سلطنة عُمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عُمان 2040
Oman Vision
نتقدم بثقة
Moving Forward
with Confidence

الرياضيات

دليل المعلّم

١٠

الفصل الدراسي الثاني
الطبعة التجريبية ١٤٤٧ هـ - ٢٠٢٥م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

سلطنة عُمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

دليل المعلّم

١٠

الفصل الدراسي الثاني
الطبعة التجريبية ١٤٤٧ هـ - ٢٠٢٥م

Cambridge University Press

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تُشكِّل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء
تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

الطبعة التجريبية ٢٠٢١ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمَّت مواءمتها من دليل المعلم - الرياضيات للصف العاشر - من سلسلة
كامبريدج للرياضيات الأساسية والمُوسَّعة IGCSE للمؤلفَين كارين موريّسون ونيك هامشاو.

تمَّت مواءمة هذا الدليل بناءً على العقد المُوقَّع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة
جامعة كامبريدج رقم ٤٠ / ٢٠٢٠.

تمَّت مواءمة الدليل

بموجب القرار الوزاري رقم ٩٠ / ٢٠٢١ واللجان المنبثقة عنه

المغفور لـه

السلطان قابوس بن سعيد

-طيّب اللّه ثراه-

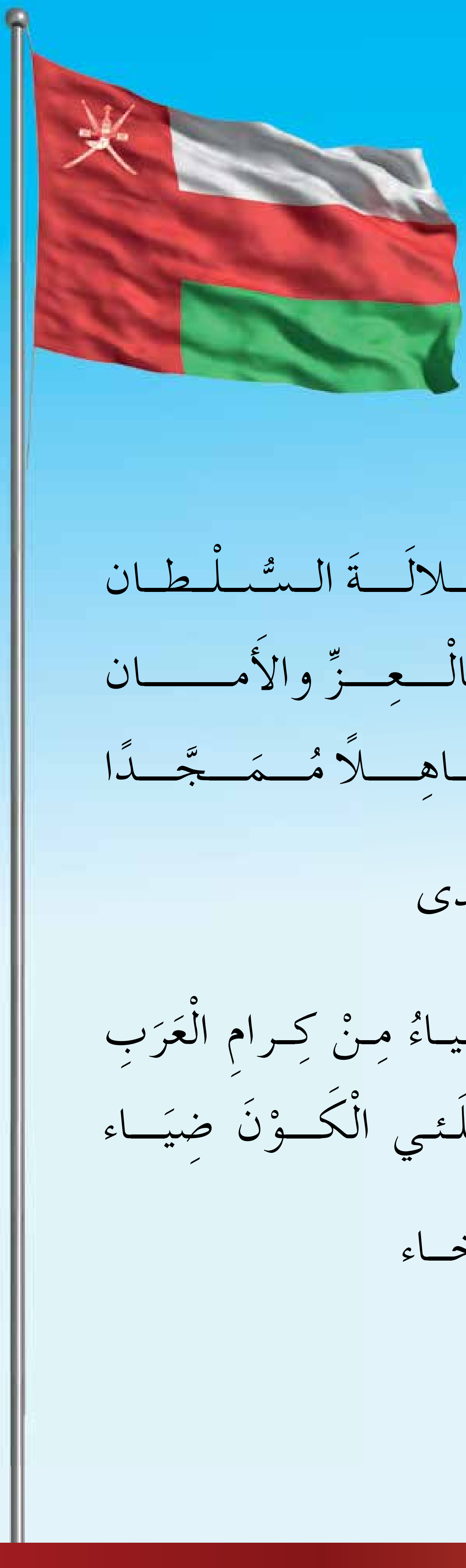
حضرة صاحب الجلالة

السلطان هيثم بن طارق المعظم

-حفظه اللّه ورعاه-

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)



النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا   جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان   بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا   عاهِلًا مُمَجَّدًا

بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي   أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء   وَامْلَئي الْكَوْنَ ضِياء

وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مكوّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

الوحدة الرابعة عشرة: هندسة المتجهات

المُقدِّمة

يتضمَّن دليل المُعلِّم مادَّة تواكِب كتاب الطالب الذي سوف يستخدمه الطلبة.

تشتمل وحدات الدليل على:

- نظرة عامّة: تُفسِّر هذه الفقرة ما ستتمّ تغطيته ومعالجته في الوحدة.
- مُخطَّط توزيع الحصص: يتضمَّن المُخطَّط عناوين الدروس الواردة في كتاب الطالب، واقتراحًا لتوزيع الحصص الدراسيَّة أسبوعيًّا وبحسب كل درس، والأهداف التعليمية والمُفردات المُتعلِّقة بكل درس.
- تقديم الموضوع: طريقة للبدء بالوحدة الجديدة.
- التفكير في الموضوع: غالبًا ما تشير هذه الفقرة إلى الطُّرُق المهمة لتقديم عناصر الموضوع، وتُسلِّط الضوء على الأخطاء الشائعة والمفاهيم المغلوطة، التي يُحتمَل أن يقع فيها الطلبة.
- مواقف من الحياة اليومية: فقرة تتعلَّق ببعض الوحدات. وغالبًا ما يستفيد الطلبة منها، لأنها ستساعدهم على فهم الموضوع.
- استخدام التكنولوجيا: فقرة تتعلَّق ببعض الوحدات.
- أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT): متوفِّرة في بعض الوحدات. تعرض ملفّات العرض التوضيحي الإلكتروني بشكل منفصل. وتتضمَّن شرحًا مُفصَّلاً لما قد يذكره المُعلِّم أمام كل شريحة. وتتضمَّن أيضًا صورة عن كل شريحة تُمكِّن المُعلِّم من استخدام أفكارها الرئيسية، وكتابتها على السبّورة، والاستفادة منها في حال عدم حصوله على العرض التوضيحي الإلكتروني.
- إجابات تمارين كتاب الطالب: تتضمَّن إجابات التمارين الواردة في كتاب الطالب.
- إجابات تمارين كتاب النشاط: تتضمَّن إجابات التمارين الواردة في كتاب النشاط.
- تمارين المراجعة: تتضمَّن تمارين للمُراجعة تتعلَّق بمُحتوى الوحدة.
- إجابات تمارين المراجعة: تتضمَّن إجابات التمارين الواردة في فقرة "تمارين المراجعة".

الأهداف التعليمية

الأهداف التعليمية	
الوحدة التاسعة: المزيد من المعادلات	
٩-١ الإكمال إلى مُربّع	
٤-١	يستنتج المعادلات التربيعيّة ويحلّها مُطبّقًا طريقة الإكمال إلى مربّع.
٩-٢ الصيغة التربيعية	
٤-١	يستنتج المعادلات التربيعيّة ويحلّها مُطبّقًا طريقة الصيغة التربيعيّة.
٩-٣ حل المعادلات الآنية	
٤-٢	يستنتج المعادلات الآنيّة التي تتضمّن معادلة خطيّة واحدة ومعادلة تربيعيّة واحدة ويحلّها.
٩-٤ رسم الدوال التربيعية	
٤-٣	يرسم التمثيلات البيانية لدوالّ تربيعيّة. يُشترط معرفة كيفيّة إدراج نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين ونقطة رأس منحنى الدالة التربيعيّة.
٩-٥ التمثيلات البيانية لدوال أخرى	
٤-٣	يرسم التمثيلات البيانية للدوالّ الخطيّة والتربيعيّة والتكعيبيّة والأسيّة والتي في صورة ص = $\frac{١}{س}$ حيث س $\neq$ ٠. يُشترط معرفة كيفيّة إدراج نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين ونقطة رأس منحنى الدالة التربيعيّة وخط التقارب.
الوحدة العاشرة: الاحتمال البسيط	
١٠-١ مقدمة في الاحتمال	
٧-١	يحسب احتمال وقوع حدث واحد في صورة كسر أو كسر عشريّ أو نسبة مئويّة، مستخدمًا معلومات مأخوذة من جداول وتمثيلات بيانية.
٧-١	يحل مسائل عن الاحتمال.
٧-٢	يفهم أنّ التكرار النسبيّ هو تقدير لاحتمال؛ يحسب التكرار المتوقّع لحدث ما.
١٠-٢ مخطّط الفضاء الاحتمالي	
٧-٣	يستخدم مخطّطات الفضاء الاحتمالي.

١٠-٣ تجميع الأحداث المستقلّة والأحداث المُتنافية	
٧-٣	يحسب احتمال الأحداث البسيطة المجمّعة.
الوحدة الحادية عشرة: المثلث القائم الزاوية	
١١-١ نظرية فيثاغورث	
٥-٢	يطبّق نظرية فيثاغورث.
١١-٢ تطبيقات على نظرية فيثاغورث	
٥-٢	يطبِّق نظريّة فيثاغورث، إذ يعرف أنّ المسافة العموديّة بين نقطة ومستقيم هي أقصر مسافة بينهما.
١١-٣ النسب المثلثية	
٥-٢	يطبّق نسبة ظل الزوايا الحادة؛ ويوجِد أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المفقودة في المثلّثات قائمة الزاوية.
٥-٢	يطبّق نسب الجيب وجيب التّمام للزوايا الحادة؛ ويوجِد أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المفقودة في المثلّثات قائمة الزاوية.
١١-٤ حل مسائل باستخدام حساب المثلثات	
٥-٢	يحلّ مسائل حساب المثلّثات في الأشكال ثنائيّة الأبعاد.
١١-٥ زاوية الاتجاه من الشمال	
٥-١	يفسّر زوايا الاتّجاه من الشمال ويستخدمها.
١١-٦ زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض	
٥-٢	يحلّ مسائل حساب المثلّثات في الأشكال ثنائيّة الأبعاد التي تتضمّن زوايا الارتفاع والانخفاض.
الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات ومخطّط الشجرة ومخطّط ڤن	
١٢-١ استخدام مخطط الشجرة لتمثيل النواتج الممكنة للحدث	
٧-٣	يرسم مخطّطات الشجرة
١٢-٢ حساب الاحتمال في مخطّط الشجرة	
٧-٣	يحسب احتمال الأحداث البسيطة المجمّعة مستخدمًا مخطّطات الشجرة.
١٢-٣ حساب الاحتمال في مخطط ڤن	
٧-٣	يحسب احتمال الأحداث البسيطة المجمّعة مستخدمًا مخطّطات ڤن.

١٢-٤ الاحتمال الشرطي	
٧-٤	يحسب الاحتمال الشرطيّ مستخدمًا مخطّطات فِن، ومخطّطات الشجرة والجداول. مثال على ذلك: رُمي حجري نرد. بمعلوميّة أنّ مجموع العددين الظاهرين على حجرَي النرد هو ٧، جد احتمال أن يظهر العدد ٢ على أحدهما.
الوحدة الثالثة عشرة: النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من °٩٠	
١٣-١ الجيب وجيب التمام والظل لزوايا قياسها أكبر من °٩٠	
٥-٣	يتعرّف التمثيلات البيانيّة للدوالّ المثلّثية البسيطة ويشكّلها ويفسّرها.
٥-٣	يعرف خصائص الدوالّ المثلثيّة.
٥-٣	يحلّ المعادلات المثلّثيّة البسيطة للزوايا بين °٠ و °٣٦٠؛ مثال على ذلك: إذا كان جا(س) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$، أوجد قيم س بين °٠ و °٣٦٠
١٣-٢ قانون الجيب	
٥-٤	يحلّ المسائل باستخدام قانون الجيب.
١٣-٣ قانون جيب التمام	
٥-٤	يحلّ المسائل باستخدام قانون جيب التّمام في أيّ مثلّث.
١٣-٤ مساحة المثلث	
٥-٤	يطبّق الصيغة الآتية: مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ′ × ب′ × جا(ع).
١٣-٥ النسب المثلّثية في المجسمات	
٥-٥	يستخدم النسب المثلّثيّة في حل مسائل تتضمّن الأشكال ثلاثيّة الأبعاد. مثال على ذلك: يُوجد الزاوية بين مستقيم وسطح مستوٍ.
الوحدة الرابعة عشرة: : هندسة المتجهات	
١٤-١ المتجهات	
٦-١	يستخدم صيغة المتّجَه، مثال: $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$، $\lvert\overleftarrow{أ ب}\rvert$ أو $\overleftarrow{د}$.
٦-٢	يمثّل المتّجهات بمخططات باستخدام قطع مستقيمة موجّهة.

١٤-٢ المتجهات المتساوية والمتجهات المتوازية	
٦-١	يضرب متجهًا في عدد.
١٤-٣ حساب المتجهات	
٦-١	يجمع المتّجهات ويطرحها.
٦-٢	يستخدم ناتج جمع متّجهين أو الفرق بينهما ليعبّر عن المتّجهات بدلالة متّجهين مستويين يقعان على مستوى واحد.
١٤-٤ حسابات أكثر تعقيدًا في المتجهات	
٦-٢	يحسب طول متّجه مكتوب بالطريقة الرأسية $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ بالصيغة $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$ ؛ يذكروا طول المتّجه مستخدمين علامة الطول $\lvert \overrightarrow{د} \rvert$.

ملفات شرائح العرض التوضيحي (البوربوينت) الخاصة بدليل المعلم للصف العاشر الفصل الدراسي الثاني

م	الوحدة	اسم/ رقم شريحة عرض البوربوينت	QR CODE
١	التاسعة	٩-١ الإكمال إلى مربّع	
٢	العاشرة	١٠-١ الاحتمال البسيط	
٣	العاشرة	١٠-٢ الأحداث المُركّبة	
٤	الحادية عشرة	١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث	
٥	الحادية عشرة	١١-٢ تطبيق حساب المثلثات	
٦	الثانية عشرة	١٢-١ الاحتمال باستخدام مخطّطات الشجرة	
٧	الثالثة عشرة	١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام	
٨	الرابعة عشرة	١٤-١ جمع المتجهات وطرحها	

الوحدة التاسعة: المزيد من المعادلات

نظرة عامّة

تم بناء هذه الوحدة وفق ما درسه الطلبة في الصف التاسع عن المعادلات التربيعية. يمكن أن يحل الطلبة المعادلات التربيعية باستخدام التمثيل البياني والتحليل إلى العوامل، كما يمكنهم الآن استخدام التمثيلات البيانية لحل معادلات آنية: إحداها معادلة تربيعية والأخرى معادلة خطيّة، وسيتعلمون كيفية حل المعادلات التربيعية باستخدام الإكمال إلى مربع والصيغة التربيعية.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٩–١ (PPT ٩–١)	الإكمال إلى مُربّع	٢	٤–١ يستنتج المعادلات التربيعيّة ويحلّها مُطبّقًا طريقة الإكمال إلى مربع.	الإكمال إلى مربع
٩–٢ (PPT ٩–١)	الصيغة التربيعية	٣	٤–١ يستنتج المعادلات التربيعيّة ويحلّها مُطبّقًا طريقة الصيغة التربيعيّة.	الصيغة التربيعية
٩–٣	حل المعادلات الآنية	٣	٤–٢ يستنتج المعادلات الآنيّة التي تتضمّن معادلة خطيّة واحدة ومعادلة تربيعيّة واحدة ويحلّها.	
٩–٤	رسم الدوال التربيعية	٢	٤–٣ يرسم التمثيلات البيانية لدوالّ تربيعيّة. يُشترط معرفة كيفيّة إدراج نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين ونقطة رأس منحنى الدالة التربيعيّة.	التمثيل البياني، التقاطع
٩–٥	التمثيلات البيانية لدوال أخرى	٤	٤–٣ يرسم التمثيلات البيانية للدوالّ الخطيّة والتربيعيّة والتكعيبيّة والأسيّة والتي في صورة ص = $\frac{١}{س}$ حيث س ≠ ٠. يُشترط معرفة كيفيّة إدراج نقاط التقاطع مع المحورين الإحداثيين ونقطة رأس منحنى الدالة التربيعيّة وخط التقارب.	خط التقارب

تقديم الموضوع

راجع طرق حل المعادلات التربيعية التي تعلمها الطلبة سابقًا في الصف التاسع. هل يتذكرون، مثلًا، لماذا يحتاجون إلى كتابة المعادلة المساوية للصفر قبل البدء في التحليل إلى العوامل؟

من المهم أن يعرفوا أن عليهم الاستمرار في استخدام هذه الطريقة لأنها ضرورية في الكثير من الحالات.

التفكير في الموضوع

المعادلات التربيعية والإكمال إلى مربع: خصص الوقت الكافي لتدريس هذه المواضيع، إذ إنها ليست بالمواضيع السهلة (لا سيما المعادلات التي تعدّ من أصعب المستويات في الجبر). في البداية، اعرض كيفية اشتقاق الصيغة التربيعية باستخدام الإكمال إلى مربع للصورة أس^{٢} + ب س + جـ = ٠. كما يمكنك أن تطلب إلى الطلبة تنفيذ ذلك بأنفسهم.

الصيغة التربيعية: عند استخدام الصيغة التربيعية، أكد على الطلبة أن يكتبوا كل المراحل المطلوبة في عملهم، وبخاصة قيم أ، ب، جـ.

المعادلات في مواقف من الحياة اليومية

تم دراسة هذه المواقف سابقًا في الصف التاسع.

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية مُتوفِّرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مُفصَّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ٩-١ الإكمال إلى مربع

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٩-١ الإكمال إلى مربّع

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حل المعادلة س^{٢} - ٧س + ٥ = ٠ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(أ) بالإكمال إلى مربّع

لاحظ أن السؤال طلب إلى الطلبة وضع الناتج في صورة جذر تربيعي، وهذا يشير إلى أنه من الممكن أن نكون غير قادرين على حل المعادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

نقطة نقاش ١

ناقش مع الطلبة طريقة الإكمال إلى مربع. إنها طريقة لإعادة كتابة 'الصورة العامة' للمعادلة التربيعية بطريقة مختلفة بحيث تقود إلى حل المعادلة. لاحظ أن هذه الطريقة يمكن استخدامها بسهولة عندما يكون معامل س^{٢} هو ١

اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حل المعادلة $س^{٢} - ٧س + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(أ) بالإكمال إلى مربّع

$(س + د)^{٢} + ع$

هذه صورة كتابة المعادلة التربيعية عند 'الإكمال إلى مربع'.

حل المعادلة التربيعية بطريقة الإكمال إلى مربع يتطلب من الطلبة أن يجدوا قيم د، ع في الصورة العامة للمعادلة التربيعية، ثم الحل لإيجاد قيم س.

قيمة د تساوي نصف معامل س في المعادلة التربيعية الأصلية.

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حل المعادلة $س^{٢} - ٧س + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(أ) بالإكمال إلى مربّع

$(س + د)^{٢} + ع$

$(س - \frac{٧}{٢})^{٢} + ع$ د = نصف معامل س، أي د = $-\frac{٧}{٢}$

يتم إيجاد قيمة ع عند فكّ $(س + د)^{٢}$ وتحديد قيمة الثابت الذي يجب أن يُضاف أو يُطرح للحصول على الثابت في المعادلة التربيعية الأصلية.

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حل المعادلة $س^{٢} - ٧س + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(أ) بالإكمال إلى مربّع

$(س + د)^{٢} + ع$

$(س - \frac{٧}{٢})^{٢} + ع$ د = نصف معامل س، أي د = $-\frac{٧}{٢}$

$س^{٢} - ٧س + \frac{٤٩}{٤}$ فك الأقواس لتجد العبارة التربيعية التي ستحصل عليها.

بما أنه تمت إضافة $\frac{٤٩}{٤}$ إلى الطرف الأيمن للمعادلة، فيجب طرحه أيضًا حتى لا يتغير وزن المعادلة.

اعرض الشريحة ٥

١-٩ الإكمال إلى مربّع

حل المعادلة $\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(أ) بالإكمال إلى مربّع

$(\text{س} + \text{د})^{٢} + \text{ع}$

$(\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} + \text{ع}$ — د = نصف معامل س، أي د = $-\frac{٧}{٢}$

$\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + \frac{٤٩}{٤}$ — فك الأقواس لتجد العبارة التربيعية التي ستحصل عليها.

$\Leftarrow (\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} - \frac{٤٩}{٤} + ٥ = ٠$ — أعد إضافة الأقواس واجمع الثابت.

هل يمكن أن ينهي الطلبة العمل الآن؟

اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١-٩ الإكمال إلى مربّع

حل المعادلة $\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(أ) بالإكمال إلى مربّع

$(\text{س} + \text{د})^{٢} + \text{ع}$

$(\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} + \text{ع}$ — د = نصف معامل س، أي د = $-\frac{٧}{٢}$

$\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + \frac{٤٩}{٤}$ — فك الأقواس لتجد العبارة التربيعية التي ستحصل عليها.

$\Leftarrow (\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} - \frac{٤٩}{٤} + ٥ = ٠$ — أعد إضافة الأقواس واجمع الثابت.

$\Leftarrow (\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} = \frac{٢٩}{٤} \Leftarrow (\text{س} - \frac{٧}{٢}) = \frac{\pm\sqrt{٢٩}}{٢}$ — حلّ المعادلة (بإيجاد الجذر التربيعي للطرفين، ثم إيجاد قيمة س).

اعرض الشريحة ٧

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حل المعادلة $\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(أ) بالإكمال إلى مربّع

$(\text{س} + \text{د})^{٢} + \text{ع}$

$(\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} + \text{ع}$ د = نصف معامل س، أي د = $-\frac{٧}{٢}$

$\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + \frac{٤٩}{٤}$ فك الأقواس لتجد العبارة التربيعية التي ستحصل عليها.

$\Leftarrow (\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} - \frac{٤٩}{٤} + ٥ = ٠$ أعد إضافة الأقواس واجمع الثابت.

$\Leftarrow (\text{س} - \frac{٧}{٢})^{٢} = \frac{٢٩}{٤} \Leftarrow (\text{س} - \frac{٧}{٢}) = \frac{\pm\sqrt{٢٩}}{٢}$ حلّ المعادلة (بإيجاد الجذر التربيعي للطرفين، ثم إيجاد قيمة س).

الإجابة: $\boxed{\text{س} = \frac{٧ \pm \sqrt{٢٩}}{٢}}$

تعرض هذه الشريحة الناتج النهائي.

لاحظ أننا عرضنا الإجابتين في الوقت نفسه باستخدام الرمز ±.

تأكد من فهم الطلبة للخطوات المختلفة في الحل قبل الانتقال إلى الجزئية الآتية.

اعرض الشريحة ٨

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حلّ المعادلة $\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(ب) باستخدام الصيغة التربيعيّة

نقطة نقاش ٢

ما هي الصيغة التربيعية؟ إنها في الحقيقة حالة خاصة من طريقة 'الإكمال إلى مربع' للمعادلة التربيعية. يمكن أن تستخدم الصيغة التربيعية لحل جميع المعادلات التربيعية (التي لها حلول حقيقية) حتى لو لم تتمكن من تحليلها إلى العوامل. كما تصلح هذه الطريقة لحل المعادلات التربيعية التي تحلل إلى العوامل أيضًا، لكنها تستغرق وقتًا أطول.

اعرض الشريحة ٩

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حلّ المعادلة $\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٥ = ٠$ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(ب) باستخدام الصيغة التربيعيّة

إذا كان $\text{أ}\text{س}^{٢} + \text{ب}\,\text{س} + \text{جـ} = ٠$، فإن $\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\text{أ}\text{جـ}}}{٢\text{أ}}$

هذه هي الصيغة التربيعية.

ما قيم أ، ب، جـ في هذه المعادلة؟

اعرض الشريحة ١٠

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حلّ المعادلة س^{٢} − ٧س + ٥ = ٠ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(ب) باستخدام الصيغة التربيعيّة

إذا كان أس^{٢} + ب س + جـ = ٠، فإن س = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\text{أجـ}}}{٢\text{أ}}$

أ = ١، ب = −٧، جـ = ٥ حدّد قيمة أ، ب، جـ في المعادلة التربيعية.

يحتاج الطلبة الآن إلى التعويض بهذه القيم في الصيغة التربيعية.

كن حذرًا عند استخدام الآلة الحاسبة بسبب (+ / −) الموجودين في الصيغة.

اعرض الشريحة ١١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حلّ المعادلة س^{٢} − ٧س + ٥ = ٠ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(ب) باستخدام الصيغة التربيعيّة

إذا كان أس^{٢} + ب س + جـ = ٠، فإن س = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\text{أجـ}}}{٢\text{أ}}$

أ = ١، ب = −٧، جـ = ٥ حدّد قيمة أ، ب، جـ في المعادلة التربيعية.

س = $\frac{٧ \pm \sqrt{(-٧)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٥}}{٢}$ عوّض بالقيم في الصيغة التربيعية وحلّ لإيجاد س.

س = $\frac{٧ \pm \sqrt{٤٩ - ٢٠}}{٢}$

نقطة نقاش ٣

ما أهمية القوسين في $(^{-}٧)^{٢}$؟

اعرض الشريحة ١٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

٩-١ الإكمال إلى مربّع

حلّ المعادلة س^{٢} − ٧س + ٥ = ٠ واكتب الناتج في صورة جذر تربيعي:

(ب) باستخدام الصيغة التربيعيّة

إذا كان أس^{٢} + ب س + جـ = ٠، فإن س = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\text{أجـ}}}{٢\text{أ}}$

أ = ١، ب = −٧، جـ = ٥ حدّد قيمة أ، ب، جـ في المعادلة التربيعية.

س = $\frac{٧ \pm \sqrt{(-٧)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٥}}{٢}$ عوّض بالقيم في الصيغة التربيعية وحلّ لإيجاد س.

س = $\frac{٧ \pm \sqrt{٤٩ - ٢٠}}{٢}$ الإجابة: س = $\frac{٧ \pm \sqrt{٢٩}}{٢}$

كلتا الطريقتين تؤديان إلى الناتج نفسه. ناقش أوجه التشابه والاختلاف لدى الطلبة في اتباع المسارين المختلفين.

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة التاسعة

تمارين ٩-١

١) أ (س + ٣)^{٢} + ٥

ب (س + ٤)^{٢} − ١٥

ج (س + ٦)^{٢} − ١٦

د (س + ٣)^{٢} − ٤

هـ (س − ٢)^{٢} + ٨

و (س − ١)^{٢} − ١٨

ز (س + $\frac{٥}{٢}$)^{٢} − $\frac{٢١}{٤}$

ح (س + $\frac{٧}{٢}$)^{٢} − $\frac{٥٧}{٤}$

ط (س − $\frac{٣}{٢}$)^{٢} − $\frac{٢١}{٤}$

ي (س + $\frac{٧}{٢}$)^{٢} − $\frac{٨١}{٤}$

ك (س − $\frac{١٣}{٢}$)^{٢} − $\frac{١٦٥}{٤}$

ل (س − ١٠)^{٢} + ٣٠٠

٢) أ س = ٠,٧٤ أو −٦,٧٤

ب س = −٠,٥٤ أو −٧,٤٦

ج س = ٣,٤١ أو ٠,٥٩

د س = ١,١٤ أو −٦,١٤

هـ س = ٢ أو ١

و س = ١١,٩٢ أو ٠,٠٨

٣) أ س = ٣,٧٠ أو −٢,٧٠

ب س = ١,٣٧ أو −٤,٣٧

ج س = ٠,١٦ أو −٦,١٦

د س = ١,٧٧ أو −٢,٢٧

هـ س = ١,٨٩ أو ٠,١١

و س = ٥,٣٧ أو −٠,٣٧

ز س = ١,٣٠ أو −٢,٣٠

ح س = ٣ أو −١

ط س = ١,٦٢ أو −٠,٦٢

تمارين ٩-٢

١) أ س = −٣ أو −٤

ب س = −٦ أو −٢

ج س = −٧ أو −٤

د س = −٥ أو ١

هـ س = −٨ أو ٢

و س = ٨ أو −٢٠

ز س = ٢ أو ٤

ح س = ٧ أو −٤

ط س = ٨ أو −٣

ي س = ٨ أو ٤

ك س = ١١ أو −٩

ل س = ١٢ أو −٣

م س = ٦ أو ٤

ن س = ٥ أو ٧

س س = ٣ أو −١٢

٢) أ س = ٠,١٦٢ أو −٦,١٦

ب س = −١,٣٨ أو −٣,٦٢

ج س = −٢,٣٨ أو −٤,٦٢

د س = −٠,٥٨٦ أو −٣,٤١

هـ س = ٣,٣٠ أو −٠,٣٠٣

و س = ٣,٤١ أو ٠,٥٨٦

ز س = ٧,١٦ أو ٠,٨٣٨

ح س = ٢,٧٣ أو −٠,٧٣٢

ط س = ٦,٦١ أو −٠,٦٠٦

ي س = ٨,٢٤ أو −٠,٢٤٣

ك س = ٨,١٤ أو ٠,٨٦

ل س = −٠,٦٧٨ أو −١٠,٣

٣) أ س = ١,٧١ أو ٠,٢٩٣

ب س = ١,٢٦ أو −٠,٢٦٤

ج س = ٠,٨٩٦ أو −١,٤٠

د س = −٠,٨٥١ أو ٢,٣٥

هـ س = −١,٣٧ أو ٠,٣٦٦

و س = ٠,٦٨١ أو −٠,٨٨١

٤) أ س = ٢,٢٨ أو ٠,٢١٩

ب س = ٠,٦٣١ أو ٠,٢٢٧

ج س = ٠,٨٧٩ أو −٠,٣٧٩

د س = ١,٣٥ أو −٢,٩٥

هـ س = −٢,٨٤ أو −٩,١٦

و س = ٦,٨٥ أو ٠,١٤٦

٥) س = ١,٦١ سم (−٥,٦١ ليست حلًّا؛ لأن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا).

٦) أ ٤,٥٣ م

ب ضع س = ن$^{\frac{١}{٣}}$ لتحصل على المعادلة $\frac{١}{٥}$س^{٢} + $\frac{١}{٣}$س = ١٠، وعند حل المعادلة تحصل على س = ٦,٢٨٦٦٦٩٧٨٨، ولكن المطلوب هو إيجاد ن وليس إيجاد س، لذا فإن ن = س^{٣}، أو ن = ٢٤٨ شهرًا مقربة إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية.

٧) أ المساحة = $\frac{١}{٢}$ (س^{٢} − ٤) = ١٦

س^{٢} − ٤ = ٣٢

س^{٢} − ٣٦ = ٠

س = ٦ أو س = $^{-}$٦

في سياق مفهوم المثلث، القيمة الصحيحة الوحيدة هي س = ٦

ب المساحة

= $\frac{١}{٢}$ (٢س + ١)(س + ٧) = ٣٥

٢س^{٢} +١٥س + ٧ = ٧٠

٢س^{٢} + ١٥س − ٦٣ = ٠

(٢س + ٢١)(س − ٣) = ٠

س = $^{-}$١٠,٥ أو س = ٣

في سياق مفهوم المثلث، القيمة الصحيحة الوحيدة هي س = ٣

ج المساحة

= (س + ٣)(٢س − ٥) = ٢١

٢س^{٢} + س − ١٥ = ٢١

٢س^{٢} + س − ٣٦ = ٠

(س − ٤)(٢س + ٩) = ٠

س = ٤ أو س = $^{-}$٤,٥

في سياق مفهوم المستطيل، القيمة الصحيحة الوحيدة هي س = ٤

تمارين ٩-٣

١) أ س = ١ ، ص = ١

س = ٢ ، ص = ٢

ب س = ٣ ، ص = ٨

س = $^{-}$٤ ، ص = $^{-}$٦

ج س = ١٠ ، ص = ١٠٠

س = $^{-}$١ ، ص = ١

د س = ٥ ، ص = ٣٥

س = $^{-}$٥ ، ص = ١٥

هـ س = $^{-}$١ ، ص = $^{-}$٢

و س = ٣ ، ص = ٧

ز س = ٧ ، ص = ٣٥

س = $^{-}$٢ ، ص = $^{-}$١٠

ح س = $^{-}$٤ ، ص = ٢٤

س = ٦ ، ص = ١٤

٢) أ ، هـ ؛ ب ، د ؛ ج ، ح ؛ و ، ز ، ط

٣) أ س = $\frac{^{-}١ + \sqrt{٧}}{٢}$ ، ص = $\frac{٧ + \sqrt{٧}}{٢}$

س = $\frac{^{-}١ - \sqrt{٧}}{٢}$ ، ص = $\frac{٧ - \sqrt{٧}}{٢}$

ب س = $\frac{^{-}١ + \sqrt{٦}}{٥}$ ، ص = $\frac{٣ + ٢\sqrt{٦}}{٥}$

س = $\frac{^{-}١ - \sqrt{٦}}{٥}$ ، ص = $\frac{٣ - ٢\sqrt{٦}}{٥}$

ج س = $\frac{^{-}١ + \sqrt{٥}}{٢}$ ، ص = $\frac{^{-}٣ + \sqrt{٥}}{٢}$

س = $\frac{^{-}١ - \sqrt{٥}}{٢}$ ، ص = $\frac{^{-}٣ - \sqrt{٥}}{٢}$

٤) أ ٣س ص − س^{٢} = ٢١

ب ٨س + ٢ص = ٣٨

ج ص = ١٩ − ٤س

٣س (١٩ − ٤س) − س^{٢} = ٢١

١٣س^{٢} − ٥٧س + ٢١ = ٠

س = ٣,٩٨ أو س = ٠,٤١

إذن، الإجابتان ممكنتان، وعليه فإن س = ٣,٩٨ و ص = ٣,٠٩ أو س = ٠,٤١ و ص = ١٧,٣٨

٥) أ ٢أ ب + ٤أ = ٤٨

ب ب = ٢أ

ج ٤أ^{٢} + ٤أ − ٤٨ = ٠

أ^{٢} + أ − ١٢ = ٠

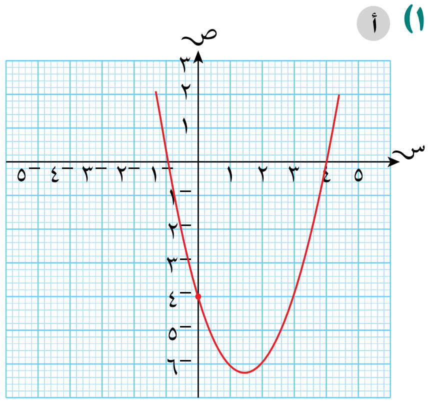
(أ + ٤) (أ − ٣) = ٠

إذًا، أ = $^{-}$٤ ، ب = $^{-}$٨ ، أو أ = ٣ ، ب = ٦

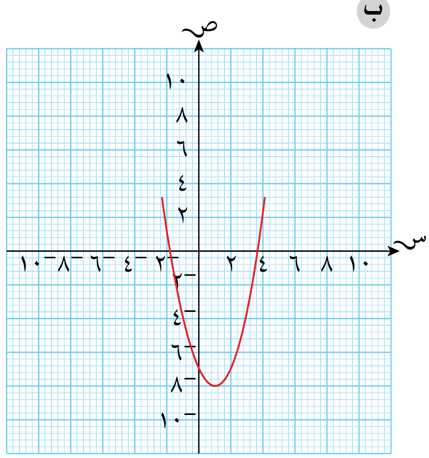
د ب = ٦ (لأن قيم أ، ب لا يمكن أن تكون سالبة)

تمارين ٩-٤

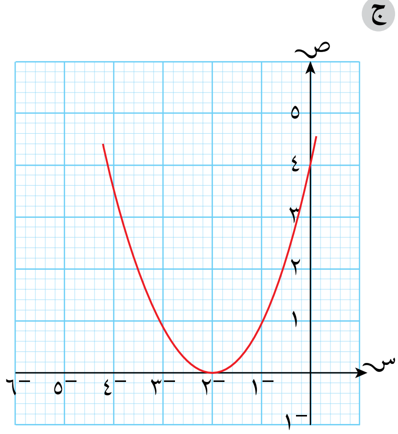
١) أ



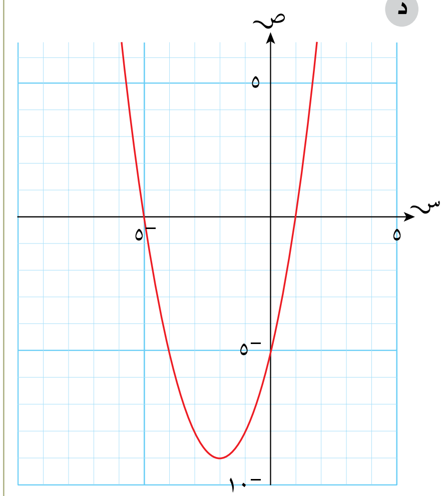
ب



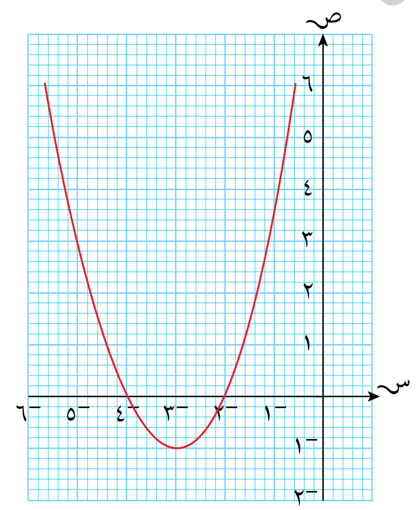
ج



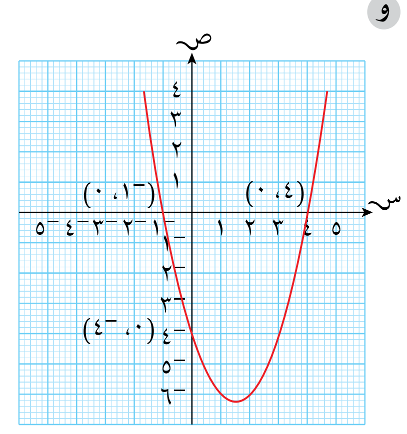
د



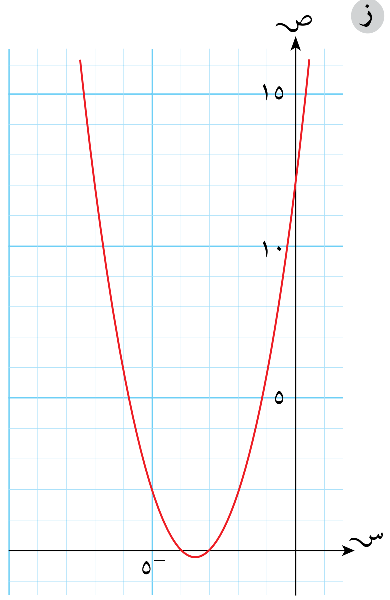
هـ



و



ز



٢)

