سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

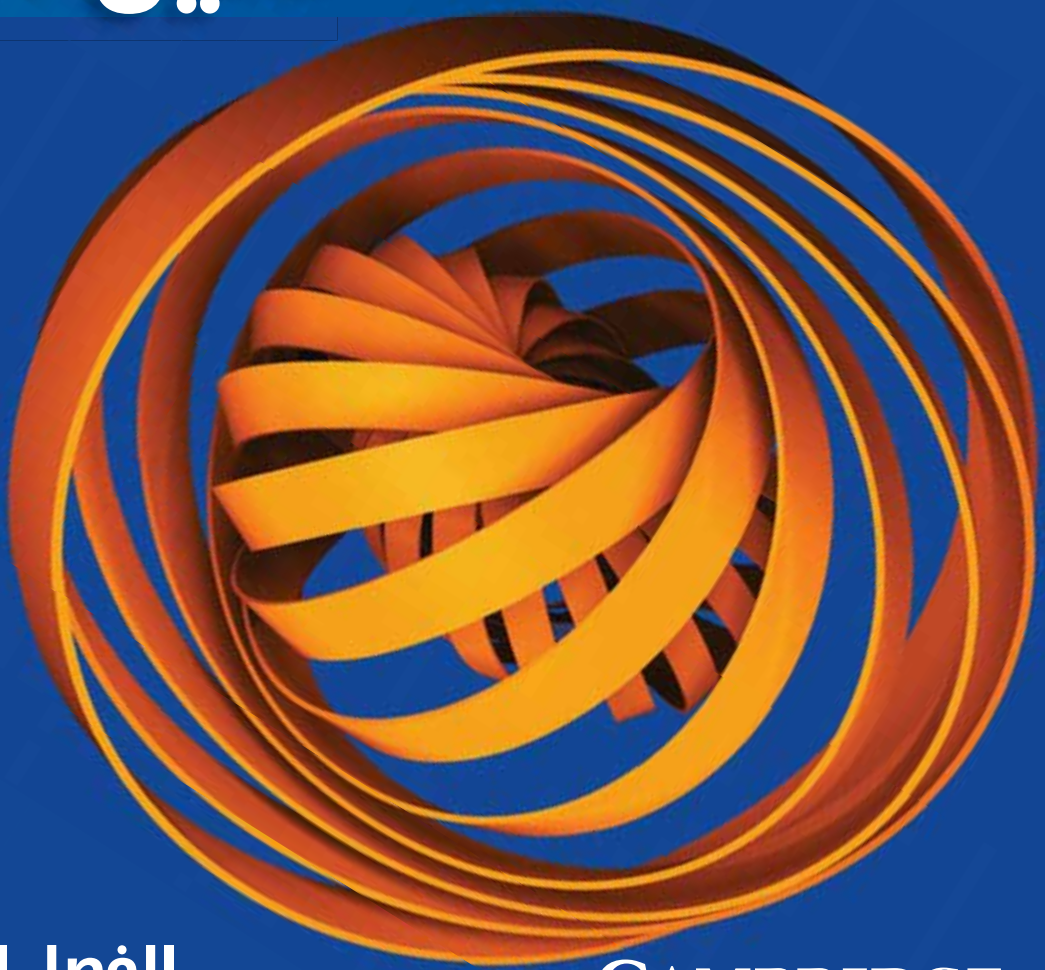
رؤية عُمان 2040 OmanVision

نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات

دليل المعلّم

١٠



الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٧ هـ - ٢٠٢٥م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

دليل المعلّم

١٠

الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٧ هـ - ٢٠٢٥م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تُشكِّل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء
تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي
المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من
مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢١ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمَّت مواءمتها من دليل المعلم – الرياضيات للصف العاشر – من سلسلة
كامبريدج للرياضيات الأساسية والمُوسَّعة IGCSE للمؤلفَين كارين مورّيسون ونيك هامشاو.

تمَّت مواءمة هذا الدليل بناءً على العقد المُوقَّع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة
جامعة كامبريدج رقم ٤٠ / ٢٠٢٠.
لا تتحمَّل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية
المستخدمة في هذا الدليل، ولا تؤكِّد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم،
أو أنه سيبقى كذلك.

تمَّت مواءمة الدليل

بموجب القرار الوزاري رقم ٩٠ / ٢٠٢١ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

**ولا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته
أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال
إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.**

المغفور لـه
السلطان قابوس بن سعيد -طيّب اللّه ثراه-

حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
-حفظه اللّه ورعاه-

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)

النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضِيَاء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مكوّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

المقدمة xiii
الأهداف التعليمية xiv

الوحدة الأولى: استخدام التمثيلات البيانية

مخطط توزيع الحصص ١٩
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
١-١ إيجاد مَيل المنحنى ٢٢
١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن ٢٦
إجابات تمارين كتاب الطالب ٣٦
إجابات تمارين كتاب النشاط ٤٢
تمارين المراجعة: استخدام التمثيلات
البيانية ٤٦
إجابات تمارين المراجعة: استخدام التمثيلات
البيانية ٤٩

الوحدة الثانية: جمع البيانات وتمثيلها

مخطط توزيع الحصص ٥٣
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
٢-١ جمع البيانات وتمثيلها ٥٦
إجابات تمارين كتاب الطالب ٦٢
إجابات تمارين كتاب النشاط ٦٦
تمارين المراجعة: جمع البيانات
وتمثيلها ٦٨
إجابات تمارين المراجعة: جمع البيانات
وتمثيلها ٧٠

الوحدة الثالثة: المعالجة الجبرية

مخطط توزيع الحصص ٧٣
إجابات تمارين كتاب الطالب ٧٥
إجابات تمارين كتاب النشاط ٧٨
تمارين المراجعة: المعالجة الجبرية ٧٩
إجابات تمارين المراجعة: المعالجة
الجبرية ٨٠

الوحدة الرابعة: الدوائر

مخطط توزيع الحصص ٨١
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدائرة ٨٣
إجابات تمارين كتاب الطالب ٨٨
إجابات تمارين كتاب النشاط ٩٠
تمارين المراجعة: الدوائر ٩٢
إجابات تمارين المراجعة: الدوائر ٩٤

الوحدة الخامسة: المقاييس الإحصائية والانتشار

مخطط توزيع الحصص ٩٥
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
٥-١ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط
والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة ٩٨
٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لبيانات
متّصلة ١٠٣

إجابات تمارين كتاب الطالب ١٠٧
إجابات تمارين كتاب النشاط ١١٢
تمارين المراجعة: المقاييس الإحصائية والانتشار ١١٦
إجابات تمارين المراجعة: المقاييس الإحصائية والانتشار ١٢٠

الوحدة السادسة: التناسُب

مخطط توزيع الحصص ١٢٣
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
٦-١ التناسُب الطردي ١٢٥
٦-٢ التناسُب العكسي ١٢٩
إجابات تمارين كتاب الطالب ١٣١
إجابات تمارين كتاب النشاط ١٣٢
تمارين المراجعة: التناسُب ١٣٣
إجابات تمارين المراجعة: التناسُب ١٣٤

الوحدة السابعة: المزيد من التمثيلات الإحصائية

مخطط توزيع الحصص ١٣٥
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
٧-١ مخطّطات الانتشار والارتباط ١٣٩
٧-٢ المُدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية ١٤٤
٧-٣ التكرار التراكمي ١٤٦
إجابات تمارين كتاب الطالب ١٥٣
إجابات تمارين كتاب النشاط ١٥٩
تمارين المراجعة: المزيد من التمثيلات الإحصائية ١٦١
إجابات تمارين المراجعة: المزيد من التمثيلات الإحصائية ١٦٦

الوحدة الثامنة: الدوال

مخطط توزيع الحصص ١٦٩
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT)
٨-١ الدوال المركّبة والعكسية ١٧١
إجابات تمارين كتاب الطالب ١٧٧
إجابات تمارين كتاب النشاط ١٧٩
تمارين المراجعة: الدوال ١٨٠
إجابات تمارين المراجعة: الدوال ١٨١

المُقدِّمة

يتضمَّن دليل المُعلِّم مادَّة تواكِب كتاب الطالب الذي سوف يستخدمه الطلاب.

تشتمل وحدات الدليل على:

- نظرة عامّة: تُفسِّر هذه الفقرة ما ستتمّ تغطيته ومعالجته في الوحدة.
- مُخطَّط توزيع الحصص: يتضمَّن المُخطَّط عناوين الدروس الواردة في كتاب الطالب، واقتراحًا لتوزيع الحصص الدراسيَّة أسبوعيًّا وبحسب كل درس، والأهداف التعليمية والمُفردات المُتعلِّقة بكل درس.
- تقديم الموضوع: طريقة للبدء بالوحدة الجديدة.
- التفكير في الموضوع: غالبًا ما تشير هذه الفقرة إلى الطُّرق المهمة لتقديم عناصر الموضوع، وتُسلِّط الضوء على الأخطاء الشائعة والمفاهيم المغلوطة، التي يُحتمَل أن يقع فيها الطلاب.
- مواقف من الحياة اليومية: فقرة تتعلَّق ببعض الوحدات. وغالبًا ما يستفيد الطلاب منها، لأنها ستساعدهم على فهم الموضوع.
- استخدام التكنولوجيا: وهي فقرة تتعلَّق ببعض الوحدات.
- أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT): وهي متوفِّرة في بعض الوحدات. تعرض ملفّات العرض التوضيحي الإلكتروني بشكل منفصل. وتتضمَّن شرحًا مُفصَّلاً لما قد يذكره المُعلِّم أمام كل شريحة. وتتضمَّن أيضًا صورة عن كل شريحة تُمكِّن المُعلِّم من استخدام أفكارها الرئيسية، وكتابتها على السبّورة، والاستفادة منها في حال عدم حصوله على العرض التوضيحي الإلكتروني.
- إجابات تمارين كتاب الطالب: تتضمَّن إجابات التمارين الواردة في كتاب الطالب.
- إجابات تمارين كتاب النشاط: تتضمَّن إجابات التمارين الواردة في كتاب النشاط.
- تمارين المراجعة: تتضمَّن تمارين للمُراجعة تتعلَّق بمُحتوى الوحدة.
- إجابات تمارين المراجعة: تتضمَّن إجابات التمارين الواردة في فقرة "تمارين المراجعة".

