمالات

٢ك + ك^{٢} + $\frac{ك}{٢}$ + ($\frac{٤}{٥}$ − ٣ك) + $\frac{١٣}{٥٠}$ = ١ ومنها نحصل على:

٥٠ك^{٢} − ٢٥ ك + ٣ = ٠؛

(١٠ك − ٣)(٥ك − ١) = ٠ فيكون ك = ٠,٢ و ك = ٠,٣

ب) التوزيعان الاحتماليان عندما ك = ٠,٢ و ك = ٠,٣ هما:

	ح	٣	٦	٩	١٢	١٥
ل(ح)	ك = ٠,٢	٠,٤	٠,٠٤	٠,١	٠,٢	٠,٢٦
	ك = ٠,٢	٠,٦	٠,٠٩	٠,١٥	−٠,١	٠,٢٦

يصلح

لا يصلح

لا يمكن أن يكون الاحتمال سالبًا، وعليه الإجابة الممكنة هي ك = ٠,٢

ج) ل (٦ ≤ ح < ١٠) = ل (ح = ٦ أو ٩) = ل(س = ٦) + ل(س = ٩) = ٠,٠٤ + ٠,١ = ٠,١٤

٣) أ ل(س = ٠) = $\frac{٢}{٩} \times \frac{٢}{٩} = \frac{٤}{٨١}$ ، ل (س = ١) = $\frac{٧}{٩} \times \frac{٢}{٩} \times \frac{٢}{٩} \times \frac{٧}{٩} = \frac{٢٨}{٨١}$

ب ل (س = ٢) = $\frac{٧}{٩} \times \frac{٧}{٩} = \frac{٤٩}{٨١}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٤}{٨١}$	$\frac{٢٨}{٨١}$	$\frac{٤٩}{٨١}$

٤) أ ل (س = ٨) = ل (٣ و٥) + ل (٥ و٣)

= ل(س = ٣) × ل(س = ٥) + ل(س = ٥) × ل(س = ٣) = $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٨}$

ب تبيّن الشبكة الجموع الممكنة.

	١	٢	٣	٥
١	٢	٣	٤	٦
٢	٣	٤	٥	٧
٣	٤	٥	٦	٨
٥	٦	٧	٨	١٠

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	١٠
ل(س)	$\frac{١}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{١}{١٦}$

ل (س < ٦) = ل(س = ٧) + ل(س = ٨) + ل(س = ١٠) = $\frac{٢}{١٦} + \frac{٢}{١٦} + \frac{١}{١٦} = \frac{٥}{١٦}$

٥) أ ل(ق = ٣) + ل(ق = ٤) + ل(ق = ٥) + ل(ق = ٦) = ٩ج + ١٦ج + ٢٥ ج + ٣٦ج = ١، ومنها ج = $\frac{١}{٨٦}$

ب ل(ق < ٤) = ل(ق = ٥) + ل(ق = ٦) = $\frac{٢٥}{٨٦} + \frac{٣٦}{٨٦} = \frac{٦١}{٨٦}$

٦) أ ل (ن = ٢) = $\frac{\binom{١٥}{٢} \times \binom{١٠}{٢}}{\binom{٢٥}{٤}}$ = ٠,٣٧٤

ب ن = ٠ فرصة حدوثة أكثر من ن = ٤ . كل مرة يتم فيها اختيار كتاب يكون ل (ن = ٤) > ل (ن = ٠) أو عدد الروايات أقل من عدد الكتب الأخرى.

٧) أ ل(س = ٠) = ل (يظهر ٠ في المرة الأولى، ويظهر ٠ في المرة الثانية) = $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{١٢}$

ب ل(س = ١) = $\frac{١}{٤} + \left(\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٤}\right) = \frac{١}{٣}$، ل(س = ٢) = $\frac{١}{٤} + \left(\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٤}\right) = \frac{١}{٣}$

ل(س = ٣) = $\frac{١}{٤}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{١}{١٢}$	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{٣}{١٢}$