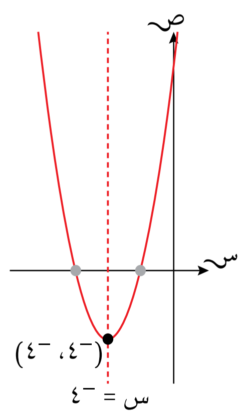
أ ص = −س^{٢} − ٤س + ٥

ب ص = ٤ − س^{٢}

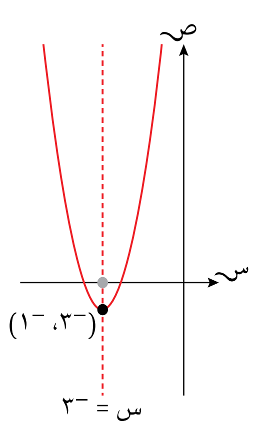
ج ص = س^{٢} − ٣س − ٤

د ص = س^{٢} − ٢س − ٣

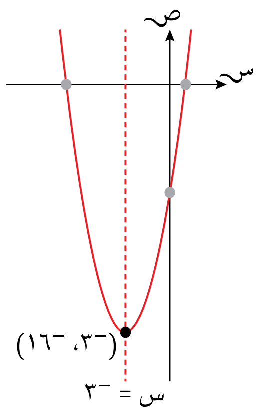
٣) أ



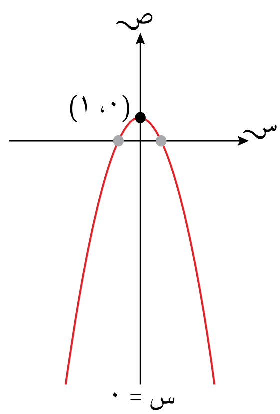
ب



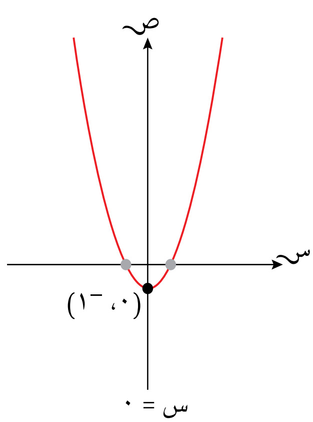
ج



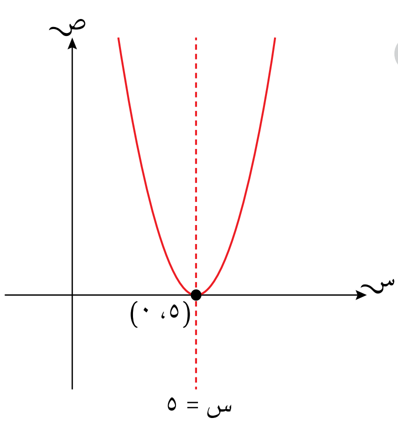
د



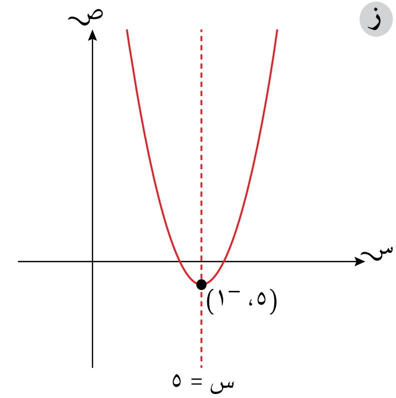
هـ



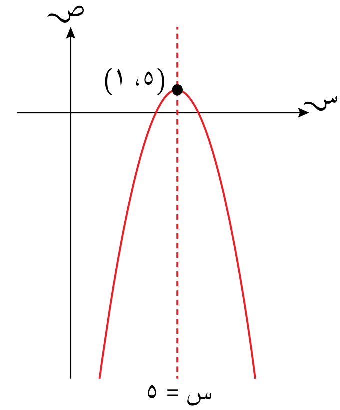
و



ز



ح

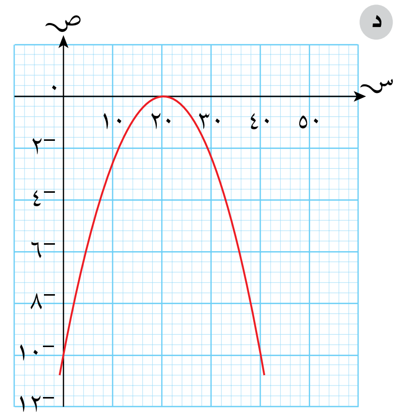


٤) أ (٢٠، ٠)

ب ٠ ≤ س ≤ ٤٠

ج −١٠ ≤ ع ≤ ٠

د

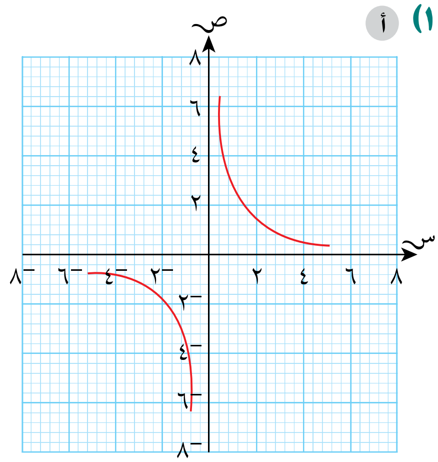


هـ العرض = ٤٠ م

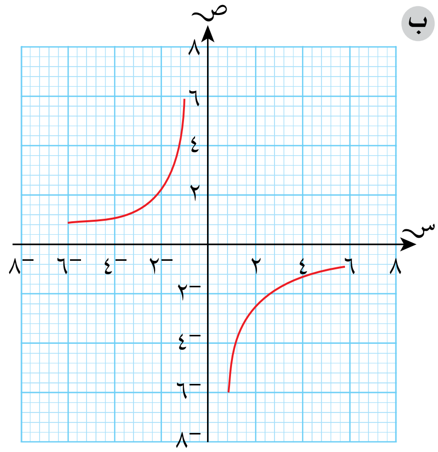
و أعلى ارتفاع = ١٠ م

تمارين ٩-٥

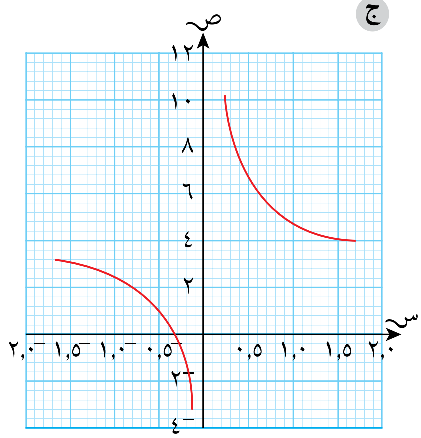
١) أ



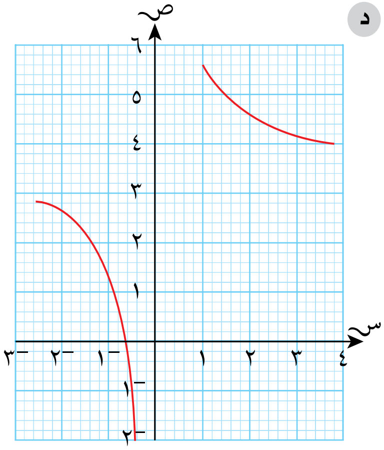
ب



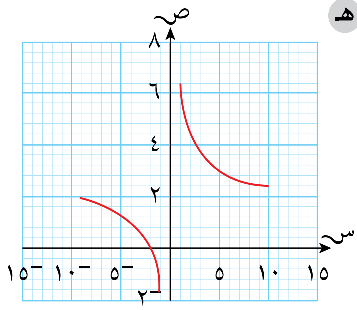
ج



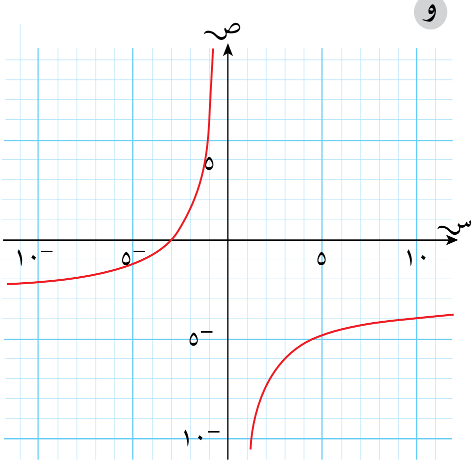
د



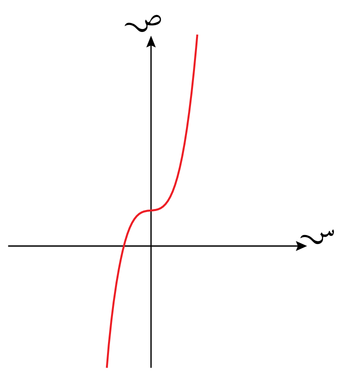
هـ



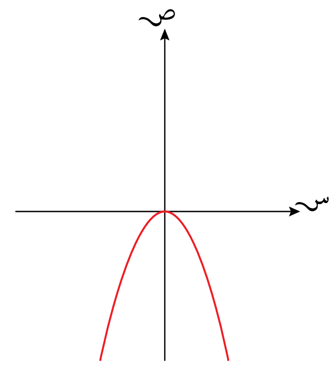
و



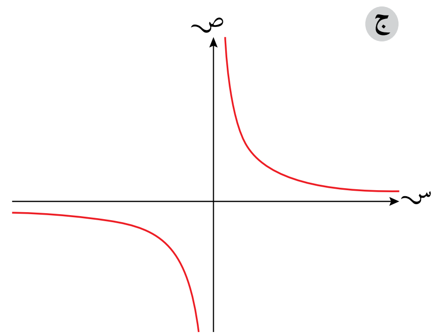
٢) أ



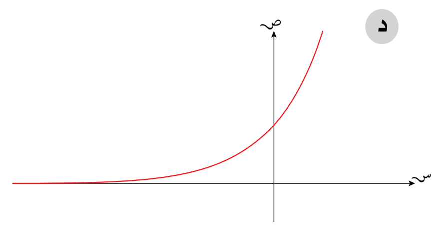
ب



ج



د



٣) أ ص = ٢^{س} (أو أيّ عدد مرفوع للقوة س)

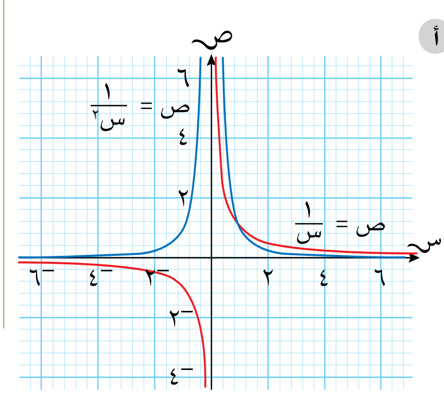
ب ص = $-\frac{١}{س}$ (أو أيّ عدد بدلًا من العدد ١)

ج ص = س^{٣} (أو أيّ معادلة أخرى من الدرجة الثالثة)

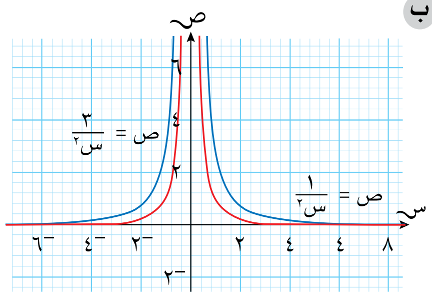
٤) أ (١) ج ، (٢) ب ، (٣) د ، (٤) أ

٥) تحقّق من رسومات الطلبة.

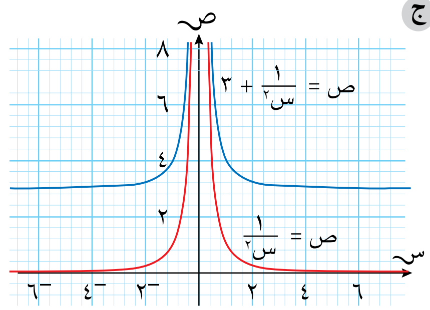
أ



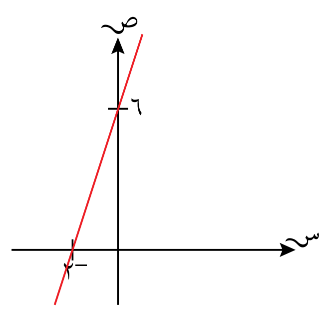
ب



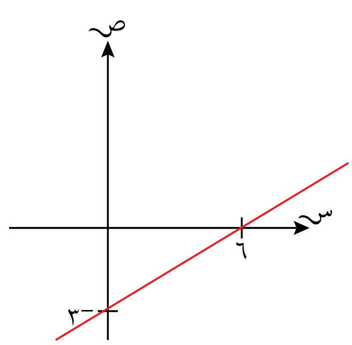
ج



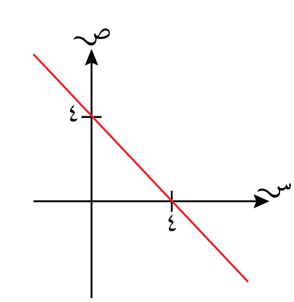
٦) أ



ب



ج



إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ س^{٢} + ٦س − ٧ = ٠

(س − ١) (س + ٧) = ٠

س = ١ ، س = −٧

ب س^{٢} + ٦س − ٧ =٠

(س + ٣)^{٢} − ٩ − ٧ = ٠

(س + ٣)^{٢} = ١٦

س + ٣ = ±٤

س = −٣±٤

س = ١ ، س = −٧

ج س^{٢} + ٦ س − ٧ = ٠

أ = ١ ، ب = ٦ ، ج = −٧

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أج}}{٢أ}$

س = $\frac{-٦ \pm \sqrt{٦^{٢} - ٤ \times ١ \times (-٧)}}{٢}$

س = $\frac{-٦ \pm \sqrt{٣٦ + ٢٨}}{٢}$

س = $\frac{-٦ \pm \sqrt{٦٤}}{٢}$

س = $\frac{-٦ \pm ٨}{٢}$

س = $\frac{٢}{٢}$ ، $-\frac{١٤}{٢}$

س = ١ ، س = −٧

٢) أ (−١، ٠)

ب (٠، −٥)

ج (٢، −٩)

د (٥، ٠)

٣) أ $\sqrt{٣٧}$

ب ٥

٤) س = ٣، ص = ١٩ أو س = −٤، ص = ٥

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة التاسعة

تمارين ٩-١

١) أ (س + ٣)^2 − ٥

ب (س − ٢)^2 + ٣

ج (س + ٧)^2 − ٥

د (س − ٦)^2 − ٦

هـ (س + ٥)^2 − ٨

و (س + ١١)^2 + ٢٠

ز (س + ١٢)^2 − ٢٣

ح (س − ٨)^2 − ٧

ط (س + ٩)^2 + ١٢

ي (س − ١)^2 + ٩

ك (س − ٤)^2 − ٢١

ل (س + ١٠)^2 − ١٧

٢) أ س = ٦، س = $^{-}$١

ب س = ٣، س = $^{-}$٢

ج س = ٣، س = ١

د س = ٧، س = $^{-}$١

هـ س = ١٥,٨١، س = ٠,١٩

و س = $^{-}$٦,٨٥، س = $^{-}$٠,١٥

ز س = ٠,١١، س = $^{-}$٩,١١

ح س = $^{-}$٣,٧٠، س = $^{-}$٧,٣٠

ط س = ١١,٠٥، س = $^{-}$٩,٠٥

٣) أ س = ٢، س = $^{-}$٠,٥

ب س = ٣، س = ١

ج س = ٢,٥٣، س = $^{-}$٠,٥٣

د س = ٣، س = $^{-}$٠,٥

هـ س = ٧,٤٧، س = $^{-}$١,٤٧

و س = $^{-}$٢,٢٧، س = ١,٧٧

تمارين ٩-٢

١) أ س = ١٠ أو ٤

ب س = ٦ أو $^{-}$٢٠

ج س = ١ أو $^{-}$٦

د س = ٣ أو ٥

هـ س = ٤ أو $^{-}$١

و س = ٢

ز س = ٢ أو −٦

ح س = $^{-}$٥

ط س = ٢ أو $^{-}$٤

٢) أ س = $^{-}$٠,٧٦ أو $^{-}$٥,٢٤

ب س = ١,٥٦ أو $^{-}$٢,٥٦

ج س = $^{-}$٤,٧٦ أو $^{-}$٩,٢٤

د س = ٧,١٢ أو $^{-}$١,١٢

هـ س = $^{-}$٢,١٧ أو $^{-}$٧,٨٣

و س = $^{-}$٠,١٥ أو $^{-}$٦,٨٥

ز س = $^{-}$٧,٢٠ أو $^{-}$١٦,٨٠

ح س = $^{-}$٣,٧٠ أو $^{-}$٧,٣٠

ط س = ٤,١٩ أو س = $^{-}$٢٢,١٩

٣) أ س = ٥,٤٦ أو $^{-}$١,٤٦

ب س = ١,٦٧ أو $^{-}$٣,٥

ج س = ١,٣١ أو ٠,١٩

د س = ٥ أو $^{-}$٢,٥

هـ س = ٢,٢٥ أو ١

و س = ١,٧٧ أو $^{-}$١,٢٧

ز س = ٠,٨٠ أو $^{-}$٠,١٤

ح س = ١٠,٦٥ أو ٥,٣٥

ط س = ٩,٩١ أو $^{-}$٠,٩١

٤) س^2 + س + ٣٣٠٦ = ٠ أو
س^2 − س + ٣٣٠٦ = ٠
العددان هما: ٥٧، ٥٨ أو $^{-}$٥٨، $^{-}$٥٧

٥) بعدا اللوحة ١٢ سم × ١٨ سم

٦) أ المساحة
= (س + ١)(س − ٤) = ١٤
س^2 − ٣س − ٤ = ١٤
س^2 − ٣س − ١٨ = ٠
(س − ٦)(س + ٣) = ٠
س = ٦ أو س = $^{-}$٣
في سياق مفهوم المستطيل، القيمة الصحيحة الوحيدة هي
س = ٦

ب المساحة = $\frac{1}{2}$ (س + ٥)(٤س)
= ٤٨
٢س^2 + ١٠س = ٤٨
٢س^2 + ١٠س − ٤٨ = ٠
س^2 + ٥س − ٢٤ = ٠
(س + ٨)(س − ٣) = ٠
س = $^{-}$٨ أو س = ٣
في سياق مفهوم المثلث، القيمة الصحيحة الوحيدة هي
س = ٣

تمارين ٩-٣

١) أ س = ٦، ص = ٤١
أو س = $^{-}$٢، ص = ٩

ب س = ٤، ص = $^{-}$٢

أو س = ٥، ص = ٠

ج س = ٥، ص = ٢٥

أو س = $^{-}$٨، ص = $^{-}$١

د س = ١ + $\sqrt{١١}$، ص = ١٠ + $\sqrt{١١}$

أو س = ١ − $\sqrt{١١}$، ص = ١٠ − $\sqrt{١١}$

هـ س = ٤ + $\sqrt{٢١}$، ص = ٤١ + ٨$\sqrt{٢١}$

أو س = ٤ − $\sqrt{٢١}$، ص = ٤١ − ٨$\sqrt{٢١}$

و س = ١ + $\sqrt{١٠١}$، ص = ١٠٢ + ٣$\sqrt{١٠١}$

أو س = ١ − $\sqrt{١٠١}$، ص = ١٠٢ − ٣$\sqrt{١٠١}$

ز س = ٠,٥، ص = ٢,٥

أو س = $^{-}$٣، ص = ٦

ح س = $^{-}$١,٥، ص = $^{-}$٥,٥

أو س = $\frac{^{-}٢}{٣}$، ص = $\frac{١}{٣}$

ط س = ١، ص = ٤

أو س = $\frac{^{-}٣}{٤}$، ص = ٢,٢٥

٢) **أ** ٢س ص + س^{٢} = ١٠٥

ب ص = س + ٣

ج ٣س^{٢} + ٦س = ١٠٥

س^{٢} + ٢س − ٣٥ = ٠

(س − ٥)(س + ٧) = ٠

س = ٥، ص = ٨ أو س = $^{-}$٧، ص = $^{-}$٤

د لا يمكن أن تكون قيمة س سالبة. إذن ارتفاع الشكل ٢ × ٥ = ١٠ سم.

تمارين ٩-٤

١) **أ** ص = ٣(س + ١)^{٢} + ٠

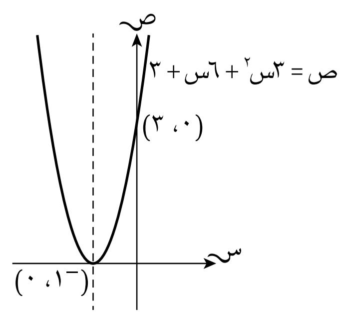
ب (٠، ٣)

ج معادلة محور التماثل:

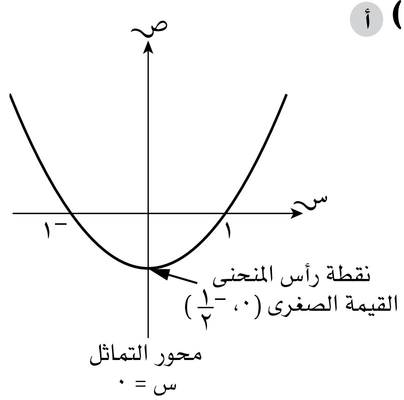
س = $^{-}$١ نقطة رأس المنحنى (⁻١، ٠)

د ($^{-}$١، ٠)

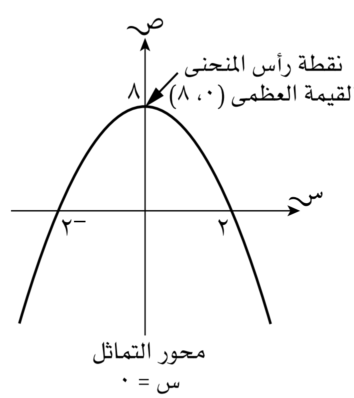
هـ



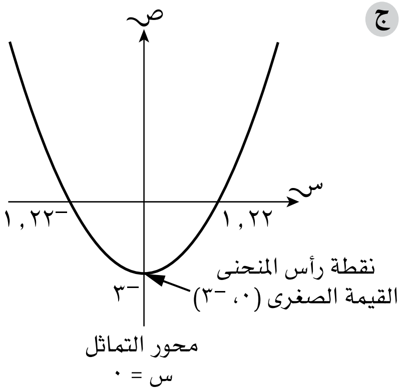
٢) **أ**



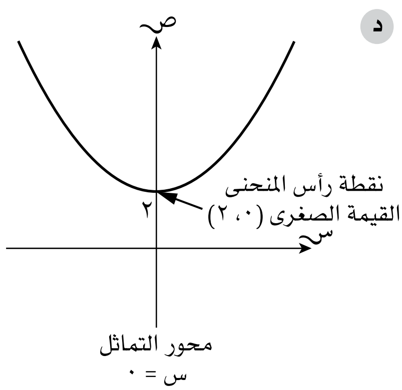
ب



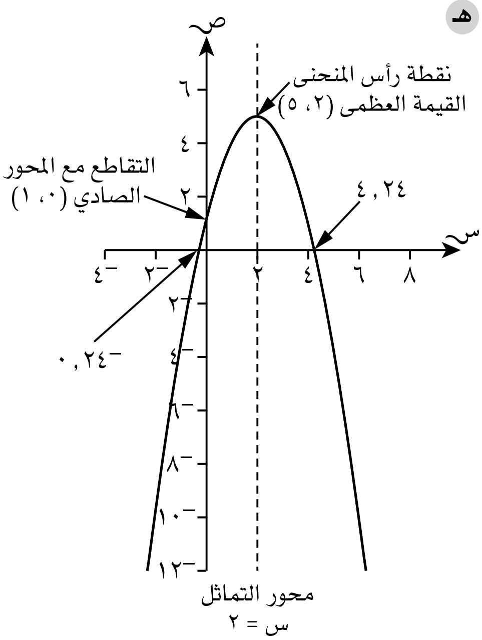
ج



د

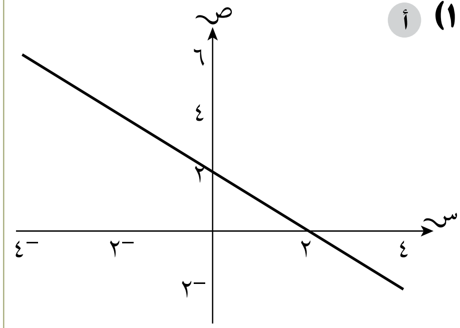


هـ

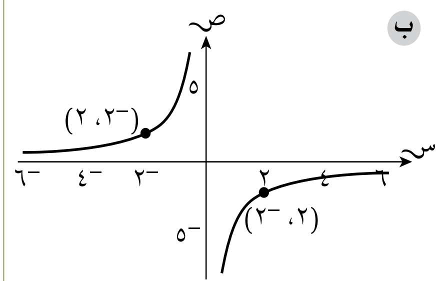


تمارين ٩-٥

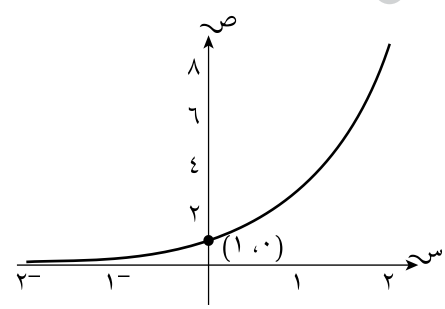
١) أ



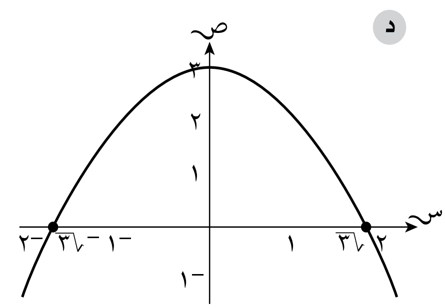
ب



ج



د



٢) أ ص = −س

ب ص = −٧

ج ص = −س^{٢}

إجابات تمارين متنوعة

١) أ د = ١,٣٠ أو −٢,٣٠

ب س = ١,٣٣ أو −١

ج س = ٣ أو −٥

د س = ٠,٦٧ أو ١

هـ س = ١ أو −٠,٦٢٥

و س = ١

٢) أ س = −٢ أو ٠,٤

ب س = $\frac{\text{ن} \pm \sqrt{\text{ن}^{٢} - ٤\text{م ر}}}{٢\text{م}}$

٣) أ ص = −س^{٢} + ١

تمارين المراجعة:

المزيد من المعادلات

١) استخدم طريقة الإكمال إلى مربع لحل المعادلات التربيعية الآتية، واكتب الناتج مقربًا الى أقرب منزلتين عشريتين:

أ $س^٢ + ٤س - ٣ = ٠$ ب $س^٢ + ٨س = {}^{-}٦$

ج $س^٢ - ٢س = ٤$ د $٢س^٢ + ٢س = ٣$

٢) حل كلّاً من المعادلات الآتية باستخدام الصيغة التربيعية، واكتب الناتج مقربًا الى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية:

أ $٣س^٢ - ٥ س - ١ = ٠$ ب $٣س^٢ - س - ٣ = ٠$ ج $٣س^٢ + ٧س - ٩ = ٠$

د $س^٢ + ٣س = ٨$ هـ $س^٢ + ٢س - ٥ = ٠$ و $٢س^٢ = ١٠س - ٥$

ز $٥ + ٥س^٢ = ١٠س$ ح $-س^٢ + س = {}^{-}١$

٣) افترض أن للمعادلة التربيعية $أس^٢ + ب س + جـ = ٠$ جذرين حقيقيين مختلفين. بيّن أن الفرق بينهما هو $\frac{\sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{أ}$

٤) حلّ كل زوج من أزواج المعادلات الآتية آنيًّا:

أ $ص = س^٢ - ٢س + ١$
$ص = ٢س - ٢$

ب $ص = س^٢ - ٤س + ٣$
$ص = ٢ - ٢س$

ج $ص = س^٢ + ٤س + ١$
$ص = ٢س + ١$

د $ص = ٤س^٢ - س + ٢$
$ص + س = ١١$

هـ $ص = س^٢ + ٤س + ٥$
$س + ص = ٠$

٥) حل المعادلتين الآتيتَين آنيًّا: $٢ص = س - ١$، $ص = س^٢ - ٤س + ٣$

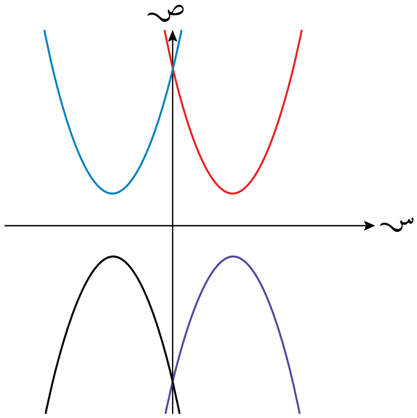
٦) عندما ترسم التمثيل البياني لِـ $ص = س + ٢$ والتمثيل البياني لِـ $ص = س^٢ + ٤س + ٣$ على نفس المستوى الإحداثي، فإنهما يتقاطعان في نقطتين. دون أن ترسم التمثيلين، أوجد إحداثيات نقطتي التقاطع هاتين.

٧) أين يتقاطع التمثيلان البيانيان لِـ $ص = ٢س^٢ + س - ٣$، $ص = ٢س + ١$؟ لا ترسم التمثيلين البيانيّين.

٨) ارسم التمثيل البياني لِـ $ص = س^٢ + ٣س - ١٠$، محددًا نقاط تقاطع المنحنى مع المحورين.

٩) ما هي نقطة رأس المنحنى للدالة ص = س^{٢} + ٦ س + ٧؟

١٠) يوجد أربعة تمثيلات بيانية في الشكل الآتي:



معادلة إحداها هي ص = س^{٢} − ٤س + ٥

ما معادلات التمثيلات البيانية الثلاثة الأخرى؟

١١) ما الخاصية الموجودة في التمثيلات البيانية لكل دالة من الدوال الآتية؟

ص = ٣^{س} ص = س^{٣} + ١ ص = س^{٢} + ٣س + ١

إجابات تمارين المراجعة:

المزيد من المعادلات

١) أ ٠,٦٥، −٤,٦٥ — ب −٠,٨٤، −٧,١٦

ج −١,٢٤، ٣,٢٤ — د ٠,٨٢، −١,٨٢

٢) أ ١,٨٥، −٠,١٨ — ب ١,١٨، −٠,٨٤٧

ج ٠,٩٢، −٣,٢٥ — د ١,٧٠، −٤,٧٠

هـ ١,٤٤، −٣,٤٤ — و ٤,٤٣، ٠,٥٦٤

ز ١ — ح −٠,٦١٨، ١,٦١٨

٣) $\dfrac{-ب + \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} - \dfrac{-ب - \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \dfrac{-ب + \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ} + ب + \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \dfrac{٢\sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \dfrac{\sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{أ}$

٤) أ س = ١ ، ص = ٠ و س = ٣ ، ص = ٤

ب س = ١ ، ص = ٠

ج س = ٠ ، ص = ١ أو س = −٢ ، ص = −٣

د س = ١,٥ ، ص = ٩,٥ أو س = −١,٥ ، ص = ١٢,٥

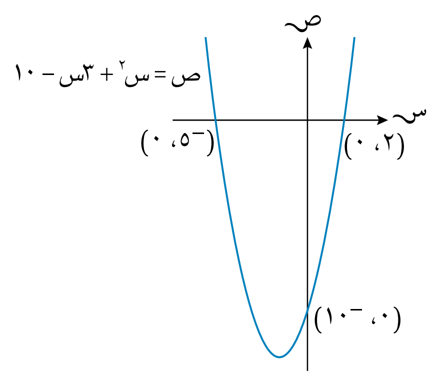
هـ س= −٣,٦٢ ، ص = ٣,٦٢ أو س = −١,٣٨ ، ص = ١,٣٨

٥) س = ١ ، ص = ٠ أو س = ٣,٥ ، ص = ١,٢٥

٦) (−٤,٠، ١,٦)، (−٢,٦ ، −٠,٦)

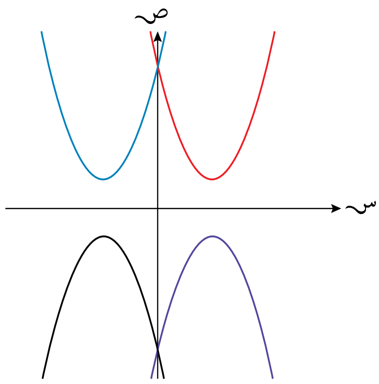
٧) (١,٧، ٤,٤)، (−١,٢ ، −١,٤)

٨)



٩) أعد كتابة المعادلة ص = س^{٢} + ٦س + ٧ في صورة ص = (س + ٣)^{٢} − ٢ (بالإكمال إلى مربع). تقع نقطة رأس المنحنى عند س = $^{-}$٣ ، ص = $^{-}$٢، لذا ستكون النقطة ($^{-}$٣ ، $^{-}$٢).

١٠)



في منحنى الدالة ص = س^{٢} − ٤س + ٥، نقطة التقاطع مع المحور الصادي هي (٠، ٥)، وباستخدام الإكمال إلى مربع، تصبح الدالة ص = (س − ٢)^{٢} + ١، أي نقطة رأس المنحنى هي (٢، ١)، هذا يعني أن منحنى الدالة ص = س^{٢} − ٤س + ٥ هو المنحنى الموجود في الأعلى إلى اليمين.

نستنتج أيضًا أن نقطة رأس المنحنى في الرسم الموجود في الأعلى إلى اليسار هي ($^{-}$٢، ١) (باستخدام التماثل في الرسم)، أي أن معادلة الدالة ستكون مرتبطة بالدالة ص = (س − ٢)^{٢} + ١ وستكون ص = (س + ٢)^{٢} + ١، ويمكن كتابتها في صيغة ص = س^{٢} + ٤س + ٥

المنحنيان الآخران هما تماثلان لهذين المنحنيين، أي يتمثلان بالدالتَين: ص = $^{-}$س^{٢} + ٤س − ٥، ص = $^{-}$س^{٢} − ٤س − ٥

١١) جميعها تقطع المحور الصادي عند ١

الوحدة العاشرة: الاحتمال البسيط

نظرة عامّة

تتعامل هذه الوحدة مع المفهومَين الرياضيّين: الفرص وعدم اليقين. ويُعتَبر كلا المفهومَين مهمًّا، ويُعد إدراك ما تعنيه العبارات التي تتحدث عن الفرص من المهارات المُهمّة، التي ينبغي أن يكتسبها الطلبة. فعندما يُفاجأ بعض الأشخاص بالمصادفات التي تحدث في حياتهم اليومية، مثل لقاء صديق ما مصادفة خلال رحلة سفر. وبما أن هؤلاء الأشخاص لا يفكّرون رياضيًّا في الاحتمال، فإنّ بالإمكان تضليلهم بعبارات تظهر وكأنّها رياضية وعلمية وليست دقيقة، وبخاصة في المخطّطات التي تعدك بالآتي: 'سريعًا ستصبح غنيًّا'.

يمتلك معظم الطلبة أفكارًا حدسية عن الاحتمال. فإذا قلت مثلًا: إن حقيبة ما تحتوي على سبع كرات حمراء وأربع زرقاء، قد يجيبونك أن فرصة سحب كرة زرقاء هي $\frac{٤}{١١}$.

استخدم أمثلة من هذا القبيل كمقدِّمة جيدة، وتقود بالتالي إلى تعريف الاحتمال:

ل(الحدث المفضّل) = $\frac{\text{عدد مرّات وقوع الحدث المفضّل}}{\text{عدد مرّات إجراء التجربة}}$

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١٠–١	مقدمة في الاحتمال	٢	٧–١ يحسب احتمال وقوع حدث واحد في صورة كسر أو كسر عشريّ أو نسبة مئويّة، مستخدمًا معلومات مأخوذة من جداول وتمثيلات بيانية. ٧–١ يحل مسائل عن الاحتمال. ٧–٢ يفهم أنّ التكرار النسبيّ هو تقدير لاحتمال؛ يحسب التكرار المتوقّع لحدث ما.	الحدث، الاحتمال، مقياس الاحتمال، التجربة، الاحتمال التجريبي، الناتج، الاحتمال النظري، النواتج المفضّلة، منحاز
١٠–٢ (PPT ١٠–١)	مخطط الفضاء الاحتمالي	٢	٧–٣ يستخدم مخطّطات الفضاء الاحتمالي.	مخطّط الفضاء الاحتمالي
١٠–٣ (PPT ١٠–٣)	تجميع الأحداث المستقلّة والأحداث المُتنافية	٣	٧–٣ يحسب احتمال الأحداث البسيطة المجمّعة.	المستقلة، المتنافية

تقديم الموضوع

ادعُ الطلبة إلى اختيار عدد بين واحد وعشرة، وكتابته. قبل أن تنظر إلى النواتج، ناقش النواتج التي يتوقّعونها، كأن تسألهم: هل عدد المرات التي تمّ فيها اختيار كل عدد هو نفسه؟ ماذا تتوقّعون إذا اختار ١٠٠٠ شخص عددًا بين واحد وعشرة؟ ثم ارسم جدول عدّ، وسجّل العدد الذي اختاره كل طالب. قد تجد أن بعض الأعداد المُختارة تتكرّر أكثر من غيرها؛ الأصدقاء الذين يختارون الأعداد معًا قد يؤثّر اختيار أحدهم على اختيار الآخر.

تبيّن هذه التجربة أن الطلب إلى مجموعة من الأشخاص اختيار عدد ما هو تجربة غير عشوائية. فإذا أردت أن تكون النواتج عشوائية، فضع كل الأعداد في حقيبة، واطلب إلى كل فرد منهم سحب عدد واحد (دون مشاهدته). لكن إذا طلبت إليهم أن يسموا عددًا ما، فإن فرصة اختيار عدد محدّد تكون كبيرة. والسبب في ذلك أنّ الناس يفضّلون أعدادًا محدّدة؛ فهم يميلون إلى تجنُّب اختيار العددَين ١، ١٠ لأنهما يقعان على 'الطرفَين'، وإلى تجنُّب العدد ٥ أيضًا، لأنه يقع في 'الوسط'. لذا سيكون اختيار ٣، ٧ هو الاختيار الأوفر حظًا.

التفكير في الموضوع

أكّد على الطلبة الأمر الآتي: صحيح أننا نقرأ لفظًا '٤ من ١١' في الصف أو في الحياة اليومية، لكن من **غير** المقبول أن نكتب الاحتمال لفظيًّا (أو في صورة نسبة) في الاختبارات أو في المشاريع البحثية. إذا أجاب الطلبة عن أحد الأسئلة بكتابة '٤ من ١١' فقد لا يحصلون على أيّ درجة، لأن عليهم أن يكتبوا إجاباتهم في صورة كسر أو عدد عشري، مثل $\frac{٤}{١١}$، أو $٠,\overline{٣٦}$ ذكّرهم بأن يكتبوا إجاباتهم في أيّ من صورتَي 'العدد'، وأن يستخدموا الصورة المناسبة لهم.

مخطّطات الفضاء الاحتمالي: تُمثّل هذه المخطّطات طرقًا جيدة للبحث عن الاحتمالات عندما يحدث شيئان معًا ليُنتجا حدثًا ما. ويُعدّ رمي حجرَي نرد من الأمثلة الجيّدة على ذلك، حيث تظهر جميع النواتج على المخطّط، ويمكن بناء حساب الاحتمالات عليها.

مواقف يتبع فيها حدث ما حدثًا آخر: تعدّ هذه المواقف أكثر صعوبة، ويجب أن تكون صبورًا خلال التعامُل معها. ومن المفيد أن تستمر في تكرار 'أ **و** ب يعني **ضرب** الاحتمالات ' في حين أنّ 'أ **أو** ب يعني **جمع** الاحتمالات'. يستطيع الطلبة أن يُنجزوا الحل سريعًا في هذا المجال. لكن يُفضّل أن تُقنعهم أن إنجازه بالتفصيل أمر جيد، وأن كتابة الأشياء بالكلمات تساعد كثيرًا؛ فمثلًا، إذا رميت حجر نرد منتظمًا مرتين، فإن احتمال الحصول على ٦ واحدة فقط يمكن أن يظهر على النحو الآتي:

ل (ظهور ٦ واحدة فقط) = ل (ظهور ٦ **و** عدم ظهور ٦، **أو** عدم ظهور ٦ **و** ظهور ٦)

عندما ينفّذ الطلبة ذلك، فإنّ كل ما يحتاجون إليه هو الانتقال إلى الاحتمالات المناسبة.

التفكير في نواتج متساوية الفرص عند وجود ناتجين: يميل الطلبة إلى التفكير في الأمر الآتي: عند وجود ناتجَين ممكنَين فقط، تكون لهما فرصة الحدوث نفسها، أي أن فرصة حدوث أحدهما (٥٠٪) تساوي فرصة حدوث الآخر. لكنّ هذا لا يصحّ في كثير من مواقف الحياة اليومية؛ فإذا توقعت أن احتمال أن تُمطر غدًا ليس '٥٠٪' **مثلًا**، فإن فرصة هطول المطر مُعتمدة على عوامل كثيرة أخرى، مثل المكان والفصل، وهل أمطرت في مثل هذا اليوم من قبل أم لا. وبالمثل، عندما يسدّد لاعب كرة القدم الكرة إلى المرمى، فإن فرصة تسجيل هدف ليست '٥٠٪'. وإذا كانت فرصة تسجيل لاعب ما هدفًا ٨٠ ٪ خلال الموسم، يكون احتمال فرصة التسجيل في أي مرحلة من الموسم ٨٠ ٪ عند ركل الكرة إلى المرمى. تأكّد من أن الطلبة يدركون أن بعض الأحداث ليست عشوائية. يمكن مثلًا أن يعتمد نجاح النتيجة على التكرارات النسبية، وليس على الاحتمالات النظرية.