الأهداف التعليمية

الأهداف التعليمية	
الوحدة الأولى: استخدام التمثيلات البيانية	
١-١ التمثيلات البيانية للتحويل	
١-٥	يفسّر التمثيلات البيانيّة ويستخدمها في مواقف حياتيّة، بما في ذلك التمثيلات البيانيّة للتحويل.
١-٢ مناطق في المستوى الإحداثي	
١-٢	يمثّل المتباينات الخطيّة بيانيًا؛ ويستخدم المستقيمات المتقطّعة ليمثل متباينة لا تتضمن رمز المساواة والمستقيمات غير المتقطّعة ليمثّل متباينة تتضمن رمز المساواة.
١-٣ البرمجة الخطّية	
١-٢	يعدّ مسائل برمجة خطيّة بسيطة ويحلّها مستخدمًا التمثيل البياني.
١-٤ المَيل	
١-٦	يقدّر ميل المنحنى عبر رسم المماسّ.
١-٥ التمثيلات البيانية للحركة	
١-٥	يفسّر التمثيلات البيانيّة ويستخدمها في مواقف حياتيّة، بما في ذلك التمثيلات البيانيّة للحركة. فعلى سبيل المثال، يرسم تمثيلات بيانيّة من بيانات معطاة؛ ويطبّق فكرة معدّل التغيّر على معادلات الحركة البسيطة التي تتضمّن تمثيلات بيانيّة مثل: المسافة–الزمن والسرعة–الزمن، والتسارع والتباطؤ. ويحسب المسافة المقطوعة كمساحة في تمثيل بياني يمثّل السرعة–الزمن.
الوحدة الثانية: جمع البيانات وتمثيلها	
٢-١ جمع البيانات وتمثيلها	
١-٣	يحدد سؤال استكشاف مستخدمًا الأساليب الإحصائيّة؛ ويحدّد البيانات المناسبة وأساليب جمعها.
٢-٢ تنظيم البيانات	
١-٣	يحدّد سؤال استكشاف مستخدمًا الأساليب الإحصائيّة؛ ويحدّد البيانات المناسبة وأساليب جمعها.
٢-٣ النسب المئوية	
١-٣	يجمع البيانات الإحصائيّة المنفصلة والمتّصلة ويصنّفها ويجدولها.
٢-٣	يقرأ الجداول الإحصائيّة ويفسّرها.

٣-٣	يقارن بين توزيعين أو أكثر مُستخدمًا الجداول الإحصائيّة، ويقوم باستنتاجات مُستخدمًا شكل التوزيعات والمقاييس الإحصائيّة المناسبة؛ ويربط النتائج والاستنتاجات بالسؤال الأصليّ، ويقدّر القيود الصحيحة لاستخلاص النتائج من البيانات المعطاة.
٤-٣	ينشئ ويفسّر مخطّط الساق والورقة.
٣-٢ استخدام الجداول لعرض البيانات	
٢-٣	يقرأ الجداول والتمثيلات البيانيّة والمخطّطات الإحصائيّة ويفسّرها.
٣-٣	يقارن بين توزيعين أو أكثر مُستخدمًا التمثيلات البيانيّة؛ ويقوم باستنتاجات مُستخدمًا شكل التوزيعات والمقاييس الإحصائيّة المناسبة؛ ويربط النتائج والاستنتاجات بالسؤال الأصليّ؛ ويقدّر القيود الصحيحة لاستخلاص النتائج من البيانات المعطاة.
٤-٣	ينشئ ويفسّر التمثيل بالأعمدة البيانيّة والمخطّطات الدائريّة والتمثيل بالمصورات.
الوحدة الثالثة: المعالجة الجبرية	
٣-١ الكسور الجبرية	
١-١	يتعامل مع الكسور الجبريّة، يبسّط العبارات النسبيّة ويحلّلها إلى عوامل. مثال: يبسّط العبارات الآتية: $\frac{س}{٢} + \frac{س - ٤}{٢}$؛ $\frac{٢س}{٣} - \frac{٣(س - ٥)}{٢}$؛ $\frac{٣ب}{٤} \times \frac{٩ب}{١٠}$؛ $\frac{٣ب}{٤} \div \frac{٩ب}{١٠}$؛ $\frac{س^{٢} - ٢س}{س^{٢} - ٥س + ٦}$؛ $\frac{١}{س - ٢} + \frac{٢}{س - ٣}$
الوحدة الرابعة: الدوائر	
٤-١ خصائص التماثُل في الدائرة	
٢-١	يستخدم خصائص التماثل الآتية في الدائرة: • تبعد الأوتار المتساوية مسافات متساوية عن مركز الدائرة. • يمر المنصّف العمودي للوتر بمركز الدائرة. • يتساوى طولا المماسّين الخارجَين من النقطة نفسها إلى الدائرة نفسها.

٤-٢ العلاقات بين الزوايا في الدائرة	
٢-٢	يحسب زوايا مجهولة مستخدمًا الخصائص الهندسيّة الآتية: • قياس الزاوية المحيطية في نصف في نصف الدائرة المرسومة على القطر يساوي ٩٠°. • الزاوية المحصورة بين مماسّ الدائرة ونصف قطرها. • قياس الزاوية المركزيّة يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطيّة. • الزوايا المحيطيّة للقطاع نفسه متساوية القياس. • زوايا القطاعات المتقابلة متمّمة، الأشكال الرّباعيّة الدائريّة. • نظريّة القطع المستقيمة المتبادلة. ملاحظة: ينبغي أن يستخدم الطلبة المصطلحات الهندسيّة الصحيحة عند تعليل الإجابات.
الوحدة الخامسة: المقاييس الإحصائية والانتشار	
٥-١ المقاييس الإحصائية	
٣-٥	يحسب الوسط الحسابيّ والوسيط والمنوال والمدى للبيانات الفرديّة والمنفصلة. كما يحدّد المقياس الإحصائي المُناسب ليستخدمه في مجموعة معطاة من البيانات.
٥-٢ الجداول التكرارية	
٦-٣	يحسب بشكل تقديري الوسط الحسابيّ للبيانات المجمّعة والمتّصلة؛ ويحدّد الفئة المنوالية من التوزيع التكراريّ المجمّع.
٥-٣ المئينات والرُبيعات والمخطّط الصندوقي	
٧-٣	يقدّر الوسيط والمئينات والربيعات والمدى الربيعيّ ويفسّرها؛ وينشئ المخططّات الصندوقيّة ويفسّرها.
الوحدة السادسة: التناسُب	
٦-١ التناسُب الطردي والتناسُب العكسي في الحدود الجبرية	
١-٤	يعبّر عن التناسب الطرديّ والعكسيّ بمصطلحات جبريّة ويستخدم هذا النوع من التعبير ليوجد كمّيّات مجهولة. ملاحظة: يشمل ذلك متغيّرًا يتناسب مع قوّة بسيطة لمتغيّر آخر، ومسائل تتضمّن الضغط والكثافة. مثال على ذلك: الضغط (ض) يتناسب عكسيًّا مع المساحة (م)، فعندما تكون م = ٠,٥ م^{٢}، ض = ٣٤٠٠ ن/م^{٢}، ما قيمة الضغط إذا كانت المساحة م = ٠,٤ م^{٢}؟
الوحدة السابعة: المزيد من التمثيلات الإحصائية	
٧-١-أ بيانات بمتغيّرَين	
٨-٣	ينشئ مخطّطات الانتشار ويفسّرها، ويفهم الارتباط الموجب والسالب والصفريّ.
٩-٣	يرسم المستقيم الأفضل تمثيلًا لمخطّط الانتشار ويفسّره.

٧-٢ المُدرَّج التكراري	
٣-٤	ينشئ ويفسّر المدرّج التكراري بفترات متساوية وغير متساوية وتوزيعات التكرار البسيطة. ملاحظة: بالنسبة إلى الفترات غير المتساوية على المدرج التكراري، تكون المساحات متناسبة مع التكرارات ويُسمّى المحور الرأسي 'كثافة التكرار'.
٧-٣ التكرار التراكمي	
٣-٧	ينشئ مخططات التكرار التراكمي الصاعد والنازل ويستخدمه؛ ويقدّر الوسيط والمئينات والربيعات ونصف المدى الربيعيّ ويفسّرها.
الوحدة الثامنة: الدوال	
٨-١ الدوال وصيغة الدالة	
١-٥	يستخدم صيغة الدالّة، مثال: يستخدم د(س) = ٣س − ٥ أو د : س ← ٣س − ٥ لتمثيل الدوالّ؛ ويمثّل الدوالّ مستخدمًا مُخطَّطات التدفّق؛ كما يُوجد الدالّة العكسية د$^{-1}$(س) عند معرفته بأن للدّالة د(س) دالة عكسية؛ ويكوّن دوالّ مركبّة مثل (ك ○ د)(س) = ك (د(س)).

ملفات شرائح العرض التوضيحي (البوربوينت) الخاصة بدليل المعلم للصف العاشر الفصل الدراسي الأول

م	الوحدة	اسم/ رقم شريحة عرض البوربوينت	QR CODE
١	**الأولى**	١-١ إيجاد مَيل المنحنى	
٢	**الأولى**	١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن	
٣	**الثانية**	١-٢ جمع البيانات وتمثيلها	
٤	**الرابعة**	١-٤ العلاقات بين الزوايا في الدائرة	
٥	**الخامسة**	١-٥ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة	
٦	**الخامسة**	٢-٥ إيجاد الوسط الحسابي لبيانات متّصلة	
٧	**السادسة**	١-٦ التناسُب الطردي	
٨	**السادسة**	٢-٦ التناسُب العكسي	
٩	**السابعة**	١-٧ مخطّطات الانتشار والارتباط	
١٠	**السابعة**	٢-٧ المُدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية	
١١	**السابعة**	٣-٧ التكرار التراكمي	
١٢	**الثامنة**	١-٨ الدوال المركّبة والعكسية	

الوحدة الأولى: استخدام التمثيلات البيانية

نظرة عامَّة

تتضمّن هذه الوحدة أنواعًا عديدة من التمثيلات البيانية، واستخداماتها المختلفة، حيث تبدأ الوحدة بتمثيلات بيانية للتحويل، مثل التحويل من عملة إلى أخرى، ويتَّخذ هذا النوع من التمثيلات البيانية شكل خط مستقيم، كما تتناول هذه الوحدة كتابة المُتَباينات الخطّية وكيفية إظهار ذلك من خلال تظليل المناطق التي تمثلها في التمثيل البياني، وكيفية استخدام هذه التمثيلات البيانية لتنفيذ البرمجة الخطّية. سوف تحتوي هذه التمثيلات البيانية على عدّة مستقيمات. بعد ذلك سنستكشف كيف نبدأ بتصوُّر مفهوم مَيل المنحنى من خلال رسم المماس. أخيرًا نستكشف التمثيلات البيانية للحركة (التمثيلات البيانية للمسافة–الزمن، والتمثيلات البيانية للسرعة–الزمن)

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١–١	التمثيلات البيانية للتحويل	٢	١–٥ يفسّر التمثيلات البيانيّة ويستخدمها في مواقف حياتيّة، بما في ذلك التمثيلات البيانيّة للتحويل.	التحويل
١–٢	تمثيل المناطق في المستوى الإحداثي	٤	١–٢ يمثّل المتباينات الخطيّة بيانيًّا؛ ويستخدم المستقيمات المتقطّعة ليمثل متباينة لا تتضمن رمز المساواة والمستقيمات غير المتقطّعة ليمثّل متباينة تتضمن رمز المساواة.	المنطقة
١–٣	البرمجة الخطّية	٣	١–٢ يعدّ مسائل برمجة خطيّة بسيطة ويحلّها مستخدمًا التمثيل البياني.	البرمجة الخطّية
١–٤ (PPT ١–١)	المَيل	٣	١–٦ يقدّر ميل المنحنى عبر رسم المماسّ.	المماس

١-٥ (PPT ١-٢)	التمثيلات البيانية للحركة	٥	١-٦ يفسّر التمثيلات البيانيّة ويستخدمها في مواقف حياتيّة، بما في ذلك التمثيلات البيانيّة للحركة. فعلى سبيل المثال، يرسم تمثيلات بيانيّة من بيانات معطاة؛ ويطبّق فكرة معدّل التغيّر على معادلات الحركة البسيطة التي تتضمّن تمثيلات بيانيّة مثل: المسافة-الزمن، والسرعة-الزمن، والتسارع والتباطؤ. ويحسب المسافة المقطوعة كمساحة في تمثيل بياني يمثّل السرعة-الزمن.	