ل (س عدد أوليّ) = ل(س = ٢) + ل(س = ٣) = $\frac{٧}{١٢}$

٨) أ ل(ر = ١) + ل(ر = ٣) + ل(ر = ٥) + ل(ر = ٧) = $\frac{٢ك}{٣} + \frac{٤ك}{٥} + \frac{٦ك}{٧} + \frac{٨ك}{٩} + \frac{١٠١٢ك}{٣١٥}$ = ١ ينتج أن ك = $\frac{٣١٥}{١٠١٢}$

ب ل (ر ≥ ٤) = ل(ر = ١) + ل(ر = ٣) = $\frac{١٠٥}{٥٠٦} + \frac{١٢٦}{٥٠٦} = \frac{٢١}{٤٦}$

تمارين ٩-٣

١) أ مجموع الاحتمالات يساوي ٠,٠٣ + ٢م + ٠,٣٢ + م + ٠,٠٥ = ١

ينتج أن م = ٠,٢

ب ت (ص) = ٠ × ٠,٠٣ + ١ × ٠,٤ + ٢ × ٠,٣٢ + ٣ × ٠,٢ + ٤ × ٠,٠٥ = ١,٨٤

الانحراف المعياري ع^{٢}(ص) = (٠^{٢} × ٠,٠٣) + (١^{٢} × ٠,٤) + (٢^{٢} × ٠,٣٢) + (٣^{٢} × ٠,٢) + (٤^{٢} × ٠,٠٥) − (١,٨٤)^{٢} = ٠,٨٩٥

٢) ل(ح = ١) = ل(ح = ٣) = ل(ح = ٦) = ل(ح = ١٠) = $\frac{١}{٤}$

ت (ح) = $\frac{١}{٤}$ × (١ + ٣ + ٦ + ١٠) = ٥، ع^{٢} (ح) = $\frac{١}{٤}$ × (١^{٢} + ٣^{٢} + ٦^{٢} + ١٠^{٢}) − ٥^{٢} = ١١,٥

٣) ت (ف) = ١ × ٠,٤ + ٣ × ٠,٢٨ + ٩ × ٠,١٤ + ٠,١٨م = ٥,٣٨

٢,٥ + ٠,١٨ م = ٥,٣٨

م = ١٦

ع^{٢} (ف) = (١^{٢} × ٠,٤) + (٣^{٢} × ٠,٢٨) + (٩^{٢} × ٠,١٤) + (١٦^{٢} × ٠,١٨) − ٥,٣٨^{٢} = ٣١,٣٩٥٦ ≃ ٣١,٤

٤) ت (ر) = ١٠ × ٠,٠٥ + ٢٠ × ٠,١ + ٧٠ × ٠,٣٥ + ١٠٠ × ٠,٥ = ٧٧

ع^{٢} (ر) = (١٠^{٢} × ٠,٠٥) + (٢٠^{٢} × ٠,١) + (٧٠^{٢} × ٠,٣٥) + (١٠٠^{٢} × ٠,٥) − (٧٧)^{٢} = ٨٣١

٥) أ تبيّن الشبكة المضاعف المشترك الأصغر (م م أ)

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	١	٢	٣	٤	٥	٦
٢	٢	٢	٦	٤	١٠	٦
٣	٣	٦	٣	١٢	١٥	٦
٤	٤	٤	١٢	٤	٢٠	١٢
٥	٥	١٠	١٥	٢٠	٥	٣٠
٦	٦	٦	٦	١٢	٣٠	٦

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٩	١٠	١٢	١٥	٢٠	٣٠
ل(س)	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٩}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$

ب ت(س) = $\frac{١}{٣٦}$ (١ + ٦ + ٩ + ٢٠ + ١٥ + ٥٤ + ٢٠ + ٤٨ + ٣٠ + ٤٠ + ٦٠) = ٨ $\frac{٥}{١٢}$

ل (س > ت (س)) = ل (س > ٨ $\frac{٥}{١٢}$) =

ل(س = ١٠) + ل(س = ١٢) + ل(س = ١٥) + ل(س = ٢٠) + ل(س = ٣٠) = $\frac{١٢}{٣٦}$ = $\frac{١}{٣}$

ج ع^{٢} (س) = $\frac{٤٣٤٥}{٣٦}$ − (٨ $\frac{٥}{١٢}$)^{٢} = ٤٩ $\frac{٤١}{٤٨}$ ≃ ٤٩,٩

٦) أ ب يمثل عدد الطالبات المختارات

$$\text{ل (ب = ٠)} = \frac{\binom{١٨}{٢} \times \binom{١٢}{٠}}{\binom{٣٠}{٢}} = \frac{٥١}{١٤٥} \text{ ؛ ل (ب = ١)} = \frac{\binom{١٨}{١} \times \binom{١٢}{١}}{\binom{٣٠}{٢}} = \frac{٧٢}{١٤٥} \text{ ؛}$$

$$\text{ل (ب = ٢)} = \frac{\binom{١٨}{٠} \times \binom{١٢}{٢}}{\binom{٣٠}{٢}} = \frac{٢٢}{١٤٥}$$

ت (ب) = ٠ × $\frac{٥١}{١٤٥}$ + ١ × $\frac{٧٢}{١٤٥}$ + ٢ × $\frac{٢٢}{١٤٥}$ = ٠,٨ ؛ وحيث ت (ب) + ت (و) = ٢ "وتعني ولد" فيكون ت (و) = ١,٢

ب نسبة القيمة المتوقعة لعدد الطالبات إلى نسبة القيمة المتوقعة لعدد الطلبة هي ٢ : ٣

ج ع^{٢} (ب) = $\frac{٥١}{١٤٥}$ × ^{٢}٠ + $\frac{٧٢}{١٤٥}$ × ^{٢}١ + $\frac{٢٢}{١٤٥}$ × ^{٢}٢ − ^{٢}٠,٨ = ٠,٤٦٣ أو $\frac{٣٣٦}{٧٢٥}$

٧) أ ص تمثل عدد الكرات الصُفر:

$$\text{ل (ص = ٠)} = \frac{\binom{١}{٠} \times \binom{٧}{٣}}{\binom{٨}{٣}} = ٠,٦٢٥ \text{ ؛ ل (ص = ١)} = \frac{\binom{١}{١} \times \binom{٧}{٢}}{\binom{٨}{٣}} = ٠,٣٧٥ \text{ ؛}$$

ت (ص) = ٠ × ٠,٦٢٥ + ١ × ٠,٣٧٥ = ٠,٣٧٥

ب ر تمثل عدد الكرات الحُمر:

$$\text{ل (ر = ٠)} = \frac{\binom{٣}{٠} \times \binom{٥}{٣}}{\binom{٨}{٣}} = \frac{١٠}{٥٦} \text{ ؛ ل (ر = ١)} = \frac{\binom{٣}{١} \times \binom{٥}{٢}}{\binom{٨}{٣}} = \frac{٣٠}{٥٦} \text{ ؛}$$

$$\text{ل (ر = ٢)} = \frac{\binom{٣}{٢} \times \binom{٥}{١}}{\binom{٨}{٣}} = \frac{١٥}{٥٦} \text{ ؛ ل (ر = ٣)} = \frac{\binom{٣}{٣} \times \binom{٥}{٠}}{\binom{٨}{٣}} = \frac{١}{٥٦} \text{ ؛}$$

ت (ر) = ٠ × $\frac{١٥}{٥٦}$ + ١ × $\frac{٣٠}{٥٦}$ + ٣ × $\frac{١}{٥٦}$ = ١,١٢٥ أو ١ $\frac{١}{٨}$

ج ت (ص) + ت (ر) + ت (خُضر) = ٣ فيكون ت (خُضر) = ٣ − ٠,٣٧٥ − ١,١٢٥ = ١,٥ أو ١ $\frac{١}{٢}$

٨) أ) س ∈ {١، ٢، ٣، ٥}

$$ل(س=١) = \frac{١}{٦} + \left(\frac{٣}{٦} \times \frac{٢}{٦}\right) = \frac{١}{٣}، ل(س=٢) = \frac{٣}{٦} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{١٢}$$

$$ل(س=٣) = \frac{١}{٦} + \left(\frac{٢}{٦} \times \frac{٣}{٦}\right) = \frac{١}{٣}، ل(س=٥) = \frac{١}{٦} + \left(\frac{٣}{٦} \times \frac{١}{٦}\right) = \frac{١}{٤}$$

س	١	٢	٣	٥
ل(س)	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{١}{١٢}$	$\frac{٤}{١٢}$	$\frac{٣}{١٢}$

ب) $ل(س < ٢,٧٥) = ل\left(س < \frac{١١}{٤}\right) = ل\left(س < \frac{١}{١٢} \times (٤ + ٢ + ١٢ + ١٥)\right)$ $= ل(س=٣) + ل(س=٥) = \frac{٧}{١٢}$

ج) $ع^{٢}(س) = \frac{١}{١٢} \times (١^{٢} \times ٤ + ٢^{٢} + ١ + ٣^{٢} \times ٤ + ٥^{٢} \times ٣) - ٢\frac{٤}{٣} = ٢\frac{١٧}{٤٨}$ أو $\frac{١١٣}{٤٨}$

لا تُعطى قيمة $ع^{٢}(س)$ المضبوطة بالكسور العشرية.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة

١) مجموع الاحتمالات = ١ − ر + ٢ − ٣ر + ٣ − ٤ر + ٤ − ٦ر = ١٠ − ١٤ر = ١،

$\therefore$ ر = $\frac{٩}{١٤}$

س	١	٢	٣	٤
ل(س)	$\frac{٥}{١٤}$	$\frac{١}{١٤}$	$\frac{٦}{١٤}$	$\frac{٢}{١٤}$

الوسط الحسابي = ت (س) = ١ × $\frac{٥}{١٤}$ + ٢ × $\frac{١}{١٤}$ + ٣ × $\frac{٦}{١٤}$ + ٤ × $\frac{٢}{١٤}$ = ٢ $\frac{٥}{١٤}$ ≃ ٢,٣٦

التباين = ع^{٢} (س) = [١^{٢} × $\frac{٥}{١٤}$ + ٢^{٢} × $\frac{١}{١٤}$ + ٣^{٢} × $\frac{٦}{١٤}$ + ٤^{٢} × $\frac{٢}{١٤}$] − $\left(٢\frac{٥}{١٤}\right)^{٢}$ = ١ $\frac{٤٥}{١٩٦}$ ≃ ١,٢٣

٢) أ ت (ص) = ١ × ٠,٢ + ١٠ × ٠,٤ + ٠,٢م + ١٠١ × ٠,٢] = ٠,٢ م + ٢٤,٤

ع^{٢} (ص) = [١^{٢} × ٠,٢ + ١٠^{٢} × ٠,٤ + ٠,٢م^{٢} + ١٠١^{٢} × ٠,٢ − (٠,٢ م + ٢٤,٤)^{٢}

= ٠,١٦م^{٢} − ٩,٧٦م + ١٤٨٥,٠٤

٠,١٦م^{٢} − ٩,٧٦م + ١٤٨٥,٠٤ = ١٣٨٥,٢

م^{٢} − ٦١م + ٦٢٤ = ٠

(م − ١٣)(م − ٤٨) = ٠

م = ١٣ أو م = ٤٨

ب م = ١٣ تعطي ت (ص) = ٠,٢ × ١٣ + ٢٤,٤ = ٢٧

م = ٤٨ تعطي ت (ص) = ٠,٢ × ٤٨ + ٢٤,٤ = ٣٤ وهي أكبر قيمة ممكنة لـ ت (ص).

٣) أ ت (نسبة الربح ٪) = $\sum$ (ل × ٪) = ٠,٠٥ + ٠,٥ + ٥ + ٣ + ١ + ١,٢ + ١,٢ + ٠,٩ + ٠,٥ = ١٣,٣٥٪

الربح المتوقع من استثمار ٥٠٠٠٠ = ٠,١٣٣٥ × ٥٠٠٠٠ = ٦٦٧٥ ريالاً عُمانيًا.

ب $\left(١ + \frac{ر}{١٠٠}\right)^{٢}$ ٥٠٠٠٠ > ٥٦٦٧٥

١ + $\frac{ر}{١٠٠}$ > $\sqrt[٢]{\frac{٥٦٦٧٥}{٥٠٠٠٠}}$

ر > ١٠٠ ($\sqrt[٢]{١,١٣٣٥}$ − ١) = ٤,٢٦٥٤...، القيمة الأصغر هي ر = ٤,٢٧