الاحتمال في مواقف من الحياة اليومية

يتمّ استكشاف الاحتمالات في الحياة اليومية واستقصاؤها باستخدام كثير من الأمثلة، منها: الطقس، حوادث السيارات، الدرجات، ألعاب الحظ، ربح جوائز في الألعاب الرياضية، احتمالات كلمة السر، اختبارات الأدوية، وادعاءات الإعلانات (مثل تخفيضات بنسبة ٤٠ ٪ على جميع السلع).

اعتمد عبارات كالعبارات الواردة أدناه. ثم اطلب إلى الطلبة أن يقيّموا ما تعنيه، وإن كان ما تعنيه دقيقًا أم لا بدلالة الاحتمال الرياضي:

- عليك قيادة السيارة ببطء على هذه الطريق لأن رجال المرور يراقبونها دائمًا.
- كلام غير دقيق لأنني دائمًا ما أكون مسرعًا على هذه الطريق، ولم يوقفني رجال المرور قط.
- لم تمطر هنا في شهر ديسمبر.
- تفضّل أغلب النساء الصابون المعطّر 'بالخزامى'.
- إذا أمطرت يوم المباراة فإن فرصة فوز الفريق الآخر في المباراة أفضل من فرصتنا.
- الشباب الذين لم يمضِ وقت طويل على حيازتهم رُخص قيادة يتعرّضون لحوادث السير أكثر من كبار السنّ.

توسيع الموضوع

من المفيد للطلبة الذين يهتمون بالسياق الأساسي للكتاب أن يستقصوا عمّا تعنيه في النشرة الجوية عبارة: 'فرصة أن تمطر غدًا ٣٠ ٪' (فضلًا عن بعض العبارات الأخرى). يمكنهم أيضًا تتبُّع الطقس الحقيقي، ومقارنته مع الطقس المتوقّع لتقييم مدى دقّة توقُّعات الطقس.

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية مُتوفِّرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مُفصَّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ١٠-١ الاحتمال البسيط
- PPT ١٠-٢ الأحداث المُركّبة

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١٠-١ الاحتمال البسيط

اعرض الشريحة ١

اطلب إلى الطلبة قراءة السؤال. هل السؤال واضح؟ هل يفهمون ما الذي يجري؟ ما مخطّط الفضاء الاحتمالي الذي سيعتمد؟

اعرض الشريحة ٢

هل أدرك الطلبة كيف ينهون المخطّط؟

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-١ الاحتمال البسيط

تحتوي الحقيبة (أ) على ثلاث بطاقات حمراء وبطاقتين زرقاوين. وتحتوي الحقيبة (ب) على بطاقة واحدة حمراء وثلاث بطاقات زرقاء وبطاقة واحدة خضراء. تم سحب بطاقة واحدة من كل حقيبة عشوائيًّا.

ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي لتبين كل النواتج الممكنة:

		الحقيبة (أ)				
الحقيبة (ب)		ح	ح	ح	ز	ز
	ح	ح ح	ح ح	ح ح	ز ح	ز ح
	ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
	ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
	ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
	ض	ح ض	ح ض	ح ض	ز ض	ز ض

استخدم المخطّط لتجد كل احتمال من الاحتمالات الآتية:

(أ) ل(للبطاقتين اللون نفسه)

(ب) ل(بطاقة حمراء واحدة فقط)

(ج) ل(عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء)

نقطة نقاش ١

ناقش فوائد عرض جميع النواتج الممكنة لحدث ما باستخدام مخطّط الفضاء الاحتمالي: من الواضح أن إمكانية نسيان أي نتيجة للاحتمال يكون ضعيفًا، كما يسهل حساب عدد النواتج الممكنة (بأن تضرب عدد الصفوف في عدد الأعمدة).

من المفيد أن توضّح لطلبتك أنهم سيحتاجون إلى التأكُّد من أن كل ناتج له نفس فرصة الحدوث كما هي الحالة هنا.

كم ناتجًا مختلفًا يوجد في مخطّط الفضاء الاحتمالي؟ هناك ٥ أعمدة و ٥ صفوف. لذا، يكون عدد النواتج المتساوية في فرصة الحدوث ٥ × ٥ = ٢٥

والآن، وجّه الطلبة إلى إنجاز الجزئية (أ). اسأل أحدهم عن المطلوب وعن المقصود من السؤال. تحقّق من أنهم يدركون أن ل(. . .) تعني "احتمال أن. . . قد حدث".

أيّ من النواتج يتوافق مع الجزئية (أ)؟ يمكنك تظليل هذه النواتج على السبّورة.

اعرض الشريحة ٤

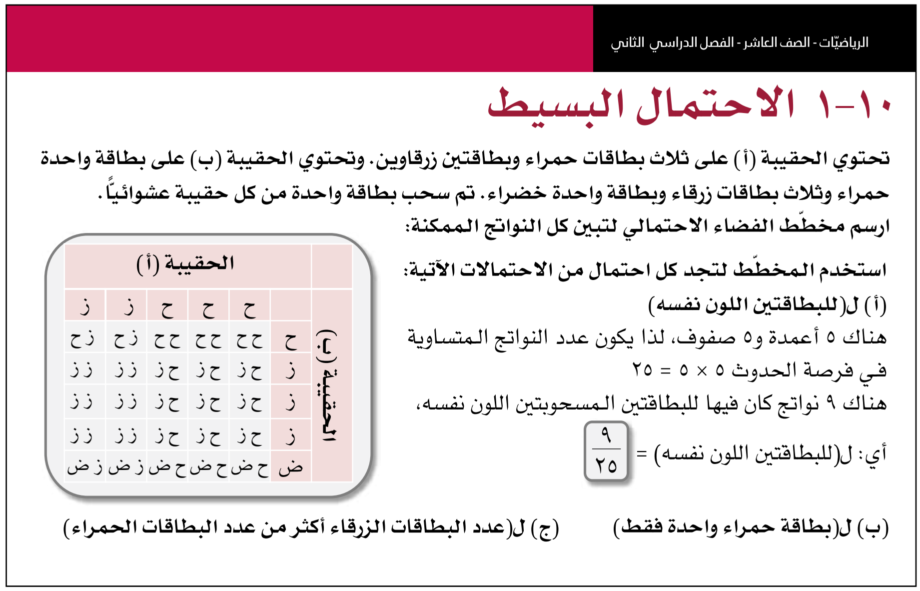
تم تظليل النواتج حيث كان للبطاقتين اللون نفسه. تحقّق من فهم الطلبة للرموز التي اعتُمدت، وأنهم لم ينسوا أيًّا من النواتج.

هناك ٩ نواتج كان فيها للبطاقتَين المسحوبتَين اللون نفسه. (ح ح)، (ز ز).

ما احتمال الحصول على بطاقتَين لهما اللون نفسه؟

اعرض الشريحة ٥

اعرض الشريحة ٦



(ب) يحتاج الطلبة إلى النظر في النواتج التي تتضمّن 'ح' واحدة فقط. أيّ النواتج التي يجب أن يظلّلها الطلبة هذه المرّة؟

اعرض الشريحة ٧

كم ناتجًا لدينا الآن؟ ما هو الاحتمال؟

لدينا ١٤ ناتجًا تكون فيها بطاقة حمراء واحدة فقط مسحوبة من بين البطاقتين.

اعرض الشريحة ٨

١٠-١ الاحتمال البسيط

تحتوي الحقيبة (أ) على ثلاث بطاقات حمراء وبطاقتين زرقاوين. وتحتوي الحقيبة (ب) على بطاقة واحدة حمراء وثلاث بطاقات زرقاء وبطاقة واحدة خضراء. تم سحب بطاقة واحدة من كل حقيبة عشوائياً.

ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي لتبين كل النواتج الممكنة:

الحقيبة (ب) \ الحقيبة (أ)	ح	ح	ح	ز	ز
ح	ح ح	ح ح	ح ح	ز ح	ز ح
ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
ض	ح ض	ح ض	ح ض	ز ض	ز ض

استخدم المخطّط لتجد كل احتمال من الاحتمالات الآتية:

(أ) ل(للبطاقتين اللون نفسه)

هناك ٥ أعمدة و٥ صفوف، لذا يكون عدد النواتج المتساوية في فرصة الحدوث ٥ × ٥ = ٢٥

هناك ٩ نواتج كان فيها للبطاقتين المسحوبتين اللون نفسه،

أي: ل(للبطاقتين اللون نفسه) = $\boxed{\frac{٩}{٢٥}}$

(ب) ل(بطاقة حمراء واحدة فقط)

هناك ١٤ ناتجًا كانت فيها بطاقة واحدة فقط لونها أحمر، أي:

ل(بطاقة واحدة حمراء فقط) = $\boxed{\frac{١٤}{٢٥}}$

(ج) ل(عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء)

اعرض الشريحة ٩

١٠-١ الاحتمال البسيط

تحتوي الحقيبة (أ) على ثلاث بطاقات حمراء وبطاقتين زرقاوين. وتحتوي الحقيبة (ب) على بطاقة واحدة حمراء وثلاث بطاقات زرقاء وبطاقة واحدة خضراء. تم سحب بطاقة واحدة من كل حقيبة عشوائياً.

ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي لتبين كل النواتج الممكنة:

الحقيبة (ب) \ الحقيبة (أ)	ح	ح	ح	ز	ز
ح	ح ح	ح ح	ح ح	ز ح	ز ح
ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
ز	ح ز	ح ز	ح ز	ز ز	ز ز
ض	ح ض	ح ض	ح ض	ز ض	ز ض

استخدم المخطّط لتجد كل احتمال من الاحتمالات الآتية:

(أ) ل(للبطاقتين اللون نفسه)

هناك ٥ أعمدة و٥ صفوف، لذا يكون عدد النواتج المتساوية في فرصة الحدوث ٥ × ٥ = ٢٥

هناك ٩ نواتج كان فيها للبطاقتين المسحوبتين اللون نفسه،

أي: ل(للبطاقتين اللون نفسه) = $\boxed{\frac{٩}{٢٥}}$

(ب) ل(بطاقة حمراء واحدة فقط)

هناك ١٤ ناتجًا كانت فيها بطاقة واحدة فقط لونها أحمر، أي:

ل(بطاقة واحدة حمراء فقط) = $\boxed{\frac{١٤}{٢٥}}$

(ج) ل(عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء)

انتقل إلى الجزئية (ج). هل يدرك الطلبة المطلوب في السؤال؟

نقطة نقاش ٢

قد يواجه بعض الطلبة صعوبات في أسئلة الاحتمال، مثل هذا السؤال، حيث سيبحثون عن نواتج غير ظاهرة مباشرة. عليهم معرفة أيّ نواتج تجعل العبارة صحيحة.

ناقش معهم المعنى الحقيقي لعبارة 'عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء'. إذا سحبت بطاقة واحدة زرقاء وبطاقة واحدة حمراء، فسيكون عدد البطاقات الحمراء مساويًا لعدد البطاقات الزرقاء. وإذا سحبت بطاقة واحدة خضراء وبطاقة واحدة حمراء، فسيكون عدد البطاقات الزرقاء أقلّ من عدد البطاقات الحمراء. وإذا سحبت بطاقتَين حمراوَين، فسيكون عدد البطاقات الزرقاء أقلّ من عدد البطاقات الحمراء. وإذا سحبت بطاقتَين زرقاوَين، فسيكون عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء. وإذا سحبت بطاقة واحدة زرقاء وبطاقة واحدة خضراء، فسيكون عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء. وبناء على ذلك، إذا كان لديك بطاقتان، فإن النواتج التي يكون فيها عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء هي التي يكون فيها على الأقلّ بطاقة واحدة زرقاء، وصفر بطاقة حمراء.

أيّ النواتج يجب أن تظلّل؟

اعرض الشريحة ١٠

هل يستطيع الطلبة إكمال التفسير بمفردهم؟

اعرض الشريحة ١١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-١ الاحتمال البسيط

تحتوي الحقيبة (أ) على ثلاث بطاقات حمراء وبطاقتين زرقاوين. وتحتوي الحقيبة (ب) على بطاقة واحدة حمراء وثلاث بطاقات زرقاء وبطاقة واحدة خضراء. تم سحب بطاقة واحدة من كل حقيبة عشوائياً.

ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي لتبين كل النواتج الممكنة:

الحقيبة (ب)		الحقيبة (أ)				
		ح	ح	ح	ز	ز
	ح	ح ح	ح ح	ح ح	ح ز	ح ز
	ز	ز ح	ز ح	ز ح	ز ز	ز ز
	ز	ز ح	ز ح	ز ح	ز ز	ز ز
	ز	ز ح	ز ح	ز ح	ز ز	ز ز
	ض	ض ح	ض ح	ض ح	ض ز	ض ز

استخدم المخطّط لتجد كل احتمال من الاحتمالات الآتية:

(أ) ل(للبطاقتين اللون نفسه)

هناك ٥ أعمدة و٥ صفوف، لذا يكون عدد النواتج المتساوية في فرصة الحدوث ٥ × ٥ = ٢٥

هناك ٩ نواتج كان فيها للبطاقتين المسحوبتين اللون نفسه،

أي: ل(للبطاقتين اللون نفسه) = $\boxed{\frac{٩}{٢٥}}$

(ب) ل(بطاقة حمراء واحدة فقط)

هناك ١٤ ناتجًا كانت فيها بطاقة واحدة فقط لونها أحمر، أي:

ل(بطاقة واحدة حمراء فقط) = $\boxed{\frac{١٤}{٢٥}}$

(ج) ل(عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء)

للحصول على عدد أكبر من البطاقات الزرقاء عند سحب بطاقتين، يجب أن يكون هناك على الأقل بطاقة واحدة زرقاء وصفر بطاقة حمراء، أي:

ل(عدد البطاقات الزرقاء أكثر من عدد البطاقات الحمراء) = $\boxed{\frac{٨}{٢٥}}$

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١٠-٢ الأحداث المُركّبة

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهماً واحداً على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(أ) يصيب كلاهما المركز

(ج) يصيب واحد منهما فقط المركز

(ب) لا يصيب أيٌّ منهما المركز

تحقّق من فهم الطلبة للمسألة: يرمي كلّ طالب من الطالبَين سهمًا واحدًا، ويختلف احتمال إصابة المركز.

نقطة نقاش ١

تعامل مع أحداث كلّ جزء من المسألة على أنها مستقلّة، ولكن ناقش ما إذا كانت هذه هي الحالة أم لا؛ كأن يضع نجاح أحد اللاعبَين ضغطًا على الآخر، ويجعل فرصة نجاحه في إصابة المركز أكبر أو أصغر.

(أ) نقطة نقاش ٢

يجب أن يدرك الطلبة أن هذا الاحتمال هو احتمال لحدث مركّب. يُسمّى ذلك في لغة الاحتمالات 'و'، حيث يجب ضرب الاحتمالَين.

اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(أ) يصيب كلاهما المركز

تشير "كلاهما" إلى "و"، لذلك يجب ضرب الاحتمالَين:

(ب) لا يصيب أيٌّ منهما المركز

(ج) يصيب واحد منهما فقط المركز

هل يستطيع الطلبة إيجاد الإجابة عن الجزئية (أ) بأنفسهم؟

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(أ) يصيب كلاهما المركز

تشير "كلاهما" إلى "و"، لذلك يجب ضرب الاحتمالَين:

ل (سمير يُصيب دائرة المركز وبلال يُصيب دائرة المركز) = ٠,٢ × ٠,٣

الإجابة: $\boxed{٠,٠٦}$

(ب) لا يصيب أيٌّ منهما المركز

(ج) يصيب واحد منهما فقط المركز

من المفيد هنا إجراء تذكير سريع بطريقة ضرب الأعداد العشرية. أشر إلى الأمر الآتي: عند ضرب عددَين أصغر من العدد ١، فإن الناتج سيكون أصغر من أيّ منهما. يمكن للطلبة استخدام الآلة الحاسبة؛ ولكن إذا أرادوا إجراء الحسابات يدويًّا، فعليهم أوّلًا أن يضربوا العددَين، وكأن الفاصلة العشرية ليست موجودة في الناتج. لتحدّد موقع الفاصلة العشرية في الناتج، عُدّ كم منزلة عشرية في كلّ من العددَين الأصليَين، وسوف يحتوي العدد الناتج على مجموع هذا العدد من المنازل العشرية؛ فإذا احتوى كل عدد على منزلة عشرية واحدة، فسوف يتضمّن الناتج منزلتَين عشريتَين.

انتقل الآن إلى الجزئية (ب).

نقطة نقاش ٣

يجب أن يدرك الطلبة أنّ عليهم أوّلًا أن يحسبوا احتمال ألاّ يصيب أيٌّ من اللاعبَين المركز، ثم تجميع الحدثين.

اعرض الشريحة ٤

ما نوع الموقف الذي يواجهه الطلبة الآن؟ ماذا سيفعلون في هذه الاحتمالات؟

هذا موقف آخر لِـ 'و'، لذلك يجب أن يضرب الطلبة الاحتمالَين.

اعرض الشريحة ٥

نقطة نقاش ٤

قد يكتب الطلبة الاحتمال في صورة ل (سَ و بَ) مع وجود شرطة مائلة فوق كل حرف لتمثيل 'لا' أو النفي.

ماذا تعني الجزئية (ج)؟

نقطة نقاش ٥

أشر إلى أن لكلمة 'بالضبط' في هذا السؤال دلالة مهمّة، لأنّها تخبرك أن لاعبًا واحدًا فقط منهما يصيب المركز. وبناءً على ذلك، إذا أصاب أحدهما المركز، فلن يصيبه الآخر.

اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(أ) يصيب كلاهما المركز

تشير "كلاهما" إلى "و"، لذلك يجب ضرب الاحتمالَين:

ل (سمير يُصيب دائرة المركز وبلال يُصيب دائرة المركز) = ٠,٢ × ٠,٣

الإجابة: $\boxed{٠,٠٦}$

(ب) لا يصيب أيٌّ منهما المركز

ل (ألاّ يصيب سمير المركز) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

ل (ألاّ يصيب بلال المركز) = ١ − ٠,٣ = ٠,٧

ل (سمير لن يصيب المركز وبلال لن يصيب المركز) = ٠,٧ × ٠,٨

ل (س′ و ب′)

الإجابة: $\boxed{٠,٥٦}$

(ج) يصيب واحد منهما فقط المركز

"بالضبط" تعني"فقط"، أي إذا أصاب أحدهما المركز فلن يصيبه الآخر.

هناك ناتجان ممكنان لهذا الحدث:

سمير يصيب المركز و بلال لا يصيب المركز، أو سمير لا يصيب المركز و بلال يصيب المركز.

هناك طريقتان ممكنتان لوقوع هذا الحدث.

يجب أن يلاحظ الطلبة أننا نجمّع حدثَين مستقلّين ومتنافيَين.

تذكّر أن 'و' تعني ضرب الاحتمالات، وأن 'أو' تعني جمعها.

اعرض الشريحة ٧

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهماً واحداً على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(أ) يصيب كلاهما المركز

تشير "كلاهما" إلى "و"، لذلك يجب ضرب الاحتمالَين:

ل (سمير يُصيب دائرة المركز وبلال يُصيب دائرة المركز) = ٠,٢ × ٠,٣

الإجابة: ٠,٠٦

(ب) لا يصيب أيٌّ منهما المركز

ل (ألاّ يصيب سمير المركز) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

ل (ألاّ يصيب بلال المركز) = ١ − ٠,٣ = ٠,٧

ل (سمير لن يصيب المركز وبلال لن يصيب المركز) = ٠,٧ × ٠,٨

ل (س′ و ب′)

الإجابة: ٠,٥٦

(ج) يصيب واحد منهما فقط المركز

"بالضبط" تعني"فقط"، أي إذا أصاب أحدهما المركز فلن يصيبه الآخر.

هناك ناتجان ممكنان لهذا الحدث:

سمير يصيب المركز و بلال لا يصيب المركز، أو سمير لا يصيب المركز و بلال يصيب المركز.

ل (س و ب′ أو س′ و ب)

= (٠,٢ × ٠,٧) + (٠,٣ × ٠,٨)

= ٠,١٤ + ٠,٢٤ = ٠,٣٨

الإجابة: ٠,٣٨

اعرض الشريحة ٨

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهماً واحداً على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

نقطة نقاش ٦

ناقش مع الطلبة المقصود من عبارة 'على الأقلّ'. وهي تعني أن تُضمّن جميع النواتج التي يصيب فيها واحد على الأقلّ الهدف. وهذا يتضمّن نواتج أن أحدهما يصيب الهدف كما لو أن كليهما يصيبان الهدف، ويُحقّق الإصابة سمير أو بلال. تعدّ الجزئية (د) مثالاً جيّدًا تُكتب فيه جميع النواتج الممكنة بالكلمات أو بالحروف.

اعرض الشريحة ٩

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

ما هي النواتج الأربعة؟

اعرض الشريحة ١٠

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

سمير يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز

أيّ من هذه النواتج نحتاج إليه لنجيب عن السؤال؟

اعرض الشريحة ١١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

سمير يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز

نحتاج إلى النواتج الثلاثة الملوّنة باللون البنفسجي، ولا نحتاج إلى الناتج الملوّن باللون الأحمر.

اعرض الشريحة ١٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

سمير يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز

ل (س و ب أو س و ب′ أو س′ و ب)

يجب أن يجد الطلبة احتمال كل ناتج من النواتج الملوّنة باللون البنفسجي، ثم جمعها معًا.

اعرض الشريحة ١٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠–٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

سمير يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز

ل (س و ب أو س و ب′ أو س′ و ب)

= (٠,٢ × ٠,٣) + (٠,٢ × ٠,٧) + (٠,٨ × ٠,٣)

= ٠,٤٤

الإجابة: ٠,٤٤

اعرض الشريحة ١٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠–٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهمًا واحدًا على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

سمير يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو

سمير لا يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز

ل (س و ب أو س و ب′ أو س′ و ب)

= (٠,٢ × ٠,٣) + (٠,٢ × ٠,٧) + (٠,٨ × ٠,٣)

= ٠,٤٤

الإجابة: ٠,٤٤

طريقة بديلة:

هناك طريقة أخرى للتفكير في الجزئية (د). اسأل الطلبة: ما معكوس 'على الأقلّ واحد'؟

تحتاج أن تصل مع الطلبة إلى النقطة التي يدركون فيها أن:

ل(على الأقلّ واحد) = ١ − ل (لا أحد)

اعرض الشريحة ١٥

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهماً واحداً على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

سمير يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو
سمير يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز أو
سمير لا يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو
سمير لا يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز

ل (س و ب أو س و ب′ أو س′ و ب)
= (٠,٢ × ٠,٣) + (٠,٢ × ٠,٧) + (٠,٨ × ٠,٣)
= ٠,٤٤

الإجابة: ٠,٤٤

طريقة بديلة:

ل (على الأقلّ واحد)
= ١ − ل (لا أحد)

اعرض الشريحة ١٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٠-٢ الأحداث المُركّبة

يلعب سمير وبلال لعبة رمي الأسهم. رمى كلّ منهما سهماً واحداً على مركز لوحة اللعب الدائرية. إذا كان احتمال أن يُصيب سمير المركز ٠,٢ واحتمال أن يُصيب بلال المركز ٠,٣ فأوجد احتمال أن:

(د) يصيب أحدهما على الأقلّ المركز

هناك أربعة نواتج ممكنة عندما يرمي كل من سمير وبلال السهم.

سمير يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو
سمير يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز أو
سمير لا يصيب المركز وبلال يصيب المركز أو
سمير لا يصيب المركز وبلال لا يصيب المركز

ل (س و ب أو س و ب′ أو س′ و ب)
= (٠,٢ × ٠,٣) + (٠,٢ × ٠,٧) + (٠,٨ × ٠,٣)
= ٠,٤٤

الإجابة: ٠,٤٤

طريقة بديلة:

ل (على الأقلّ واحد)
= ١ − ل (لا أحد)
= ١ − ٠,٥٦

الإجابة: ٠,٤٤

لاحظ أن الناتج نفسه.

أيّ الطريقتَين يفضّل الطلبة؟

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة العاشرة

تمارين ١٠-١

١) $\frac{٧}{٥٠}$

٢) أ $\frac{١}{١٠}$ ب $\frac{٣}{٢٠}$
ج $\frac{١٣١}{٢٦٠}$ د $\frac{١٤١}{٢٦٠}$

٣) أ $\frac{٢٣٥}{٣٠٠} = ٠,٧٨٣$
ب ٢٣٣

٤) ٥٧٥٠

٥) أ $\frac{١}{٧٧}$ ب $\frac{٧٦}{٧٧}$

٦) أ $\frac{٤}{٩}$ ب $\frac{٥}{٩}$
ج $\frac{٠}{٩}$ د ١

٧) ٩ كرات زرقاء

٨) أ $\frac{١}{٤}$ ب $\frac{١}{٢}$
ج $\frac{٣}{٢٠}$ د $\frac{٢}{٥}$

تمارين ١٠-٢

١) أ

الرمية الثانية \ الرمية الأولى	ص	ك
ص	ص ص	ك ص
ك	ص ك	ك ك

ب (١) $\frac{١}{٢}$ (٢) $\frac{١}{٤}$
(٣) $\frac{٣}{٤}$ (٤) $\frac{١}{٤}$

٢) أ

حجر النرد الثاني \ حجر النرد الأوّل: ×	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	١	٢	٣	٤	٥	٦
٢	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢
٣	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨
٤	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤
٥	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠
٦	٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦

ب (١) $\frac{١}{٣٦}$ (٢) $\frac{٠}{٣٦}$
(٣) $\frac{٢}{٩}$ (٤) $\frac{٧}{٩}$
(٥) $\frac{١}{٦}$ (٦) $\frac{٢}{٩}$

٣) أ

حجر النرد \ القرص الدوّار	١	٢	٣	٤	٥
٢	٢	٢	٣	٤	٥
٤	٤	٤	٤	٤	٥
٦	٦	٦	٦	٦	٦
٨	٨	٨	٨	٨	٨

ب (١) $\frac{١٧}{٢٠}$ (٢) $\frac{٣}{٢٠}$
(٣) $\frac{٣}{١٠}$ (٤) $\frac{١}{٤}$
(٥) $\frac{٧}{٢٠}$

٤) أ

الرمية الثانية \ الرمية الأولى	٤	٦	١٠	١٢	١٥	٢٤
٤	٤	٢	٢	٤	١	٤
٦	٢	٦	٢	٦	٣	٦
١٠	٢	٢	١٠	٢	٥	٢
١٢	٤	٦	٢	١٢	٣	١٢
١٥	١	٣	٥	٣	١٥	٣
٢٤	٤	٦	٢	١٢	٣	٢٤

ب (١) $\frac{٥}{١٨}$ (٢) $\frac{٢}{٣}$
(٣) ١ (٤) $\frac{١٧}{١٨}$
(٥) $\frac{٢}{٩}$ (٦) $\frac{٤}{٩}$

٥) أ

المجموعة (أ)

+	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢

المجموعة (ب)

+	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢

ب في المجموعة (ب)، العدد ٧ هو الأكثر ترجيحًا، والمجموعان ٦ و ٨ متساويان في الاحتمال ، وهكذا. في المجموعة (أ)، المجاميع ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ كلها متساوية في الاحتمال. في البيانات الواردة في التمرين، احتمال الحصول على المجموع ٧ أكبر من الحصول على أحد المجموعين ٦ و ٨، واحتمال حدوث هذين المجموعين أيضًا أكبر من احتمال الحصول على أحد المجموعين ٥ و ٩. لذا، يبدو أن المجموعة (ب) هي مجموعة النرد التي تم استخدامها على الأرجح.

تمارين ١٠-٣

١) أ $\frac{١}{٣٦}$ ب $\frac{١}{٤}$

ج $\frac{١}{٦}$ د $\frac{٥}{٦}$

٢) أ أحمر، أحمر؛ أحمر، أزرق؛
أزرق، أحمر؛ أزرق، أزرق

ب (١) $\frac{٧}{١٢}$ (٢) $\frac{٥}{١٢}$

(٣) $\frac{٣٥}{١٤٤}$ (٤) $\frac{٧٤}{١٤٤}$

(٥) $\frac{٧٠}{١٤٤}$ (٦) $\frac{٤٩}{١٤٤}$

(٧) $\frac{٩٥}{١٤٤}$

٣) أ $\frac{١}{١٤٤}$ ب $\frac{١}{٤}$

ج $\frac{١}{٤}$ د $\frac{١}{١٢}$

هـ $\frac{١١}{١٢}$

٤) أ ٠,٢٤

ب ٠,٢٤

ج ٠,٣٦

د ٠,٧٦

هـ ٠,٥٢

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ $\frac{٨}{١٩}$ ب $\frac{٧}{١٨}$

٢) أ $\frac{١}{٣}$ ب ٠

٣) $\frac{٧}{١٢}$

٤) أ حمراء سوداء سوداء؛
سوداء حمراء، سوداء؛
سوداء سوداء، حمراء.

ب $\frac{٢}{٣}$

٥) أ

الوجه	١	٢	٣	٤
الاحتمال	$\frac{٢}{٩}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{١}{٦}$
	$\frac{٤}{١٨}$	$\frac{٦}{١٨}$	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{٣}{١٨}$

ب ٢

ج ١

د $\frac{١٣}{١٨}$

٦) أ

		أحمد						
	+	١	١	٥	٠,٥٠٠	٠,١٠٠	٠,١٠٠	٠,١٠٠
سعيد	٥	٦	٦	١٠	٥,٥٠٠	٥,١٠٠	٥,١٠٠	٥,١٠٠
	٥	٦	٦	١٠	٥,٥٠٠	٥,١٠٠	٥,١٠٠	٥,١٠٠
	٥	٦	٦	١٠	٥,٥٠٠	٥,١٠٠	٥,١٠٠	٥,١٠٠
	١	٢	٢	٦	١,٥٠٠	١,١٠٠	١,١٠٠	١,١٠٠
	٠,٥٠٠	١,٥٠٠	١,٥٠٠	٥,٥٠٠	١	٠,٦٠٠	٠,٦٠٠	٠,٦٠٠
	٠,٥٠٠	١,٥٠٠	١,٥٠٠	٥,٥٠٠	١	٠,٦٠٠	٠,٦٠٠	٠,٦٠٠
	٠,٥٠٠	١,٥٠٠	١,٥٠٠	٥,٥٠٠	١	٠,٦٠٠	٠,٦٠٠	٠,٦٠٠

ب $\frac{٧}{٤٩}$

ج $\frac{٢}{٤٩}$

د $\frac{٢٥}{٤٩}$

٧) أ $\frac{١}{٣}$ ب ٠

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة العاشرة

تمارين ١٠-١

١) أ حمراء = $\frac{٣}{١٠}$، بيضاء = $\frac{٩}{٢٥}$، خضراء = $\frac{١٧}{٥٠}$

ب ٣٠٪ ج ١ د $\frac{١}{٣}$

٢) أ ٠,٦١، ٠,٢٢، ٠,١١، ٠,٠٥، ٠,٠١

ب (١) مرجح جدًّا

(٢) غير مرجح

(٣) غير مرجح جدًّا

٣) أ ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ أو ١٠

ب (١) $\frac{١}{١٠}$ = ٠,١

(٢) ١ (٣) $\frac{٣}{١٠}$ (٤) $\frac{٣}{١٠}$

(٥) $\frac{٢}{٥}$ (٦) $\frac{١}{٢}$ (٧) $\frac{٣}{١٠}$

(٨) $\frac{٩}{١٠}$ (٩) ٠

٤) أ $\frac{٢}{٥}$

ب اختيار فنجان قهوة لا يحتوي على السكّر؛ الاحتمال = $\frac{٣}{٥}$

٥) أ $\frac{١}{٤}$ ب $\frac{١}{٢}$ ج $\frac{١}{٢}$

٦) أ $\frac{١}{٣}$ أو ٠,٣٣

ب $\frac{١}{٢}$ أو ٠,٥

ج $\frac{١}{٦}$ أو ٠,١٦

٧) أ $\frac{٧}{٢٠}$ ب $\frac{١}{٢}$

ج $\frac{٢}{٥}$ د $\frac{٣}{١٠}$

هـ $\frac{١}{٥}$

٨) $\frac{١٣}{٤٠}$

٩) ٠,٧٣

١٠) $\frac{٥}{٨}$

١١) أ ٠,١٦ ب ٠,٨٤

ج ٠,٦

د كرز: ٦٣ ؛ فراولة: ٦٦ ؛ ليمون: ٥٤ ؛ توت: ٦٩ ؛ تفاح: ٤٨

١٢) أ ٠,٦ ب ٠,٩٧

ج ١١ د ١١٤

تمارين ١٠-٢

١)

	ص	ك
ص	ص ص	ص ك
ك	ك ص	ك ك

أ $\frac{٣}{٤}$ ب $\frac{١}{٤}$

٢) أ

		صفراء	
خضراء	١	٢	٣
١	١، ١	١، ٢	١، ٣
٢	٢، ١	٢، ٢	٢، ٣
٣	٣، ١	٣، ٢	٣، ٣

ب ٩ ج $\frac{١}{٣}$ د $\frac{١}{٣}$

٣) أ

	وجبة خفيفة		
مشروب	مشروب غازي، بسكويت	مشروب غازي، كعك	مشروب غازي، فطائر
	عصير فواكه، بسكويت	عصير فواكه، كعك	عصير فواكه، فطائر
	ماء، بسكويت	ماء، كعك	ماء، فطائر

ب $\frac{١}{٩}$ ج $\frac{٢}{٣}$

تمارين ١٠-٣

١) أ

	أ	ي	و
ل	ل أ	ل ي	ل و
ة	ة أ	ة ي	ة و
ج	ج أ	ج ي	ج و
ز	ز أ	ز ي	ز و
ر	ر أ	ر ي	ر و

ب $\frac{١}{١٥}$ ج $\frac{٢}{١٥}$ د $\frac{٤}{١٥}$

٢) أ $\frac{١}{١٥}$ ب $\frac{٢}{١٥}$

ج $\frac{١}{٤٥}$ د $\frac{١}{٣٠}$

هـ ل(بطاقة بيضاء ثم بطاقة صفراء) أو ل(بطاقة صفراء ثم بطاقة بيضاء)

= $\frac{١}{١٠} \times \frac{٢}{٩} + \frac{٢}{١٠} \times \frac{١}{٩}$

= $\frac{٢}{٤٥}$

و (بطاقة بيضاء ثم بطاقة حمراء) أو ل(بطاقة حمراء ثم بطاقة بيضاء)

= $\frac{١}{١٠} \times \frac{٣}{٩} + \frac{٣}{١٠} \times \frac{١}{٩}$

= $\frac{١}{١٥}$

ز ل(بطاقة بيضاء أو بطاقة صفراء) = $\frac{٣}{١٠}$

ل(أي لون) = ١

ناتج ضرب هذين الناتجين يعطي $\frac{٣}{١٠} \times ١ = \frac{٣}{١٠}$

٣) أ $\frac{٥}{١٧}$ ب $\frac{٢٨}{١٥٣}$

ج $\frac{٤٠}{١٥٣}$ د $\frac{٤٠}{١٥٣}$

هـ تمثّل المواقف الأربعة كل النواتج الممكنة. لذا، يجب أن يكون مجموعها يساوي ١ .

إجابات تمارين متنوعة

١) أ ١٠٠٠٠

ب صورة ٠٫٤٠٨٣
كتابة ٠٫٥٩١٧

ج $\frac{١}{٢}$

د قد تكون منحازة – احتمال نواتج الكتابة أكبر من احتمال نواتج الصورة بسبب كثرة الرميات.

٢) أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{٢}{٥}$

ج $\frac{١}{١٠}$ د ٠

هـ $\frac{٩}{١٠}$ و $\frac{٩}{١٠}$

ز $\frac{١}{٢}$

٣) أ $\frac{١}{٣٦}$ ب ٧، $\frac{١}{٦}$

ج $\frac{١}{٢}$ د $\frac{١}{٦}$

٤) أ

	١	١	١	٠٫٥٠٠	٠٫٥٠٠	٥	٠٫١٠٠	٠٫١٠٠
٥	٦	٦	٦	٥٫٥٠٠	٥٫٥٠٠	١٠	٥٫١٠٠	٥٫١٠٠
٥	٦	٦	٦	٥٫٥٠٠	٥٫٥٠٠	١٠	٥٫١٠٠	٥٫١٠٠
٥	٦	٦	٦	٥٫٥٠٠	٥٫٥٠٠	١٠	٥٫١٠٠	٥٫١٠٠
٥	٦	٦	٦	٥٫٥٠٠	٥٫٥٠٠	١٠	٥٫١٠٠	٥٫١٠٠
١	٢	٢	٢	١٫٥٠٠	١٫٥٠٠	٦	١٫١٠٠	١٫١٠٠
٠٫٥٠٠	١٫٥٠٠	١٫٥٠٠	١٫٥٠٠	١	١	٥٫٥٠٠	٠٫٦٠٠	٠٫٦٠٠
٠٫٥٠٠	١٫٥٠٠	١٫٥٠٠	١٫٥٠٠	١	١	٥٫٥٠٠	٠٫٦٠٠	٠٫٦٠٠

ب $\frac{٣}{١٤}$

ج $\frac{٩}{٢٨}$

د $\frac{٥}{٨}$

٥) $\frac{١}{٨}$

٦) $\frac{٧}{١٨}$

تمارين المراجعة:

الاحتمال البسيط

١) يحتوي صندوق على ٣ بطاقات حمراء، و٤ بطاقات خضراء، وبطاقتَين زرقاوَين وبطاقة واحدة سوداء. إذا سحبت بطاقة دون النظر إليها، فما احتمال أن تكون البطاقة:

أ حمراء؟

ب خضراء؟

ج سوداء؟

د زرقاء؟

هـ صفراء؟

٢) مع نايف ١٥ بطاقة مرقّمة من ١١ إلى ٢٥. إذا اختار بطاقة واحدة عشوائيًّا، فما احتمال أن تكون البطاقة مرقّمة بعدد:

أ فردي؟

ب زوجي؟

ج ٢٠ أو أكثر؟

د مربّع كامل؟

هـ من مضاعفات العدد ٣؟

و أوّلي؟

٣) قرص دوّار مُقسّم إلى خمسة أقسام متساوية معرَّفة بالأحرف: أ، ب، ج، د، هـ.

أ ارسم القرص بدقّة وضع عليه الأحرف.

ب احسب احتمال أن يقف المؤشّر عند:

(١) الحرف هـ (٢) الحرف ح (٣) حرف ليس الحرف أ

(٤) حرف علّة (٥) حرف ليس حرف علّة

٤) تم اختيار حرف واحد عشوائيًّا من كلمة ’رياضيات‘. احسب احتمال أن يكون:

أ الحرف ض

ب الحرف ي

ج حرفًا ليس الحرف أ

د حرف علّة

هـ الحرف د

٥) تم اختيار حرف عشوائيًّا من عبارة ’يا داني يا دانا‘. احسب احتمال أن يكون:

أ الحرف ي

ب حرفًا ليس الحرف د

ج الحرف أ

د الحرف ن

هـ حرفًا ليس الحرف ي؟

٦) عندما ترمي حجر نرد منتظمًا ذا ستّة أوجه، ما احتمال الحصول على:

أ عدد فردي؟
ب عدد زوجي؟
ج عدد أوّلي؟
د عدد من مضاعفات العدد ٥؟
هـ عدد ليس من مضاعفات العدد ٢؟
و عدد ليس ٦؟
ز العدد ٧؟
ح عامل من عوامل العدد ٣٦؟

٧) يوجد في موقف للسيّارات ٣٥ سيّارة حمراء، و٤٢ سيّارة بيضاء، و١٢ سيّارة سوداء، و٢٩ سيّارة فضيّة، فضلًا عن ٢٤ موقف سيّارة خال. ما احتمال اختيار موقف سيارة عشوائيًّا يكون:

أ فيه سيّارة حمراء؟
ب فيه سيّارة فضيّة؟
ج فيه سيّارة ليست سوداء؟
د خاليًا من السيّارات؟

٨) ارسم قرصًا دوّارًا منتظمًا يدلّ مؤشّره على المنطقة الزرقاء، بحسب المعلومات الآتية:

أ ل(زرقاء) = $\frac{١}{٦}$، ل(حمراء) = $\frac{٥}{٦}$

ب ل(زرقاء) = $\frac{١}{٣}$، ل(بيضاء) = $\frac{١}{٣}$، ل(سوداء) = $\frac{١}{٣}$

ج ل(ليست زرقاء) = $\frac{١}{٨}$

د ل(سوداء) = $\frac{٤}{٥}$، ل(زرقاء) = ل(ليست سوداء)

٩) رُمي حجر نرد منتظم لونه أسود له ٦ أوجه، وحجر نرد منتظم لونه أبيض له ٦ أوجه معًا،

أ ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي لتعرض جميع النواتج الممكنة لهذا الحدث.

ب أوجد احتمال:

(١) أن يُظهِر أحد الحجرَين العدد ٢ ويُظهِر الحجر الآخر العدد ٣

(٢) أن يُظهِر العدد ٦ على أحد الحجرَين.

(٣) أن يُظهِر العدد ٢ على الحجرَين.

١٠) تحتوي حقيبة على عشر بطاقات متماثلة: أربع منها بنفسجية، وستّ صفراء. سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًّا من الحقيبة وأعيدت إليها. وسُحبت بطاقة ثانية من الحقيبة. ما احتمال أن تكون:

أ البطاقة الأولى بنفسجية؟
ب كلتا البطاقتَين بنفسجيّتَين؟
ج أيّ منهما ليست بنفسجية؟
د البطاقة الأولى صفراء والثانية بنفسجية؟
هـ البطاقتان مختلفتَي اللون؟
و بطاقة واحدة بنفسجية على الأقلّ؟

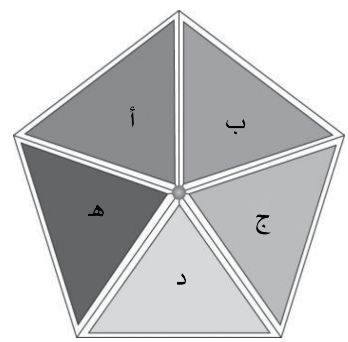
إجابات تمارين المراجعة:

الاحتمال البسيط

١) أ $\frac{٣}{١٠}$ ب $\frac{٢}{٥}$
ج $\frac{١}{١٠}$ د $\frac{١}{٥}$
هـ ٠

٢) أ $\frac{٨}{١٥}$ ب $\frac{٧}{١٥}$
ج $\frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$ د $\frac{٢}{١٥}$
هـ $\frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$ و $\frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

٣) أ



تتنوّع المخطّطات، ولكن يجب أن تبيّن خمسة أقسام متساوية في القياس، وكل منها موسوم بواحد من الأحرف: أ، ب، ج، د، هـ.

ب (١) $\frac{١}{٥}$ (٢) ٠ (٣) $\frac{٤}{٥}$ (٤) $\frac{١}{٥}$ (٥) $\frac{٤}{٥}$

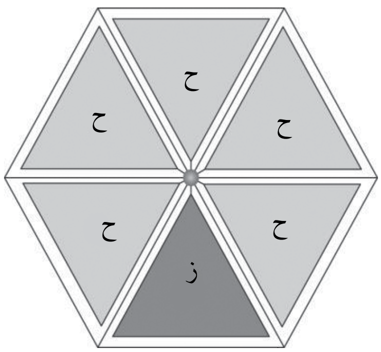
٤) أ $\frac{١}{٧}$ ب $\frac{٢}{٧}$
ج $\frac{٥}{٧}$ د $\frac{٤}{٧}$
هـ ٠

٥) أ $\frac{١}{٤}$ ب $\frac{٥}{٦}$
ج $\frac{٥}{١٢}$ د $\frac{١}{٦}$
هـ $\frac{٣}{٤}$

٦) أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{١}{٢}$
ج $\frac{١}{٢}$ د $\frac{١}{٦}$
هـ $\frac{١}{٢}$ و $\frac{٥}{٦}$
ز ٠ ح $\frac{٥}{٦}$

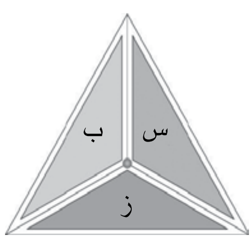
٧) أ $\frac{٣٥}{١٤٢}$ ب $\frac{٢٩}{١٤٢}$
ج $\frac{٥٣}{٧١}$ د $\frac{١٢}{٧١}$

٨) أ



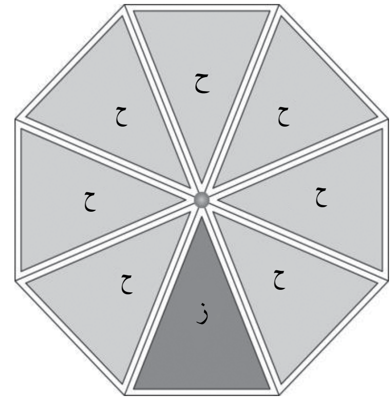
تتنوّع المخطّطات، ولكن يجب أن تبيّن ستة أقسام متساوية في القياس، وتوضّح أن خمسة أقسام منها حمراء وقسمًا واحدًا أزرق.

ب



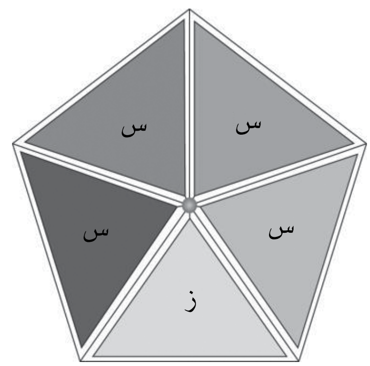
تتنوّع المخطّطات، ولكن يجب أن تبيّن ثلاثة أقسام متساوية في القياس، وتوضّح أن أحد الأقسام أزرق، والقسم الثاني أبيض، والقسم الثالث أسود.

ج



تتنوّع المخطّطات، ولكن يجب أن تبيّن ثمانية أقسام متساوية في القياس، وتوضّح أن لونًا واحدًا من الأقسام فقط ليس أزرق.

د



تتنوّع المخطّطات، ولكن يجب أن تبيّن خمسة أقسام متساوية في القياس، وتوضّح أن لونًا واحدًا من الأقسام فقط أزرق، والأقسام الأربعة الباقية سوداء.

٩) أ

		حجر النرد الأسود					
		١	٢	٣	٤	٥	٦
حجر النرد الأبيض	١	١، ١	٢، ١	٣، ١	٤، ١	٥، ١	٦، ١
	٢	١، ٢	٢، ٢	٣، ٢	٤، ٢	٥، ٢	٦، ٢
	٣	١، ٣	٢، ٣	٣، ٣	٤، ٣	٥، ٣	٦، ٣
	٤	١، ٤	٢، ٤	٣، ٤	٤، ٤	٥، ٤	٦، ٤
	٥	١، ٥	٢، ٥	٣، ٥	٤، ٥	٥، ٥	٦، ٥
	٦	١، ٦	٢، ٦	٣، ٦	٤، ٦	٥، ٦	٦، ٦

ب (١) $\frac{١}{١٨}$ (٢) $\frac{١١}{٣٦}$

(٣) $\frac{١}{٣٦}$

١٠) أ $\frac{٢}{٥}$ ب $\frac{٤}{٢٥}$

ج $\frac{٩}{٢٥}$ د $\frac{٦}{٢٥}$

هـ $\frac{١٢}{٢٥}$ و $\frac{١٦}{٢٥}$

الوحدة الحادية عشرة: المثلّث القائم الزاوية

نظرة عامّة

سيتعامل الطلبة في هذه الوحدة مع المثلثات قائمة الزاوية. سيستخدمون نظرية فيثاغورث، ومن ثم سيدرسون مقدمة في حساب المثلثات ويستخدمونها في المثلثات قائمة الزاوية. سيؤهلهم ذلك للانتقال إلى حساب المثلثات في المثلثات غير قائمة الزاوية في الوحدة ١٣

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١١–١	نظرية فيثاغورث	٣	٥–٢ يطبِّق نظرية فيثاغورث.	الوتر
١١–٢ (PPT ١١–١)	تطبيقات على نظرية فيثاغورث	٣	٥–٢ يطبِّق نظريّة فيثاغورث، إذ يعرف أنّ المسافة العموديّة بين نقطة ومستقيم هي أقصر مسافة بينهما.	
١١–٣	النسب المثلثية	٥	٥–٢ يطبّق نسبة ظل الزوايا الحادة؛ ويوجِد أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المفقودة في المثلّثات قائمة الزاوية. ٥–٢ يطبّق نسب الجيب وجيب التّمام للزوايا الحادة؛ ويوجِد أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المفقودة في المثلّثات قائمة الزاوية.	المقابل، المجاور، ظل الزاوية، الدالة العكسية، نسبة الجيب، نسبة جيب التمام.
١١–٤ (PPT ١١–٢)	حل مسائل باستخدام حساب المثلثات	٤	٥–٢ يحلّ مسائل حساب المثلّثات في الأشكال ثنائيّة الأبعاد.	
١١–٥	زاوية الاتجاه من الشمال	٢	٥–١ يفسّر زوايا الاتّجاه من الشمال ويستخدمها.	زاوية الاتجاه من الشمال
١١–٦	زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض	٣	٥–٢ يحلّ مسائل حساب المثلّثات في الأشكال ثنائيّة الأبعاد التي تتضمّن زوايا الارتفاع والانخفاض.	

تقديم الموضوع

حضّر «اختبارًا» قصيرًا من نشاطات تتضمن أعدادًا مربعة كاملة وجذورًا تربيعية، لتتأكد من أن الطلبة قادرون على التعامل مع هذه المفاهيم قبل أن تنتقل إلى نظرية فيثاغورث.

استخدم فكرة «الحبل ذو العقد» في الدرس (١١-١) من كتاب الطالب لتطوّر نشاطًا عمليًا، حيث يجد الطلبة طول الوتر في مثلثات قائمة الزاوية لمواقف من الحياة اليومية (قطر غلاف كتاب، قطر الدرج، أو قطر أرضية غرفة الصف). ناقش كيفية إيجاد طول أحد الضلعين القصيرين بمعلومية طول الوتر وطول الضلع الآخر.

قبل البدء بدرس حساب المثلثات، حضّر ورقة نشاطات تتضمّن مثلثات قائمة الزاوية مختلفة، مع قياس زاوية في كلّ منها. اطلب إلى الطلبة أن يُسموا أضلاع كل مثلث، حيث يسمون الضلع المقابل والضلع المجاور، والوتر لتتأكّد من أنهم قد أتقنوا هذه المفاهيم الأساسية.

التفكير في الموضوع

نظرية فيثاغورث: يجب أن يتذكّر الطلبة دائمًا بأن الوتر هو أطول الأضلاع في المثلث قائم الزاوية. يستخدم الطلبة هذه الفكرة عندما يحسبون طول أحد الضلعين القصيرين.

غالبًا ما يجد الطلبة صعوبة في تطبيق نظرية فيثاغورث في مواقف من الحياة اليومية. مفتاح الحل هو أن يرسم الطالب المثلث قائم الزاوية في ضوء معطيات السؤال قبل البدء في الحسابات. يجب استخدام المسطرة، كما يجب أن يكون قياس الزاوية القائمة قريبًا من ٩٠°

الجيب، جيب التمام، الظل: هذا هو المحتوى الرئيسي للوحدة. من المهم أولًا التأكد من ثقة الطلبة من معرفة أي الأضلاع تُمثل الضلع المقابل والضلع المجاور لزاوية ما والوتر. من المفيد تدريبهم على ذلك باستخدام السبّورة مع مثلثات قائمة الزاوية مرسومة بوضعيات مختلفة.

الخطوة الآتية هي أن تقرر أيَّ الدوال المثلثية الثلاث سوف تستخدم. لتوضيح هذه النقطة، تحتاج إلى الكثير من التدريبات. عند تقديم النسب المثلثية في كتاب الطالب، تمّ الفصل بين ظل الزاوية والجيب وجيب التمام. لكن الاختبار الحقيقي هو عندما يُطلب إليهم في كتاب الطالب اختيار النسبة المثلثية المناسبة. يوجد بعض التحدي في هذه التمارين، ومن الإنصاف القول إنّ الطلبة قد اتقنوا حساب المثلثات إذا كان بإمكانهم حل كل هذه التمارين!

المثلّث قائم الزاوية في مواقف من الحياة اليومية

يستخدم البنّاؤون حبلًا ومعلومات غير رسمية عن نظرية فيثاغورث لرسم زاوية قائمة عند الأركان، عندما لا تتوافر لهم أداة النجّار المربّعة.

تتضمّن الكثير من المسائل اللفظية المتعلقة بنظرية فيثاغورث السلالم. ناقش كيف يقرِّر رجل الأطفاء ما إذا كان السلّم الذي سيستخدمه في مهمته كافيًا للوصول إلى شباك في بناء يحترق أم لا.

توسيع الموضوع

عُرِفت نظرية فيثاغورث في المثلثات قائمة الزاوية باسم العالم فيثاغورث (رغم أنه من الممكن أن يكون قد تم اكتشافها في فترة مبكرة من قِبَل البابليين). لكن بجانب هذا، فقد كان فيثاغورث فيلسوفًا ومعلمًا مؤثرًا، وقد طوّر نظريات في الموسيقى.
اطلب إلى الطلبة القيام ببعض الأبحاث عن هذا الرياضي المشهور، وعرض ما يجدونه في صورة مشروع أو تقرير مع أمثلة.

قد يرغب الطلبة الأكثر قدرة في تطوير براهين هندسية أو جبرية لنظرية فيثاغورث. يحتوي الموقع الإلكتروني http://www.cambridge.org/links/mctdmat7008 على براهين مختلفة لنظرية فيثاغورث مع نشاطات تفاعلية.

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية متوفرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)، مع حلول مفصّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث
- PPT ١١-٢ تطبيق حساب المثلثات

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

صندوق قاعدته أ ب ج ى مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

(أ) أ ج

(ب) أ ر، حيث ر الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ج

يجب أن يبدأ الطلبة برسم تقريبي للصندوق (هناك أكثر من طريقة للقيام بذلك، لكن كلها تعطي الإجابة نفسها).

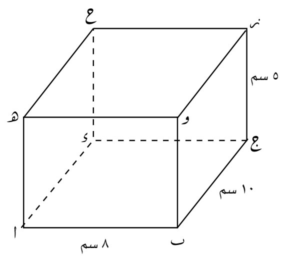
اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

صندوق قاعدته أ ب ج ى مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

(أ) أ ج



(ب) أ س، حيث س الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ج

قد يكون مفيدًا أن يضيف الطلبة قطعًا مستقيمة على الرسم لتساعدهم على تحديد المثلثات قائمة الزاوية. كما يساعد أيضًا رسم هذه المثلثات منفصلة.

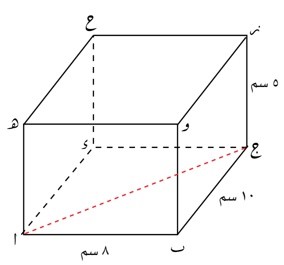
اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

صندوق قاعدته أ ب ج ى مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

(أ) أ ج



(ب) أ س، حيث س الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ج

تعرض هذه الشريحة رسم القطعة المستقيمة أ ج على الشكل.

الآن، ركّز على قاعدة الصندوق. لقد رسمنا مثلثًا قائم الزاوية لنتمكن من استخدام نظرية فيثاغورث.

اسأل الطلبة عن كيفية استخدام نظرية فيثاغورث هنا.

اعرض الشريحة ٤

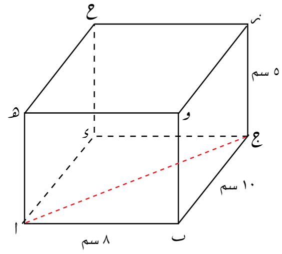
الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

صندوق قاعدته أ ب ع ى مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

(أ) أ ع

بما أن القاعدة أ ب ع ى مستطيلة، نعرف أن المثلث أ ب ع قائم الزاوية،
لذا يمكن استخدام نظرية فيثاغورث.



(ب) أ ن، حيث ن الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ع

الآن يجب أن يعوِّض الطلبة القيم في المعادلة.

اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

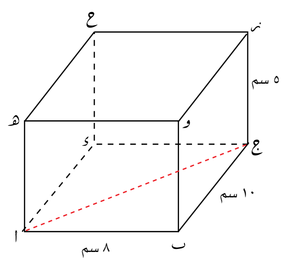
صندوق قاعدته أ ب ع ى مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

(أ) أ ع

بما أن القاعدة أ ب ع ى مستطيلة، نعرف أن المثلث أ ب ع قائم الزاوية،
لذا يمكن استخدام نظرية فيثاغورث.

$(\text{أ ع})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب ع})^{٢}$

$\text{أ ع} = \sqrt{\text{أ ب}^{٢} + \text{ب ع}^{٢}} = \sqrt{٨^{٢} + ١٠^{٢}} = \sqrt{١٦٤} \approx ١٢{,}٨٠٦\ldots$ سم



الإجابة: أ ع = ١٢,٨سم (مقرّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

(ب) أ ن، حيث ن الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ع

الآن، انظر إلى الجزئية (ب)، ما الذي يمكن أن يضيفه الطلبة على الشكل؟

اعرض الشريحة ٦

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

صندوق قاعدته ا ب ج ء مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

(أ) ا ج

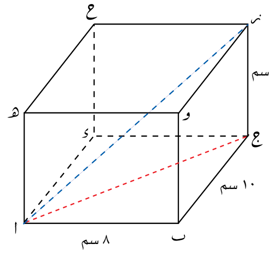
بما أن القاعدة ا ب ج ء مستطيلة، نعرف أن المثلث ا ب ج قائم الزاوية،

لذا يمكن استخدام نظرية فيثاغورث.

(ا ج)^{٢} = (ا ب)^{٢} + (ب ج)^{٢}

ا ج = $\sqrt{\text{ا ب}^{٢} + \text{ب ج}^{٢}}$ = $\sqrt{٨^{٢} + ١٠^{٢}}$ = $\sqrt{١٦٤}$ ≈ ...١٢,٨٠٦ سم

الإجابة: ا ج = ١٢,٨سم (مقرّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)



(ب) ا ن، حيث ن الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ج

تعرض هذه الشريحة القطعة المستقيمة ا ن مرسومة على الشكل.

هل يمكن أن يستخدم الطلبة مثلثًا قائم الزاوية آخر؟

اعرض الشريحة ٧

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

صندوق قاعدته ا ب ج ء مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

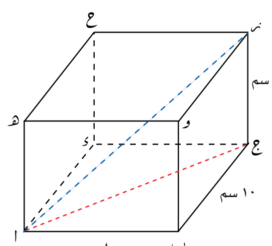
(أ) ا ج

بما أن القاعدة ا ب ج ء مستطيلة، نعرف أن المثلث ا ب ج قائم الزاوية،

لذا يمكن استخدام نظرية فيثاغورث.

ا ج = $\sqrt{\text{ا ب}^{٢} + \text{ب ج}^{٢}}$ = $\sqrt{٨^{٢} + ١٠^{٢}}$ = $\sqrt{١٦٤}$ ≈ ...١٢,٨٠٦ سم

الإجابة: ا ج = ١٢,٨سم (مقرّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)



(ب) ا ن، حيث ن الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ج

ا ج ن مثلث قائم الزاوية، لذا يمكن استخدام نظرية فيثاغورث.

ا ج ن مثلث قائم الزاوية (قد ترغب بإعادة رسم هذا المثلث ليتمكّن الطلبة من مشاهدة المثلث الذي سيتم استخدامه).

نقطة نقاش ١

كيف نعرف أن الزاوية ا ج ن قائمة؟ (ا ج قطعة مستقيمة أفقية، ج ن قطعة مستقيمة رأسية).

اسأل السؤال الإضافي (كيف تعرف أيَّ ضلع هو الوتر؟) يساعدك ذلك على تحديد الطلبة الذين يجدون صعوبة في رؤية (تخيُّل) المثلثات الصحيحة.

هل يستطيع الطلبة الآن إكمال حل السؤال؟

اعرض الشريحة ٨

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١١-١ تطبيق نظرية فيثاغورث

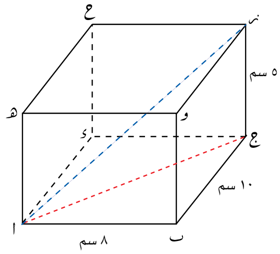
صندوق قاعدته أ ب ج د مستطيلة الشكل، طولها ١٠ سم وعرضها ٨ سم. إذا كان ارتفاع الصندوق ٥ سم. احسب طول:

(أ) أ ج

بما أن القاعدة أ ب ج د مستطيلة، نعرف أن المثلث أ ب ج قائم الزاوية،
لذا يمكن استخدام نظرية فيثاغورث.

$(\text{أ ج})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب ج})^{٢}$

$\text{أ ج} = \sqrt{\text{أ ب}^{٢} + \text{ب ج}^{٢}} = \sqrt{٨^{٢} + ١٠^{٢}} = \sqrt{١٦٤} \approx ١٢,٨٠٦...$ سم



الإجابة: أ ج = ١٢,٨سم (مقرّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

(ب) أ ن، حيث ن الرأس الموجود مباشرة أعلى الرأس ج

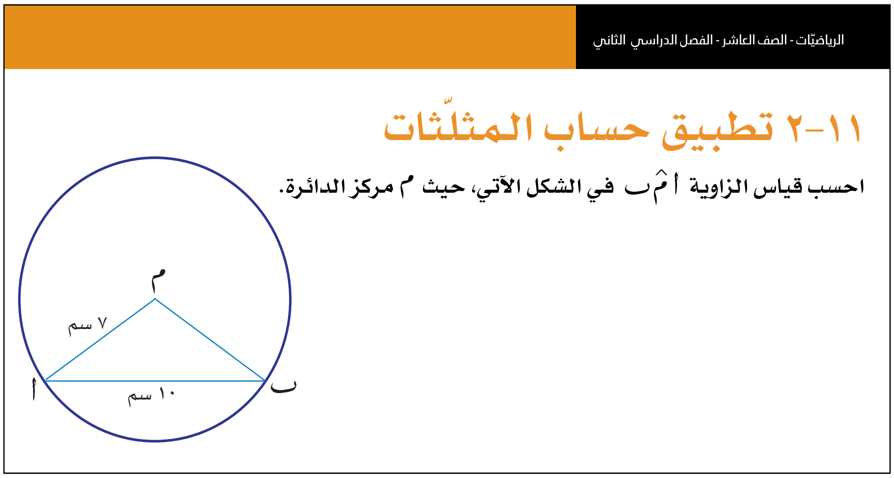
أ ج ن مثلث قائم الزاوية، لذا يمكن استخدام نظرية فيثاغورث.

$\text{أ ن} = \sqrt{\text{أ ج}^{٢} + \text{ن ج}^{٢}} = \sqrt{(١٢,٨)^{٢} + ٥^{٢}} = \sqrt{١٦٤ + ٢٥} = \sqrt{١٨٩} \approx ١٣,٧٤...$ سم

الإجابة: أ ن = ١٣,٧ سم (مقرّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١١-٢ تطبيق حساب المثلثات

اعرض الشريحة ١



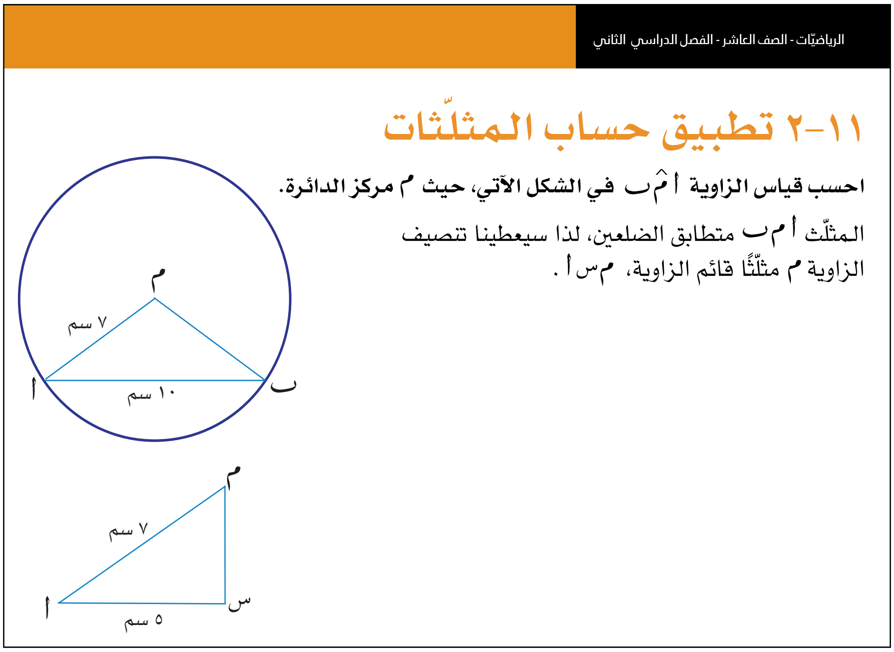
تذكَّر: تعلَّم الطلبة حتى الآن حساب المثلثات في المثلثات قائمة الزاوية، لذا ليس مناسبًا استخدام قانون جيب التمام هنا.

نقطة نقاش ١

يجب أن يدرك الطلبة في التمارين المشابهة لهذا التمرين أنهم يحتاجون إلى تحديد ما يجب استخدامه من بين علاقات الزوايا ونظرية فيثاغورث وحساب المثلثات، أو جميع هذه العلاقات للإجابة عن الأسئلة. ذكّرهم بأنه من المفيد تحديد ما المطلوب إيجاد قيمته، ثم البحث عن الخصائص والمعلومات المباشرة الموجودة في الشكل أو في نص التمرين، والتي ستساعدهم على الوصول إلى الحل. هنا، المعلومات المعطاة عن النقطة م على أنها مركز الدائرة مهمة، حيث تخبرنا مباشرة أن ضلعي الزاوية عند النقطة م في المثلث هما نصفا قطرين في الدائرة.

ما نوع المثلث المتوافر لدينا؟ كيف تعرف ذلك؟ أ م ب مثلث متطابق الضلعين لأنه يحتوي على ضلعين متساويين في الطول (أ م ، ب م نصفا قطرين في الدائرة).

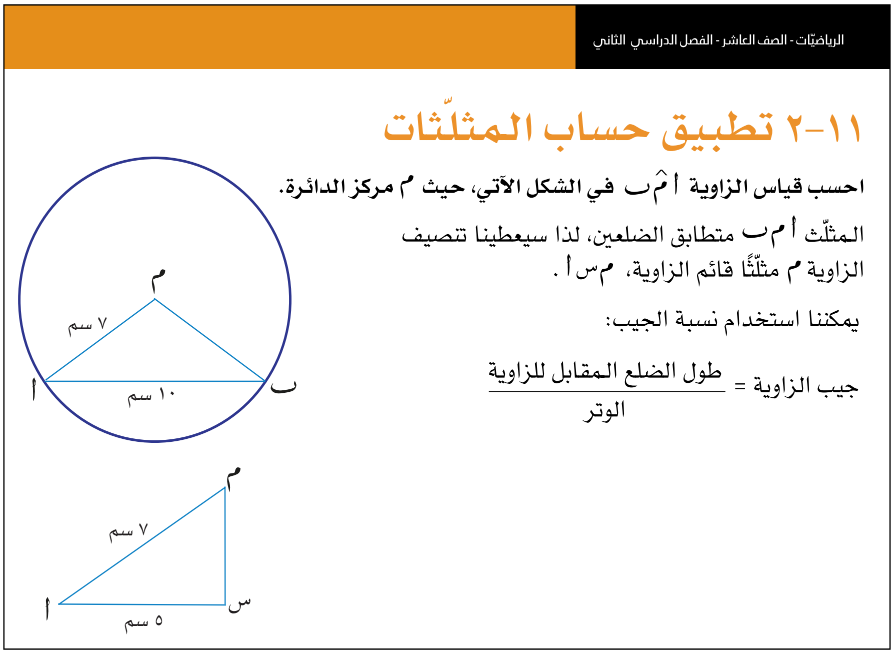
اعرض الشريحة ٢



نقطة نقاش ٢

من المهم أن تحدّد أن المثلث أ م ب متطابق الضلعين، لأنه إذا نصَّفت المثلث عند النقطة م فستحصل على مثلثين قائمي الزاوية هما: م س أ، م س ب. يبيّن الشكل المثلث م س أ. لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان طولاهما معلومان، والمطلوب إيجاد قياس زاوية مجهولة؛ لذا سنستخدم حساب المثلثات لإيجاد قياس الزاوية. بما أننا نعرف طول الضلع المقابل للزاوية المجهولة وطول الوتر، فسنستخدم نسبة جيب الزاوية.

اعرض الشريحة ٣



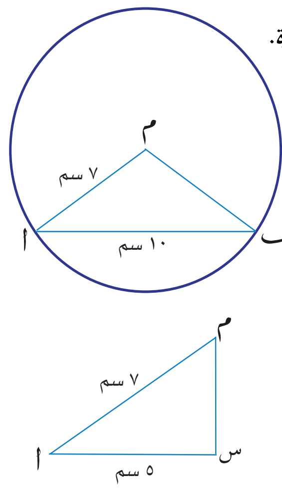
الآن، يمكن أن يعوِّض الطلبة القيم في نسبة الجيب ليحسبوا قياس الزاوية أ مˆ س، ومن ثم حساب قياس الزاوية أ مˆ ب.

اعرض الشريحة ٤

١١-٢ تطبيق حساب المثلّثات

احسب قياس الزاوية أ م̂ ب في الشكل الآتي، حيث م مركز الدائرة.

المثلّث أ م ب متطابق الضلعين، لذا سيعطينا تنصيف الزاوية م مثلّثًا قائم الزاوية، م س أ .



يمكننا استخدام نسبة الجيب:

جيب الزاوية = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية}}{\text{الوتر}}$

جا (أ م̂ س) = $\frac{٥}{٧}$

ق(أ م̂ س) = جا$^{-1}$ ($\frac{٥}{٧}$) = ٤٥,٥٨

ق(أ م̂ ب) = ...٤٥,٥٨ × ٢

الآن، نحتاج إلى أن نضاعف قياس الزاوية أ م̂ س للإجابة عن السؤال الأصلي.

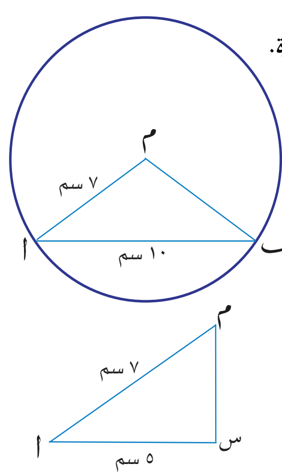
اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١١-٢ تطبيق حساب المثلّثات

احسب قياس الزاوية أ م̂ ب في الشكل الآتي، حيث م مركز الدائرة.

المثلّث أ م ب متطابق الضلعين، لذا سيعطينا تنصيف الزاوية م مثلّثًا قائم الزاوية، م س أ .



يمكننا استخدام نسبة الجيب:

جيب الزاوية = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية}}{\text{الوتر}}$

جا (أ م̂ س) = $\frac{٥}{٧}$

ق(أ م̂ س) = جا$^{-1}$ ($\frac{٥}{٧}$) = ٤٥,٥٨

ق(أ م̂ ب) = ...٤٥,٥٨ × ٢

الإجابة: ق(أ م̂ ب) = ٩١,٢° (مقرّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الحادية عشرة

تمارين ١١-١

١) أ س = ١٠ سم
ب س = ١٣,٤ سم
ج س = ٢,٥٩ سم
د س = ١,٦٢ سم
هـ س = ٧,٢١ سم

٢) أ س = ٧,٤٢ م
ب س = ٣,٦٣ م
ج س = ٨,٦٦ سم
د س = ١٢ م
هـ س = ٦ سم

٣) أ س = ٢,٨٠ سم
ب ص = ٤,٤٧ سم
ج ح = ٤,٢٨ سم
د ت = ٨,٥٤ كم
هـ ك = ١٠,٤ سم
و ح = ٨,٠٦ سم
ز د = ٦,٠٨ م
ح هـ = ١٣ م

٤) أ قائم الزاوية
ب ليس قائم الزاوية
ج ليس قائم الزاوية
د قائم الزاوية
هـ قائم الزاوية

تمارين ١١-٢

١) ٥٣,٣ بوصة
٢) ٣,٠٣ م
٣) ٢٧٦,٧ م
٤) ٣,٦ م
٥) ٠,٨٤١ م
٦) أ ٥,٣٩ ب ٣,١٦
ج ٩,٩٠ د ١٠,٣٠
٧) محيط المربع = ٤٢,٤٣ سم

تمارين ١١-٣-أ

١)

	الوتر	طول الضلع المقابل	طول الضلع المجاور
أ	م	هـ	د
ب	ص	ع	س
ج	ت	ع	ر
د	ل	ن	م
هـ	ج	د	ن
و	هـ	ل	ح

٢) أ طول الضلع المقابل للزاوية (٣٠°) = ٥,٧
ب طول الضلع المقابل للزاوية (٤٠°) = س، طول الضلع المقابل للزاوية (٥٠°) = ص
ج طول الضلع المجاور للزاوية (٦٥°) = ك = طول الضلع المقابل للزاوية (٢٥°)
طول الضلع المجاور للزاوية (٢٥°) = ي = طول الضلع المقابل للزاوية (٦٥°)
الوتر = ر

تمارين ١١-٣-ب

١) أ ٠,٧٠٠ ب ١,٠٤
ج ٠,٣٢٥ د ١
هـ ٠,٢٧٩ و ٠,٣٢٣
ز ٠,٠٠٨٧٣ ح ٠

٢) أ ظا(أ) = $\frac{١}{٢}$
ب ظا(أ) = $\frac{٣}{٢}$
ج ظا(أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ظا(ب) = ٤
د ظا(س) = $\frac{٣}{٢}$
هـ ظا(ع) = $\frac{ن}{م}$ ، ظا(ص) = $\frac{م}{ن}$
و ظا(هـ) = أ
ز ظا(ب) = $\frac{١}{د^{٢}}$

٣) أ ٥,٢٠ سم ب ٤,٦٢ م
ج ٣٥,٧ م د ٣,٥٤ كم
هـ ١٨ سم و ١٠,٣ سم

٤) أ ٢٠,٨ سم ب ١٦,١ سم
ج ٩,١٧ سم د ٧,٨٥ سم
هـ ٤٠,٦ سم و ١١٤,٧ م
ز ٢,٦١ م ح ٩٥,٨ كم
ط ٣٩,٨ م

٥) أ ١,٠٧٢٤ ب ٣٢,٢ م
٦) ٣٢,٣ م
٧) أ ١,٧٣ ب ٢
٨) ٤٥ سم

تمارين ١١-٣-ج

١) أ ٤٠,٤° ب ٥١,٠°
ج ٧٤,٣° د ٨٤,٣°

٢) أ ٢٢° ب ٣٨°
ج ٣٨° د ٦٦°

٣) أ أ = ٣٥,٠°
ب ب = ٧٧,٥°
ج ج = ٣٨,٧°، د = ٥١,٣°
د هـ = ١٨,٤°
هـ و = ٣٠°

٤) ٧١,٨ (مقربًا إلى أقرب منزلة عشرية)

٥) أ ١٣,٣ (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
ب ١٧,٩ (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

٦) اب = ٦,٣٢ (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
ق(أ$\hat{\text{ج}}$ب) = ٦٤,٦° (مقربًا إلى أقرب منزلة عشرية)

تمارين ١١-٣-د

١)

	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز
جا(أ)	$\frac{٤}{٥}$	$\frac{٧}{٢٥}$	$\frac{١٢}{١٣}$	$\frac{٢٠}{٢٩}$	$\frac{٨}{١٧}$	$\frac{٤}{٥}$	$\frac{١٣}{٨٥}$
جتا(أ)	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{٢٤}{٢٥}$	$\frac{٥}{١٣}$	$\frac{٢١}{٢٩}$	$\frac{١٥}{١٧}$	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{٨٤}{٨٥}$
ظا(أ)	$\frac{٤}{٣}$	$\frac{٧}{٢٤}$	$\frac{١٢}{٥}$	$\frac{٢٠}{٢١}$	$\frac{٨}{١٥}$	$\frac{٤}{٣}$	$\frac{١٣}{٨٤}$

٢) أ ٠,٠٨٧٢ ب ٠,٩٩٦٢
ج ٠,٥٠٠٠ د ٠,٨٦٦٠
هـ ٠,٨٦٦٠ و ٠,٥٠٠٠
ز ٠,٩٩٦٢ ح ٠,٠٨٧٢

٣) أ جتا(٤٢°) = $\frac{\text{ر و}}{\text{هـ و}}$
ب جا(٦٠°) = $\frac{\text{أ ج}}{\text{أ د}}$
ج جتا(٢٥°) = $\frac{\text{ب د}}{\text{أ د}}$
د جتا(هـ°) = $\frac{\text{س ص}}{\text{س ر}}$
هـ جتا(٤٨°) = $\frac{\text{ب ج}}{\text{أ ج}}$
و جا(٣٠°) = $\frac{\text{هـ د}}{\text{م د}}$
ز جتا(٣٥°) = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب ج}}$
ح جتا(هـ°) = $\frac{\text{س ر}}{\text{ص ر}}$

٤) أ ٠,٨٤٥ م ب ٤,٥٠ م
ج ١٠,٦ كم د ٤,٥٤ سم
هـ ١٠,٦ سم و ٩,٥٧ سم
ز ١٤,١ سم ح ١٠٦ سم
ط ٤,٩٨ سم ي ٤٢,٩ م
ك ٢,٧٥ م ل ١٣٧ م

٥) أ ٨١,٩° ب ٥٧,١°
ج ٢٢,٠° د ٣٠°

٦) أ ٢٥,٩° ب ٤٤,٩°
ج ٦٩,٥° د ٧٩,٦°
هـ ٢٦,٩° و ١١,٥°

٧) ١,٩٣ م (مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريتين)

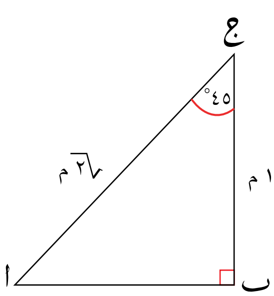
٨) أ ١٦,٩ م (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
ب ٦,١٦ م (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

٩) أ س = ١٤,٨٢ سم
ب ص = ١٠,٠٩ سم
ج س = ٤٤,٩٩ م
د أ = ٢٩,٥٢ سم، ب = ٥٢,٨٠ سم

١٠) أ (١) ٠,٥٧٧ (٢) ٠,٥٧٧
ب (١) ١,١١ (٢) ١,١١
ج (١) −١,٧٣ (٢) −١,٧٣
د (١) ٠,٢٤٩ (٢) ٠,٢٤٩
∴ ظا(س) = $\frac{\text{جا(س)}}{\text{جتا(س)}}$

١١) أ ١
ب ١
ج جا^{٢}(س) + جتا^{٢}(س) = ١، حيث س عدد حقيقي.

١٢) أ ق(أ$\hat{\text{ج}}$ب) = ٤٥°
ب $\sqrt{٢}$ م
ج



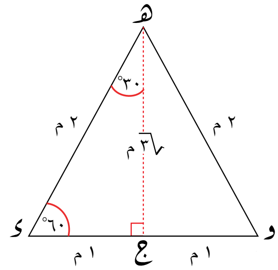
د جا(٤٥°) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$؛ جتا(٤٥°) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$؛ ظا(٤٥°) = ١

هـ ق($\hat{ص}$) = ٦٠°

و ق($\hat{ع}$) = ٣٠°

ز $\overline{هـ ن}$ = $\sqrt{٣}$ م

ح



ط (١) جا(٣٠°) = $\frac{١}{٢}$؛ جتا(٣٠°) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$؛ ظا(٣٠°) = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(٢) جا(٦٠°) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$؛ جتا(٦٠°) = $\frac{١}{٢}$؛ ظا(٦٠°) = $\sqrt{٣}$

ي

	جا(س)	جتا(س)	ظا(س)
٣٠°	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$
٦٠°	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\sqrt{٣}$
٤٥°	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	١

تمارين ١١-٤

١) أ ق(ا $\hat{ث}$ ج) = ١٦,٢°

ب ب ج = ١٧,٩ م

٢) (ا ب) = ١٣,٨٥٦ سم (مقربًا إلى أقرب ٣ منازل عشرية)

٣) أ ق(ا $\hat{ث}$ ج) = ٥٩,٠°

ب ا ب = ١,٧٤٩ (مقربًا إلى أقرب ٣ منازل عشرية)

ج السعة = ٤,٠٥ م^{٢}

٤) ق(ا $\hat{ث}$ ج) = ق(ا $\hat{ج}$ ب) = ٣٨,٩°، ق(ج $\hat{ا}$ ب) = ١٠٢,١°

٥) أ ٣,٠٥ م (مقربًا إلى أقرب منزلة عشرية)

ب $\overline{ءهـ}$ = ٦,١ م (مقربًا إلى أقرب منزلة عشرية)

٦) ج ن = ١٦ سم

٧) أ ق(ا $\hat{م}$ هـ) = ٧٢°

ب ق(ا $\hat{م}$ ل) = ٣٦°

ج $\overline{م ل}$ = ١,٣٧٦ سم (مقربًا إلى أقرب ٣ منازل عشرية)

د ٠,٦٨٨ سم^{٢}

هـ ٦,٨٨٢ سم^{٢} (مقربًا إلى أقرب ٣ منازل عشرية)

٨) ٧٧,٢٥٥ سم^{٢}

٩) (٦,٨٨٢ × أ^{٢}) سم^{٢}

تمارين ١١-٥

١) أ ٢٧٠°

ب ١٣٥°

ج ٠٤٥°

٢) أ ٢٦٢°

ب ١٣٥°

٣) أ ١١٠°

ب ٠٣٠°

ج ١١٥°

د ٢١٥°

هـ ٢٩٥°

٤) أ ١٠٨°

ب ٢٨٨°

ج ١٤٧°كم

٥) أ ١٠,١ كم (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

ب ١٤,٩ كم (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

٦) ٥٥٢ م (مقربًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

٧) أ ٠٢٠ °

ب ٢٨١,٩ م

ج ٩٨٦٦٨ م٢

تمارين ١١-٦

١) ٧,٢ م

٢) أ ٢٠°

ب ٣,٤ م

٣) أ ٣٢°

ب ٣٢°

٤) ٢٦,١٧°

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) ٢١٥ م زيادة

٢) ٤,٢١ م

٣) أ ٣٥ سم

ب ٣٧ سم

٤) أ $أ^٢ + ب^٢ = ج^٢$

$(٧س)^٢ + (٢٤س)^٢ = ١٥٠^٢$

$٤٩س^٢ + ٥٧٦س^٢ = ٢٢٥٠٠$

$٦٢٥س^٢ = ٢٢٥٠٠$

$س^٢ = ٣٦$

ب ٣٣٦ سم

٥) أ ج = ٩,٨ سم، ب ج = ٦,٩ سم

٦) ق(د $\hat{أ}$ ب) = ٤٧,٩°

٧) ٩,٩ م

٨) أ س = ١٠,١ م (مقرّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

ب ص = ٢٠,٦°

٩) أ (١) ن س = ٦٠ × ظا(٤٠°) = ٥٠,٣ م

(٢) ٧٨,٣ م

ب (١) ٢٥٠,٣ م

(٢) ٢٥٧,٤ م

(٣) ٠٧٧°

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الحادية عشرة

تمارين ١١-١

١) أ ٥ سم — ب ١٧ سم
ج ١٢ مم — د ١٠ سم
هـ ١,٠٩ سم — و ٠,٤٥ سم
ز ٨,٤٩ سم — ح ٦,١١ سم

٢) أ كلا — ب نعم
ج كلا — د نعم

تمارين ١١-٢

١) ٢٠ مم

٢) ٤٤ سم

٣) الارتفاع = ٨٦,٦ مم
المساحة = ٤٣٣٠ مم^{٢}

٤) ١٣ م ، ١٥ م

٥) ٠,٧ م

٦) أ ٥٥,٧ مم — ب ١٤,٤ سم
ج ٥,٢٩ سم — د ١٠,٩ مم
هـ ٩,٨٥ سم — و ٩,٣٣ سم

٧) أ $\sqrt{٣٢}$ = ٥,٦٦
ب $\sqrt{١٨}$ = ٤,٢٤
ج $\sqrt{٣٢}$ = ٥,٦٦
د $\sqrt{١٨٠}$ = ١٣,٤
هـ ٣
و $\sqrt{٤٥}$ = ٦,٧١

تمارين ١١-٣-أ

١)

	(أ)	(ب)	(ج)	(د)
الوتر	جَ	ز	هـ	ل
طول الضلع المقابل للزاوية (أ)	أَ	ص	د	ن
طول الضلع المجاور للزاوية (أ)	بَ	س	ج	ر

٢) أ طول الضلع المقابل للزاوية (٣٠°) = س سم
طول الضلع المجاور للزاوية (٦٠°) = س سم
طول الضلع المقابل للزاوية (٦٠°) = طول الضلع المجاور للزاوية (٣٠°) = ص
ب طول الضلع المجاور للزاوية (٤٠°) = ل سم
طول الضلع المقابل للزاوية (٥٠°) = ل سم
طول الضلع المقابل للزاوية (٤٠°) = طول الضلع المجاور للزاوية (٥٠°) = ن سم

تمارين ١١-٣-ب

١) أ ٠,٦٥ — ب ١,٤٣
ج ٥,١٤ — د ٠,٤١
هـ ٠

٢) أ ظا(أ) = $\frac{٣}{٤}$
ب ظا(س) = $\frac{٢}{٣}$ ، ظا(ص) = $\frac{٣}{٢}$
ج ظا(٥٥°) = $\frac{١}{د}$ ، س = ٣٥
ظا(س) = د
د ظا(هـ) = $\frac{٥}{١٢}$ ،
ق(سَ^) = ٦٧,٣٨
ظا(س) = $\frac{١٢}{٥}$
هـ أ ع = ٢ سم
ظا(ب) = $\frac{٤}{٣}$
ظا(ع) = $\frac{٣}{٤}$

٣) أ س = ١,٤ سم
ب ص = ١٩,٢٩ م
ج س = ٣,٣٢ سم
د س = ١٣ م
هـ س = ٣٥,٧٠ سم

تمارين ١١-٣-ج

١) أ ٢٦,٦° — ب ٤٠,٩°
ج ٥١,٣° — د ٨٥,٢°
هـ ١٤,٠° — و ٤٠,٩°
ز ٧٩,٧° — ح ٤٤,١°

٢) أ ١٦° — ب ٤٦°
ج ٤٩° — د ٢٣°
هـ ٥٢°

تمارين ١١-٣-د

١) أ الوتر = ص
طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) = س
جتا(هـ) = $\frac{ع}{ص}$
ب الوتر = ع
طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) = س
جتا(هـ) = $\frac{ص}{ع}$

ج الوتر = ع

طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) = ص

جتا(هـ) = $\frac{\text{س}}{\text{ع}}$

د الوتر = س

طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) = ص

جتا(هـ) = $\frac{\text{ع}}{\text{س}}$

هـ الوتر = س

طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) = ص

جتا(هـ) = $\frac{\text{ع}}{\text{س}}$

٢) أ جا(أ) = $\frac{٧}{١٣}$ ، جتا(أ) = $\frac{١٢}{١٣}$

ظا(أ) = $\frac{٧}{١٢}$

ب جا(ب) = $\frac{٥}{١١}$ ، جتا(ب) = $\frac{١٩,٦}{٢٢}$ ، ظا(ب) = $\frac{١٠}{١٩,٦}$

ج جا(ج) = $\frac{٣}{٥}$ ، جتا(ج) = $\frac{٤}{٥}$

ظا(ج) = $\frac{٣}{٤}$

د جا(د) = $\frac{٦٣}{٦٥}$ ، جتا(د) = $\frac{١٦}{٦٥}$

ظا(د) = $\frac{٦٣}{١٦}$

هـ جا(هـ) = $\frac{٨٤}{٨٥}$ ، جتا(هـ) = $\frac{١٣}{٨٥}$

ظا(هـ) = $\frac{٨٤}{١٣}$

٣) أ ٤٥° ب ٦٤°

ج ٥٧° د ٦٠°

هـ ٣٠° و ٢٧°

تمارين ١١-٤

١) ٤,٨٦ م

٢) أ ص = ٣٠°، س = ٤,٦٩ سم

ب س = ٣ م، ص = ٥٣,١°

ج ص = ٤٨,٢°

د ص = ٢٢,٩°، س = ٨,٩٠ سم

تمارين ١١-٥

١) أ ٠٩٠° ب ٢٢٥°

ج ٣١٥°

٢) أ ٢٥٠° ب ٣١٠°

ج ١٣٥°

٣) أ ٢٢٣° ب ١١ كم

تمارين ١١-٦

١) أ ١,٦٨ م

٢) أ ٣٠° ب ٣٣°

إجابات تمارين متنوعة

١) أ راقب رسومات الطلبة

ب ١٣٠ م

٢) $١٠^٢ = ٦^٢ + ٨^٢$، ∴ المثلث

اب ج قائم الزاوية (معكوس نظرية فيثاغورث)

٣) أ $\sqrt{١٨}$ = ٤,٢٤

ب $\sqrt{٢٠}$ = ٤,٤٧

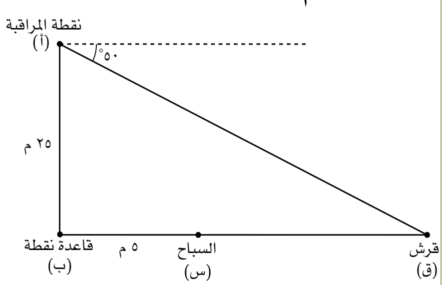
ج $\sqrt{٨}$ = ٢,٨٣

د ٥

هـ ٣,٥

٤) ٥,٦ م

٥) ≈ ١٦ م

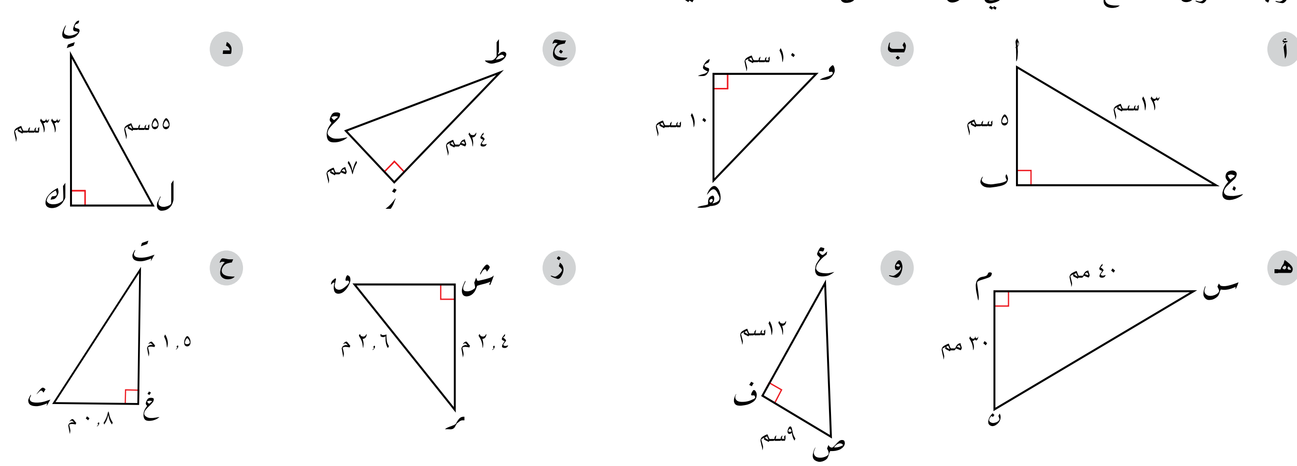


٦) س ص = ٥٩١ م

تمارين المراجعة:

المثلث القائم الزاوية

١) أوجد طول الضلع الثالث في كلّ مثلث من المثلثات الآتية:



٢) حقل مستطيل الشكل طوله ١٢٠ م وعرضه ٨٨ م. ما أطول مسافة مستقيمة يمكن أن تمشيها في الحقل بنفس الاتجاه في خط مستقيم واحد؟ اكتب إجابتك مقرّبة إلى أقرب متر.

٣) انطلق ماجد وسمير من نفس النقطة. سار ماجد باتجاه الغرب وسار سمير باتجاه الشمال. بعد مرور ساعة واحدة، كان ماجد على بُعد ٤,٢ كم من نقطة البداية، وكان سمير على بُعد ٥,٦ كم من ماجد على خط مستقيم. كم يبعد سمير عن نقطة البداية؟

٤) احسب طول القطعة المستقيمة التي تصل بين كل زوج من أزواج النقاط الآتية. مقرِّبًا إجابتك إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية عند الضرورة. قد يفيد أن ترسم مخطّطًا لكل حالة:

أ (٣، ١)، (٥، ٩)

ب (٥، ٨)، (٢، ١١)

ج (٣، −٦)، (٤، ١٢)

د (−١، ٣)، (٤، ٤)

هـ (−٤، −٧)، (٩، ٥)

و (−٣، −٥)، (−٦، −٥)

ز (−٣، −٥)، (−٧، −١٠)

ح (أ، ب)، (٢أ، ٢ب)

٥) ثلاثية فيثاغورث هي مجموعة من ثلاثة أعداد صحيحة موجبة تحقّق نظرية فيثاغورث. مثلًا، $٣^{٢} + ٤^{٢} = ٩ + ١٦ = ٢٥ = ٥^{٢}$، فتكون (٣، ٤، ٥) واحدة من ثلاثيات فيثاغورث.

أ بيّن أن (١٥، ٢٠، ٢٥) واحدة من ثلاثيات فيثاغورث.

ب بيّن أن (٦، ٨، ١٠) واحدة من ثلاثيات فيثاغورث

ج بيّن أن (٣ك، ٤ك، ٥ك) واحدة من ثلاثيات فيثاغورث لكل عدد صحيح موجب ك.

د بيّن أنه إذا كانت (أ، ب، جـ) واحدة من ثلاثيات فيثاغورث، فإن (أ ك، ب ك، جـ ك) أيضًا واحدة من ثلاثيات فيثاغورث لكل عدد صحيح موجب ك.

هـ أوجد ثلاثيّتين من ثلاثيات فيثاغورث مختلفتين، حيث تحتوي كل منهما على العدد ٢٤

٦) أ بيّن أنه إذا كان أ = د و

$$\text{ب} = \frac{\text{د}^{٢} - \text{و}^{٢}}{٢}$$

$$\text{جـ} = \frac{\text{د}^{٢} + \text{و}^{٢}}{٢}$$

فإن الثلاثية (أ، ب، جـ) تحقّق ثلاثية فيثاغورث.

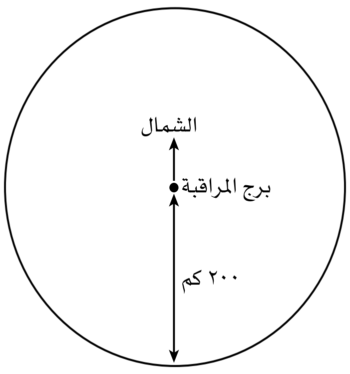
ب استخدم الصيغة في الجزئية (أ) لتجد ثلاثية فيثاغورث أصغر عدد صحيح فيها هو العدد ١٧

ج بيِّن أنه إذا كان العدد (أ) عددًا أوليًّا وعددًا في ثلاثية فيثاغورث، فإن الفرق بين العددين الآخرين في الثلاثية سيكون العدد ١

٧) متوازي مستطيلات أبعاده س سم، ص سم، ع سم. القطر في متوازي المستطيلات هو قطعة مستقيمة تصل بين رأسين ولا تقع على حرف (ضلع) أو في وجه من أوجه متوازي المستطيلات. بيِّن أن طول هذا القطر «د» يُعطى بالصيغة $\text{د} = \sqrt{\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} + \text{ع}^{٢}}$. عليك رسم مخطّطات واضحة لتدعم عملك.

٨) المعلومات أدناه هي زوايا الاتجاه لخمس طائرات تبعد كل منها مسافة ٢٠٠ كم عن برج المراقبة، وهي مبيّنة في الشكل الآتي. استخدم هذه المعلومات لتحدِّد موقع كل طائرة على الشكل:

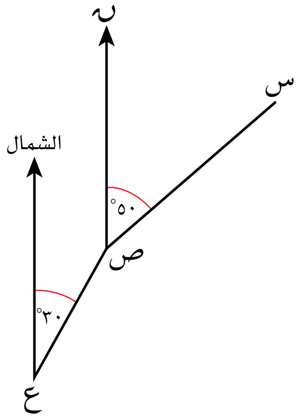
(١) ٠٦٥° (٢) ٠٩٣° (٣) ١٧٢° (٤) ٢٦٨° (٥) ٣٠٨°



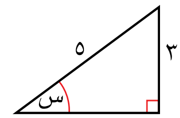
٩) إذا كانت زاوية اتجاه النقطة س من النقطة ص هي ٥٠°، وزاوية اتجاه النقطة ص من النقطة هي ٣٠°، فاحسب قياس الزاوية:

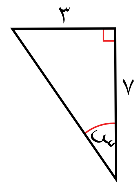
أ $\text{ع}\hat{\text{ص}}\text{ن}$.

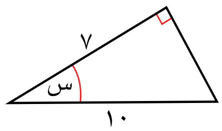
ب $\text{ع}\hat{\text{ص}}\text{س}$.

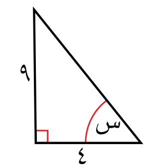


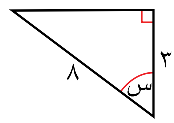
١٠) أوجد قياس الزاوية المشار إليها بحرف في كل مثلّث من المثلّثات الآتية، مقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

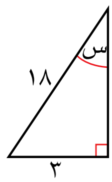
أ


ب


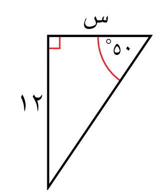
ج


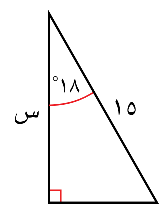
د


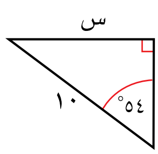
هـ


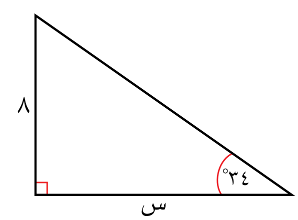
و


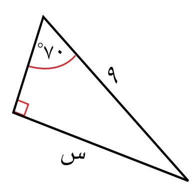
١١) أوجد طول الضلع المشار إليه بالحرف س في كل مثلّث من المثلثات الآتية:

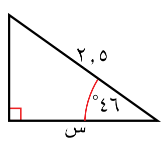
أ


ب


ج


د


هـ


و


١٢) يميل مسار تنزّه إلى الأعلى بزاوية ارتفاع قياسها ١٨°. إذا مشى سامي مسافة ٦٠٠ م إلى أعلى المسار، فكم مترًا يرتفع عن الأفق؟

١٣) وُضعت سارية رأسية طولها ٩ أمتار على خرسانة، وتمّ تثبيتها بواسطة سلكين معدنيّين طول كل منهما ١٠ أمتار. كل سلك يصل بين قمة السارية ونقطة على مستوى الخرسانة.

احسب:

أ قياس الزاوية بين مستوى الخرسانة والسلك المعدني.

ب المسافة بين قاعدة السارية ونقطة تثبيت السلك على مستوى الخرسانة.

إجابات تمارين المراجعة:

المثلث القائم الزاوية

١)
أ ١٢ سم
ب ١٤,١ سم (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
ج ٢٥ مم
د ٤٤ سم
هـ ٥٠ مم
و ١٥ سم
ز ١ م
ح ١,٧ م

٢) ١٤٩ م

٣) ٣,٧ كم

٤)
أ ٨,٢٥ (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
ب ٤,٢٤ (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
ج ١٨,٠ (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
د ٥,١٠ (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
هـ ١٧,٧ (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
و ٣
ز ٦,٤٠ (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)
ح $\sqrt{(\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢})}$

٥)
أ $١٥^{٢} + ٢٠^{٢} = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥ = ٢٥^{٢}$
ب $٦^{٢} + ٨^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ = ١٠^{٢}$
ج $(٣\text{ك})^{٢} + (٤\text{ك})^{٢} = ٩\text{ك}^{٢} + ١٦\text{ك}^{٢} = ٢٥\text{ك}^{٢} = (٥\text{ك})^{٢}$
د إذا كانت (أ، ب، ج) واحدة من ثلاثيات فيثاغورث، فإن $\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} = \text{جـ}^{٢}$.
إذا كانت (ك أ، ك ب، ك ج) واحدة من ثلاثيات فيثاغورث، فإن $(\text{ك أ})^{٢} + (\text{ك ب})^{٢} = (\text{ك جـ})^{٢}$

$\Leftarrow \text{ك}^{٢}\text{أ}^{٢} + \text{ك}^{٢}\text{ب}^{٢} = \text{ك}^{٢}\text{جـ}^{٢}$

$\text{ك}^{٢}(\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}) = \text{ك}^{٢}\text{جـ}^{٢} \qquad (\div \text{ك}^{٢})$

$\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} = \text{جـ}^{٢}$

هـ أي اثنين من:
٧، ٢٤، ٢٥
١٠، ٢٤، ٢٦
١٨، ٢٤، ٣٠
٢٤، ٣٢، ٤٠

٢٤، ٧٠، ٧٤

٢٤، ١٤٣، ١٤٥

٢٤، ٤٥، ٥١

٦) أ $أ^2 + ب^2 = و^2$

$$(د\,و)^2 + \left(\frac{د^2 - و^2}{2}\right)^2 = \left(\frac{د^2 + و^2}{2}\right)^2$$

$$\Leftarrow د^2و^2 + \frac{د^4 - 2د^2و^2 + و^4}{4} = \frac{د^4 + 2د^2و^2 + و^4}{4}$$

$$\Leftarrow 4د^2و^2 + د^4 - 2د^2و^2 + و^4 = د^4 + 2د^2و^2 + و^4$$

$$\Leftarrow د^4 + 2د^2و^2 + و^4 = د^4 + 2د^2و^2 + و^4$$

ب ١٧، ١٤٤، ١٤٥

(إذا كان أ = ١٧ فإن د و = ١٧ × ١ لأن ١٧ عدد أوّلي، وعاملاه هما ١، ١٧ فقط. إذا عوّضت القيم ١، ١٧ في الصيغة لتجد العددين ب، جـ، فسوف تحصل على ب = ١٤٤، جـ = ١٤٥).

ج ليكن أ عددًا أوليًّا (و) فإن أ = و × ١(أ = و، د = ١)

ومنها:

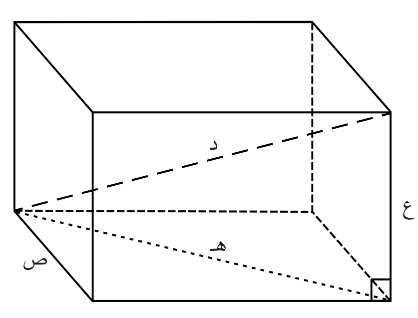
$$ب + 1 = \frac{و^2 - 1^2}{2} + 1$$

$$= \frac{و^2}{2} - \frac{1}{2} + 1$$

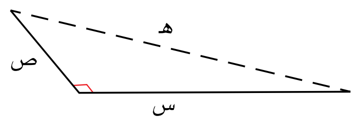
$$= \frac{و^2}{2} + \frac{1}{2} = جـ$$

إذن، جـ − ب = ١

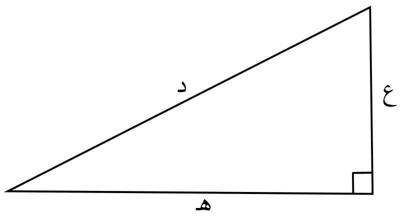
٧) مخطط متوازي المستطيلات الذي أبعاده س سم، ص سم، ع سم:



$$هـ = \sqrt{س^2 + ص^2}$$



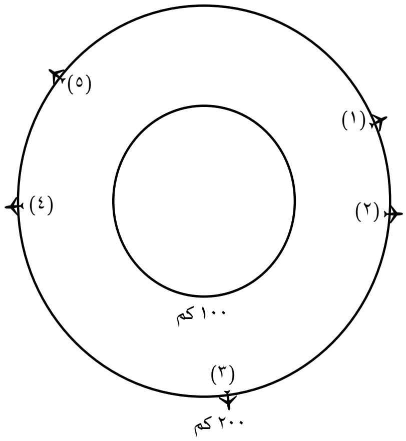
كما أن قطر متوازي المستطيلات يشكّل مثلثًا قائمًا مع قطر قاعدة متوازي المستطيلات:



د = $\sqrt{\text{هـ}^2 + \text{ع}^2}$

$\Leftarrow$ د = $\sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2 + \text{ع}^2}$

٨)



٩) أ ١٥٠° ب ١٦٠°

١٠) أ ٣٦,٩° ب ٢٣,٢°

ج ٤٥,٦° د ٦٦,٠°

هـ ٦٨,٠° و ٩,٦°

١١) أ ١٠,١ ب ١٤,٣

ج ٨,٠٩ د ١١,٩

هـ ٨,٤٦ و ١,٧٤

١٢) ١٨٥ م

١٣) أ ٦٤,٢° ب ٤,٣٦ م

الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات ومخطّط الشجرة ومخطّط ڤن

نظرة عامّة

يعتبر مخطّط الشجرة طريقة بصرية ذكية، تعرض بوضوح النواتج الممكنة لوقوع حدثَين أو أكثر. تُستخدم هذه المخطّطات عادة عند وقوع أكثر من حدث واحد بطريقة متتالية. يُستخدم مخطّط ڤن أيضًا في حساب الاحتمال، بشكل عام، عندما يقع حدثان أو أكثر بطريقة متزامنة. يجب أن يفكّر الطلبة بانتباه في الشروط التي تم حساب الاحتمال على ضوئها، لأنها قد تتغير مع تطوّر التجربة.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١٢-١	استخدام مخطط الشجرة لتمثيل النواتج الممكنة للحدث	١	٧-٣ يرسم مخطّطات الشجرة	النواتج الممكنة، الفضاء العيِّني.
١٢-٢ (PPT ١٢-١)	حساب الاحتمال في مخطّط الشجرة	٣	٧-٣ يحسب احتمال الأحداث البسيطة المجمّعة مستخدمًا مخطّطات الشجرة.	
١٢-٣	حساب الاحتمال من مخطّط ڤن	٣	٧-٣ يحسب احتمال الأحداث البسيطة المجمّعة مستخدمًا مخطّطات ڤن.	
١٢-٤	الاحتمال الشرطي	٥	٧-٤ يحسب الاحتمال الشرطيّ مستخدمًا مخطّطات ڤن، ومخطّطات الشجرة والجداول. مثال على ذلك: رمي حجري نرد بمعلوميّة أنّ مجموع العددَين الظاهرَين على حجرَي النرد هو ٧، جد احتمال أن يظهر العدد ٢ على أحدهما.	الاحتمال الشرطي، الأحداث غير المستقلّة، الأحداث المُركّبة

تقديم الموضوع

ذكّر الطلبة بأن يستمروا في تأكيد فكرة أن قيَم الاحتمالات تقع بين العددَين ٠، ١ أو تساويهما. لقد درسوا مخطّطات الفضاء الاحتمالي لربط نواتج حدثَين في الوحدة ١٠. وضّح لهم أن مخطّط الشجرة هو مخطّط آخر، يمكن استخدامه لعرض جميع النواتج الممكنة. وضّح لهم أيضًا أن لمخطّط الشجرة فائدة إضافية؛ هي قدرته على عرض النواتج الممكنة المختلفة، وعلى تسهيل عمليات حساب الاحتمالات. تابع المثال ١ في الوحدة ١٢ من كتاب الطالب مع الطلبة، وتأكد من كيفية التعامُل مع هذه المخطّطات.

التفكير في الموضوع

يجب أن تُسمي فروع مخطّطات الشجرة بوضوح. ومن المفيد تضمين عمود "التراتيب الممكنة "عند نهاية الفروع، لتساعد الطلبة على توضيح ما يمثّله كل ترتيب من هذه الفروع.

وكما جاء في الوحدة (١٠)، استمر في التأكيد على أن 'أ و ب تعني: **اضرب** الاحتمالات'، بينما 'أ **أو** ب تعني: **اجمع** الاحتمالات'. بالقراءة في مخطّط الشجرة: '**اضرب** عندما تنتقل عبر **فروع** الشجرة'، و: '**اجمع** عندما تنتقل إلى **أسفل** الفروع'.

تابع تأكيدك على أن قيمة الاحتمال تقع بين العددَين ٠، ١ أو تساويهما.

مخطّطات ڤن: قُدّمت هذه المخطّطات على أنها أداة لحساب الاحتمالات. إنّ أفضل استخدام لمخطّطات ڤن عندما يقع أكثر من حدث واحد بطريقة متزامنة (مثل رمي حجر نرد له ٦ أوجه، والحصول على عدد أوّلي وعلى عدد زوجي في نفس الوقت). ويُرجّح أن يُطلب إلى الطالب رسم مخطّط ڤن عندما يساعده ذلك على الحل، ولكن يمكنك أن تجرّب حل بعض التمارين أوّلًا من دون الاستعانة برسم مخطّط ڤن. يجد كثير من الطلبة مثل هذه المخطّطات البسيطة مفيدة وفاعلة.

الاحتمال الشرطي: غالبًا ما ينسى الطلبة أن يسألوا أنفسهم: هل احتمال الحدث المتكرّر يبقى نفسه أم لا؟ يُعدّ ذلك موقفًا جيدًا للحديث عن كيفية تغيير الاحتمالات وأسبابها خلال إجراء تجربة ما. أحيانًا، تحدث تلك التغيُّرات بسبب إزالة بعض العناصر وعدم إعادتها. أو ببساطة، بسبب تغيُّر الشروط أحيانًا (مثلًا، قد يتحسّن أداء أحدهم عندما يكرّر محاولة إصابة الهدف، أو اجتياز الاختبار). من الضروري استخدام عبارتَي: 'مع إعادة' و 'دون إعادة' مرارًا ليركّز الطلبة على هذه العبارات لأهمّيتها.

مخطّطات الشجرة في مواقف من الحياة اليومية

تُستخدم مخطّطات الشجرة في الحياة اليومية لتساعد على اتّخاذ القرارات وتحليلها. وتوفّر مخطّطات الشجرة طريقة سهلة لعرض الخيارات المختلفة، وحساب المخاطر والاحتمالات المرافقة لها.

توسيع الموضوع

يلمس الطلبة أهمّية مخطّطات الشجرة إذا أعطيتهم بعض الواجبات التي تتضمّن اتّخاذ القرارات والخيارات الشخصية. ومن الأمثلة الجيدة على ذلك، تنسيق الملابس لرحلة ما، حيث يمكنك أخذ ثماني قطع ملابس فقط في الرحلة. أيّ خيارات الملابس تعطي مظاهر مختلفة أكثر: أربعة قمصان مع أربعة بناطيل، أم ثلاثة بناطيل مع خمسة قمصان؟ مثال آخر هو الاختيار من قائمة الطعام. أيّ الخيارات تقترحها لتعطي أكبر عدد من الخيارات الممكنة من قائمة تتضمّن عشرة أطباق مختلفة من الطعام؟

يمكنك أيضًا أن تعتمد أسئلة مثل: 'لماذا يعتبر العدد سبعة من الأعداد المهمة في الألعاب عند رمي حجرَي نرد لكل منهما ٦ أوجه؟' سوف يسهم استخدام مخطّط الشجرة في رسم خريطة احتمال مجموع العددَين الظاهرَين للإجابة عن السؤال

بسرعة (احتمال مجموع العددَين سبعة أكبر من احتمال جميع المجاميع الممكنة الأخرى). عندما يرسم الطلبة مخطّط الشجرة، يمكنهم البحث عن الأعداد ذات الفرصة الأقلّ حدوثًا وغيرها من الأمور.

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية متوفرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مفصّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم، وإظهار العمل بها:

- PPT ١٢-١ الاحتمال باستخدام مخططات الشجرة

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١٢-١ الاحتمال باستخدام مخطّطات الشجرة

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٢-١ الاحتمال باستخدام مخطّطات الشجرة

تفضّل عائلتي القيام برحلات ترفيهية أيام الجمعة، لكنها تعتمد على حالة الطقس. إذا كان الطقس غائماً، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{٣}{٤}$، وإن لم يكن غائماً، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{١}{٣}$. إذا علمت أن احتمال أن يكون الطقس غائماً هو $\frac{٣}{٥}$ فأجب عن كل مما يأتي:

(أ) ارسم مخطّط شجرة مناسباً لتمثّل كل النواتج الممكنة:

(ب) استخدم مخطّط الشجرة لتجد احتمال القيام بالرحلة.

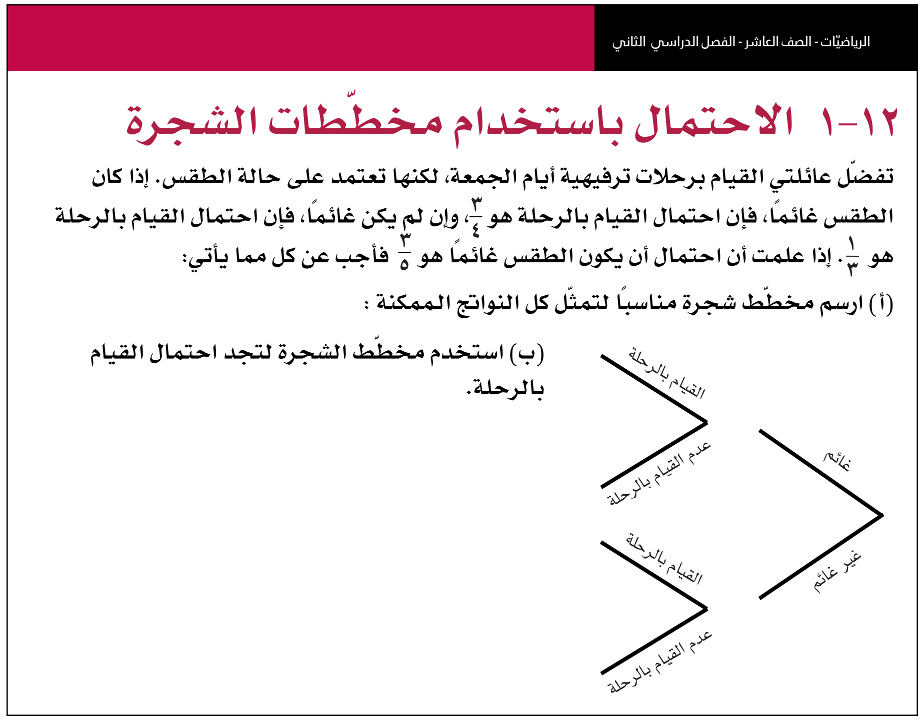
هل فهم الطلبة المطلوب؟

هذا المثال جيّد لتقديم الاحتمال باستخدام مخطّط الشجرة، بالنظر إلى وجود عدة نواتج ممكنة تعتمد على نواتج سابقة.

(أ) نقطة نقاش ١

ما المكوّن الرئيسي لمخطّط الشجرة؟ البداية باتّخاذ القرار بما سيُعرض في المجموعة الأولى من الفروع: مشمس/غير مشمس أو القيام بالرحلة/عدم القيام بالرحلة؟ فكّر في الترتيب الذي تحدث فيه هذه الأمور. سوف تقوم العائلة بالرحلة اعتمادًا على حالة الطقس، مما يعني أن حالة الطقس تحدث أوّلًا، وسوف يكون هذا هو الفرع الأوّل.

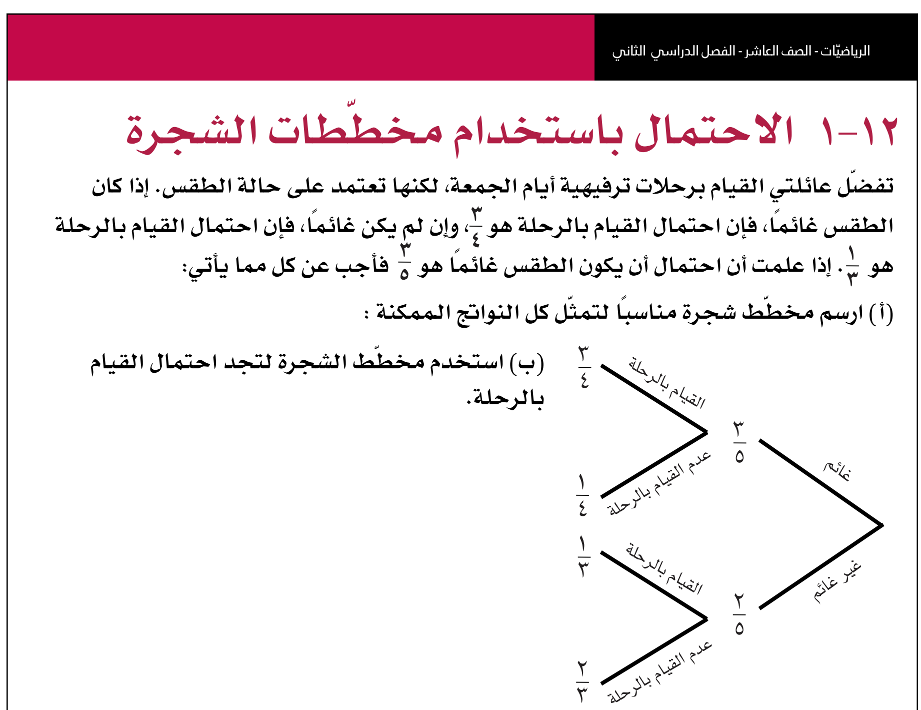
اعرض الشريحة ٢



ما الصحيح حول مجموع الاحتمالات لكل زوج في الفروع؟ يجب أن يساوي ١

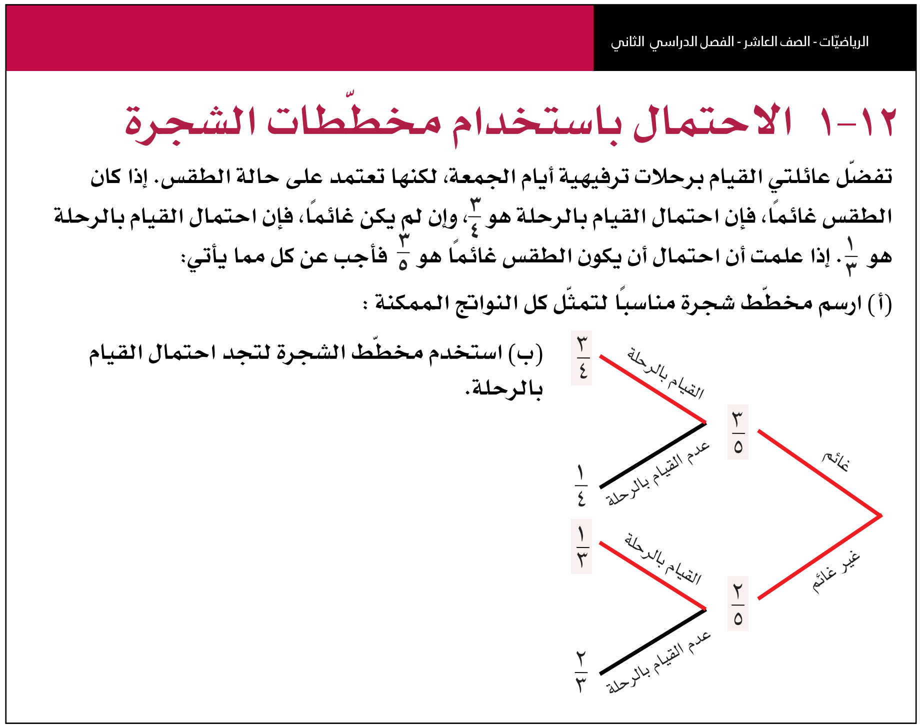
الخطوة الآتية هي كتابة الاحتمالات. هل يستطيع الطلبة معرفة هذه الاحتمالات؟

اعرض الشريحة ٣



انتقل الآن إلى الجزئية (ب) ، إلى أي نواتج نحتاج من النواتج المعروضة على مخطّط الشجرة؟

اعرض الشريحة ٤



النواتج التي نحتاج إليها هي النواتج المعروضة باللون الأحمر.

نقطة نقاش ٢

من المفيد تدوين النواتج الممكنة المفضلة، أي وتحت أيّ ظرف ستحتّم القيام بالرحلة. إذا كان الطقس غائمًا، فمن الممكن أن تقوم العائلة بالرحلة؛ وإذا كان الطقس غير غائم، فمن الممكن أن تقوم العائلة أيضًا بالرحلة.

الآن، اعتمد هذه النواتج مع احتمالاتها.

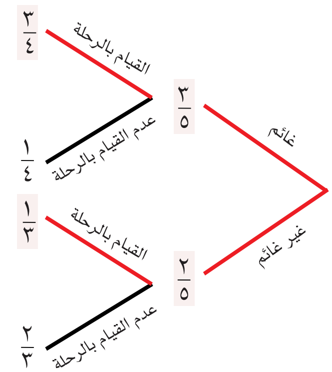
ل(القيام بالرحلة) = ل(غائم والقيام بالرحلة، أو غير غائم والقيام بالرحلة)

اعرض الشريحة ٥

١٢-١ الاحتمال باستخدام مخطّطات الشجرة

تفضّل عائلتي القيام برحلات ترفيهية أيام الجمعة، لكنها تعتمد على حالة الطقس. إذا كان الطقس غائماً، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{٣}{٤}$، وإن لم يكن غائماً، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{١}{٣}$. إذا علمت أن احتمال أن يكون الطقس غائماً هو $\frac{٣}{٥}$ فأجب عن كل مما يأتي:

(أ) ارسم مخطّط شجرة مناسباً لتمثّل كل النواتج الممكنة :



(ب) استخدم مخطّط الشجرة لتجد احتمال القيام بالرحلة.

ل(القيام بالرحلة) = ل(غائم والقيام بالرحلة أو غير غائم والقيام بالرحلة).

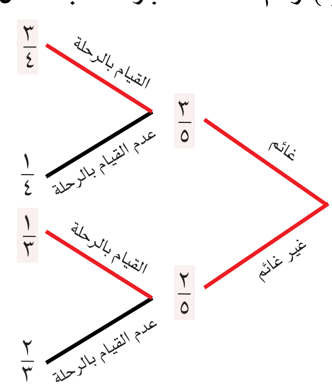
اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٢-١ الاحتمال باستخدام مخطّطات الشجرة

تفضّل عائلتي القيام برحلات ترفيهية أيام الجمعة، لكنها تعتمد على حالة الطقس. إذا كان الطقس غائماً، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{٣}{٤}$، وإن لم يكن غائماً، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{١}{٣}$. إذا علمت أن احتمال أن يكون الطقس غائماً هو $\frac{٣}{٥}$ فأجب عن كل مما يأتي:

(أ) ارسم مخطّط شجرة مناسباً لتمثّل كل النواتج الممكنة :



(ب) استخدم مخطّط الشجرة لتجد احتمال القيام بالرحلة.

ل(القيام بالرحلة) = ل(غائم والقيام بالرحلة أو غير غائم والقيام بالرحلة).

ل(القيام بالرحلة) = $\left(\frac{٣}{٥}\times\frac{٣}{٤}\right)+\left(\frac{٢}{٥}\times\frac{١}{٣}\right)=\frac{٩}{٢٠}+\frac{٢}{١٥}=\frac{٢٧+٨}{٦٠}=\frac{٣٥}{٦٠}$

يجب أن يتذكر الطلبة استخدام عملية الضرب بالانتقال عبر فروع الشجرة، واستخدام عملية الجمع بالانتقال إلى الأسفل عبر الفروع.

هل يستطيع الطلبة أن يشرحوا كيف تمت عمليّات الضرب والجمع؟

ماذا يجب أن تكون إجابتهم النهائية؟ (تنبيه: يُفضل تبسيط الكسر $\frac{٣٥}{٦٠}$!)

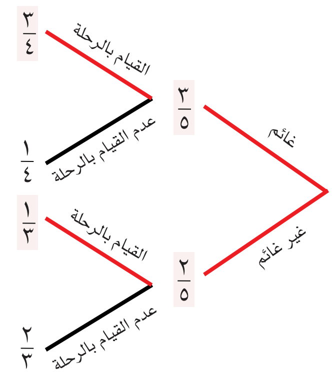
اعرض الشريحة ٧

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٢-١ الاحتمال باستخدام مخطّطات الشجرة

تفضّل عائلتي القيام برحلات ترفيهية أيام الجمعة، لكنها تعتمد على حالة الطقس. إذا كان الطقس غائمًا، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{٣}{٤}$، وإن لم يكن غائمًا، فإن احتمال القيام بالرحلة هو $\frac{١}{٣}$. إذا علمت أن احتمال أن يكون الطقس غائمًا هو $\frac{٣}{٥}$ فأجب عن كل مما يأتي:

(أ) ارسم مخطّط شجرة مناسبًا لتمثّل كل النواتج الممكنة :



(ب) استخدم مخطّط الشجرة لتجد احتمال القيام بالرحلة.

ل(القيام بالرحلة) = ل(غائم والقيام بالرحلة أو غير غائم والقيام بالرحلة).

ل(القيام بالرحلة) $= \left(\frac{٣}{٥} \times \frac{٣}{٤}\right) + \left(\frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٣}\right) = \frac{٩}{٢٠} + \frac{٢}{١٥} =$

$\frac{٢٧ + ٨}{٦٠} = \frac{٣٥}{٦٠}$

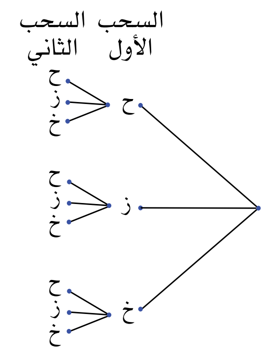
الإجابة: ل(القيام بالرحلة) = $\frac{٧}{١٢}$

نبسّط الكسور عادة عند كتابة الناتج النهائي في تمارين الاحتمال.

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الثانية عشرة

تمارين ١٢-١

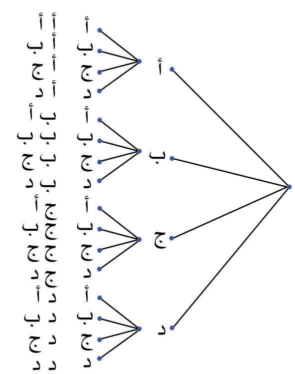
١) أ



ب ٩ نواتج ممكنة ج ٣

د ٥ هـ ٤

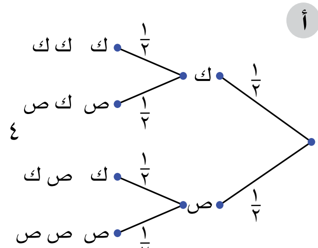
٢) أ



ب ١٦ ج $\frac{١}{١٦}$

تمارين ١٢-٢

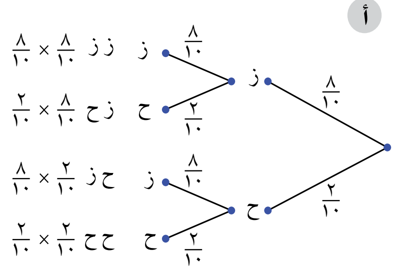
١) أ



٤ نواتج

ب ل(ص ص أو ك ك) = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

٢) أ

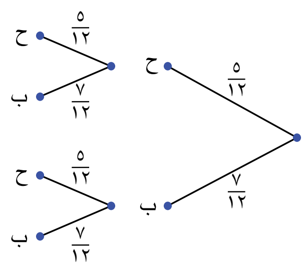


ب (١) ل(ح ح) = $\frac{١}{٢٥}$

(٢) ل(ح ز) + ل(ز ح) = $\frac{٨}{٢٥}$

(٣) ل(ز ز) = $\frac{١٦}{٢٥}$

٣) أ



ب (١) ل(ح ح) = $\frac{٢٥}{١٤٤}$

(٢) ل(ب ب) = $\frac{٤٩}{١٤٤}$

٤) أ ٤

ب $\frac{٤}{٩}$

ج $\frac{٤}{٩}$

د النواتج الأكثر ترجيحًا هي الفوز في المباراتَين، أو الفوز في إحدى المباراتَين وخسارة المباراة الأخرى.

تمارين ١٢-٣

١) أ $\frac{١}{٢}$

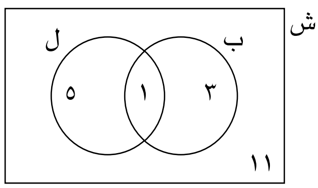
ب $\frac{٢}{٣}$

ج $\frac{١}{٦}$

د $\frac{١}{٣}$

هـ ١

٢)

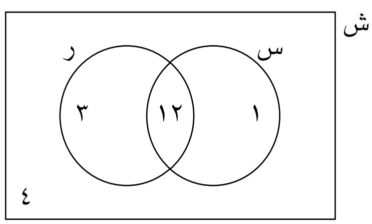


أ $\frac{٤}{٥}$

ب $\frac{١}{٤}$

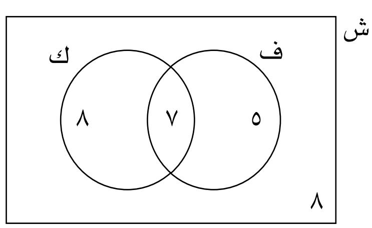
ج $\frac{١١}{٢٠}$

٣) أ



ب $\frac{٣}{٥}$

٤) أ

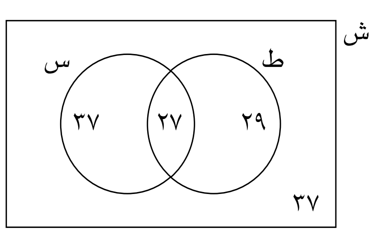


ب (١) $\frac{٥}{٢٨}$

(٢) $\frac{٥}{٧}$

(٣) $\frac{١}{٤}$

٥) أ



ب (١) $\frac{٣٢}{٦٥}$

(٢) $\frac{٩٣}{١٣٠}$

(٣) $\frac{٢٧}{١٣٠}$

(٤) $\frac{٣٧}{١٣٠}$

٦) أ ١٢

ب ٣

ج ٢١

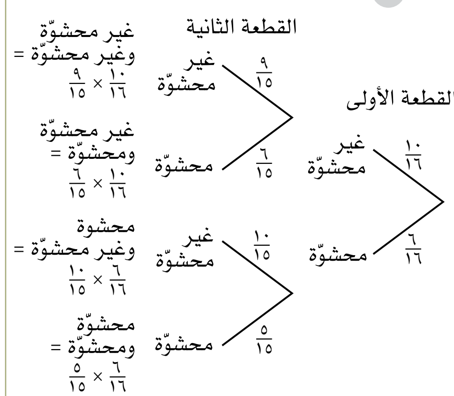
د ١٢

هـ $\frac{٧}{١٢}$

و $\frac{١٢}{١٩}$

تمارين ١٢-٤

١) أ

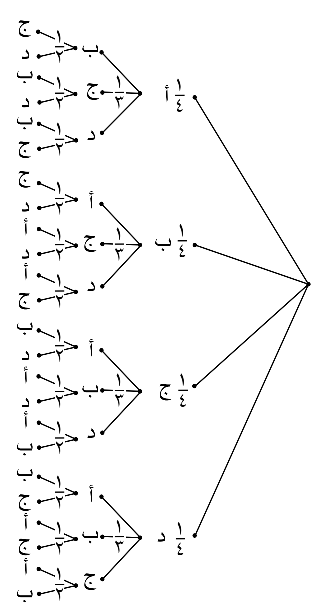


ب (١) $\frac{٩٠}{٢٤٠} = \frac{٣}{٨}$

(٢) $\frac{٣٠}{٢٤٠} = \frac{١}{٨}$

(٣) $\frac{٦٠}{٢٤٠} = \frac{١}{٤}$

٢) أ

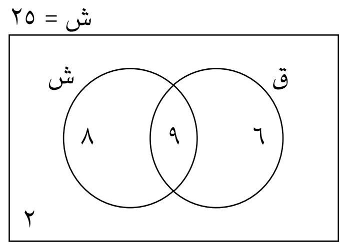


ب (١) $\frac{١}{٢٤}$ (٢) $\frac{١}{٢٤}$

(٣) ٠ (صفر)

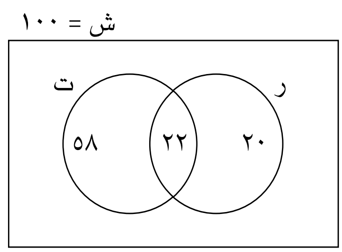
ج $\frac{١}{٤}$ د $\frac{١}{١٢}$

٣)



أ $\frac{٣}{٥}$ ب $\frac{٩}{١٧}$

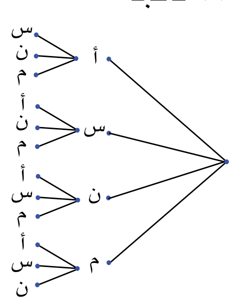
٤) أ



ب (١) ٠,٥٨

(٢) $\frac{١١}{٤٠}$ أو ٠,٢٧٥

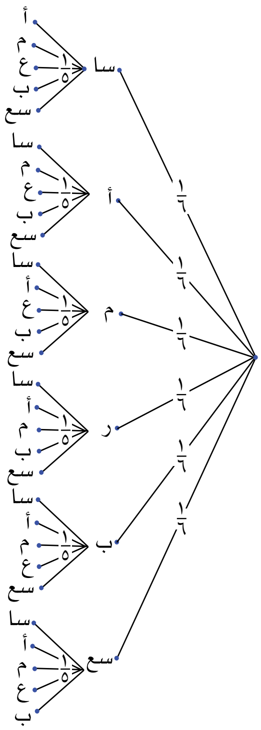
٥) أ ١٢ ناتجًا



١٢ ناتجًا

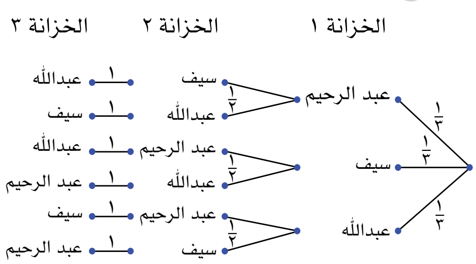
ب $\frac{١}{١٢}$ ج $\frac{١}{١٢}$

٦) أ



ب $\frac{١}{٣٠}$

٧) أ

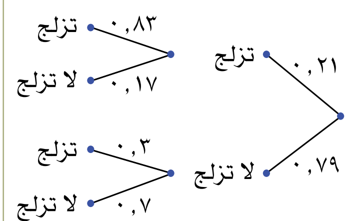


ب شرطية – عندما يتم اختيار الاسم الأوّل، لا يمكن اختياره ثانية، لذلك يعتمد الاختيار الثاني على الاختيار الأول، وهكذا.

ج $\frac{١}{٦}$

٨) $\frac{٤}{١٥}$

٩) أ



ب (١) ٠,١٧٤٣ (٢) ٠,٤١١٣

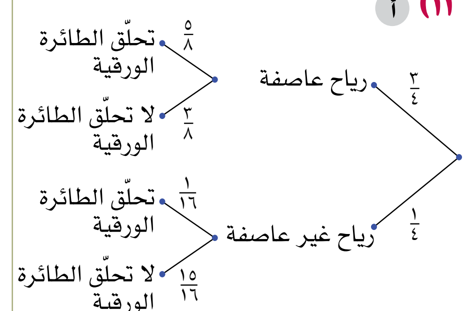
١٠) أ النشرة الجوية لليومَين القادمين.

ب ل(تمطر في كلا اليومَين) = $\frac{١}{٥٠}$

ل(مشمس في كلا اليومَين) = $\frac{٩٦}{١٢٥}$

ل(يوم مشمس ويوم ماطر) = $\frac{٥٣}{٢٥٠}$

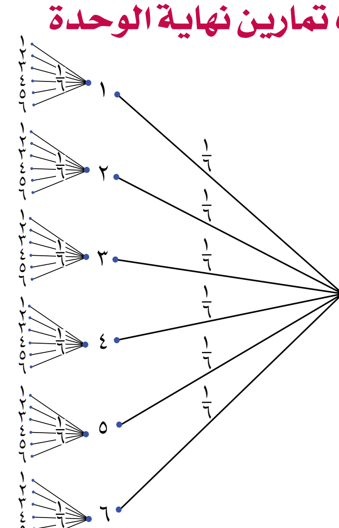
١١) أ



ب $\frac{١٥}{٣٢}$ ج $\frac{٣٣}{٦٤}$ د $\frac{٣١}{١٢٨}$

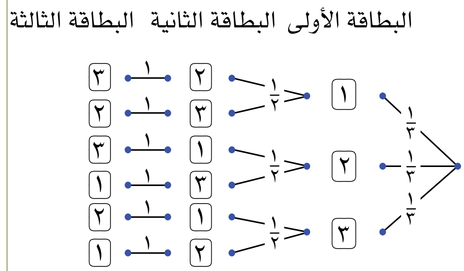
إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ



ب (١) $\frac{٥}{٣٦}$ (٢) $\frac{١}{٦}$

٢) أ

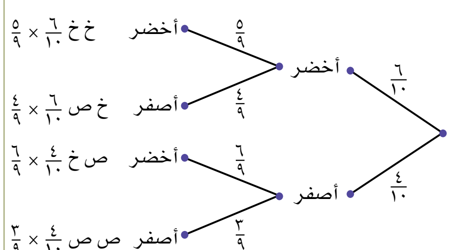


ب ٦

ج (١) $\frac{١}{٦}$ (٢) $\frac{٢}{٣}$

(٣) $\frac{١}{٣}$ (٤) ١

٣) أ



ب (١) ل(أصفر أصفر) =

$\frac{٤}{١٠}\times\frac{٣}{٩}=\frac{١٢}{٩٠}=\frac{٢}{١٥}$

(٢) ل(أخضر أصفر أو أصفر أخضر) =

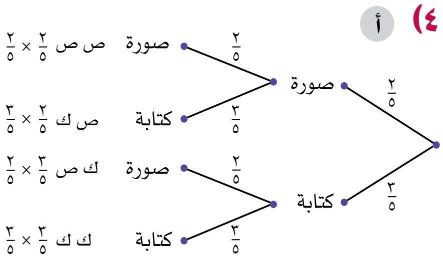
$\frac{٦}{١٠}\times\frac{٤}{٩}+\frac{٤}{١٠}\times\frac{٦}{٩}=\frac{٢٤}{٩٠}+\frac{٢٤}{٩٠}=\frac{٤٨}{٩٠}=\frac{٨}{١٥}$

(٣) ل(واحدة على الأقلّ لونها أخضر)

= ل(ليس لونها أصفر أصفر)

$= ١-\frac{٢}{١٥}=\frac{١٣}{١٥}$

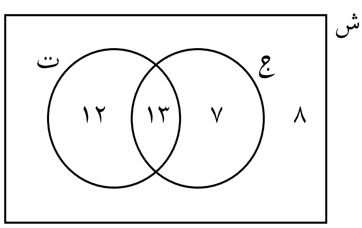
٤) أ



ب ل(الناتج مختلف) =

$\frac{٢}{٥}\times\frac{٣}{٥}+\frac{٣}{٥}\times\frac{٢}{٥}=\frac{٦}{٢٥}+\frac{٦}{٢٥}=\frac{١٢}{٢٥}$

٥) أ



ب ع(ع) = ٢٠

ج ع(ع ∪ ت) = ٣٢

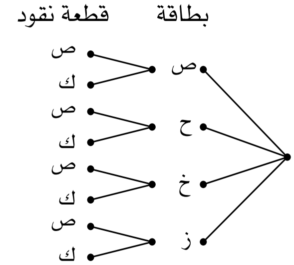
د $\frac{١٢}{٤٠}=\frac{٣}{١٠}$

هـ $\frac{١٣}{٢٥}$

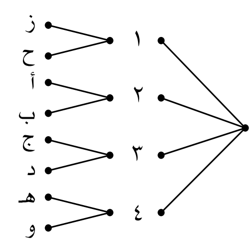
إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الثانية عشرة

تمارين ١٢-١

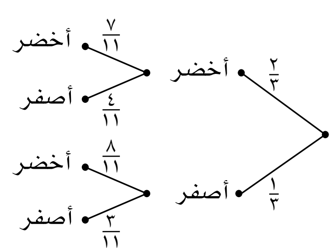
١)



٢)

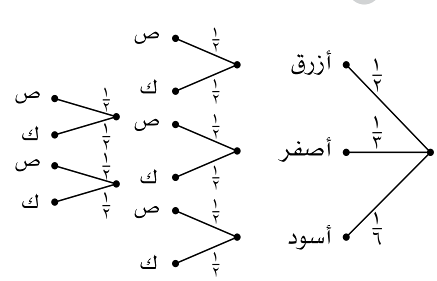


٣) أ و ب



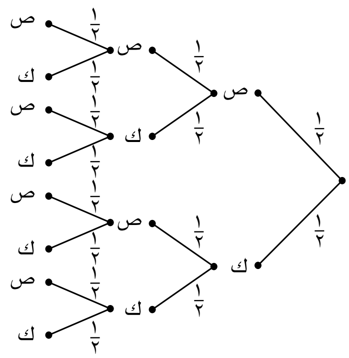
تمارين ١٢-٢

١) أ



ب $\frac{١}{٤}$ ج $\frac{١}{١٢}$ د $\frac{٥}{١٢}$

٢) أ

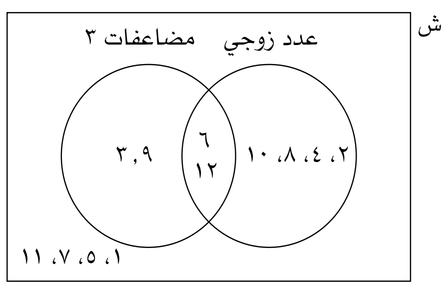


ب $\frac{١}{٨}$ ج $\frac{١}{٢}$ د $\frac{١}{٢}$

هـ صفر؛ لأنه من غير الممكن الحصول على عدد متساوٍ من الصور والكتابات في ثلاث رميات.

تمارين ١٢-٣

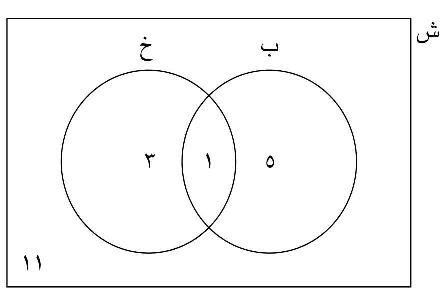
١)



أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{٢}{٣}$

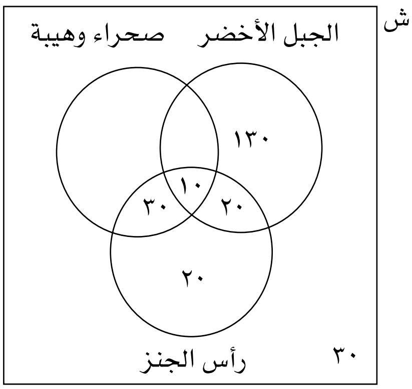
ج $\frac{١}{٦}$ د $\frac{١}{٣}$

٢) أ



ب (١) $\frac{٤}{٥}$ (٢) $\frac{١}{٤}$ (٣) $\frac{١١}{٢٠}$

٣) أ



ب ١٣٠ ج ٣٠ د ١٣٠

هـ نعم، $\frac{٣٠}{٢٤٠} = \frac{١}{٨}$. ولكن هذا العدد من الزوار قليل نسبة إلى عدد زوار سلطنة عُمان، لذا يمكن تطبيق الإجابة على هذه المجموعة فقط من الزوار، وليس على زوار سلطنة عُمان جميعهم.

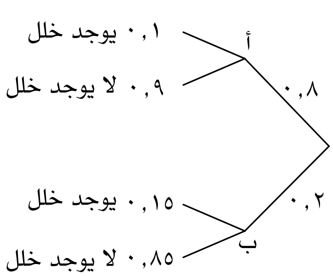
تمارين ١٢-٤

١) أ $\frac{٥}{٩}$ ب $\frac{٢}{٩}$

ج $\frac{٢}{٥}$ د $\frac{١}{٣}$

٢) أ $\frac{٣}{٧}$ ب $\frac{٣}{٥}$

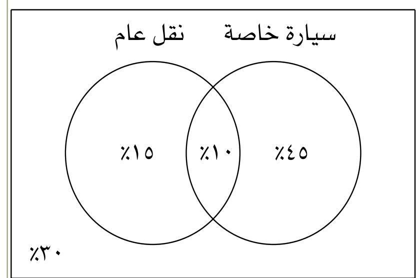
٣)



ل(منتج فيه خلل بشرط أنه من المصنع (ب))
= ٠,١٥

٤) $\frac{٥}{٨}$

٥) أ

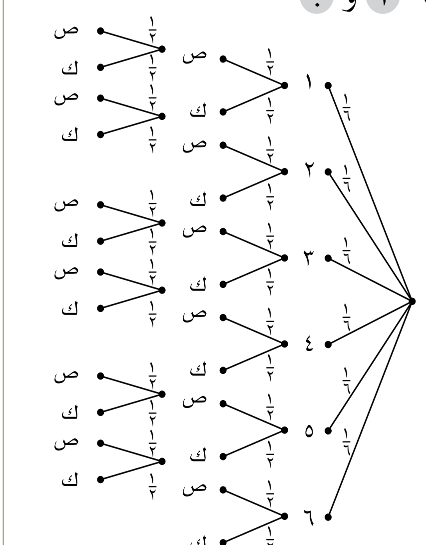


ب $\frac{٢}{١١}$ ج $\frac{٢}{٥}$

٦) أ ٠,٢ ب $\frac{٢}{٧}$

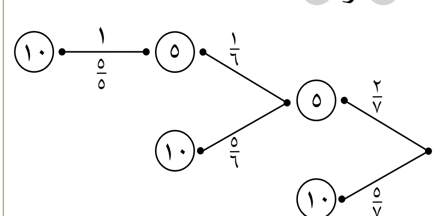
إجابات تمارين متنوعة

١) أ و ب



ج $\frac{١}{٨}$ د $\frac{١}{١٢}$

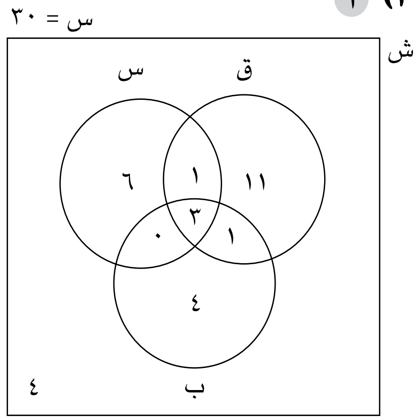
٢) أ و ب



ج $\frac{٥}{٧}$ د $\frac{١}{٢١}$

هـ ١ (لم يبق أي قطعة نقد قيمتها ٥ بيسات).

٣) أ



ب (١) $\frac{٢}{١٥}$

(٢) $\frac{٨}{١٥}$

(٣) $\frac{٢}{١٥}$

٤) أ $\frac{١}{٦}$ ب $\frac{٢}{٩}$

تمارين المراجعة:
الاحتمالات ومخطّط الشجرة ومخطط ڤن

١) يوفر مطعم المدرسة الخيارات الآتية لوجبة الغداء:

المُقبّلات	الطبق الرئيسي	المشروب
حساء	كبسة دجاج	عصير فراولة
سلطة	لحم مشوي	مثلّجات
	سمك	
	خضروات	

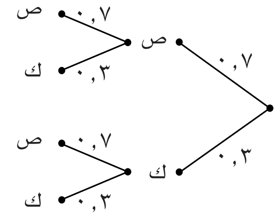
يمكن لكل طالب اختيار طبق واحد من المُقبّلات، وطبق رئيسي، ونوع واحد من المشروب.

- أ ارسم مخطّط الشجرة لتعرض كل الخيارات الممكنة لوجبة غداء من الفئات الثلاث.
- ب ما احتمال أن يختار طالب ما طبق حساء، وطبق كبسة دجاج، ومثلّجات؟

٢) مع سعاد قلم أحمر وقلم أزرق، ومع سميرة قلم أحمر وقلم أزرق، ومع مريم قلم أحمر و قلم أسود. اختارت المعلمة قلمًا واحدًا من كل طالبة عشوائيًّا.

- أ ارسم مخطّط الشجرة لتعرض كل النواتج الممكنة.
- ب ما احتمال أن تكون الأقلام الثلاثة المختارة:
  - (١) كلها حمراء؟
  - (٢) تتضمن قلمًا واحدًا أحمر فقط؟

٣) يبيّن مخطّط الشجرة أدناه احتمال الحصول على صور وكتابات عند رمي قطعة نقد غير منتظمة (منحازة) مرّتَين.



أوجد احتمال الحصول على:

- أ صورتَين.
- ب كتابتَين.
- ج كتابة في الرمية الأولى، وصورة في الرمية الثانية.
- د كتابة واحدة فقط.
- هـ كتابة واحدة على الأقلّ.

٤) في دراسة مسحيّة، تم استطلاع ٥٠ شخصًا عن قراءة الصحف الورقية والمواقع الإخبارية. أجاب ٢٥ شخصًا بأنهم يقرأون الصحف الورقية، و٣١ شخصًا بأنهم يقرأون المواقع الإخبارية، و١٥ شخصًا بأنهم يقرأون كلًّا من الصحف الورقية والمواقع الإخبارية.

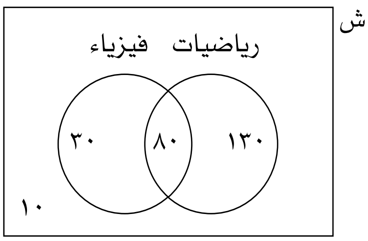
أ) ارسم مخطّط ڤن لتعرض المعلومات.

ب) كم شخصًا من العيّنة لا يقرأ الصحف الورقية، ولا يقرأ المواقع الإخبارية؟

ج) ما احتمال أن يقرأ شخص في العيّنة الصحف الورقية فقط؟

د) ما احتمال ألّا يقرأ شخص في العيّنة الصحف الورقية، ولا المواقع الإخبارية؟

٥) يبيّن مخطّط ڤن المجاور بيانات عن الموضوعات التي درسها ٢٥٠ طالبًا في مدرسة دولية.

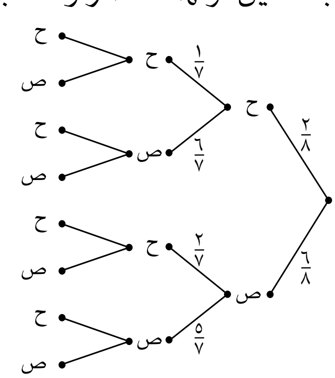


أ) كم طالبًا لم يدرس الرياضيات أو الفيزياء؟

ب) ما احتمال اختيار طالب عشوائيًّا، يكون ممّن يدرسون الرياضيات؟

ج) ما احتمال اختيار طالب عشوائيًّا، يكون ممّن يدرسون الرياضيات أو الفيزياء؟

٦) يبيّن مخطّط الشجرة أدناه النواتج الممكنة عند سحب ثلاث بطاقات واحدة تلو الأخرى، من حقيبة تحتوي على بطاقتَين لونهما أحمر وستّة بطاقات صفراء.



أوجد احتمال:

أ) أن تكون البطاقات الثلاثة من نفس اللون.

ب) أن تكون بطاقة واحدة على الأقلّ حمراء اللون.

ج) الحصول على بطاقة واحدة فقط حمراء اللون.

٧) ينتج عن مباراة كرة القدم: ربح، تعادُل، خسارة.

أ) ارسم مخطّط شجرة لتعرض كل النواتج الممكنة عندما يلعب فريق ما ثلاثة أشواط في مباراة.

ب) أوجد احتمال أن:

(١) يربح الفريق الأشواط الثلاثة جميعها.

(٢) يربح الفريق، أو يتعادل في الأشواط الثلاثة.

(٣) يخسر الفريق في شوط واحد على الأقلّ.

(٤) يربح الفريق الشوط الأول، ويتعادل في الشوط الثاني، ويخسر في الشوط الثالث.

٨) في حقيبة ١٠ بطاقات زرقاء، و ن بطاقات حمراء. سُحبت بطاقة واحدة من الحقيبة، ورُكنت جانبًا (دون إعادتها إلى الحقيبة)، ثم سُحبت بطاقة ثانية من الحقيبة. إذا علمت أن احتمال أن يكون لون البطاقتَين أحمر هو $\frac{١٢}{١٨٢}$ فأجب عن كل مما يأتي:

أ ارسم مخطّط شجرة لتعرض الاحتمالات المتعلّقة بكل سحب، عارضًا كل إجابة بدلالة ن.

ب استخدم مخطّط الشجرة لتجد قيمة ن.

٩) تقع المجموعتان أ ، ب في المجموعة الشاملة ش.

ع(ش) = ٧٥، ع(أ) = ٣٠، ع(ب) = ٣٥، ع(أ ∩ ب) = ١٨

أ ارسم مخطّط ڤن لعرض هذه المعلومات.

ب استخدم مخطّط ڤن لتحسب:

(١) ل(ب) (٢) ل(أ و ب)

(٣) ل(أ أو ب) (٤) ل(أ) + ل(ب) − ل(أ و ب)

ج هل الحدثان ا، ب متنافيان؟ فسّر إجابتك.

١٠) في مجموعة من ١٤٠ طالبًا، يدرس ١٠٣ منهم الرياضيات، ويدرس ٣٧ منهم الكيمياء، و٢٥ منهم لا يدرسون الرياضيات ولا الكيمياء.

أ ارسم مخطّط ڤن لعرض هذه المعلومات.

ب احسب ل(يدرس الكيمياء) مستخدمًا مخطّط ڤن.

ج ما احتمال اختيار طالب واحد عشوائيًّا يكون ممّن يدرسون الكيمياء، علمًا بأنه يدرس الرياضيات؟

١١) يحتوي صندوق عنب على ١٤ عنقود عنب خضراء اللون، و١٠ عناقيد سوداء اللون. أخذت عائلة سليمان عنقودًا واحدًا من الصندوق عشوائيًّا وأكلته، ثم أخذت عنقودًا آخر.

أ ارسم مخطّط شجرة يعرض كل النواتج الممكنة لاختيار عنقودَي عنب من الصندوق.

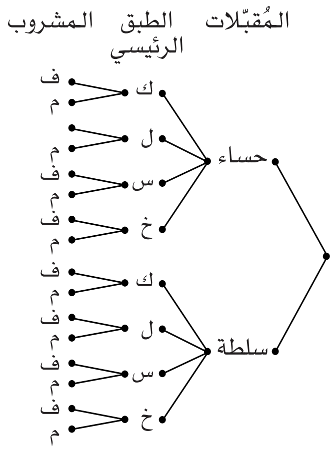
ب أوجد احتمال أن يكون عنقودا العنب أخضرَين.

ج ما احتمال أن تكون عائلة سليمان قد اختارت عنقود عنب من كل لون؟

إجابات تمارين المراجعة:

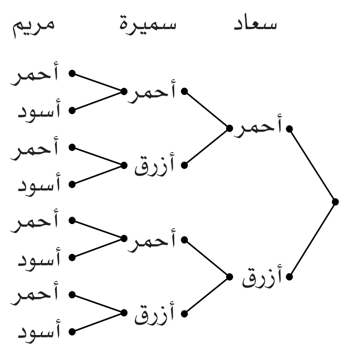
الاحتمالات ومخطط الشجرة ومخطط فن

١) أ



ب $\frac{١}{١٦}$

٢) أ



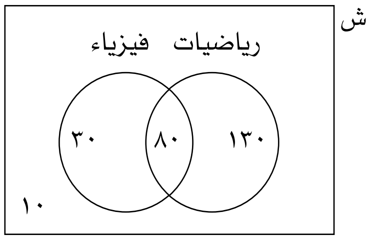
ب (١) $\frac{١}{٨}$ (٢) $\frac{٣}{٨}$

٣) أ ٠,٤٩ ب ٠,٠٩

ج ٠,٢١ د ٠,٤٢

هـ ٠,٥١

٤) أ



ب ٩

ج ل(يقرأ الصحف الورقية) = $\frac{١}{٥}$ أو ٠.٢

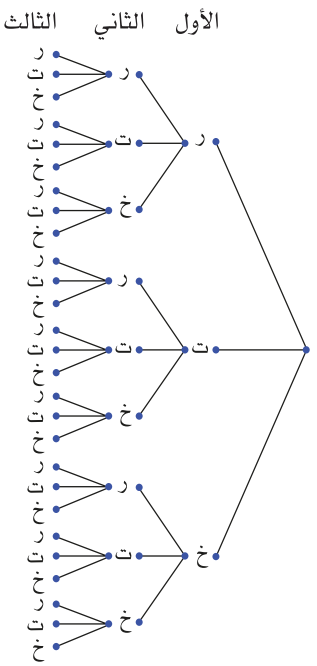
د ل(لا يقرأ الصحف الورقية، ولا يقرأ المواقع الإخبارية) = $\frac{٩}{٥٠}$ أو ٠,١٨

٥) أ ١٠ ب ل(يدرس الرياضيات) = ٠,٨٤

ج ل(يدرس الرياضيات أو الفيزياء) = ٠,٩٦

٦) أ $\frac{٥}{١٤}$ ب $\frac{٩}{١٤}$ ج $\frac{١٥}{٢٨}$

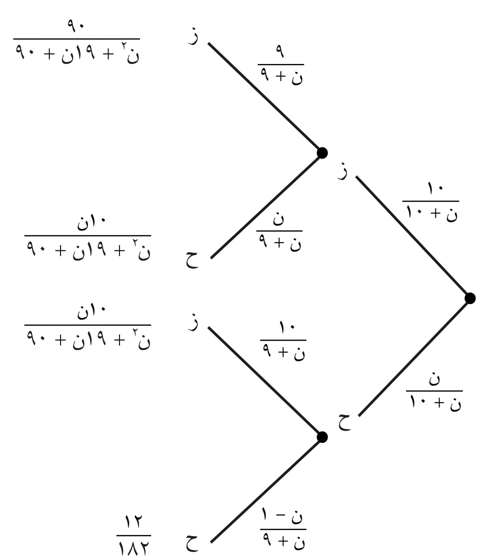
٧) أ



ب (١) $\frac{١}{٢٧}$ (٢) $\frac{٧}{٢٧}$

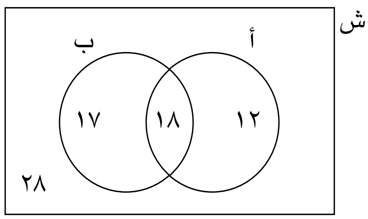
(٣) $\frac{١٩}{٢٧}$ (٤) $\frac{١}{٢٧}$

٨) أ



ب ن = ٤

٩) أ



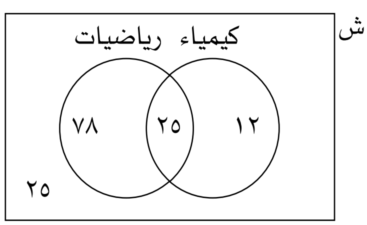
ب (١) ٠,٤٧ (٢) ٠,٢٤

(٣) ٠,٦٣ (٤) ٠,٦٣

ج المجموعتان أ، ب غير متنافيتَين لأن

ل(أ) + ل(ب) ≠ ل(أ أو ب)

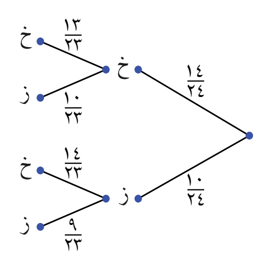
١٠) أ



ب ل(يدرس الكيمياء) = ٠,٢٦٤

ج ل(يدرس الكيمياء علمًا بأنه يدرس الرياضيات) = ٠,٢٤٣

١١) أ



ب ٠,٣٣ ج ٠,٥١

الوحدة الثالثة عشرة: النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°

نظرة عامَّة

تعتبر هذه الوحدة توسيعًا لمفهوم الدوال المثلثية التي قُدِّمت سابقًا في الوحدة (١١)، لذا فهي تتضمن الآن زوايا قياسها أكبر من ٩٠°، ما يعني أن المثلث قائم الزاوية لن يُستخدم الآن. سيواجه الطلبة موضوعات صعبة، وذات أهمية، مثل إيجاد مساحة المثلث، وقانون الجيب، وقانون جيب التمام، باستخدام نسب الجيب وجيب التمام للزاوية.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١٣-١	الجيب وجيب التمام والظل لزاويا قياسها أكبر من ٩٠°	٣	٥-٣ يتعرّف التمثيلات البيانيّة للدوالّ المثلّثية البسيطة ويشكّلها ويفسّرها. ٥-٣ يعرف خصائص الدوالّ المثلّثيّة. ٥-٣ يحلّ المعادلات المثلّثيّة البسيطة للزوايا بين ٠° و٣٦٠°؛ مثال على ذلك: إذا كان جا (س) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$، أوجد قيم س بين ٠° و ٣٦٠°	
١٣-٢	قانون الجيب	٣	٥-٤ يحلّ المسائل باستخدام قانون الجيب.	قانون الجيب
١٣-٣	قانون جيب التمام	٣	٥-٤ يحلّ المسائل باستخدام قانون جيب التّمام في أيّ مثلّث.	قانون جيب التمام.
١٣-٤	مساحة المثلث	٢	٥-٤ يطبّق الصيغة الآتية: مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ أ′ × ب′ × جا(ج).	
١٣-٥	النسب المثلّثية في المجسمات	٣	٥-٥ يستخدم النسب المثلّثيّة في حل مسائل تتضمّن الأشكال ثلاثيّة الأبعاد. مثال على ذلك: يُوجد الزاوية بين مستقيم وسطح مستوٍ.	الإسقاط

تقديم الموضوع

يمكنك استخدام مقدمة الدرس ١٣-١ من كتاب الطالب، لتوضح فكرة أن جيب الزاوية التي قياسها أكبر من ٩٠° موجود، وأن له معنى. بموازاة ذلك، دع الطلبة يستخدمون آلاتهم الحاسبة، ليجدوا جيوب زوايا قياساتها من مضاعفات العدد ١٠، من ٠° إلى ٣٦٠°، وأن يرسموا تمثيلًا بيانيًّا يبيّن ذلك (بحيث يكون قياس الزاوية على المحور السيني، والجيب على المحور الصادي). لاحظ أن مقياسي المحورين مختلفان.

هل يستطيع الطلبة أن يصلوا بين هذه النقاط؟ ما الشكل الذي رسموه؟ ماذا سيحدث للزوايا ذات القياس الأكبر من ٣٧٠°؟ ماذا عن الزوايا ذات القياس السالب؟ ما الزوايا التي قيم الجيب لها متساوية؟

التفكير في الموضوع

قانون الجيب وقانون جيب التمام: يُستخدم هذان القانونان في المثلثات غير قائمة الزاوية. التحدي الأول هو في أخذ القرار في القانون الذي سيُستخدم. إذا عرفت أطوال ثلاثة أضلاع ولا تعرف قياس أيّ زاوية، أو عرفت طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما، فاستخدم قانون جيب التمام، أما في الحالات الأخرى فاستخدم قانون الجيب. عندما تستخدم قانون الجيب، ذكّر الطلبة بأنّه يمكن أن يكتبوه بطريقتين، وأن عليهم أن يفكروا فيما إذا كانوا يبحثون عن قياس الزاوية، أو عن طول الضلع قبل أن يقرروا الطريقة التي سيستخدمون فيها القانون. من الجدير بالذكر أنه بعد اعتياد الطلبة على استخدام قانون الجيب فإنهم يميلون إلى استخدامه في المثلث قائم الزاوية، في حين أنه يجب عليهم استخدام النسب المثلثية الأساسية؛ انتبه لذلك!

حساب المثلثات في المجسمات: هذا تحدٍّ، ويظهر كأنه عمل شاق، وبخاصة عندما تكون هناك حاجة إلى تمثيل مواقف ثلاثية الأبعاد باستخدام أشكال ثنائية الأبعاد. مفتاح هذه المسائل هو تحديد المثلث قائم الزاوية المناسب في المجسمات. لتقرر أيّ الزوايا قائمة، تذكر أن أيّ حرف (ضلع) رأسي سيكون عموديًّا على أي حرف (ضلع) أفقي، بغض النظر عمّا 'يظهر عليه' على الورقة.

النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°: هنا توسعة مهمة لفكرة أن النسب المثلثية لا تتعلق بالمثلثات فقط. حتى الآن، يتم اعتبار النسب المثلثية الثلاث في سياق كونها دوالًا. على الرغم من أن مفهوم الدالة سيقدَّم لاحقًا بشكل أعمق في كتاب الطالب، إلا أنه من المناسب مناقشة هذه الفكرة مع الطلبة. يظهر هذا القسم أيضًا مقدار فائدة التمثيل البياني للدالة وأهميته.

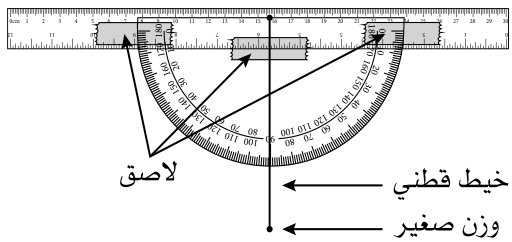
النسب المثلثية في مواقف من الحياة اليومية

تطوّرت جداول النسب المثلثية في الأصل لإجراء الحسابات الفلكية. قد يكون من الممتع للطلبة استقصاء ذلك ومعرفة كيفية استخدامها قبل وجود الآلة الحاسبة.

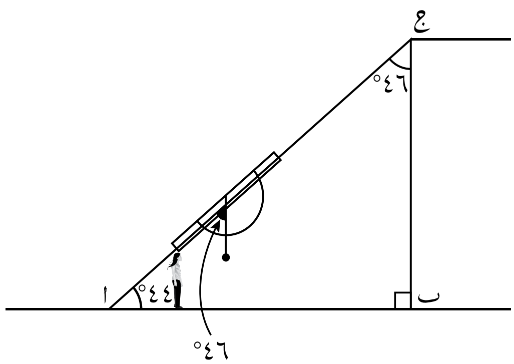
توسيع الموضوع

يمكنك أن تستكشف استخدامات النسب المثلثية في سياق الحسابات في مواقف من الحياة اليومية، بالسماح للطلبة بإنشاء مقياس للميل. مقياس الميل هو أداة تُستخدم لحساب الميل بالنسبة للجاذبية. دعهم يستخدمون مقياس الميل خاصتهم ليحددوا قياس الزوايا التي سيحتاجون إليها لحساب الارتفاعات لأجسام مرتفعة حولهم.

يمكن إنشاء مقياس الميل بسهولة باستخدام مسطرة ومنقلة.



يمكنك أن توضّح للطلبة كيفية استخدامه في حساب قياس الزوايا.



عندما ينشئ الطلبة مقياس الميل، دعهم يقيسون المسافة الأفقية من موقع شجرة عالية أو بناية، ويجدون قياس الزاوية (كما هو موضح في الرسم)، ثم يستخدمون النسب المثلثية لإيجاد ارتفاع البناء (تأكد من أنهم أخذوا في الحسبان مقدار أطوالهم، عندما يجدون قياس الزاوية، وأنهم يعرفون كيف يعدلون رسوماتهم لتتوافق مع الموقف).

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية متوفرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مفصّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ١٣–١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ج) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ج) إلى الموقع (أ).

(أ) أوجد طول أج.

أكّد على أن هذا سؤال تحدٍّ يتضمن فكرة حل المسألة، وبعض الأمور الرياضيّة المتعلقة بأجزاء مختلفة من المنهاج.

نقطة نقاش ١

في البداية، مفتاح حل هذا التمرين بصورة صحيحة هو في رسم مخطط. يميل الطلبة إلى رسم مخططات صغيرة، ربما لا يتوقعون إمكانية إضافة بعض الأعداد والمستقيمات عليها. شجعهم على رسم مخطط مقبول يوضح خط سير مبارك، وساعدهم على تحديد الزوايا والأطوال التي عليهم حسابها.

قد ترى من المفيد رسم المخطط على سبورة منفصلة، فهذا يساعدك على إضافة الزوايا واحدة تلو الأخرى، وعلى مناقشتهم في كل خطوة تقوم بها.

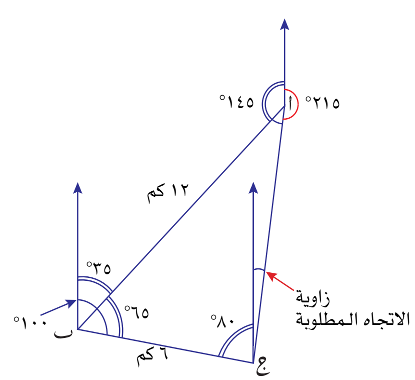
اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ج) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ج) إلى الموقع (أ).

(أ) أوجد طول أج.



أشر إلى أن جميع المعلومات في التمرين قد ضُمنت في المخطط، إضافة إلى بعض الزوايا التي يستطيع الطلبة قياسها باستخدام العلاقات بين الزوايا. حتى لو كان التمرين بخصوص النسب المثلثية، إلا أنه يتطلب معرفة العلاقات بين الزوايا

أيضًا. تأكد من قدرتهم على كيفية إيجاد قياسات الزوايا ١٤٥°، ٣٥°، ٦٥° و ٨٠°، و ذكرهم بأن العلاقات بين الزوايا قد تكون ضرورية لكل أنواع الأسئلة، وعليه من الضروري تعلمها. من دون معرفة العلاقات بين الزوايا، لن يحصلوا على المعلومات المطلوبة التي تسمح لهم أن يستخدموا النسب المثلثية:

- ١٤٥° لأن مجموع قياسات الزاوية حول نقطة يساوي ٣٦٠°، فيكون ٣٦٠° − ٢١٥° = ١٤٥°
- ٣٥° لأن مجموع قياسي الزاويتين المتحالفتين يساوي ١٨٠°، فيكون ١٨٠° − ١٤٥° = ٣٥° (خطّا الشمال متوازيان).
- ٦٥° لأن قياس زاوية اتجاه الموقع (ب) من الموقع (ج) هي ١٠٠°، فيكون ١٠٠° − ٣٥° = ٦٥°
- ٨٠° لأن مجموع قياسي الزاويتين المتحالفتين يساوي ١٨٠°، فيكون ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠° (خطّا الشمال متوازيان).

نقطة نقاش ٢

الآن وقد اكتمل المخطط، من السهل على الطلبة ملاحظة أيّ القيم يمكنهم استخدامها ليحسبوا طول أ ج. يعلمون طولَي ضلعين وقياسي زاويتين، والمطلوب أن يجدوا طول الضلع الثالث. لا يوجد في المخطط مثلث قائم الزاوية، لذا لا يمكنهم استخدام نظرية فيثاغورث أو النسب المثلثيّة (الجيب، جيب التمام، الظل). لا توجد معلومات كافية لاستخدام قانون الجيب، لأنهم لا يعرفون قياس الزاوية عند النقطة أ. ولكن يمكنهم استخدام قانون جيب التمام، لأنهم يعرفون طولي ضلعين، والضلع المجهول يقابل زاوية معلومة قياسها ٦٥°

اعرض الشريحة ٣

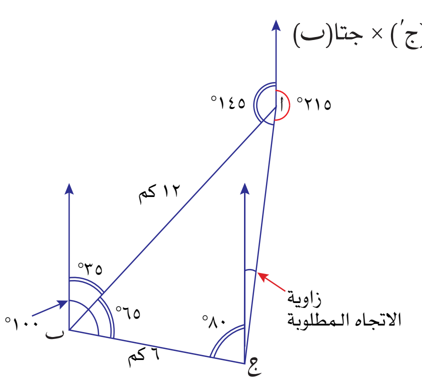
الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٣–١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ج) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ج) إلى الموقع (أ).

(أ) أوجد طول أ ج.

قانون جيب التمام: (ب′)^{٢} = (أ′)^{٢} + (ج′)^{٢} − ٢(أ′)(ج′) × جتا(ب)



الآن نحتاج إلى تسمية المثلث.

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

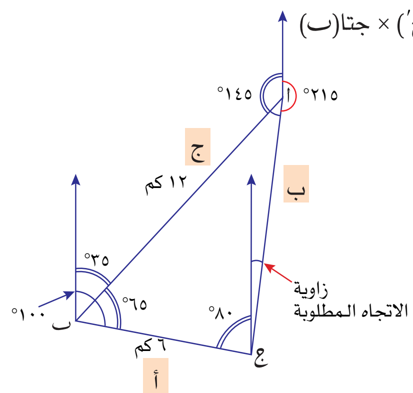
١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (ا) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ع) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ع) إلى الموقع (ا).

(أ) أوجد طول اع.

قانون جيب التمام: $(ب')^2 = (أ')^2 + (ج')^2 - ٢(أ')(ج') \times$ جتا(ب)

اربط القانون بالمثلث المعطى، وعوّض في القيم المعلومة.



دع الطلبة يعوضون القيم في المعادلات.

اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (ا) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ع) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ع) إلى الموقع (ا).

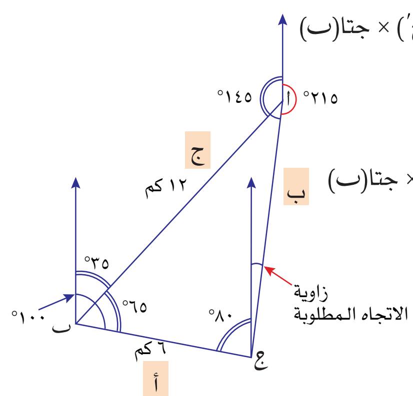
(أ) أوجد طول اع.

قانون جيب التمام: $(ب')^2 = (أ')^2 + (ج')^2 - ٢(أ')(ج') \times$ جتا(ب)

اربط القانون بالمثلث المعطى، وعوّض في القيم المعلومة.

$(اع)^2 = (بع)^2 + (با)^2 - ٢ \times (بع) \times (با) \times$ جتا(ب)

$= ٦^2 + ١٢^2 - ٢ \times ٦ \times ١٢ \times$ جتا(٦٥°)



من المهم أن تستخدم الآلة الحاسبة بانتباه.

اعرض الشريحة ٦

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ع) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ع) إلى الموقع (أ).

(أ) أوجد طول أ ع.

قانون جيب التمام: (ب′)^{٢} = (أ′)^{٢} + (ج′)^{٢} − ٢(أ′)(ج′) × جتا(ب)

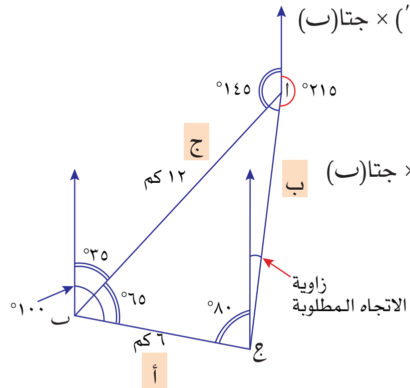
اربط القانون بالمثلث المعطى، وعوّض في القيم المعلومة.

(أ ع)^{٢} = (ب ع)^{٢} + (ب أ)^{٢} − ٢ × (ب ع) × (ب أ) × جتا(ب)

= ٦^{٢} + ١٢^{٢} − ٢ × ٦ × ١٢ × جتا(٦٥°)

أ ع ≈ $\sqrt{١١٩,١٤٢...}$

الإجابة:



نحتاج إلى الآلة الحاسبة مرة أخرى لنعرف الإجابة النهائية.

اعرض الشريحة ٧

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ع) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ع) إلى الموقع (أ).

(أ) أوجد طول أ ع.

قانون جيب التمام: (ب′)^{٢} = (أ′)^{٢} + (ج′)^{٢} − ٢(أ′)(ج′) × جتا(ب)

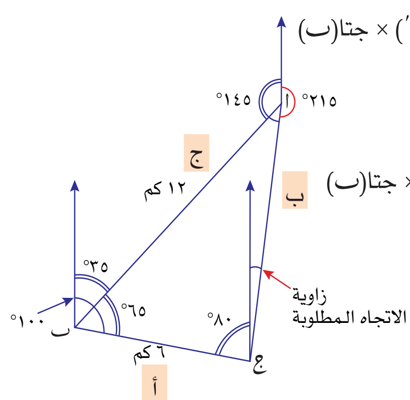
اربط القانون بالمثلث المعطى، وعوّض في القيم المعلومة.

(أ ع)^{٢} = (ب ع)^{٢} + (ب أ)^{٢} − ٢ × (ب ع) × (ب أ) × جتا(ب)

= ٦^{٢} + ١٢^{٢} − ٢ × ٦ × ١٢ × جتا(٦٥°)

أ ع ≈ $\sqrt{١١٩,١٤٢...}$

الإجابة: أ ع = ١٠,٩ كم (إلى أقرب ٣ أرقام معنوية)



قد فهموا كل شيء وُجِد حتى الآن (واعتبار أن هذا التمرين واحد من التمارين الصعبة!) قبل الانتقال إلى الشريحة اللاحقة (التي تتضمن سؤالًا جديدًا).

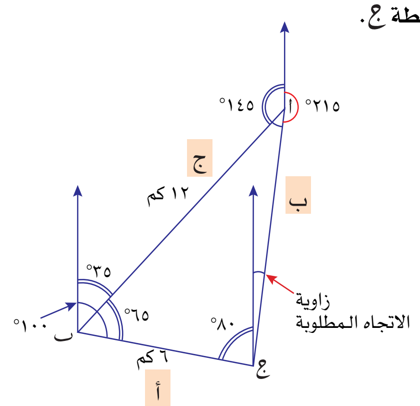
اعرض الشريحة ٨

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ج) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ج) إلى الموقع (أ).

(ب) أوجد قياس زاوية الاتجاه من النقطة أ إلى النقطة ج.



(ب) هنا نحتاج إلى إيجاد قياس زاوية مجهولة، ويمكن استخدام قانون جيب التمام (لأننا نعرف أطوال الأضلاع الثلاثة) أو قانون الجيب (لأننا نعرف زوجًا من الأضلاع والزوايا المتقابلة، حيث إننا نعرف جميع القيم ما عدا قياس الزاوية المجهولة المقابلة لأحد الأضلاع المعلومة). في هذه الحالة، سنستخدم قانون الجيب.

اعرض الشريحة ٩

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

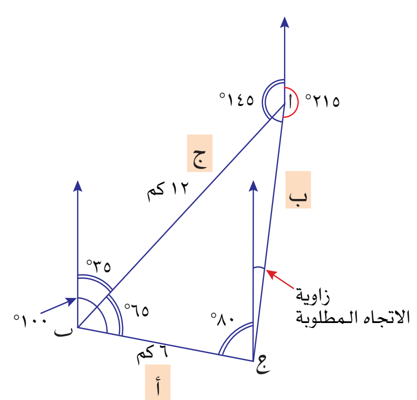
١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ج) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ج) إلى الموقع (أ).

(ب) أوجد قياس زاوية الاتجاه من النقطة أ إلى النقطة ج.

قانون الجيب: $\frac{\text{جا(أ)}}{\text{أ}} = \frac{\text{جا(ب)}}{\text{ب}} = \frac{\text{جا(ج)}}{\text{ج}}$

عوِّض بالقيم المعلومة

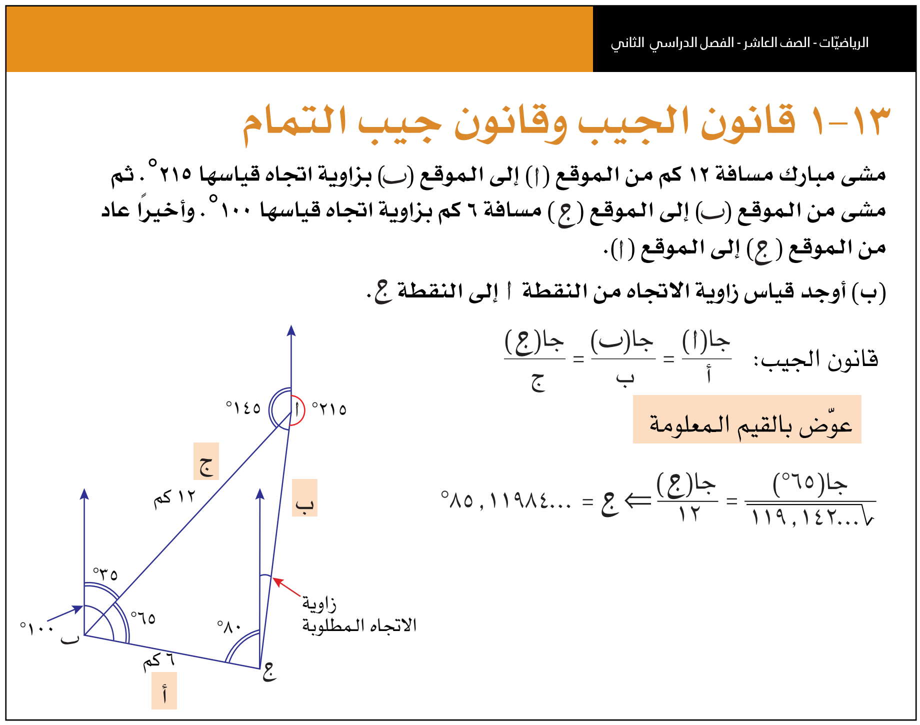


هذا هو قانون الجيب.

نقطة نقاش ٣

ناقش مع الطلبة أهمية استخدام قيمة أ ج. ذكّرهم بأنه يمكنهم استخدام المفتاح ANS أو Ans الموجود على آلاتهم الحاسبة لاستخدام قيمة أ ج، أو أن بإمكانهم أيضًا تخزينها في الذاكرة ثم استخدامها.

اعرض الشريحة ١٠



لماذا لا تعدّ هذه الإجابة للتمرين نهائية؟

هناك مرحلة إضافية للحسابات. الإجابة النهائية ليست قياس الزاوية ب $\hat{ج}$ أ، ولكنها هي زاوية اتجاه النقطة أ من النقطة ج، وهي الزاوية الصغيرة من خطّ الشمال الذي يقسم الزاوية ب $\hat{ج}$ أ إلى قسمين.

اعرض الشريحة ١١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ج) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ج) إلى الموقع (أ).

(ب) أوجد قياس زاوية الاتجاه من النقطة أ إلى النقطة ج.

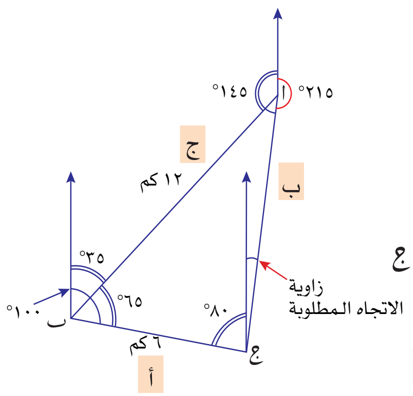
قانون الجيب: $\frac{\text{جا(أ)}}{\text{أ}} = \frac{\text{جا(ب)}}{\text{ب}} = \frac{\text{جا(ج)}}{\text{ج}}$

عوّض بالقيم المعلومة

$\frac{\text{جا(٦٥°)}}{\sqrt{\text{١١٩,١٤٢...}}} = \frac{\text{جا(ج)}}{\text{١٢}} \Leftarrow \text{ج} = \text{٨٥,١١٩٨٤...°}$

إذن، قياس زاوية الاتجاه من النقطة أ إلى النقطة ج
يساوي ... ٨٥,١١٩٨ − ٨٠ = ... ٥,١١٩٨°

الإجابة =



اعرض الشريحة ١٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٣-١ قانون الجيب وقانون جيب التمام

مشى مبارك مسافة ١٢ كم من الموقع (أ) إلى الموقع (ب) بزاوية اتجاه قياسها ٢١٥°. ثم مشى من الموقع (ب) إلى الموقع (ج) مسافة ٦ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٠٠°. وأخيراً عاد من الموقع (ج) إلى الموقع (أ).

(ب) أوجد قياس زاوية الاتجاه من النقطة أ إلى النقطة ج.

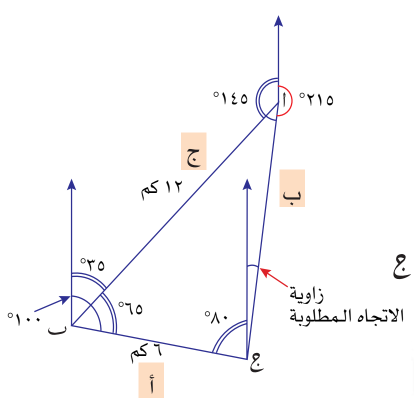
قانون الجيب: $\frac{\text{جا(أ)}}{\text{أ}} = \frac{\text{جا(ب)}}{\text{ب}} = \frac{\text{جا(ج)}}{\text{ج}}$

عوّض بالقيم المعلومة

$\frac{\text{جا(٦٥°)}}{\sqrt{\text{١١٩,١٤٢...}}} = \frac{\text{جا(ج)}}{\text{١٢}} \Leftarrow \text{ج} = \text{٨٥,١١٩٨٤...°}$

إذن، قياس زاوية الاتجاه من النقطة أ إلى النقطة ج
يساوي ... ٨٥,١١٩٨ − ٨٠ = ... ٥,١١٩٨°

الإجابة = ٠٠٥° (إلى أقرب ٣ أرقام معنوية)



نقطة نقاش ٣

لماذا لا تعتبر ٥,١٢ درجة (مقربة إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية) زاوية اتجاه؟ ذكّر الطلبة بأنّ زاوية الاتجاه تكتب بثلاثة أرقام بدءًا من خطّ الشمال مع اتجاه دوران عقارب الساعة. وليست مجرد أي زاوية عادية.

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الثالثة عشرة

تمارين ١٣-١

١) أ -جتا(٦٠°)
ب جا(١٤٥°)
ج -جتا(٤٤°)
د جا(١٠°)
هـ -جتا(٩٢°)
و جتا(٤٠°)
ز جا(٥٩°)
ح جا(٨١°)
ط جتا(١٣٥°)
ي جتا(٣٠°)

٢) أ ٣٠، ١٥٠
ب ٩٠
ج ٤٥، ٣١٥
د ٧٨,٧، ٢٥٨,٧
هـ ١٥٠، ٢١٠
و ١٩١,٥، ٣٤٨,٥
ز ١٠٩,٥، ٢٥٠,٥
ح ٦٠، ٢٤٠
ط ١٠٤، ٢٨٤

٣) أ ٤٥ ب ١٢٠
ج ٥٥ د ٤٥
هـ ٢٧٠ و ١٢٠
ز ٢٧٠ ح ٩٠
ط ٣٨٤

٤) ٣٠، ١٥٠، ٢١٠، ٣٣٠

٥) ٤١,٤، ٦٠، ٣٠٠، ٣١٨,٦

تمارين ١٣-٢

١) أ ١١,٢ ب ٨,٥٨
ج ٢٥,٣ د ٣٨,٨°

٢) أ ١٠,٦سم ب ٥,٧٣ سم
ج ٤,٤٢سم د ٥,٣٢ سم
هـ ٦,٤٦سم و ١٥٥مم

٣) أ ٥٤,٧°
ب ٦٦,٨° أو ١١٣,٢°
ج ٦٩,٨° أو ١١٠,٢°
د ٢٥,٣° أو ١٥٤,٧°
هـ ٥٢,٧° أو ١٢٧,٣°
و ٥٠,٥°

٤) ق(جٓ) = ٦٣°
اج = ١٥,٩سم
جب = ٢١,٣ سم

٥) ق(وٓ) = ٢٥°
ى هـ = ٩,٨٠ سم
هـ و = ١٤,٩م

٦) ق(رٓ) = ٣٢,٢°
ق(لٓ) = ٢٧,٨°
م ر = ٧,٠ سم

٧) أ طول ع س أقل من طول ع ص، لذا. ق(صٓ) يجب أن يكون أصغر من ق(سٓ)، أي < ٤٠°
ب ق(صٓ) = ٣٠,٩°،
ق(عٓ) = ١٠٩,١°
ج س ص = ٢٢,١ سم

٨) أ ق(اجٓب) = ٥١°
ب ق(اثٓج) = ٥٢°
ج اج = ٣٢,٢٦ مم

تمارين ١٣-٣

١) اج = ٨,٦٢سم

٢) ى هـ = ٢٢,٣ م

٣) ق(ثٓ) = ٥٣,٨°

٤) أ ت ى = ١٨,٧ م
ب ق(ىٓ) = ٣٢,١°
ج ق(ثٓ) = ٥٢,٩°

٥) أ ق(سٓ) = ٦٠°
ب ق(صٓ) = ٣٢,٢°
ج ق(عٓ) = ٨٧,٨°

٦) أ طول رحلة العودة = ١٤,٤كم
ب ٢٩٦°

٧) ٥١,٢ م بزاوية اتجاه قياسها ٢٧٣°

تمارين ١٣-٤

١) أ ١٠,٠ سم^{٢} ب ١٥,٠ م^{٢}
ج ٥٢,٠ سم^{٢} د ١٧,٢ سم^{٢}
هـ ٢٢,٧ م^{٢} و ٢٤,٢ سم^{٢}

٢) ١٠٨ سم^{٢}

٣) ٠,٦٩ م^{٢}

٤) ٤٢,١ سم^{٢}

٥) أ ٣٠,٦ سم^{٢}
ب ٣٢٥,٩ سم^{٢}
ج ١,٧٤ م^{٢}

٦) أ ١٧٤ سم^{٢}
ب ٨,٧ سم، ٢١,٥ سم

٧) أ ق(ىٓ) = ٢٢,٦°
ب ق(ثٓ) = ٥٣,١°

٨) ٢٤,٥٤ سم^{٢}

تمارين ١٣-٥

١) أ اج = ٢٥ سم

ب هـ ج = ١٣,٠ سم

ج ٢٧,٥°

٢) أ هـ ج = $\sqrt{\text{٥٠}}$ م

ب اج = $\sqrt{\text{٧٥}}$ م

ج ق(ا ج^ هـ) = ٣٥,٣°

٣) أ ق(ا ج^ ب) = ٥٣,١°

ب ب ج = ٥ م

ج ج ى = ٤,٢ م

د ب م = ٤,٥ م

هـ ق(ب ج^ ى) = ٦٥°

٤) أ ١٤,٩ سم

ب ١٥,٢ سم

ج ق(هـ^) = ١١,٤°

٥) أ اج = $\sqrt{(\text{اب})^{٢} + (\text{ب ج})^{٢}}$

ب ى ا = $\sqrt{(\text{ى ج})^{٢} - (\text{ا ج})^{٢}}$

ج ى ج = $\sqrt{(\text{ا ى})^{٢} + (\text{ا ج})^{٢}}$

د ق(ى ا^ ب) = ٩٠°

هـ ق(ب ى^ ج) =

جتا$^{-1}$ $\left(\dfrac{(\text{ب ى})^{٢} + (\text{ى ج})^{٢} - (\text{ب ج})^{٢}}{٢ \times (\text{ب ى}) \times (\text{ى ج})}\right)$

و ق(ا ى^ ج) = جتا$^{-1}$ $\left(\dfrac{\text{ى ا}}{\text{ج ى}}\right)$

أو جا$^{-1}$ $\left(\dfrac{\text{ج ا}}{\text{ج ى}}\right)$

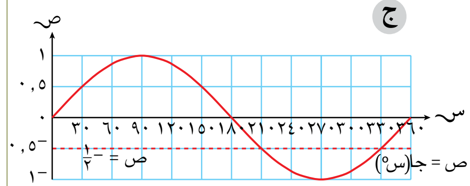
إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ ٥,١٦ م   ب ٣,١١ م^{٢}

٢) أ ٧ سم   ب ٥١,١°

٣) أ (٩٠°، ١)   ب -١

ج



د يوجد حلّان

٤) أ (١) اب = ١٠٧,٣ كم

(٢) ق(ت ا^ ب) = ٦٦,٦°

(٣) ١٤٣,٤°

ب (١) ٥ ساعات

(٢) ١٢ كم/ساعة

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الثالثة عشرة

تمارين ١٣-١

١) أ −جتا(٦٨°) ب جا(٢٤°)
ج جتا(١٠٥°) د جا(٥٥°)
هـ −جتا(١٣٥°) و جا(٣٥°)
ز −جتا(٦٠°) ح جا(٨٢°)
ط −جتا(١٢٥°) ي −جتا(٥٠°)

٢) أ هـ = ١٥° أو ١٦٥°
ب هـ = ١٢٤°
ج هـ = ٥٢° أو ١٢٨°
د هـ = ٧٠°
هـ هـ = ٢٠° أو ١٦٠°
و هـ = ٤٨°
ز هـ = ٣٩°
ح هـ = ١١٠°
ط هـ = ٧° أو ١٧٣°
ي هـ = ٨٤° أو ٩٦°

٣) أ س = ١٠٨° أو ٢٨٨°
ب س = ٦٠° أو ١٢٠°
ج س = ١٣٥° أو ٢٢٥°
د س = ١٢٠° أو ٣٠٠°
هـ س = ١٨٠°
و س = ٩٠° أو ٢٧٠°
ز ٩٨° أو ٢٧٨°
ح ١٢٠° أو ٢٤٠°

٤) أ ١٠°، ٥٠°، ١٣٠°، ١٧٠°، ٢٥٠° أو ٢٩٠°
ب ٩٠°، ٢١٠° أو ٣٣٠°

تمارين ١٣-٢

١) أ س = ٤٠,٤°
ب س = ١٨,٥
ج س = ٦١,٢°
د س = ١٨,٢
هـ س = ٧,١
و س = ٢٨,١°
ز س = ٢٢,٥°
ح س = ٨,٣
ط س = ١٤,٠°

٢) أ س = ٦,٣ سم
ب س = ٦,٨ سم
ج س = ٤,٤ سم
د س = ١٣,٢ سم
هـ س = ٨,٧ سم
و س = ١٠,٨ سم

٣) أ هـ = ٣٣,٣°
ب هـ = ٢٣,١°
ج هـ = ٨٢,٤°
د هـ = ٢٨,٩°
هـ هـ = ٤٢,٧°
و هـ = ٨٢,٥

تمارين ١٣-٣

١) $\frac{(\text{أ})^{٢} + (\text{ج})^{٢} - (\text{ب})^{٢}}{٢ \times \text{أ} \times \text{ج}}$

٢) أ هـ = ٦٦,٤°
ب هـ = ٤٣,٢°
ج هـ = ٦٠,٧°
د هـ = ٣١,١°

٣) أ أ = ٢,٩ سم
ب ع = ٣,٧ سم
ج م = ٩,٢ سم
د ر = ٥,٠ سم

تمارين ١٣-٤

١) أ ١١,٢ سم^{٢}
ب ٢٥,٤ سم^{٢}
ج ١٧,٠ سم^{٢}

٢) ٤٤,٩٠ سم^{٢}

٣) أ س = ١١٥°،
المساحة = ٣١,٧ سم^{٢}
ب س = ١٠٨°،
المساحة = ٤٣,٠ سم^{٢}
ج س = ١٢٢,٢°،
المساحة = ١٦,٣ سم^{٢}

تمارين ١٣-٥

١) أ ٩٠° ب ٥ سم
ج ٣٦,٩° د ٤ سم
هـ ٩,٨٥ سم و ٦٦,٠°
ز ١٠,٣ سم ح ١٦,٩°

٢) أ ٢١,٢ م ب ١٠,٦ م
ج ٢١,٢ م د ١٨,٤ م

٣) أ ٩,٨٠ سم ب ٢٤,١°

إجابات تمارين متنوعة

١) أ س = ٣٧,٦°
ب س = ٤٤,٠°
ج س = ٧١,٤°

٢) ٣٥,٣°

٣) اب = ٣٠٠ م

٤) اج = ٤١,٦ سم

٥) أ ٢ م

ب أعلى عمق: وقت الظهيرة ومنتصف الليل.

فارغة: ٦:٠٠ بعد الظهر

ج بين وقت الظهيرة والساعة ٢:٠٠ بعد الظهر، ومن الساعة ١٠:٠٠ مساءً إلى الساعة ٢:٠٠ فجرًا من اليوم التالي.

تمارين المراجعة:

النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°

١) أوجد حلّ كلّ معادلة من المعادلات الآتية في الفترة ٠° ⩽ س ⩽ ٣٦٠° مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين عند الضرورة:

أ) جا(س) = ٠,٥

ب) جتا(س) = −٠,٥

ج) جا(س) = ٠,٧

د) ظا(س) = $\sqrt{٣}$

هـ) جا(س) = $-\frac{١}{٢}$

و) جا(٢س) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ز) ظا(س) = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ح) جتا(س) = $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ط) ظا(س) = ١

ي) جتا(٣س) = $-\frac{١}{٢}$

٢) حلّ كلّ معادلة من المعادلات الآتية في الفترة ٠° ⩽ س ⩽ ٣٦٠°:

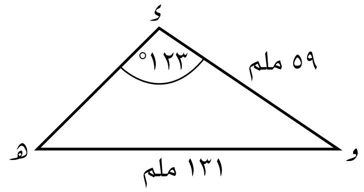
أ) ٤جا(س + ٢٠°) + ٢ = ٠

ب) ٢ظا(س) = ٣

ج) جتا(٢س − ١٠°) = −٠,٧°

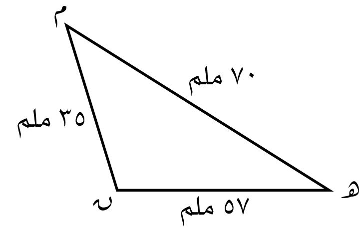
٣) في المثلث ا ب ج، ب ج = ٩,٨ سم، ق(اَبج) = ٣٢°، ق(اَجب) = ٧٥°. أوجد طول ا ب، ا ج.

٤) في المثلث ء هـ و أدناه، أوجد ق(هَـ)، ق(وَ)، وطول الضلع ء هـ.

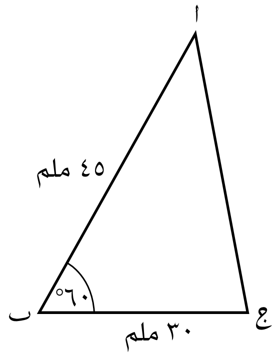


٥) أوجد مساحة كلّ مثلث من المثلثَين الآتيَين:

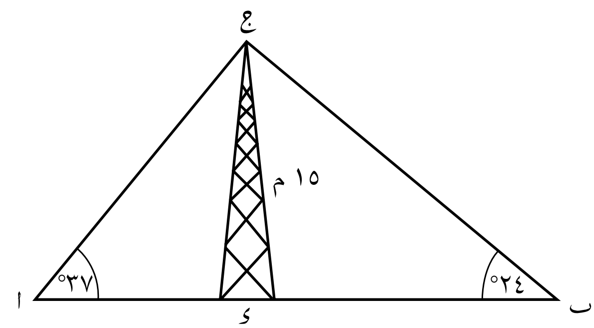
أ



ب

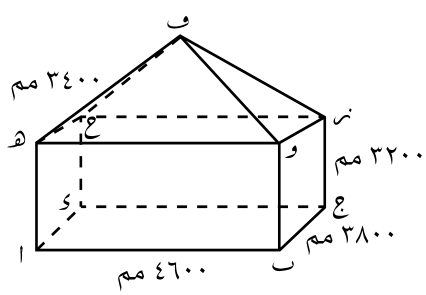


٦) رُصدت قمة برج ارتفاعه ١٥ مترًا من موقعين مختلفين: (ا)، (ب). الموقعان (ا)، (ب) يقعان على خط مستقيم، ولكن في جهتي البرج. إذا كان قياس زاوية ارتفاع قمة البرج من الموقع (ا) يساوي ٣٧°، ومن الموقع (ب) يساوي ٢٤°، فما المسافة بين ا، ب مقربة إلى أقرب متر؟



٧) متوازي مستطيلات عرضه ٤ سم، وارتفاعه ٥ سم، وطوله ٨ سم. أوجد طول أطول قطر لشبه المكعب.

٨) يوضح المخطّط المجاور أبعاد خيمة تستخدم كمظلّة من الشمس. تقع قمة السطح ف مباشرة فوق مركز الأرضية المستطيلة.



أوجد:

أ ارتفاع الخيمة (بالأمتار) من مركز الأرضية المستطيلة إلى النقطة ف.

ب زاوية الارتفاع من النقطة ا إلى النقطة ف.

ج المسافة من ا إلى ع.

د المسافة من ا إلى ر.

مساعدة: يجب أن ترسم مخططًا كبيرًا وواضحًا قبل البدء بإيجاد الحسابات في التمرينين ٩، ١٠

٩) أبحرت سفينة من ميناء ما بزاوية اتجاه قياسها ٠٤٠°. بعد أن قطعت مسافة ٥ كم على خط مستقيم، غيّرت مسارها وقطعت مسافة ٧ كم بزاوية اتجاه قياسها ١٢٠°. وصلت السفينة إلى الموقع (ع).

احسب:

أ المسافة المباشرة بين الموقع (ع) والميناء.

ب قياس زاوية الاتجاه الذي يجب أن تبحر به السفينة إذا سلكت المسار المباشر إلى الميناء.

١٠) تبلغ المسافة بين محطتي خفر سواحل ١٠٠ كم على خط الساحل المتمثل باتجاه شرق–غرب. أُرسل نداء استغاثة من سفينة، وقاست كل من محطتي الخفر زاوية اتجاه الإشارة. قياس زاوية اتجاه السفينة من المحطة (أ) يساوي ١٥٠° ومن المحطة (ب) يساوي ١٩٠°

احسب:

أ قياس زاوية الاتجاه التي ستبحر بها قوارب النجاة من كل محطة من المحطتَين إلى السفينة العالقة.

ب المسافة التي يجب أن يقطعها كل قارب نجاة ليؤمن المساعدة للسفينة.

إجابات تمارين المُراجعة:

النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°

١) أ س = ٣٠° أو س = ١٥٠°
ب س = ١٢٠° أو س = ٢٤٠°
ج س = ٤٤,٤° أو س = ١٣٥,٦°
د س = ٦٠° أو س = ٢٤٠°
هـ س = ٢١٠° أو س = ٣٣٠°
و س = ٣٠° أو س = ٦٠° أو س = ٢١٠°
أو س = ٢٤٠°
ز س = ٣٠° أو س = ٢١٠°
ح س = ١٣٥° أو س = ٢٢٥°
ط س = ٤٥° أو س = ٢٢٥°
ي س = ٤٠° أو س = ٨٠° أو س= ١٦٠° أو
س= ٢٠٠° أو س= ٢٨٠° أو س = ٣٢٠°

٢) أ س = ١٩٠° أو س = ٣١٠°
ب س = ٥٦,٣° أو س = ٢٣٦,٣°
ج س = ٧٢,٢° أو س = ١١٧,٨°، ٢٩٧,٨°، ٢٥٢,٢°

٣) اب = ٩,٩٠ سم، اج = ٥,٤٣ سم

٤) ق(هـ^) = ٢٢,٢°، ق(و^) = ٣٤,٨°، ى هـ = ٨٩,٢ مم

٥) أ ٩٩٢ مم^{٢} ب ٥٨٥ مم^{٢}

٦) ٥٤ م

٧) ١٠,٢ سم

٨) أ ٤,٨٣ م ب ٥٨,٣°
ج ٥,٩٧ م د ٦,٧٧ م

٩) أ ٩,٢٨ كم (إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية)
ب ٢٦٨,٠° (إلى أقرب منزلة عشرية واحدة)

١٠) أ المحطة (ا) = ١٥٠°، المحطة (ب) = ١٩٠°
ب المحطة (ا) = ١٣٤,٧٣٠ كم،
المحطة (ب) = ١٥٣,٢٠٩ كم

الوحدة الرابعة عشرة: هندسة المتجهات

نظرة عامّة

على الرغم من أن هذه الوحدة تستخدم مفاهيم دُرست سابقًا، مثل الإحداثيات، والزوايا، واستخدام المتجهات في الانسحاب ومعادلات المستقيمات، إلا أنها تُمثل موضوعًا مستقلًّا بحد ذاته. يوفر ذلك تحديثًا للموضوع، كما يوفر أيضًا تحديًا لدراسة موضوع جديد.

مُخطَّط توزيع الحصص

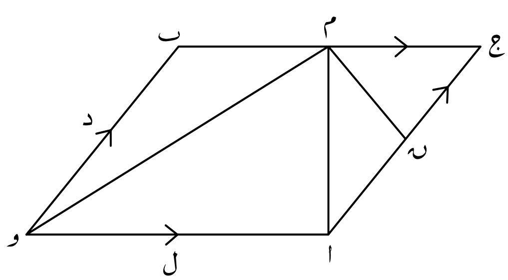
الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١٤–١	المتجهات	٢	٦–١ يستخدم صيغة المتّجَه، مثال: مثال: $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$، $\lvert \overleftarrow{أب} \rvert$ أو $\overleftarrow{د}$. ٦–٢ يمثّل المتّجهات بمخططات باستخدام قطع مستقيمة موجّهة.	المتجه، المقدار العددي، المتجه الرأسي
١٤–٢	المتجهات المتساوية والمتجهات المتوازية	٢	٦–١ يضرب متجهًا في عدد.	
١٤–٣	حساب المتجهات	٣	٦–١ يجمع المتّجهات ويطرحها. ٦–٢ يستخدم ناتج جمع متّجهين أو الفرق بينهما ليعبّر عن المتّجهات بدلالة متّجهين مستويين يقعان على مستوى واحد.	
١٤–٤	حسابات أكثر تعقيدًا في المتجهات	٤	٦–٢ يحسب طول متّجه مكتوب بالطريقة الرأسية $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ بالصيغة $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$؛ يذكروا طول المتّجه مستخدمين علامة الطول $\lvert \overleftarrow{د} \rvert$.	الطول، متجه الموضع

تقديم الموضوع

استخدم الطلبة المتجهات ليصفوا الانسحاب في الوحدة (٨) من الصف (٩)، لذا يمكنك أن تلخص كيفية استخدام المتجهات لسحب شكل ما، وكيفية ارتباط المتجهات بالإحداثيات.

ارسم مثلّثًا على شبكة مربّعات، وارسم صورته بعد تنفيذ الانسحاب $\begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix}$. إذا نفذنا انسحابًا للصورة الجديدة باستخدام المتجه نفسه، فكيف يرتبط المثلث الأصلي مع الصورة النهائية؟ ماذا لو نفذنا انسحابًا جديدًا للشكل مرة ثالثة؟ ما المتجه الذي يحقّق ذلك في خطوة واحدة؟

التفكير في الموضوع



المتجهات: تعدّ أساسيات المتجهات سهلة نسبيًّا، لكن من المفيد للطلبة حل بعض الأمثلة، ورسم مخططات ملائمة ليقدروا تمامًا ماذا تمثل المتجهات. إنّ الأسئلة التي تشبه تلك الموجودة في المثال ٧ في كتاب الطالب أكثر صعوبة، وتحتاج إلى وقت أطول. حاول الوصول إلى مرحلة أن المتجه يُعرّف بنقطة بدايته ونقطة نهايته، وأن مجموع أيّ عدد من المتجهات يساوي المتجه الأصلي طالما أن نقطتي البداية والنهاية موجودتان في مكانهما المناسب؛ فمثلًا في المثال ٧:

و ا ع ب متوازي أضلاع، حيث $\overleftarrow{\text{وا}}$ = ل، $\overleftarrow{\text{وب}}$ = د. م تنصف ب ع ، ں تنصف ا ع.

$$\overleftarrow{\text{وم}} = \overleftarrow{\text{وب}} + \overleftarrow{\text{بم}} = \overleftarrow{\text{وا}} + \overleftarrow{\text{ام}} = \overleftarrow{\text{وا}} + \overleftarrow{\text{اں}} + \overleftarrow{\text{ںم}}$$

من المفيد استخدام خط الرقعة في تسمية المتجهات (كما جاء في التسمية أعلاه) كخطوة أولى في العمل، وبخاصة عند محاولة إيجاد متجه مكتوب في صورة الحرف الواحد وبخط النسخ (**د** + **ل**) لأنه يوصل إلى المطلوب بطريق أوضح.

طول المتجه: إن طول المتجه فرصة مفيدة لمراجعة نظرية فيثاغورث.

المتجهات في مواقف من الحياة اليومية

يدرك الطلبة في مادة الفيزياء تطبيقات المتجهات عند دراسة موضوع الحركة.

توسيع الموضوع

ستجد أفكارًا كثيرة لتوسيع الموضوع في هذه الوحدة على الموقع الإلكتروني Plus، وهو موقع لصحيفة جامعة كامبردج ويتضمن مقالات بحثية محكمة ونقاشات جديدة تتعلق بموضوعات رياضية متنوعة، ومصادر يمكنك الوصول إليها، بإمكانك استخدامها في غرفة الصف.

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية متوفرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مفصّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم، وإظهار العمل بها:

- PPT ١٤–١ جمع المتجهات وطرحها

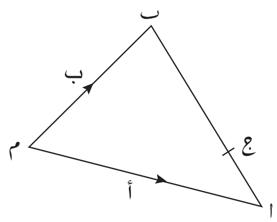
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١٤-١ جمع المتجهات وطرحها

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٤-١ جمع المتجهات وطرحها

يبين الشكل أدناه المتجهين مأ = أ، مب = ب. تقسم النقطة ع القطعة المستقيمة أب بنسبة ١ : ٣ (أي أع يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من النقطة أ إلى النقطة ب).



(أ) اكتب المتجه أب بدلالة أ، ب.

(ب) اكتب المتجه أع بدلالة أ، ب.

(ج) اكتب المتجه مع بدلالة أ، ب.

نقطة نقاش تمهيدية

يوجد في السؤال ربط بين النسبة ١ : ٣ بربُع المسافة. قد ترغب في مناقشة ذلك مع طلابك. لماذا سيُستخدم الكسر $\frac{١}{٤}$ وليس الكسر $\frac{١}{٣}$؟

(أ) نقطة نقاش ١

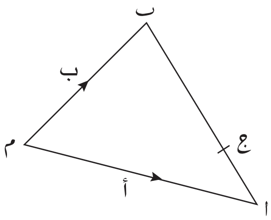
ذكّر الطلبة بأن المتجه يصف طول الانسحاب واتجاهه. يمكن وصف المتجهات باستخدام المتجه الرأسي، القطعة المستقيمة المتجهة، مثل أ، أو باسم القطعة المستقيمة مثل أب.

يجب أن يبدأ الطلبة بتتبع المسار من النقطة أ إلى النقطة ب على طول الأضلاع المعروفة متجهاتها. يمكن أن نرى من المخطط أن المتجه أب يكافئ الانتقال من النقطة أ إلى النقطة م، ثم من النقطة م إلى النقطة ب (ب).

اعرض الشريحة ٢

١٤-١ جمع المتجهات وطرحها

يبين الشكل أدناه المتجهين مأ = أ، مب = ب. تقسم النقطة ج القطعة المستقيمة اب بنسبة ١ : ٣ (أي اج يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من النقطة ا إلى النقطة ب).



(أ) اكتب المتجه اب بدلالة أ، ب.

اب = ام + مب

(ب) اكتب المتجه اج بدلالة أ، ب.

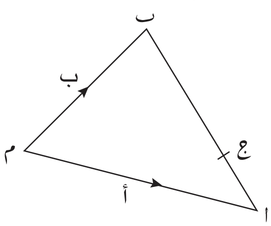
(ج) اكتب المتجه مج بدلالة أ، ب.

المطلوب هنا إيجاد ناتج جمع المتجهين ⁻أ ، ب. تأكد من أن الطلبة فهموا أن ⁻أ جاءت من حقيقة أن المتجهه أ يتجه من النقطة م إلى النقطة أ، أي بالاتجاه المعاكس للمتجه أ.

اعرض الشريحة ٣

١٤-١ جمع المتجهات وطرحها

يبين الشكل أدناه المتجهين مأ = أ، مب = ب. تقسم النقطة ج القطعة المستقيمة اب بنسبة ١ : ٣ (أي اج يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من النقطة ا إلى النقطة ب).



(أ) اكتب المتجه اب بدلالة أ، ب.

اب = ام + مب

الإجابة: اب = -أ + ب

(ب) اكتب المتجه اج بدلالة أ، ب.

(ج) اكتب المتجه مج بدلالة أ، ب.

ذكّر الطلبة بأن الناتج يمكن أن يُكتب في صورة ب - أ .

(ب) نقطة نقاش ٢

يجب أن يدرك الطلبة أن عليهم استخدام إجاباتهم من الجزئية (أ). ينص السؤال على أن اج يساوي $\frac{٣}{٤}$ المسافة من النقطة ا إلى النقطة ب، وعليهم أن يجمعوا بين المعلومتين.

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٤-١ جمع المتجهات وطرحها

يبين الشكل أدناه المتجهين $\overleftarrow{\text{م أ}}$ = أ، $\overleftarrow{\text{م ب}}$ = ب. تقسم النقطة ع القطعة المستقيمة اب بنسبة ١ : ٣ (أي اع يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من النقطة ا إلى النقطة ب).

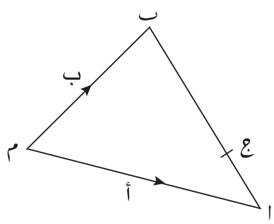
(أ) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{اب}}$ بدلالة أ، ب.

$\overleftarrow{\text{اب}}$ = $\overleftarrow{\text{ام}}$ + $\overleftarrow{\text{مب}}$

الإجابة: $\boxed{\overleftarrow{\text{اب}} = -\text{أ} + \text{ب}}$

(ب) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{اع}}$ بدلالة أ، ب.

اع يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من ا إلى ب



(ج) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{مع}}$ بدلالة أ، ب.

اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الثاني

١٤-١ جمع المتجهات وطرحها

يبين الشكل أدناه المتجهين $\overleftarrow{\text{م أ}}$ = أ، $\overleftarrow{\text{م ب}}$ = ب. تقسم النقطة ع القطعة المستقيمة اب بنسبة ١ : ٣ (أي اع يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من النقطة ا إلى النقطة ب).

(أ) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{اب}}$ بدلالة أ، ب.

$\overleftarrow{\text{اب}}$ = $\overleftarrow{\text{ام}}$ + $\overleftarrow{\text{مب}}$

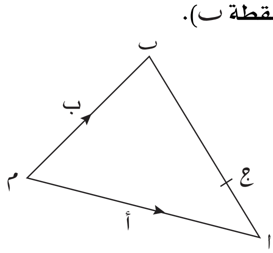
الإجابة: $\boxed{\overleftarrow{\text{اب}} = -\text{أ} + \text{ب}}$

(ب) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{اع}}$ بدلالة أ، ب.

اع يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من ا إلى ب

المتجه من ا إلى ب ($\overleftarrow{\text{اب}}$) يساوي -أ + ب

إذن، $\overleftarrow{\text{اع}}$ = $\frac{١}{٤}$ $\overleftarrow{\text{اب}}$



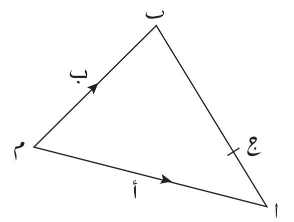
(ج) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{مع}}$ بدلالة أ، ب.

ما المتجه $\overleftarrow{\text{اع}}$ في هذه الحالة؟

اعرض الشريحة ٦

١٤-١ جمع المتجهات وطرحها

يبين الشكل أدناه المتجهين $\overleftarrow{\text{م أ}}$ = أ، $\overleftarrow{\text{م ب}}$ = ب. تقسم النقطة ع القطعة المستقيمة اب بنسبة ١ : ٣ (أي اع يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من النقطة ا إلى النقطة ب).



(أ) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{اب}}$ بدلالة أ، ب.

$\overleftarrow{\text{اب}}$ = $\overleftarrow{\text{ام}}$ + $\overleftarrow{\text{مب}}$

الإجابة: $\boxed{\overleftarrow{\text{اب}} = -\text{أ} + \text{ب}}$

(ب) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{اع}}$ بدلالة أ، ب.

اع يساوي $\frac{١}{٤}$ المسافة من ا إلى ب

المتجه من ا إلى ب ($\overleftarrow{\text{اب}}$) يساوي -أ + ب

إذن، $\overleftarrow{\text{اع}}$ = $\frac{١}{٤}\overleftarrow{\text{اب}}$

الإجابة: $\boxed{\overleftarrow{\text{اع}} = \frac{١}{٤}(-\text{أ} + \text{ب})}$

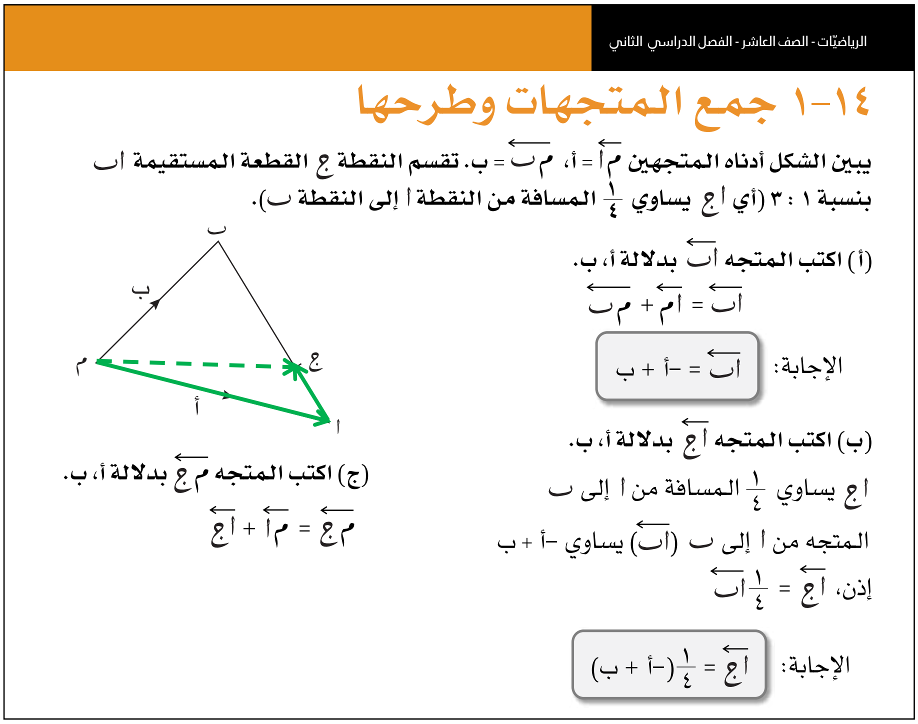
(ج) اكتب المتجه $\overleftarrow{\text{مع}}$ بدلالة أ، ب.

يمكن كتابة الإجابة أيضًا في صورة $\frac{١}{٤}$ (ب − أ).

نقطة نقاش ٢

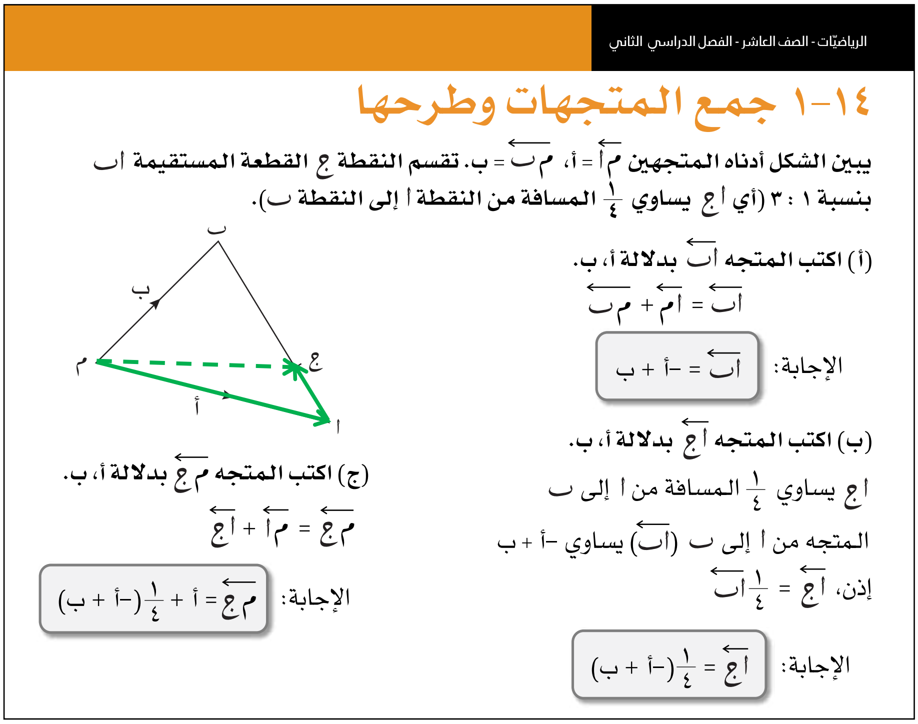
اقترح على الطلبة تلوين المسار في المثلث. بما أننا نعلم المتجهين $\overleftarrow{\text{م أ}}$، $\overleftarrow{\text{اع}}$، فمن المنطقي إذًا أخذ المسار من النقطة م إلى النقطة أ، ثم من النقطة ا إلى النقطة ع. يجب أن يدركوا أن هذه حالة أخرى لجمع المتجهات؛ نجمع المتجه أ مع الإجابة في الجزئية (ب).

اعرض الشريحة ٧



هل يمكن للطلبة كتابة الإجابة باستخدام الصيغة الصحيحة؟

اعرض الشريحة ٨



أخبر الطلبة أنّ بإمكانهم كتابة الإجابة في صورة $\frac{٣}{٤}$أ + $\frac{١}{٤}$ب.

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الرابعة عشرة

تمارين ١٤-١

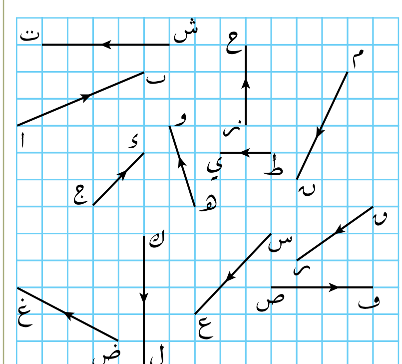
١) أ $\begin{pmatrix} ٤ \\ ٦ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٤ \\ ٢ \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} -٤ \\ ٢ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} -٤ \\ ٢ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} ٦ \\ -٤ \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٤ \end{pmatrix}$

ز $\begin{pmatrix} ٨ \\ ٤ \end{pmatrix}$ ح $\begin{pmatrix} ٤ \\ -٢ \end{pmatrix}$

٢)



٣) أ $\overleftarrow{\text{اب}} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٠ \end{pmatrix}$ ، $\overleftarrow{\text{دج}} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٠ \end{pmatrix}$

ب $\overleftarrow{\text{بج}} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \end{pmatrix}$ ، $\overleftarrow{\text{اد}} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \end{pmatrix}$

ج متساوية

تمارين ١٤-٢

١) أ $\begin{pmatrix} ٩ \\ -٢١ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} \frac{٣}{٢} \\ \frac{-٧}{٢} \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} -٦ \\ ١٤ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} -٣ \\ ٧ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} \frac{-٩}{٤} \\ \frac{٢١}{٤} \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} ٤,٥ \\ -١٠,٥ \end{pmatrix}$

٢) أ $\overleftarrow{\text{دو}} = ٢\overleftarrow{\text{يك}}$

ب $\overleftarrow{\text{يع}} = \frac{١}{٤}\overleftarrow{\text{يو}}$

ج $\overleftarrow{\text{جف}} = \frac{١}{٢}\overleftarrow{\text{جو}}$

د $٢\overleftarrow{\text{نو}} = \frac{١}{٢}\overleftarrow{\text{نج}}$

هـ $٣\overleftarrow{\text{ين}} = \overleftarrow{\text{اجل}}$

و $٦\overleftarrow{\text{بهـ}} = ١٢\overleftarrow{\text{اي}}$

٣) أ $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٨ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٩ \\ ٢١ \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} ٤,٥ \\ ١٠,٥ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ٠,٧٥ \\ ٣ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} ١,٥ \\ ٦ \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} -٣٦ \\ -٨٤ \end{pmatrix}$

ز $\begin{pmatrix} ١,٥ \\ ٦ \end{pmatrix}$ ح $\begin{pmatrix} -\frac{٥}{٣} \\ -\frac{٣٥}{٩} \end{pmatrix}$

تمارين ١٤-٣

١) أ $\begin{pmatrix} ١٢ \\ -٦ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٣ \\ -٥ \end{pmatrix}$

٢) $\begin{pmatrix} ١٢ \\ -٧ \end{pmatrix}$

٣) أ $\begin{pmatrix} ١٢ \\ ٨ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٨ \\ ٢٤ \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} -٤ \\ -١٢ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٠ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١٢ \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} ١٦ \\ ٢١ \end{pmatrix}$

ز $\begin{pmatrix} ١٠ \\ ٩ \end{pmatrix}$ ح $\begin{pmatrix} -٢ \\ -٧ \end{pmatrix}$

٤) أ ٢م + ٣ن ب م + $\frac{\text{٣ن}}{٢}$

ج ن د م + $\frac{\text{ن}}{٢}$

٥) أ م + ن ب $\frac{٣}{٤}$(م + ن)

ج $-\frac{١}{٤}$م + $\frac{٣}{٤}$ن

٦) أ ٢و − ٢ت ب ٢ت + و

ج ت − و

تمارين ١٤-٤

١) أ ٤,١٢ ب ٣,٦١

ج ٤,٢٤ د ٥

هـ ٤,٤٧ و ٥

ز ٥,٨٣

٢) أ ١٠,٣٠ ب ١٣,٠٤

ج ٥ د ١٠

٣) أ ٥ ب ١٣ ج ١٧

٤) أ ا(٤، ٢)، ب(−١، ٣)، ج(٦، −٢)

ب $\overleftarrow{\text{اب}} = \begin{pmatrix} -٥ \\ ١ \end{pmatrix}$ ، $\overleftarrow{\text{بج}} = \begin{pmatrix} -٧ \\ ٥ \end{pmatrix}$ ،

$\overleftarrow{\text{اج}} = \begin{pmatrix} ٢ \\ -٤ \end{pmatrix}$

٥) أ $\frac{\text{أ}}{٢}$ ب $-\frac{\text{ب}}{٢}$

ج $\frac{\text{أ − ب}}{٢}$ د $\frac{\text{٣أ + ٣ب}}{٤}$

٦) أ ١٠ ب ٨,٦٠

٧) ١٠٠ كم/ساعة

٨) ٦,٧١ كم/ساعة

٩) أ ب − أ ب ٣

ج $\overleftarrow{\text{جد}} = \overleftarrow{\text{جا}} + \overleftarrow{\text{اد}}$

فيكون، $\overleftarrow{\text{جد}}$

= −٢أ + ٣ب − ٣أ

= ٣ب − ٣أ = ٣$\overleftarrow{\text{اب}}$

وعليه، فإن جد، جد يوازي اب، ويكون المثلثان متشابهين.

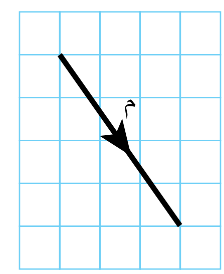
١٠) أ −م + ن ب $\frac{٢}{٣}$(−م + ن)

ج $\frac{٢}{\text{٣ن}} + \frac{١}{\text{٣م}}$ د ن + $\frac{١}{٢}$م

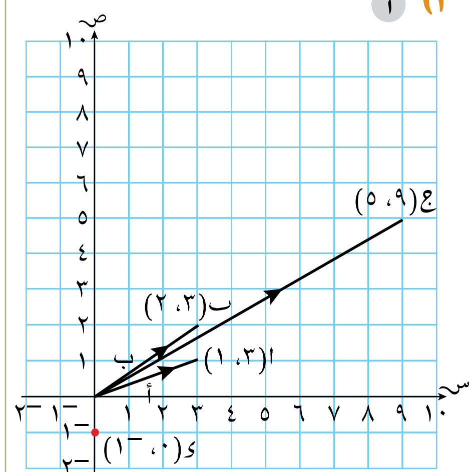
إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ (١) $\begin{pmatrix} ١ \\ -٣ \end{pmatrix}$ (٢) $\begin{pmatrix} -٦ \\ ٣ \end{pmatrix}$

ب



٢) أ



ب أ − ب ج $|أ| = ٣,١٦$

٣) $\sqrt{٤٠}$

٤) $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٩ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} -٦ \\ ٧ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} -٧ \\ -٦ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} -٢ \\ ٩ \end{pmatrix}$

٥) أ (١) $\overleftarrow{أن} = \frac{١}{٢}أ + ب$

(٢) $\overleftarrow{أم} = أ + \frac{١}{٢}ب$

(٣) $\overleftarrow{ن ب} = \frac{١}{٢}(\overleftarrow{أ م} - \overleftarrow{أ ن})$

$= -\frac{١}{٤}أ + \frac{١}{٤}ب$

ب $\overleftarrow{أت} = \frac{٣}{٤}(أ + ب)$ و

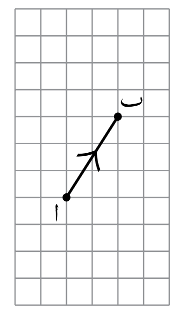
$\overleftarrow{أ ج} = أ + ب$

النقطة ت مشتركة لكل من المتجهين، وعليه يجب أن تقع على المستقيم أ ج.

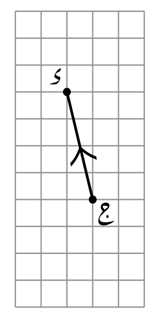
إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الرابعة عشرة

تمارين ١٤-١

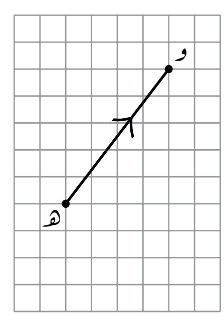
١) أ



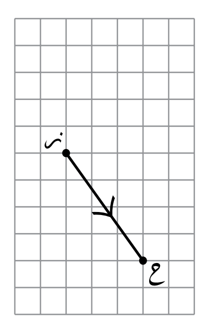
ب



ج



د



تمارين ١٤-٢

١) أ $\overleftarrow{\text{أب}} = \begin{pmatrix} ٥ \\ ٠ \end{pmatrix}$ ب $\overleftarrow{\text{ب ج}} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٠ \end{pmatrix}$

ج $\overleftarrow{\text{أهـ}} = \begin{pmatrix} ٠ \\ -٦ \end{pmatrix}$ د $\overleftarrow{\text{ب د}} = \begin{pmatrix} -١ \\ -٦ \end{pmatrix}$

هـ $\overleftarrow{\text{د ب}} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٦ \end{pmatrix}$ و $\overleftarrow{\text{هـ ج}} = \begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix}$

ز $\overleftarrow{\text{ج د}} = \begin{pmatrix} -٥ \\ -٦ \end{pmatrix}$ ح $\overleftarrow{\text{ب هـ}} = \begin{pmatrix} -٥ \\ -٦ \end{pmatrix}$

ط متساويان

ي نعم

تمارين ١٤-٣

١) أ $\begin{pmatrix} -٨ \\ ١٦ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٦ \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١٢ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} -١ \\ ٧ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} -٢ \\ ١ \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} -١ \\ ٤ \end{pmatrix}$

ز $\begin{pmatrix} -٤ \\ ١٨ \end{pmatrix}$ ح $\begin{pmatrix} -٨ \\ ٢٢ \end{pmatrix}$

ط $\begin{pmatrix} ٠ \\ -٢٠ \end{pmatrix}$ ي $\begin{pmatrix} ١٠ \\ -١٦ \end{pmatrix}$

٢) أ −م ب ٢ن

ج −م + ل د ٢ل

هـ ٢ن و ٢ل

ز ن ح −ل

ط −٧م + ٧ل ي $\frac{\text{ن}}{٢}$ + ٣ل

تمارين ١٤-٤

١) أ ٦,٤٠ سم

ب ٧,٢٨ سم

ج ١٥ سم

د ١٧,٦٩ سم

٢) أ ٥,١٠

ب ٥

ج ٨,٠٦

د ٩,٢٢

٣) أ أ(−٦، ٢)، ب(−٢، −٤)، ج(٥، ١)

ب $\overleftarrow{\text{أب}} = \begin{pmatrix} ٤ \\ -٦ \end{pmatrix}$

$\overleftarrow{\text{ب ج}} = \begin{pmatrix} ٧ \\ ٥ \end{pmatrix}$

$\overleftarrow{\text{جأ}} = \begin{pmatrix} -١١ \\ ١ \end{pmatrix}$

٤) أ $\overleftarrow{\text{أج}}$ = س + ص

ب $\overleftarrow{\text{جأ}}$ = −س − ص

ج $\overleftarrow{\text{م ج}}$ = $\frac{١}{٢}$س + ص

٥) أ (١) $\overleftarrow{\text{س}} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ٧ \end{pmatrix}$

(٢) $\overleftarrow{\text{ص}} = \begin{pmatrix} -٣ \\ -٣ \end{pmatrix}$

(٣) $\overleftarrow{\text{ع}} = \begin{pmatrix} ١٠ \\ -٤ \end{pmatrix}$

ب (١) ٧,٢٨

(٢) ٤,٢٤

(٣) ١٠,٧

٦) أ $\overleftarrow{\text{س ص}}$ = ن − م

$\overleftarrow{\text{أد}}$ = $\frac{١}{٢}$(م + ن)

$\overleftarrow{\text{ب ج}}$ = ٢(ن − م)

ب $\overleftarrow{\text{س ص}}$ = ن − م،
$\overleftarrow{\text{ب ج}}$ = ٢(ن − م)، أي كلاهما من مضاعفات
(ن − م)، لذا فهما متوازيان،
و $\overleftarrow{\text{ب ج}}$ يساوي ضعف $\overleftarrow{\text{س ص}}$.

٧) راقب رسوم الطلبة.

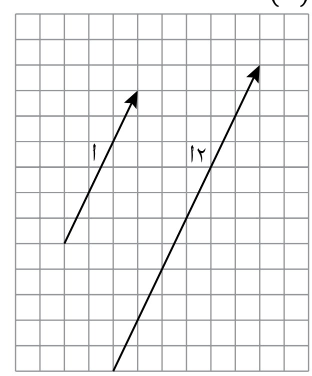
٨) ٢٨,٢ (إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

إجابات تمارين متنوعة

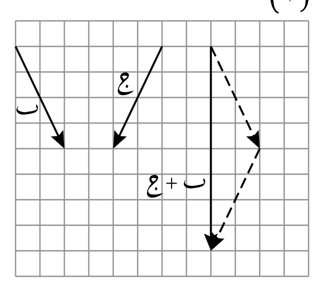
١) **أ** (١) $\begin{pmatrix} ٦ \\ ١٢ \end{pmatrix}$ (٢) $\begin{pmatrix} ٠ \\ -٨ \end{pmatrix}$

(٣) $\begin{pmatrix} ١ \\ ١٠ \end{pmatrix}$ (٤) $\begin{pmatrix} ١٢ \\ ٠ \end{pmatrix}$

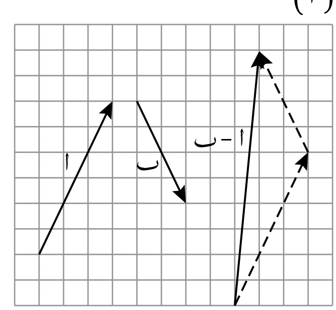
ب (١)



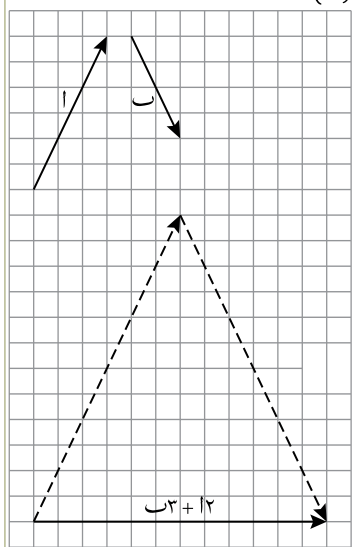
(٢)



(٣)



(٤)



٢) **أ** (١) $\overleftarrow{\text{هـى}}$ = ص

(٢) $\overleftarrow{\text{ىهـ}}$ = ‎−ص

(٣) $\overleftarrow{\text{وب}}$ = س + ص

(٤) $\overleftarrow{\text{هـو}}$ = س − ص

(٥) $\overleftarrow{\text{وى}}$ = ٢ص − س

ب ٤,٤٧

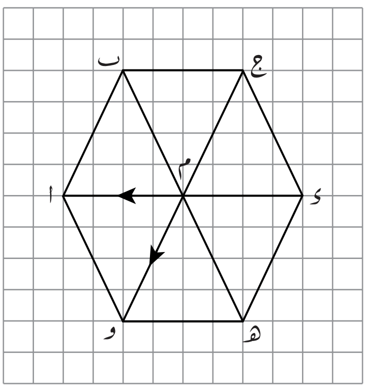
تمارين المراجعة:

هندسة المتجهات

١) إذا علمت أن أ = $\begin{pmatrix} ٢ \\ -٣ \end{pmatrix}$، ب = $\begin{pmatrix} -٣ \\ ٥ \end{pmatrix}$، فاكتب ٣أ − ب في صورة متجه رأسي.

٢) إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$، ب = $\begin{pmatrix} -١ \\ ٥ \end{pmatrix}$، جـ = $\begin{pmatrix} -٤ \\ ٢ \end{pmatrix}$، فبسّط كلّ متجه من المتجهات الآتية:

أ) أ + ب + جـ
ب) ٢أ + ٢ب + جـ
ج) ٣أ + ب − جـ
د) −أ − ٢ب − جـ
هـ) ٣أ − ٤ب + ٣جـ



٣) يبيّن الشكل المجاور سداسيًّا منتظمًا ا ب ج ى هـ و، مركزه م .
$\overleftarrow{\text{مأ}}$ = ر، $\overleftarrow{\text{مو}}$ = د.

أ) أوجد بدلالة ر، د:
(١) $\overleftarrow{\text{او}}$ (٢) $\overleftarrow{\text{مهـ}}$

ب) بيّن أن $\overleftarrow{\text{اى}}$ = ٢$\overleftarrow{\text{بج}}$

٤) أ = $\begin{pmatrix} -٣ \\ ٥ \end{pmatrix}$، ب = $\begin{pmatrix} -٢ \\ ٢ \end{pmatrix}$، جـ = $\begin{pmatrix} ٤ \\ -١ \end{pmatrix}$

احسب طول كل متجه من المتجهات الآتية، واكتب الناتج مقربًا إلى أقرب منزلة عشرية:

أ) ٤أ − ج
ب) $\frac{١}{٢}$ب + جـ
ج) أ + ٢ب − جـ
د) $\frac{٣}{٢}$جـ − أ

إجابات تمارين المُراجعة:

هندسة المتجهات

١) $\begin{pmatrix} ٩ \\ −١٤ \end{pmatrix}$

٢) أ $\begin{pmatrix} −٣ \\ ١٠ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} −٢ \\ ١٨ \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} ٩ \\ ١٢ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ٤ \\ −١٥ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} −٢ \\ −٥ \end{pmatrix}$

٣) أ (١) $\overleftarrow{\text{أو}}$ = −ر + د (٢) $\overleftarrow{\text{مهـ}}$ = −ر + د

ب أ د = أ و + و د = −٢أ، ب جـ = −أ وعليه يكون

أ د = ٢ب جـ

٤) أ ٢٦,٤ ب ٣,٠

ج ١٤,٩ د ١١,١

رقم الإيداع
٢٠٢٥/٩٥٩٦

مطبعة مسقط – روي، هاتف: ٢٤٧٩٤٤٥٢، فاكس: ٢٤٧٠١٢٧٢

الرياضيات

دليل المعلّم ١٠

يُستخدَم دليل المُعلّم، إلى جانب كتاب الطالب وكتاب النشاط، ضمن منهج الرياضيات للصفّ العاشر من هذه السلسلة.

يوفّر دليل المُعلّم الدعم لتخطيط الدروس وللتقييم.

يتضمّن دليل المُعلّم:

- نظرة عامّة على الوحدة
- مخطط توزيع الحصص والموضوعات
- تقديم الموضوع ثم توسيعه، مع أفكار مُهمَّة للطلاّب المُتفوّقين
- مواقف من الحياة اليومية تتعلّق بموضوع الوحدة
- أمثلة من شرائح عروض توضيحية إلكترونية لكل موضوع، مع شرح تفصيلي ونقاط نقاش
- إجابات تمارين كتاب الطالب
- إجابات تمارين كتاب النشاط
- تمارين للمراجعة – أوراق عمل
- إجابات تمارين للمراجعة

يشمل منهج الرياضيات للصف العاشر من هذه السلسلة أيضًا:

– كتاب الطالب
– كتاب النشاط

ISBN 978-99992-56-52-0
9 789999 256520 >

www.moe.gov.om