تقديم الموضوع

استكشف بادئ الأمر المفردات التي سيتم استخدامها في هذا الموضوع، قبل أن تبدأ بتلخيص أنواع التمثيلات البيانية التي تعامل معها الطلبة سابقًا، وأكّد على أن هذه التمثيلات هي تمثيلات بيانية جبرية، وأنها تختلف عن التمثيلات البيانية الإحصائية التي سنتعامل معها في الوحدات القادمة.

التفكير في الموضوع

التمثيلات البيانية للتحويل: اطرح السؤال التالي: كيف يمكننا استخدام التمثيل البياني لتحويل أعداد كبيرة؟ قدّم المثال التالي: إذا ارتفع التمثيل البياني إلى ١٠٠ ريال عُماني، يمكننا تحويل ٧٠٠ ريال عُماني عبر إيجاد تحويل الـ ٧٠ ريالًا عُمانيًّا، ثم ضرب الناتج في العدد ١٠

المناطق في المستوى الإحداثي: يتطلّب حل معظم الأسئلة من الطلبة تظليل المناطق التي لا تمثل الحل بحيث تحقّق المنطقة المتبقية كل المتباينات، ومع ذلك، لا يكون الأمر كذلك دائمًا؛ لذلك يجب على الطلبة قراءة السؤال بتأنٍّ، ولكي تساعدهم في تحديد جانب المستقيم الذي يجب تظليله، اطلب إليهم اختيار نقطة لا تقع على المستقيم، ومعرفة ما إذا كانت تحقق المُتباينة أو لا، وغالبًا ما تكون نقطة الأصل (٠، ٠) الخيار الأفضل، ولكن إذا وقعت نقطة الأصل على المستقيم، يمكن اختيار أي نقطة أخرى لا تقع عليه لكي تفي بالغرض.

التمثيلات البيانية للحركة (المسافة-الزمن، والسرعة-الزمن): قدِّم كلا النوعَين من التمثيلات البيانية للحركة بإثارة العديد من النقاشات حول كل منهما، واعرض على الطلبة العديد من التمثيلات البيانية المختلفة واطلب إليهم وصف ما يحدث؛ وإذا رغبوا في ربط ذلك ببعض المواقف اليومية، سيكون ذلك رائعًا! مثلاً: "ماذا يمثّل مَيل المنحدر؟" أو: "ما الذي تمثّله المنطقة الواقعة تحت التمثيل البياني للسرعة-الزمن؟" ستساعد مثل هذه الأسئلة على تطوير فهم وإدراك الطلبة لهذا الموضوع.

المعادلات والمُتباينات في مواقف من الحياة اليومية

يُميّز هذه الوحدة أنها تتضمّن العديد من المواقف الواقعية واليومية، مثل تحويل الوحدات والعملات، وحل المسائل باستخدام البرمجة الخطّية، والتمثيلات البيانية للسرعة والمسافة والزمن.

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية متوفرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مفصلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ١-١ إيجاد مَيل المنحنى
- PPT ١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن

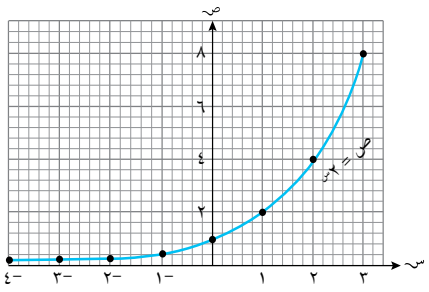
العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١-١ إيجاد ميل المنحنى

اعرض الشريحة ١

١-١ إيجاد مَيل المنحنى

رسمتَ في الوحدة ١٥ من الصف التاسع التمثيل البياني للدالة الأسّية ص = ٢^س

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص	٠,٠٦٢٥	٠,١٢٥	٠,٢٥	٠,٥	١	٢	٤	٨



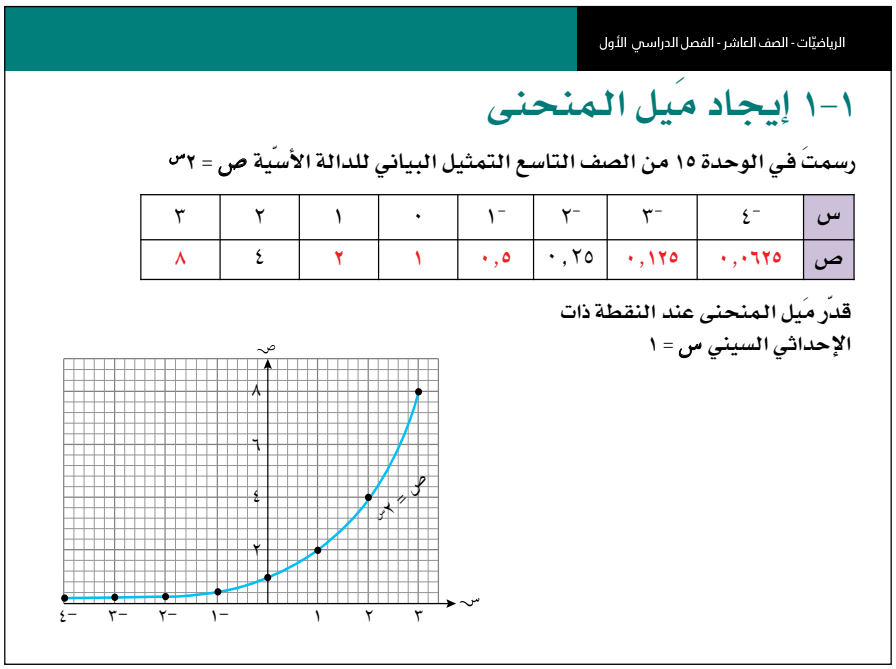
ورد في الوحدة الخامسة عشرة من الصف التاسع شرح لعرض توضيحي إلكتروني حول كيفية رسم التمثيل البياني، وكيفية استخدامه بعد ذلك في حل المعادلات. وقد أوردنا أعلاه التمثيل البياني الذي تم رسمه في السابق.

ذكِّر الطلبة بأنهم أكملوا جدول القيَم وحدّدوا النقاط ثم وصلوا بينها بمنحنى.

ناقش أيضًا شكل التمثيل البياني للدالة الأسّية، بما في ذلك اعتبار أن المحور س هو خط التقارب، وأنّ الدالة الأسّية لا يمكن أن تكون سالبة، وأن تمثيلها البياني يستمرّ في الازدياد بشكل حادّ كلما اتّجه إلى اليمين.

قد يكون هذا التذكير بكيفية رسم التمثيل البياني غير ضروري في جميع الصفوف، لذا يمكنك حذف هذه الشريحة إذا لم ترَ ضرورة لوجودها.

اعرض الشريحة ٢



يمثّل مَيل المنحنى اتِّجاه التمثيل البياني عند تلك النقطة، ويكون للمستقيم المَيل نفسه عند أي نقطة، بينما يتغيَّر مَيل المنحنى من نقطة إلى أخرى.

يحتاج الطلبة إلى رسم مماس للمنحنى عند س = ١، واستخدامه لإيجاد المَيل علمًا أن مَيل المماس ومَيل المنحنى مُتماثلان.

شجِّع الطلبة على استخدام قلم رصاص حاد عند رسم المماس، وذلك لرسمه بدقّة.

اعرض الشريحة ٣

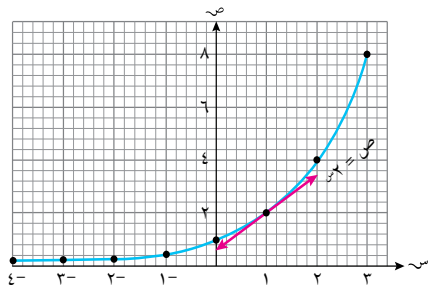
الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-١ إيجاد مَيل المنحنى

رسمتَ في الوحدة ١٥ من الصف التاسع التمثيل البياني للدالة الأسّية ص = ٢^س

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص	٠,٠٦٢٥	٠,١٢٥	٠,٢٥	٠,٥	١	٢	٤	٨

قدّر مَيل المنحنى عند النقطة ذات الإحداثي السيني س = ١



بعد رسم المماس، علينا الآن إيجاد مَيل المماس.

يجب أن يعرف الطلبة أن المَيل يساوي ناتج قسمة التغيُّر في الإحداثي ص على التغيُّر في الإحداثي س.

اعرض الشريحة ٤

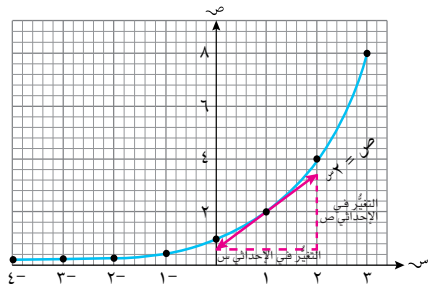
الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-١ إيجاد مَيل المنحنى

رسمتَ في الوحدة ١٥ من الصف التاسع التمثيل البياني للدالة الأسّية ص = ٢^س

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص	٠,٠٦٢٥	٠,١٢٥	٠,٢٥	٠,٥	١	٢	٤	٨

قدّر مَيل المنحنى عند النقطة ذات الإحداثي السيني س = ١

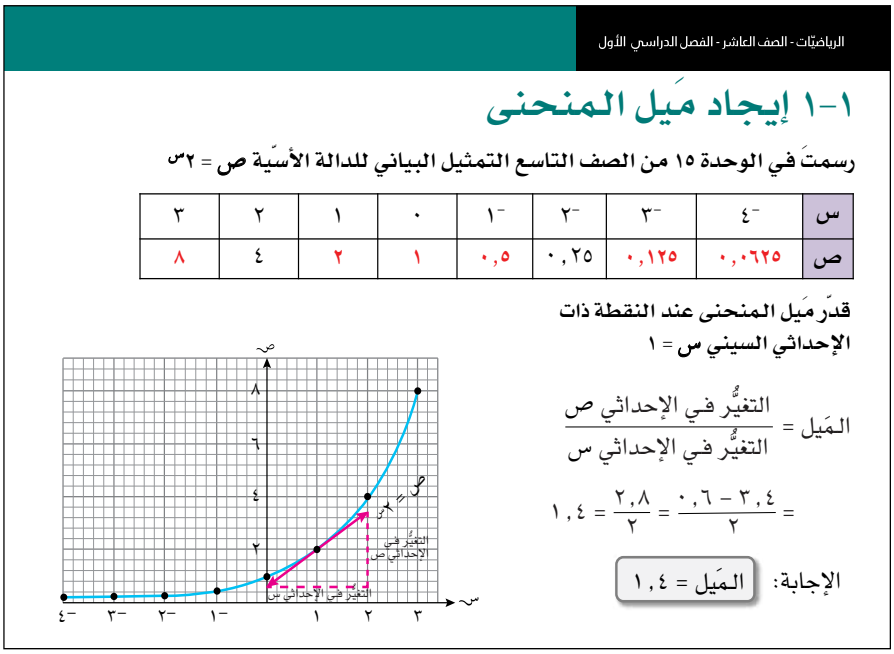


$$\text{المَيل} = \frac{\text{التغيُّر في الإحداثي ص}}{\text{التغيُّر في الإحداثي س}}$$

$$= \frac{٣,٤ - ٠,٦}{٢} = \frac{٢,٨}{٢} = ١,٤$$

تمّ في هذه الشريحة عرض العمليات الحسابية المطلوبة.

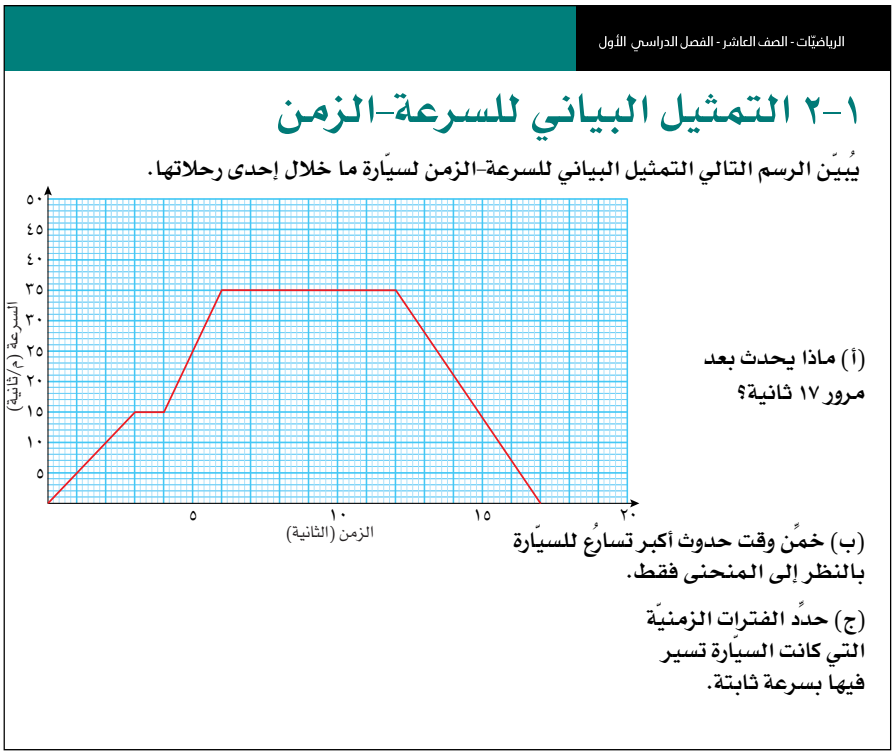
اعرض الشريحة ٥



أشر إلى أن المطلوب في السؤال هو "قدّر ميل المنحنى". هذا ليس تخمينًا، بل إنه لا يزال تقديرًا، لأنه من غير الممكن رسم المماس بدقّة باستخدام العين المُجرّدة فقط. ولا نزال بحاجة إلى إجراء العمليات الحسابية لإيجاد المَيل.

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن

اعرض الشريحة ١

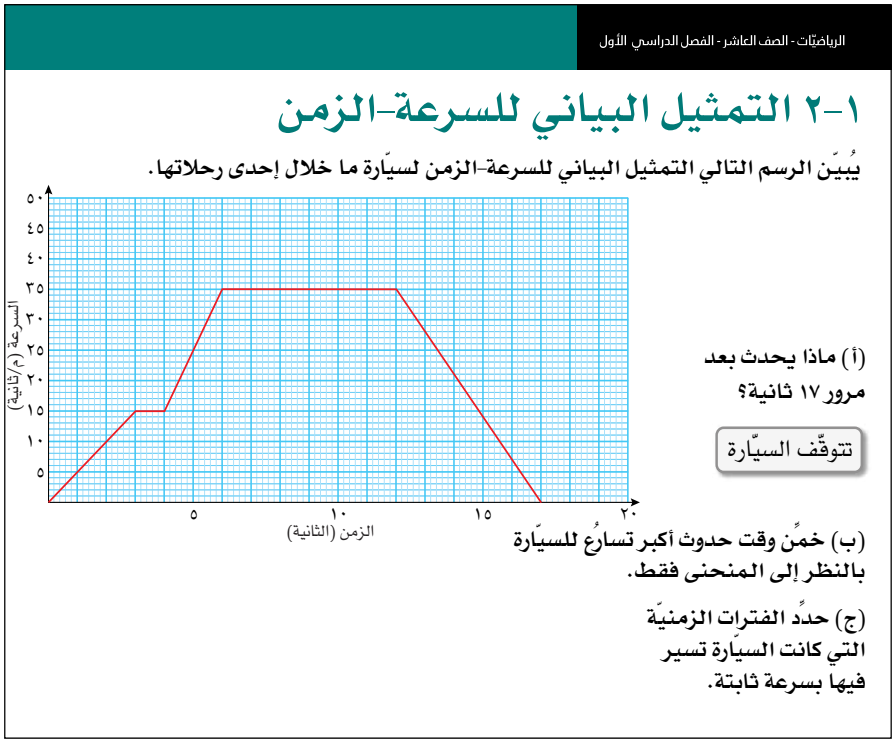


نقطة نقاش ١

ما الفرق بين التمثيل البياني للسرعة-الزمن والتمثيل البياني للمسافة-الزمن؟ ذكِّر الطلبة بأن القِطع المستقيمة الأفقية والقِطع المنحنية تعني شيئًا مختلفًا في التمثيلَين البيانيَّين المختلفَين، لذلك من المهم أن يُلاحظوا نوع التمثيل البياني الذي يتعاملون معه. هنا، لدينا تمثيل بياني للسرعة-الزمن. يعني ذلك أن الزمن متمثّل على المحور الأفقي، والسرعة متمثّلة على المحور الرأسي.

(أ) يجب أن يدرك الطلبة أنَّ عليهم قراءة قيمة السرعة عند الزمن = ١٧ ثانية، وهو صفر؛ يجب أن يعلموا أن هذا يعني أن السيّارة قد توقّفت.

اعرض الشريحة ٢



سرعة السيارة صِفر، يعني ذلك أنها توقفت.

نقطة نقاش ٢

ذكِّر الطلبة أنه في التمثيل البياني للسرعة-الزمن، يكون "التسارع" عند أي نقطة مُعيّنة هو المَيل عندها (قد يلزمك الرجوع إلى التعامُل مع المَيل، كما ورد في الصف التاسع). كلما كان المستقيم أكثر مَيلاً، ازداد التسارع.

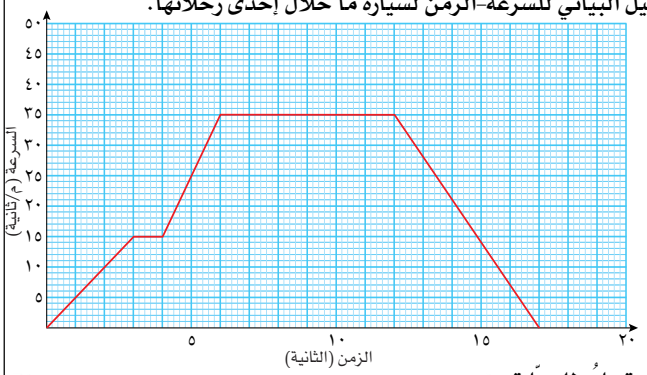
عند أي النقاط من التمثيل البياني حدث أكبر مَيل؟

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن

يُبيّن الرسم التالي التمثيل البياني للسرعة-الزمن لسيّارة ما خلال إحدى رحلاتها.



(أ) ماذا يحدث بعد مرور ١٧ ثانية؟

تتوقّف السيّارة

(ب) خمّن وقت حدوث أكبر تسارُع للسيّارة بالنظر إلى المنحنى فقط.

يظهر أكبر تسارع عند المَيل الأكبر (إلى الأعلى).
يحدث ذلك بين ٤ ثوانٍ و٦ ثوانٍ.

(ج) حدِّد الفترات الزمنيّة التي كانت السيّارة تسير فيها بسرعة ثابتة.

نقطة نقاش ٣

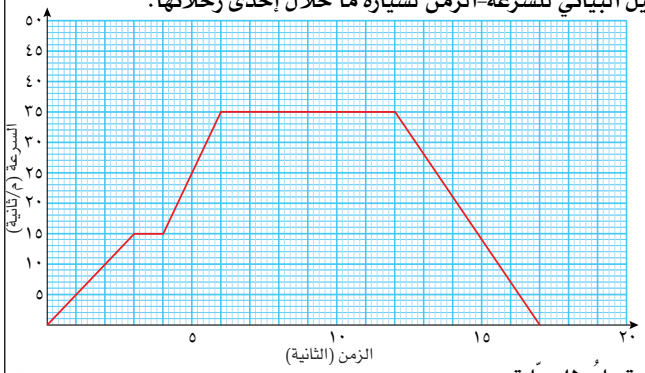
يجب أن يعرف الطلبة أن القطعة المستقيمة الأفقية في التمثيل البياني للسرعة-الزمن تشير إلى أن السرعة ثابتة.
(في التمثيل البياني للمسافة-الزمن، تُشير القطعة المستقيمة الأفقية إلى أن الجسم ثابت).

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن

يُبيّن الرسم التالي التمثيل البياني للسرعة-الزمن لسيّارة ما خلال إحدى رحلاتها.



(أ) ماذا يحدث بعد مرور ١٧ ثانية؟

تتوقّف السيّارة

(ب) خمّن وقت حدوث أكبر تسارُع للسيّارة بالنظر إلى المنحنى فقط.

يظهر أكبر تسارع عند المَيل الأكبر (إلى الأعلى).
يحدث ذلك بين ٤ ثوانٍ و٦ ثوانٍ.

(ج) حدِّد الفترات الزمنيّة التي كانت السيّارة تسير فيها بسرعة ثابتة.

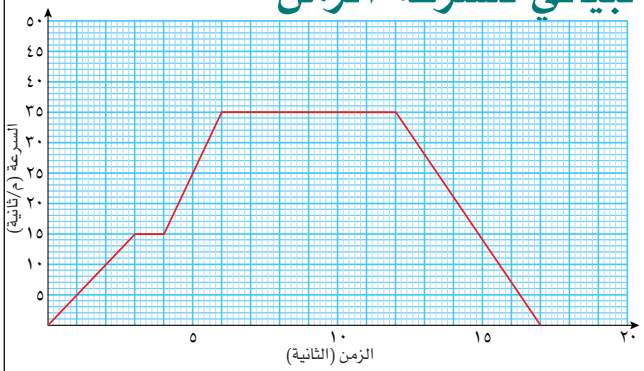
سارت السيّارة بسرعة ثابتة خلال الفترة بين ٣ ثوانٍ و٤ ثوانٍ والفترة بين ٦ ثوانٍ و١٢ ثانية (عندما كانت القطعة المستقيمة أفقيّة).

تُشير القطعة المستقيمة الأفقية أيضًا إلى أن التسارُع يساوي صفرًا.

اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن



(د) أوجد سرعة السيّارة بعد مرور ٥ ثوانٍ.

ثم حدِّد الوقت الآخر الذي تسير السيّارة فيه بهذه السرعة أيضًا.

(هـ) أوجد التباطُؤ، عندما تحاول السيّارة التوقُّف.

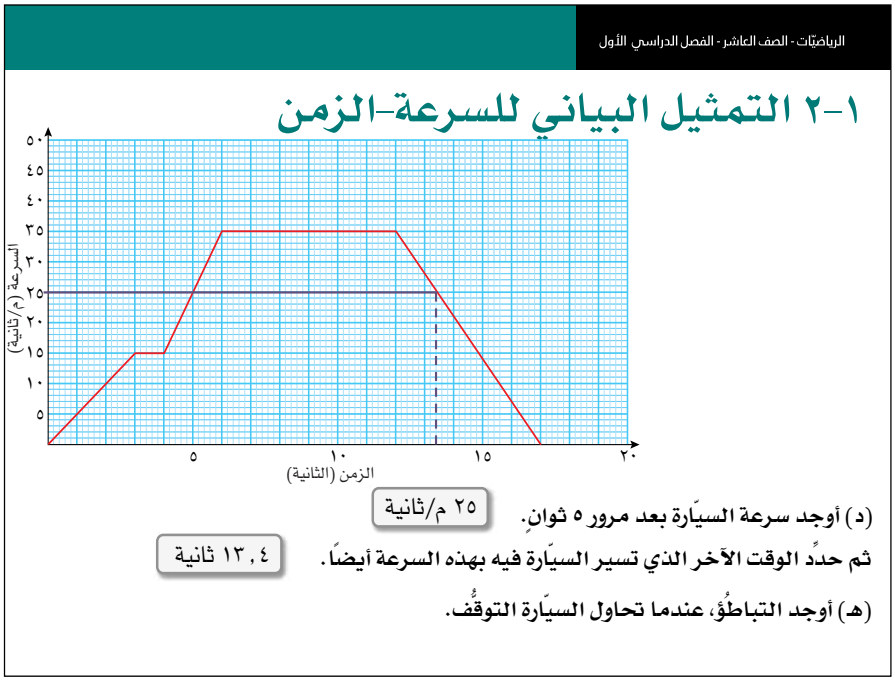
سنعرض في هذه الشريحة بعض الأسئلة الإضافية.

للإجابة عن الجزئية (د) نحتاج إلى قراءة القيمة من التمثيل البياني:

إذن عندما ن = ٥، تكون سرعة السيّارة ٢٥ م/ثانية (ذكِّر الطلبة بوضع وحدات القياس).

لتحديد الوقت الآخر الذي تسير فيه السيارة بهذه السرعة، يجب إدراك الأمر التالي: إذا رسموا مستقيمًا أفقيًّا عند السرعة = ٢٥ م/ثانية، فإن المرة التالية التي يتم فيها الوصول إلى هذه السرعة تكون عندما يتقاطع هذا المستقيم مع الرسم البياني مرّة أخرى.

اعرض الشريحة ٦



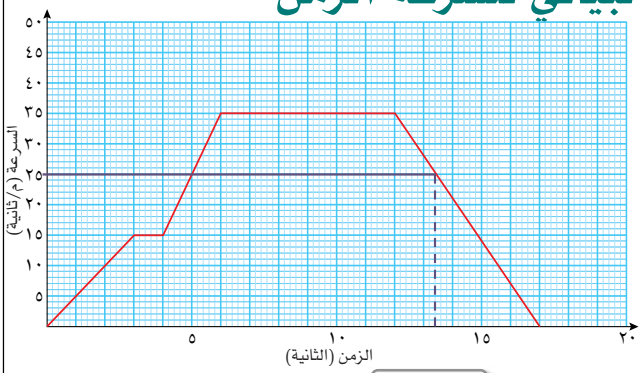
نقطة نقاش ٤

اسأل الطلبة عن كيفية إيجاد التسارُع باستخدام التمثيل البياني للسرعة-الزمن (من خلال إيجاد مَيل المستقيم)، ثم اسألهم عن التباطُؤ (معدل انخفاض السرعة بمرور الزمن) وناقشهم في كيفية التعرُّف على فترة التباطُؤ من التمثيل البياني (يدل المَيل السالب، أي نحو الأسفل، على التباطُؤ)، ثم اسألهم: لماذا يُمثِّل المَيل بين ١٢ ثانية و١٧ ثانية تباطُؤًا وليس تسارُعًا؟

اعرض الشريحة ٧

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-٢ التمثيل البياني للسرعة-الزمن



(د) أوجد سرعة السيّارة بعد مرور ٥ ثوانٍ. ٢٥ م/ثانية

ثم حدِّد الوقت الآخر الذي تسير السيّارة فيه بهذه السرعة أيضًا. ١٣,٤ ثانية

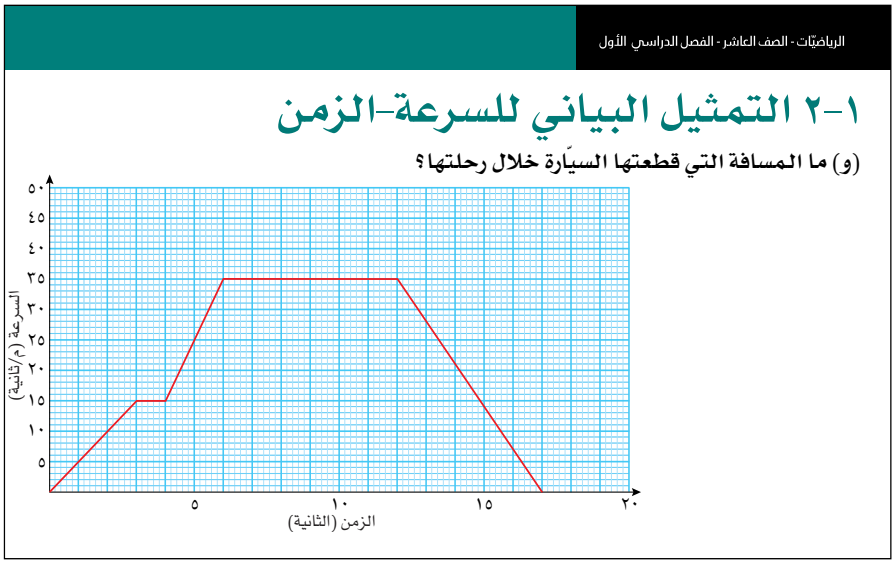
(هـ) أوجد التباطُؤ، عندما تحاول السيّارة التوقُّف.

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغيُّر في السرعة (م/ثانية)}}{\text{الزمن (ثانية)}} = \frac{٠ - ٣٥}{١٢ - ١٧} = \frac{٣٥}{٥} = ٧ \text{ م/(ثانية)}^{٢}$$

التباطُؤ يساوي ٧ م/(ثانية)^{٢}
أو التسارُع = -٧ م/(ثانية)^{٢}

ملاحظة: وضّح للطلبة أنه بالإمكان كتابة الإجابة بالصورتَين المعروضتَين في الشريحة، ولكن إذا أرادوا ترك الإجابة في صورة عدد موجب، فيجب عندها أن يذكروا أنه تباطُؤ؛ وإذا أرادوا ترك الإجابة في صورة عدد سالب، فيجب عندها أن يذكروا أنه تسارُع.

اعرض الشريحة ٨

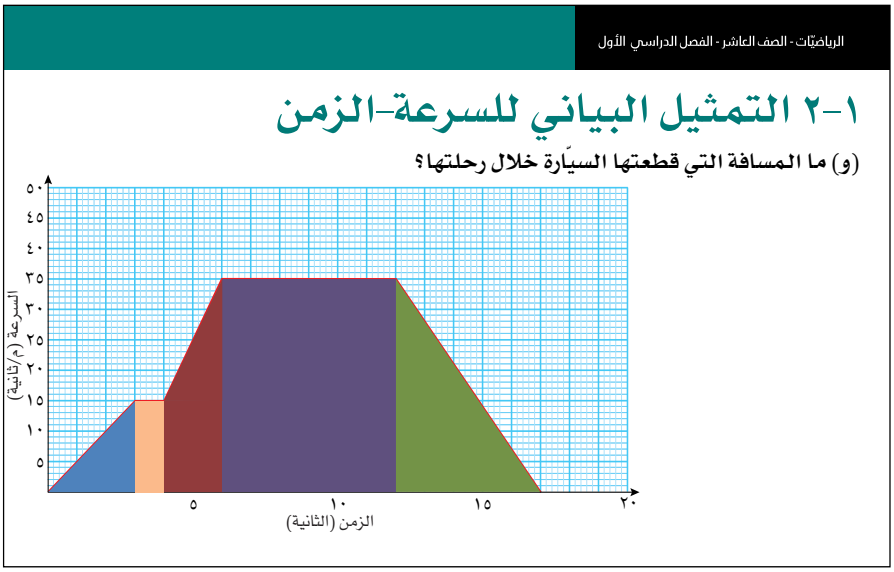


نقطة نقاش ٥

للإجابة عن الجزئية (و)، اسأل الطلبة: ما الذي يُمثِّل المسافة المقطوعة على التمثيل البياني للسرعة-الزمن؟ تمثِّل المساحة الواقعة أسفل التمثيل البياني إجمالي المسافة المقطوعة. يمكنك تنبيه الطلبة إلى أن المساحة تحت التمثيل البياني تعطي المسافة من خلال إظهار وحدة الزمن عندما يتمّ ضرب الوحدات.

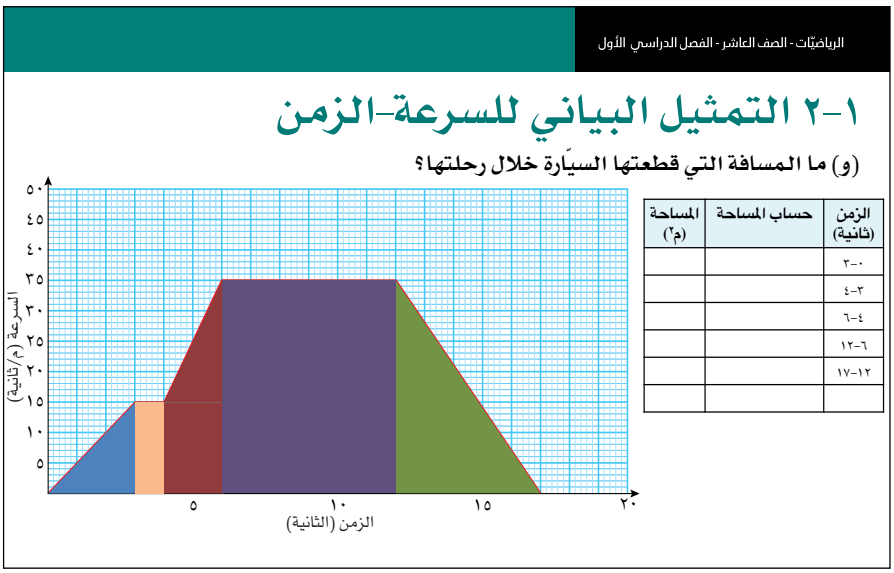
كيف توجد المساحة الواقعة أسفل التمثيل البياني؟

اعرض الشريحة ٩



الطريقة الأسهل لإيجاد المسافة الإجمالية المقطوعة هي تقسيم المساحة الواقعة أسفل التمثيل البياني إلى مُثلَّثات ومُستطيلات وأشباه منحرفات ثم إيجاد المساحات المختلفة وجمعها معًا.

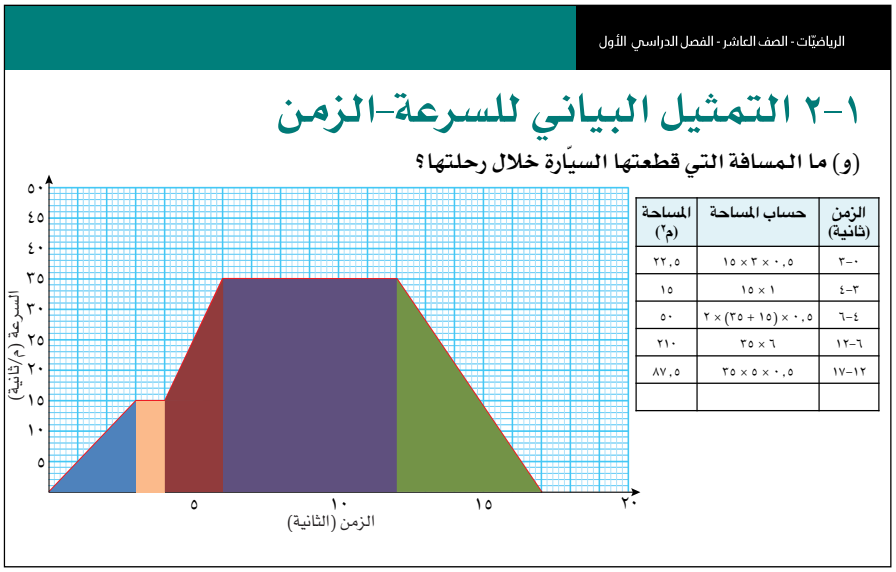
اعرض الشريحة ١٠



يمكن لجدول مثل الجدول المعروض أن يُساعد على إيجاد المطلوب، لأنه يُبيِّن عرض كل قسم.
يوجد مثلثان ومستطيلان وشبه منحرف واحد.

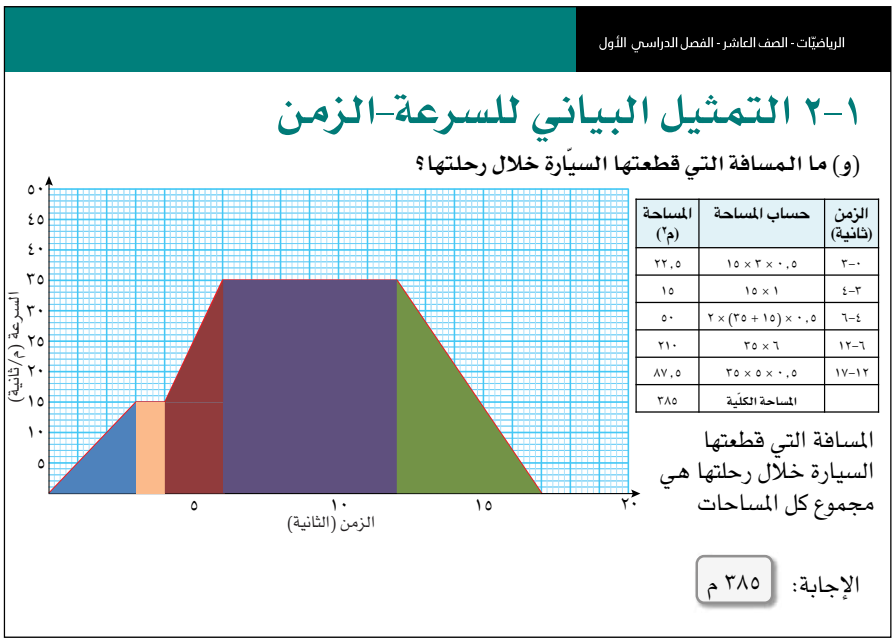
والآن أوجد المساحات!

اعرض الشريحة ١١



تعرض هذه الشريحة العمليات الحسابية لكل شكل هندسي.

اعرض الشريحة ١٢



إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الأولى

تمارين ١-١

١) أ ١٤٠° ف ب ٦٠° ف

ج −١٦° س د ٣٨° س

٢) الإجابات المعطاة تقديرية.

أ ٣٦ ريالاً عُمانيًّا

ب ١٢٦ جنيهًا إسترلينيًّا

ج (١) صحيح

(٢) ١٨ جنيهًا إسترلينيًّا = ٨ ريالات عُمانية

(٣) ٦٠ جنيهًا إسترلينيًّا = ٢٧ ريالاً عمانيًّا

(٤) صحيح

٣) أ ٦,٤ ريالات عمانية

ب ٢٣,٤ لترات

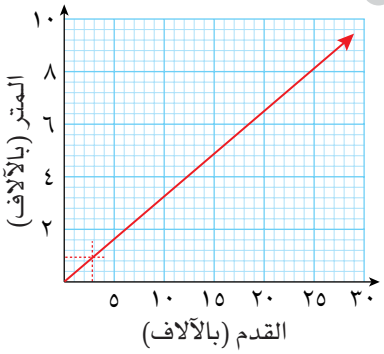
ج ٢,١٤ ريالات عُمانيّة

د تكلفة ١٠ لترات تساوي ٢,١٤ ريالات عُمانية. اضرب الناتج في العدد ٨ لتحصل على أن تكلفة ٨٠ لترًا تساوي ١٧,١٢ ريالاً عُمانيًّا

٤) أ ١٤٥ دقيقة ب ٤,٢٥ كجم

ج بالعودة إلى التمثيل البياني، ستكون كتلة قطعة اللحم صفر كغم، مما يعني أنها لا تحتاج إلى أي زمن لتنضج. لذا لا يمكن استخدام هذا التمثيل البياني للحوم ذات الكتل الصغيرة جدًّا والتي تستغرق أقل من ١٠ دقائق للطهي.

٥) أ



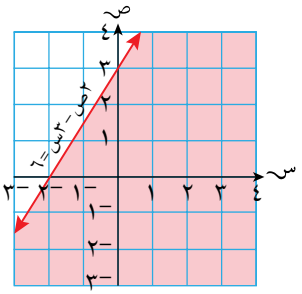
ب في الجزئيتين ب ، ج، الإجابات المعطاة تقديرية.

٩٩٠٠ قدم (يمكن أن تتعدَّد الإجابات بالزائد أو بالناقص ١٠٠ قدم)

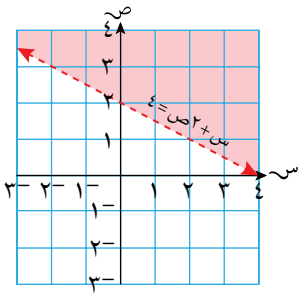
ج ١٠٣٠ م

تمارين ١-٢-أ

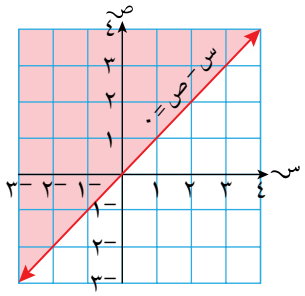
١)



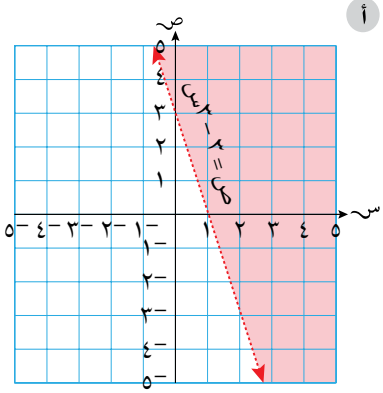
٢)



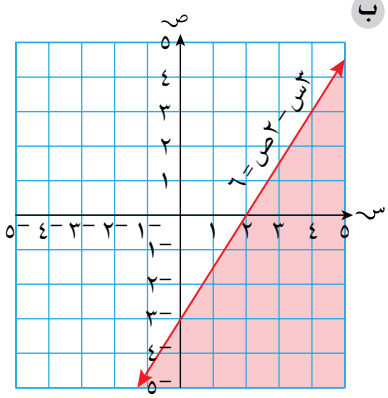
٣)



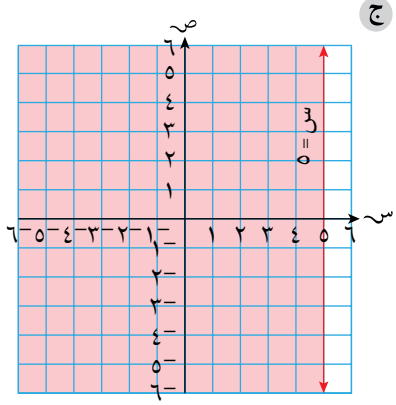
٤) أ



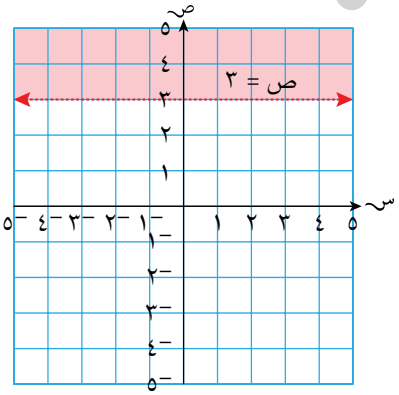
ب



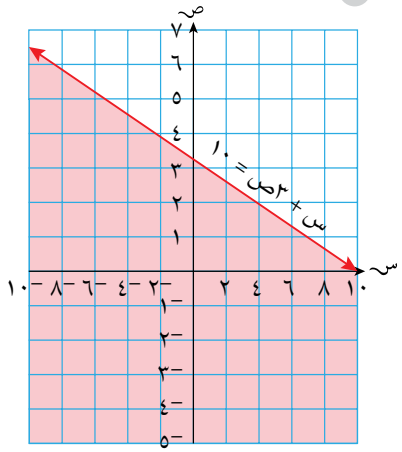
ج



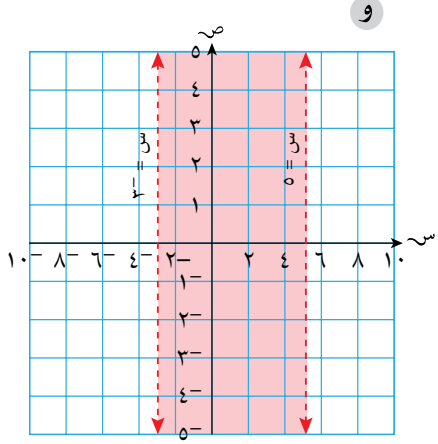
د



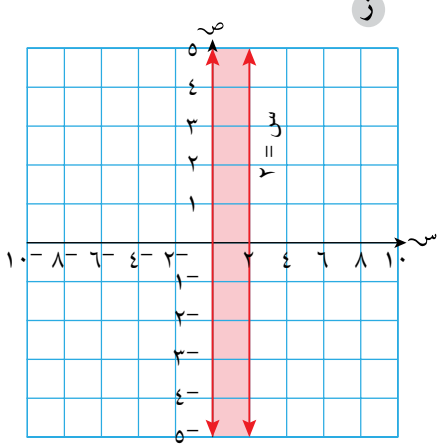
هـ



و



ز



٥) أ أعلى ب أسفل

ج أعلى وأسفل

٦) أ ص ⩾ ٤س + ٥

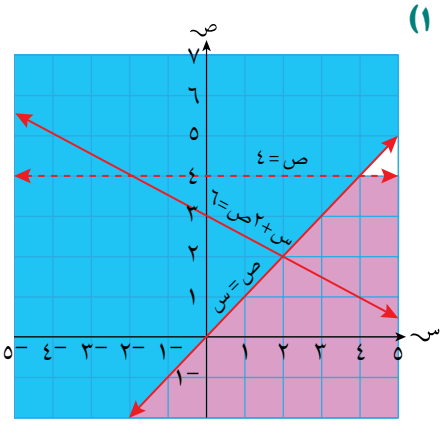
ب س + ص > ٣

ج ص ⩽ $\frac{١}{٣}$س + ١

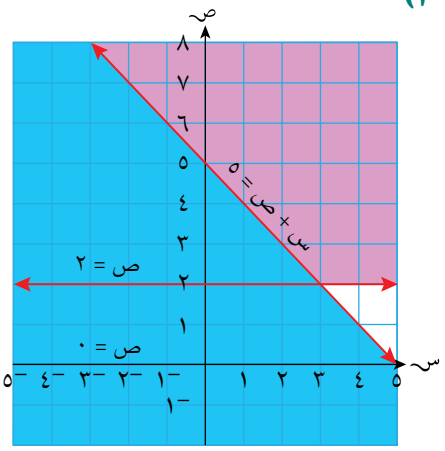
د ص ⩾ $\frac{-٣}{٢}$س

تمارين ١-٢-ب

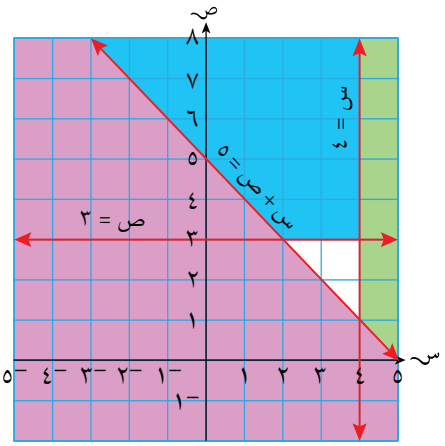
١)



٢)



٣) أ و ب



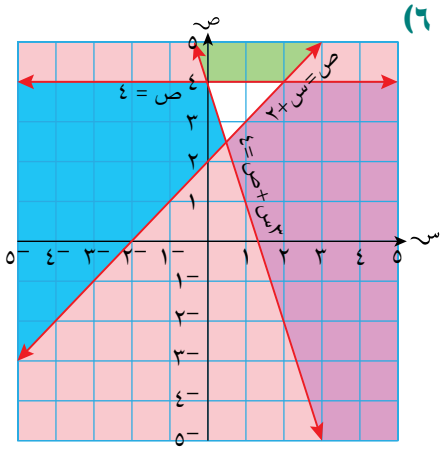
٤) ص ⩾ −س + ٤،

ص > ٢س + ١، س ⩾ ٢

٥) (٣، ٠)، (٢، ٠)، (٢، ١)، (١، ١)،

(١، ٢)، (١، ٠)، (٠، ٣)، (٠، ٢)

٦)



(٠، ٤) (١، ٤) (٢، ٤) (١، ٣)

تمارين ١-٣

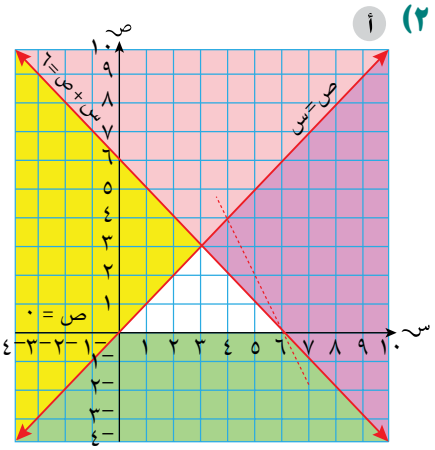
١) أكبر قيمة ممكنة عند (٦,٦) هي:

٣(٦) + ٢(٦) = ٣٠

أصغر قيمة ممكنة عند (−٢، ٦) هي:

٣(−٢) + ٢(٦) = ٦

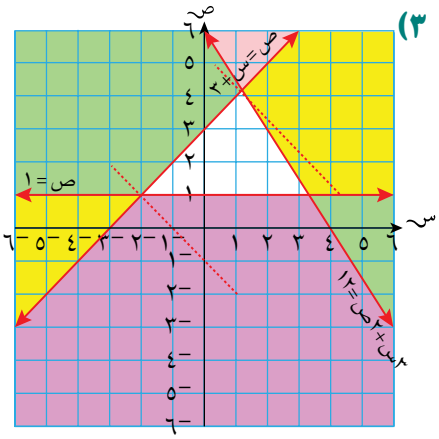
٢) أ



ب الإحداثيات (٦، ٠):

٢(٦) + ٠ = ١٢

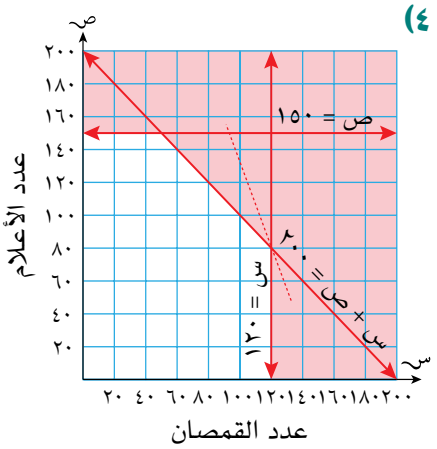
٣)



أكبر قيمة عند النقطة (٢,١، ٤,٢) هي ٥,٤

وأصغر قيمة عند النقطة (−٢، ١) هي = −١

٤)



ليكن س عدد القمصان وص عدد الأعلام.

س ⩾ ١٢٠

ص ⩾ ١٥٠

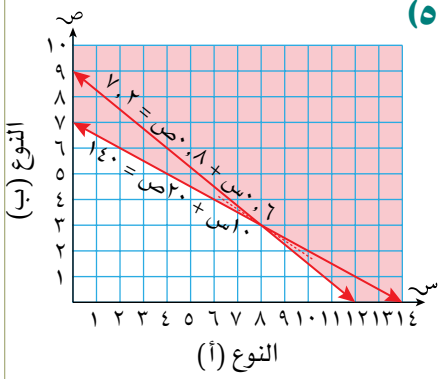
س ⩽ ٠

ص ⩽ ٠

س + ص ⩽ ٢٠٠

يجب أن يحيك الطلبة ١٢٠ قميصًا و ٨٠ علمًا ليحصلوا على أكبر دخل ممكن من المبيعات.

٥)



ليكن س عدد الخزائن من النوع (أ)

و ص عدد الخزائن من النوع (ب)

٠,٦ س + ٠,٨ ص ⩾ ٧,٢

١٠س + ٢٠ص ⩾ ١٤٠

س ⩾ ٠

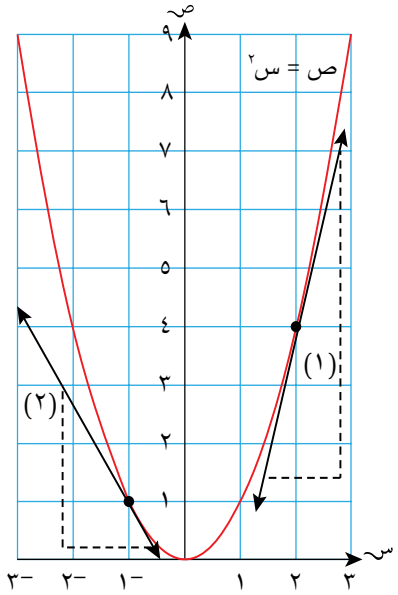
ص ⩾ ٠

المطلوب أكبر قيمة للعبارة الجبرية (٠,٨ س + ٢,١ص)

يجب أن تشتري مديرة المدرسة ٨ خزائن من النوع (أ) و٣ خزائن من النوع (ب) لتحصل على أكبر حجم تخزين.

تمارين ١-٤-(أ، ب)

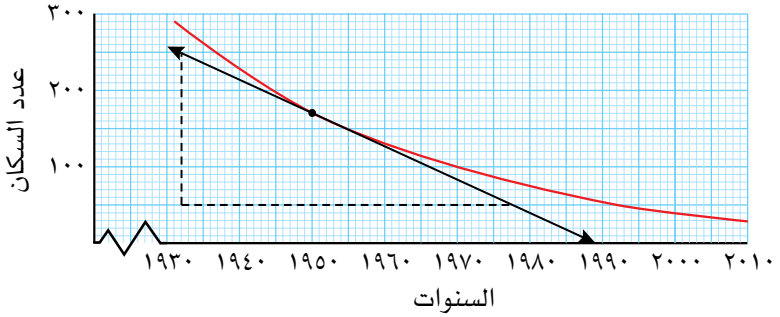
١) أ الإجابات المعطاة تقديرية لأنّ من غير الممكن رسم المماسات بدقّة مثالية.



(١) ٤ (٢) −٢

ب (−١,٥، ٢,٢٥)

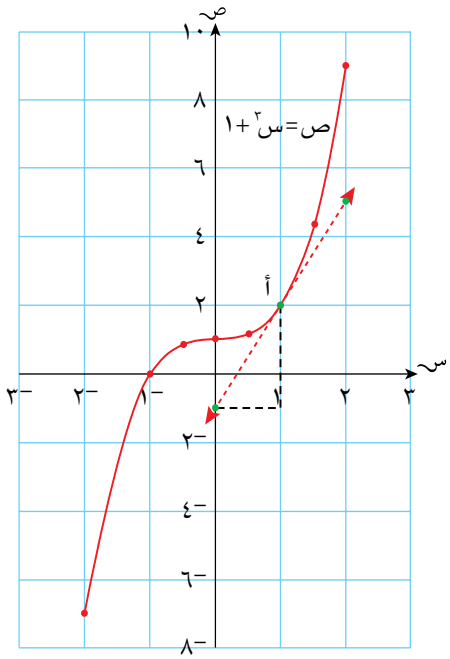
٢) أ



المَيل عند النقطة (١٩٥٠، ١٧٠) يساوي $-٤,٤$

ب مُعدّل التغيُّر السكّاني في القرية عام ١٩٥٠م تناقص بمعدل ٤,٤

٣) أ



ب الإجابة المعطاة تقديرية: ٣

تمارين ١-٥-أ

١) أ ٧٠٠ م ب ٧ دقائق

ج عند الساعة ٠٩:٠٧ وعند الساعة ٩:٢١

د عندما ذهبت من منزلها الى المتجر.

أفضل طريقة لمعرفة ذلك هي ملاحظة أن مَيل المستقيم المتّجه إلى المتجر أكثر انحدارًا من المستقيم العائد من المتجر.

يمكنك أيضًا ملاحظة أن الأمر قد استغرق ١٠ دقائق للوصول إلى هناك و١٣ دقيقة للوصول إلى المنزل.

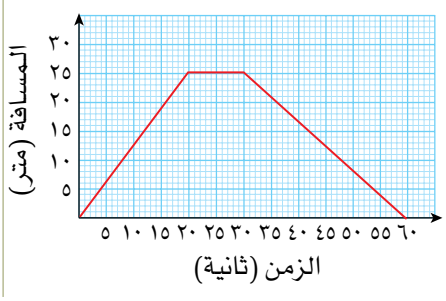
٢) أ ٤٥ دقيقة ب ١٧:٥٥

ج ١٧:١٥

يعيش صديق عمر على بعد كيلومترَين.

إذا كانت سرعة أخيه ٤ كم في الساعة، فسوف يستغرق الأمر نصف ساعة.

٣) أ



ب ١٥ م ج ٥ م

تمارين ١-٥-ب

١) تتنوع الإجابات، أمثلة:

(من اليمين إلى اليسار)

أ يتحرّك الجسم في الاتّجاه الصادي بسرعة ثابتة. مثال: إطلاق بالون مملوء بالهيليوم في قاعة كبيرة.

ب الجسم ثابت. مثال: سيّارة متوقّفة.

ج يتحرَّك الجسم في الاتّجاه الصادي بسرعه ثابتة ثم يتغيّر اتّجاهه فجأة، ويتحرّك بسرعة أكبر. مثال: رمي حجر إلى الأعلى.

د يتحرَّك الجسم بسرعة كبيرة في الاتّجاه الصادي بسرعة ثابتة، ثم يتوقّف ويبقى ثابتًا لبعض الوقت، ثم يكمل في الاتّجاه نفسه بالسرعة السابقة نفسها، ثم يتوقّف ويستقرّ مرّة أخرى. مثال: حافلة تسافر من المدينة (أ) إلى المدينة (ب)، متوقّفة في المدينة (ج) بينهما.

هـ يتحرَّك الجسم ببطء في البداية، ثم بسرعة كبيرة، ثم ببطء مرّة أخرى في الاتّجاه الصادي. مثال: يتدرّب عدّاء أولمبي في فترات.

و يتحرَّك الجسم بسرعة ثابتة في الاتّجاه المُعاكس للاتّجاه

الصادي، ثم يغيّر اتّجاهه فجأة ويتحرَّك بسرعة أكبر قليلاً في الاتّجاه الصادي.
مثال: سيارة تتراجع ثم تتقدّم.

٢) أ ٦ دقائق

ب ١٠ كم/ساعة يركض أحمد مسافة كيلومتر واحد في ٦ دقائق، لذا في غضون ٦٠ دقيقة (أي ساعة واحدة) سيركض مسافة ١٠ كيلومترات

ج ٣ دقائق

د ٣,٣٣ م/ثانية يركض مسافة ١ كم في ٥ دقائق، أي ١٠٠٠ متر في ٣٠٠ ثانية. أي $\frac{١٠٠٠}{٣٠٠}$ م/ثانية

٣) أ خلال أوّل ٥٠ دقيقة، قطعت السيّارة مسافة ١٠ كم بسرعة ١٢ كم/ساعة، ثم توقّفت لمدة ٥٠ دقيقة، ثم استغرقت ٢٠ دقيقة للعودة إلى نقطة البداية بسرعة ٣٠ كم/ساعة. توقّفت السيّارة بعد ذلك لمدّة ٤٠ دقيقة، ثم قطعت مسافة ٥ كيلومترات خلال ٤٠ دقيقة بسرعة ٧,٥ كم/ساعة، ثم توقّفت لمدّة ٤٠ دقيقة.

ب ١٣٠ دقيقة (المنحنى أفقي)

ج ٢٥ كم

د (١) ٤ كم خلال ٢٠ دقيقة، أي ٤ × ٣ كم خلال ٢٠ × ٣ دقيقة، أي ١٢ كم خلال ٦٠ دقيقة.
١٢ كم/ساعة

(٢) ١٠ كم/ساعة

(٣) ٥ كم خلال ٥٠ دقيقة، أي ٦ كم خلال ٦٠ دقيقة.
٦ كم/ساعة

(٤) ٢٥ كم خلال ٤ ساعات، أي ٢٥ ÷ ٤ كم خلال ٤ ÷ ٤ ساعات، أي ٦,٢٥ كم خلال ١ ساعة.
٦,٢٥ كم/ساعة

٤) أ هناك أسئلة أخرى ممكنة، وهذه مجرد أمثلة:
- ما الوقت الإجمالي الذي تستغرقه المروحية للوصول إلى ارتفاع ١٦ مترًا؟
- متى كانت المروحية في حالة هبوط؟
- متى كانت المروحية في حالة صعود؟
- في أي فترة زمنية كانت السرعة الرأسية هي الأكبر؟
- بأي سرعة كانت المروحية تسير في الفترة بين ثانيتَين وأربع ثوانٍ؟

ب راقب إجابات الطلبة

تمارين ١-٥-ج

١) أ ١٥٠٠ م ب ٢ م/ثانية

ج كان متوقّفًا

د ٦٠٠ م في ٢٠ دقيقة، أي ٦٠٠ م في ١٢٠٠ ثانية.
$\frac{٦٠٠}{١٢٠٠} = ٠,٥$
٠,٥ م/ثانية

٢) أ ٦ م/ثانية ÷ ٣ ثوانٍ = ٢ م/(ثانية)^{٢}

ب ٣٥ م.

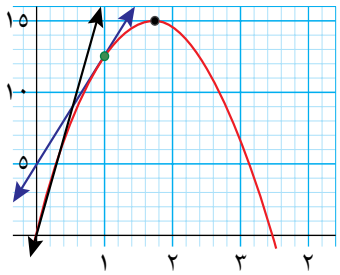
ج السرعة المتوسّطة هي المسافة الإجمالية مقسومة على الوقت الإجمالي:
$\frac{٣٥}{١٠} = ٣,٥$
٣,٥ م/ثانية

٣) أ ٢٠ م/ثانية ÷ ٢٠ ثانية = ١ م/(ثانية)^{٢}

ب ١٠٠ م

ج المسافة الإجمالية (وهي المساحة تحت التمثيل البياني) = ٩٠٠ م.
الوقت الإجمالي ٦٠ ثانية.
السرعة المتوسّطة $\frac{٩٠٠}{٦٠}$
= ١٥
١٥ م/ثانية

٤) أ ١٥ م ب حوالي ٣,٥ ثانية



ج حوالي ٧,٣ م/ثانية (بما أنّ رسم المستقيم تمّ بالعين المجرّدة، فمن المعقول أن يسقط مَيل المماس قليلاً على طرفَي ٧,٣)

د ١٧,٣ م/ثانية (يساوي ميل المماس عند النقطة س = ٠)

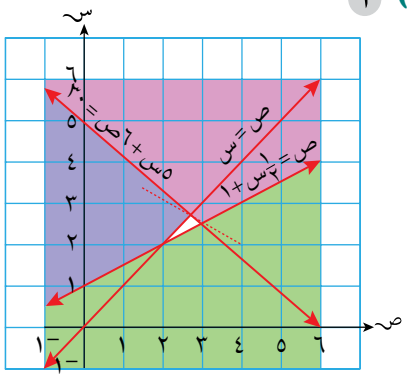
هـ ٠ م/ثانية لأن المماس أفقي عند س = ١,٧

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ ١٠٤ كم/ساعة (يمكن قراءتها من التمثيل البياني)

ب ٦٩ ميلاً/ساعة (يمكن قراءتها من التمثيل البياني)

٢) أ

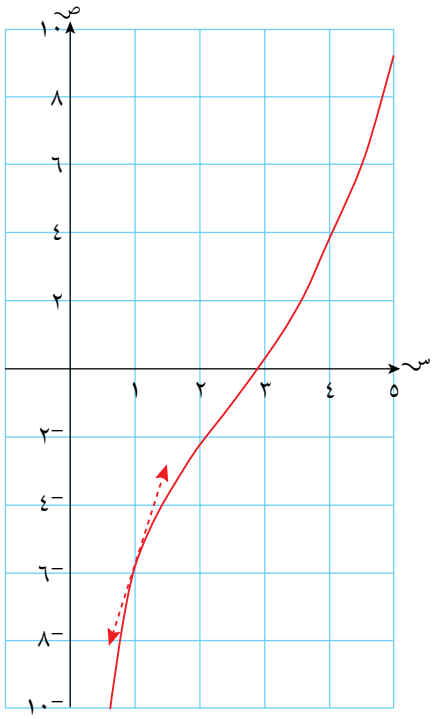


ب أكبر قيمة ممكنة للعبارة الجبرية س + ٢ص هي $٨\frac{٢}{١١}$ (يحدث ذلك عند تقاطع المستقيمَين س = ص، ٥س + ٦ص = ٣٠)، أي عند النقطة $(\frac{٣٠}{١١}، \frac{٣٠}{١١})$

٣) أ ف = −١٠، ع = ٦,٣، ر = ٩,٢

ب

س	٠,٦	١	١,٥	٢	٢,٥	٣	٣,٥	٤	٤,٥	٥
ص	−١٠	−٥,٩	−٣,٧	−٢,٣	−١,١	٠,٣	١,٩	٣,٨	٦,٣	٩,٢

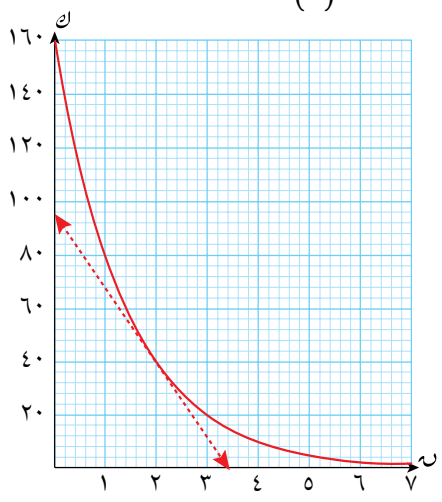


ج س = ٢,٩ (ابحث عن مكان تقاطعها مع المحور السيني)

د المَيل التقريبي = ٦

٤) أ (١) ف = ١٦٠، ع = ١٠، ر = ٢,٥

(٢)



(٣) معدّل التغيُّر = −٢٨,٢

ب ن = ١ دقيقة (عندما ن = ١، ك = $\frac{١٦٠}{١٢}$ = ٨٠

م = ١٦٠ − ٨٠ = ