



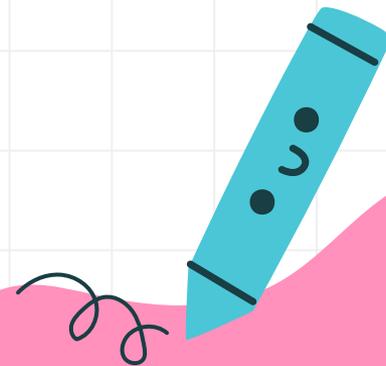
(1-1)

الإكمال إلى مربع

الصف الحادي عشر متقدم

أ. جواهر العبدلية

3-1



مهاير النجاة



02

حل المعادلة التربيعية
باستخدام الأكمال إلى مربع



01

كتابة المعادلة التربيعية
أس $2 + ب س + ج = 0$ ، حيث
أن $أ \neq 0$
باستخدام صيغ الأكمال
إلى مربع



المفاهيم



الأكمال إلى مربع



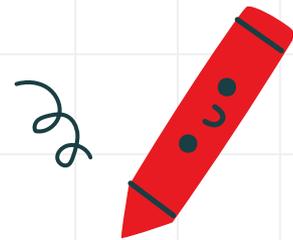
المربع الكامل



المعادلة التربيعية

$$1 + 1 = *$$

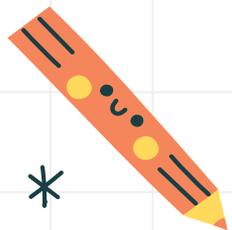




01

التعلم القبلي

استراتيجية البطاقات العشوائية



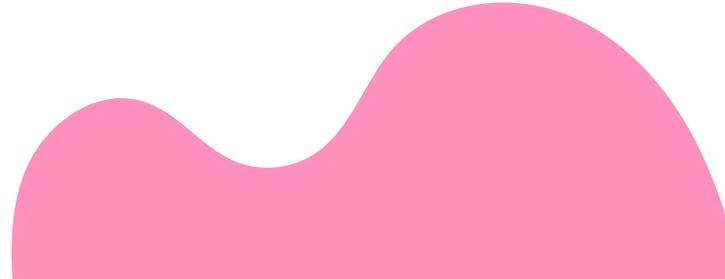
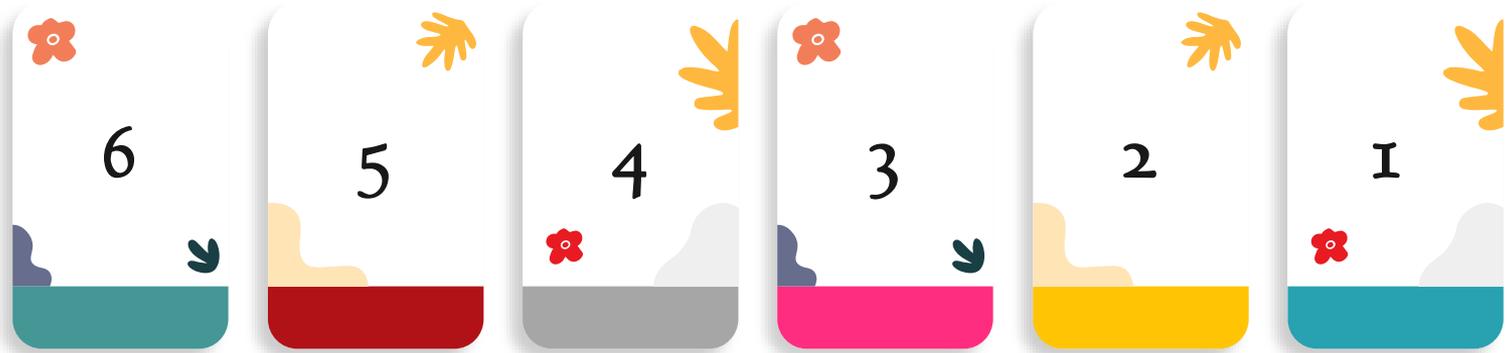
4



اختر بطاقة من البطاقات التالية وقم بجلها

*

*



فك المقدار
الجبري
 $(س + 2)^2$

اكتب العبارة الجبرية
 $س^2 - 9س + 14$
في صورة
 $(س + أ)^2 + ب$

أوجد حل المعادلة
التربيعية
 $س^2 + 4س - 12$
بالاكمال إلى مربع

أوجد حل المعادلة
التربيعية
 $س^2 + 8س - 9$
بالتحليل إلى عوامل

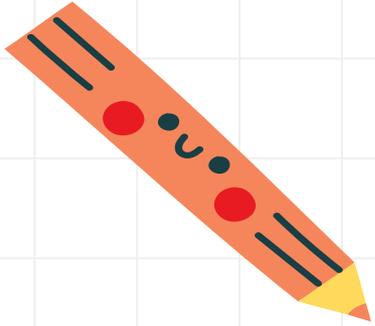
فك المقدار
الجبري
 $(س - 3)^2$

لقد حصلت
على نقطة
مجانية

*

02

*



التمهيد



*



الإكمال إلى مربع



هي طريقة تهدف لكتابة العبارة التربيعية
بحيث يظهر المتغير مرة واحدة فقط.



*

أوجد مفكوك العبارتين
الجبريتين التاليتين:

* $(س - د)^2$

$(س + د)^2$

$(س - 3)^2$

$(س + 2)^2$

(الحد الأول)² + 2 × الحد الأول × الحد الثاني + (الحد الثاني)²

(س)² + 2 × س × د + (د)²

س² + 2 د س + د²

(س + د)²



(الحد الأول)² - 2 × الحد الأول × الحد الثاني + (الحد الثاني)²

(س)² - 2 × س × د + (د)²

س² - 2 د س + د²

(س - د)²

تذکر آن :



$$س^2 - 2 د س = (س - د)^2 - د^2$$

$$س^2 + 2 د س = (س + د)^2 - د^2$$

$$(س - د)^2 = س^2 - 2 د س + د^2$$

$$(س - د)^2 - د^2 = س^2 - 2 د س + د^2 - د^2$$

$$(س - د)^2 - د^2 = س^2 - 2 د س$$

$$(س + د)^2 = س^2 + 2 د س + د^2$$

$$(س + د)^2 - د^2 = س^2 + 2 د س + د^2 - د^2$$

$$(س + د)^2 - د^2 = س^2 + 2 د س$$

نتيجة ١

$$س^2 + ٢دس = (س + د)^2 - د^2 ، س^2 - ٢دس = (س - د)^2 - د^2$$

١- لإكمال مُربّع العبارة الجبرية $س^2 + ١٠س$ ، يمكننا استخدام النتيجة الأولى أعلاه على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} ٥ &= ٢ \div ١٠ \\ ٥ & \swarrow \quad \searrow \\ ٥ & \quad ١٠ \\ ٥ - ٢(٥ + س) &= ١٠ + س^2 \\ ٢٥ - ٢(٥ + س) &= ١٠ + س^2 \end{aligned}$$

٢- لإكمال مُربّع العبارة الجبرية $س^2 + ٨س - ٧$ ، نستخدم مرة أخرى النتيجة الأولى عند تطبيقها على جزء العبارة الجبرية $س^2 + ٨س$ على النحو:

$$\begin{aligned} ٤ &= ٢ \div ٨ \\ ٤ & \swarrow \quad \searrow \\ ٤ & \quad ٨ \\ ٧ - ٢٤ - ٢(٤ + س) &= ٧ - ٨س - س^2 \\ ٢٣ - ٢(٤ + س) &= ٧ - ٨س - س^2 \end{aligned}$$

٣- لإكمال مُربّع العبارة الجبرية $س^2 - ٨س + ٥$ ، يجب أولاً أخذ عامل مشترك للعدد ٢ في أول حدّين، فيكون:

$$٥ + س^2 - ٨س = ٥ + (س^2 - ٨س)$$

$$\begin{aligned} ٢^- &= ٢ \div ٤^- \\ ٢^- & \swarrow \quad \searrow \\ ٢^- & \quad ٤^- \\ ٢^- - ٢(٢^- - س) &= ٤^- - ٨س^- ، مما يعطي \end{aligned}$$

$$٢^- - ٢(٢^- - س) = [٥ + ٤^- - ٢(٢^- - س)] = ٥ + ٨س^- - س^2$$





كتاب الطالب

ص 17-20



* مثال (1) : تمرين (1) ص 19

$$س^2 + 8س$$

1 ب

$$س^2 + 4س + 8$$

1 هـ

اكتب العبارتين الجبريتين
الآتيتين في صورة
(س + أ)² + ب

*

حدد معامل س

1

أوجد نصف معامل س $(\frac{\text{معامل س}}{2})$

2

اكتب العبارة على صورة مربع كامل:

3

$(\text{س} + \text{نصف معامل س})^2 - (\text{نصف معامل س})^2$

لإكمال المربع في أي
عبارة تربيعية على الصورة
 $\text{س}^2 + \text{ب س} + \text{ج}$
، اتبع الخطوات الآتية:

السؤال (I) ص 19

*

و س^٢ - ع س - ٨



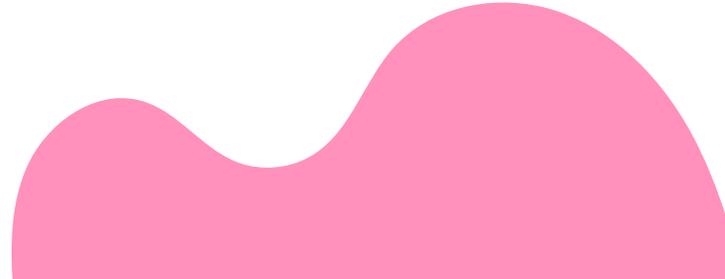
د س^٢ + ١٥ س

*

أ س^٢ - ٦ س



ز س^٢ + ٧ س + ١



سؤال إثراء

اكتب العبارة الجبرية التالية في

صورة أ (س + ب)^٢ + ج

$$٢س^٢ + ٢اس - ٥$$

*



مثال (2) : تمرين (2 أ) ص 19

اكتب العبارة الجبرية الآتية في صورة ل (س - ك) + ر

$$٢س - ١٢س + ١٩$$

مثال ١

اكتب العبارة الجبرية $٢س^٢ - ١٢س + ٣$ في صورة $ل(س - ك) + ر$ ، حيث $ل$ ، $ك$ ، $ر$ أعداد ثابتة يجب إيجادها.

الحل:

$$٢س^٢ - ١٢س + ٣ = ل(س - ك) + ر$$

فكّ الأقواس وبسّط الناتج للحصول على:

$$٢س^٢ - ١٢س + ٣ = ل س - ل ك + ر$$

عند مقارنة معاملات $س^٢$ ومعاملات $س$ والأعداد الثابتة ينتج أن:

$$٢ = ل \quad (١) \quad ١٢ = ل ك \quad (٢) \quad ٣ = ل ك + ر \quad (٣)$$

عند تعويض $ل = ٢$ في المعادلة (٢) أن قيمة $ك = ٦$

عند تعويض $ل = ٢$ ، $ك = ٦$ في المعادلة (٣) أن قيمة $ر = ١٥$

$$٢س^٢ - ١٢س + ٣ = ٢(س - ٦) + ١٥$$



السؤال (2) ص 19

ب. $3س^2 - 2اس - 1$

ج. $2س^2 + 5س - 1$



مثال (3) : تمرين (5 ج) ص 19

اكتب العبارة الجبرية الآتية في صورة (أس + ب) ^٢ + ج

$$٤س٢٥ + ٤٠س - ٤$$

مُساعدَة



عندما ^٢أ تساوي عددًا موجبًا، فإن أ يكون لها قيمتان: إحداهما موجبة والأخرى سالبة.

اكتب $٤س^٢ + ٢٠س + ٥$ في صورة $(أس + ب)^٢ + ج$ ، حيث أ، ب، ج أعداد ثابتة يجب إيجادها.

الحل:

$$٤س^٢ + ٢٠س + ٥ = (أس + ب)^٢ + ج$$

فك الأقواس وبسط الناتج للحصول على:

$$٤س^٢ + ٢٠س + ٥ = ٥ + ٢أس^٢ + ٢أس + ب^٢ + ج$$

عند مقارنة معاملات $س^٢$ ، ومعاملات $س$ ، والأعداد الثابتة نجد أن:

$$٤ = ٢أس^٢ \dots\dots (١) \quad ٢٠ = ٢أس \dots\dots (٢) \quad ٥ = ٥ + ب^٢ + ج \dots\dots (٣)$$

من المعادلة (١) نجد أن $أ = ٢$

عندما $أ = ٢$ في المعادلة (٢) نجد أن $ب = ٥$

بتعويض $ب = ٥$ في المعادلة (٣) نجد أن $ج = ٢٠ - ٥$

$$\therefore ٤س^٢ + ٢٠س + ٥ = ٥ + ٢(٥ + س)^٢ - ٢٠$$

عندما $أ = ٢$ في المعادلة (٢) نجد أن $ب = ٥$

بتعويض $ب = ٥$ في المعادلة (٣) نجد أن $ج = ٢٠ - ٥$

$$\therefore ٤س^٢ + ٢٠س + ٥ = ٥ + ٢(٥ - س)^٢ - ٢٠$$

السؤال (5) ص 20

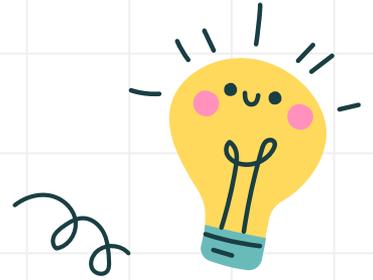
$$٤س^٢ + ٢٠س + ٣٠$$

ب



$$٩س^٢ - ٤٢س + ٦١$$

د



*

بعض صيغ المربع الكامل



٥٥

أ (س + ب) + ج

(س + أ) + ب

ل - ك (س + ر) :

أ - (س + ب)

(أ س + ب) + ج

٥٥

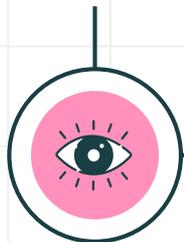


السؤال (6 ، 7) ص 20



$$\text{د} \quad \text{س}^2 - 9\text{س} + 14 = 0$$

$$\text{ب} \quad \text{س}^2 + 4\text{س} - 12 = 0$$



$$\text{د} \quad \text{س}^2 - 4\text{س} - 5 = 0$$

$$\text{ب} \quad \text{س}^2 - 10\text{س} + 2 = 0$$

$$* \quad 3 + 2$$



سؤال إثراء

$$2 = \frac{3}{4-s} + \frac{5}{s+2}$$

واكتب الناتج في أبسط صورة.

*



مثال ٣

استخدم الإكمال إلى مُربّع لتحلّ المعادلة $1 = \frac{3}{5-s} + \frac{5}{2+s}$ ، حيث s لا تساوي -2 أو 5
اكتب الناتج في أبسط صورة.

الحلّ:

اضرب طرفي المعادلة في $(2+s)(5-s)$.

$$1 = \frac{3}{5-s} + \frac{5}{2+s}$$

فكّ الأقواس وجمّع الحدود.

$$(5-s)(2+s) = (2+s)3 + (5-s)5$$

أكمل المُربّع.

$$\begin{aligned} s^2 - 11s + 10 &= 3s + 6 + 25 - 5s \\ 0 &= 9 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{11}{2} - s\right)^2 \\ \frac{180}{4} &= \left(\frac{11}{2} - s\right)^2 \\ \frac{\sqrt{180}}{2} \pm &= \frac{11}{2} - s \\ \frac{\sqrt{180}}{2} \pm \frac{11}{2} &= s \\ s &= \frac{1}{2}(\sqrt{180} \pm 11) \end{aligned}$$

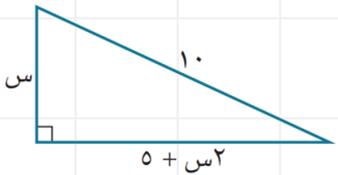


5



إثراء

يبين الشكل المجاور مثلثًا قائم الزاوية أطوال أضلاعه
(س) سم، (س + ٥) سم، ١٠ سم.
أوجد قيمة س. اكتب الناتج في أبسط صورة.





03

غلق الدرس

استراتيجية الدقيقتان

5



دقيقتان



انتهى الوقت!



أكمل مربع كلّ عبارة من العبارات الجبرية الآتية:

$$٧ - ٨س - ٤س^٢$$

تمرين (١م) ص 3 من كتاب
النشاط





حوط الصورة ل- ك(س + ر)²،
المناسبة للعبارة الجبرية
3 - 12س - 2س²



* $2(3-s)^2 + 21$

$2(3-s)^2 - 21$

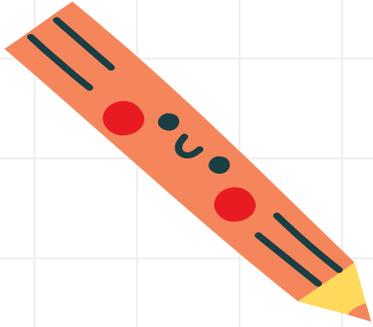
$2(3+s)^2 - 21$

$2(3+s)^2 + 21$



04

الواجب المنزلي

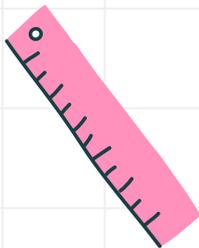
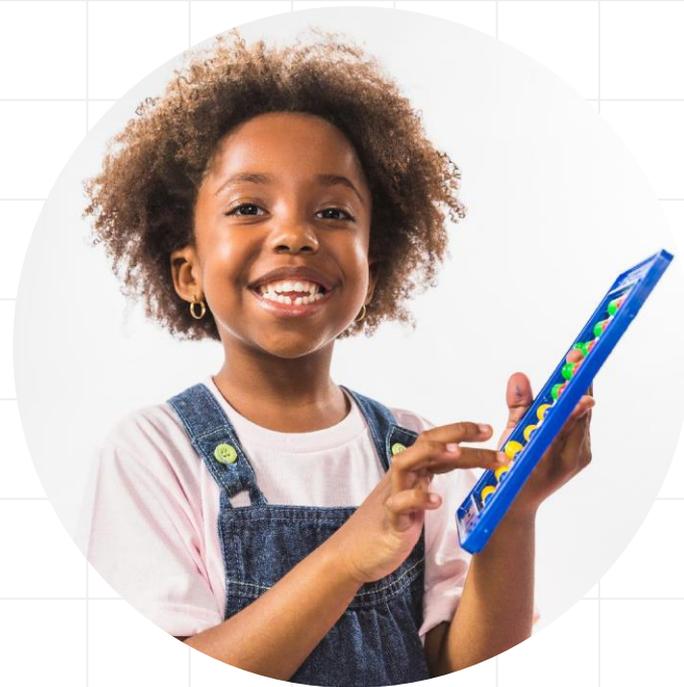


*



كتاب النشاط

ص 3-7



3



إلى اللقاء

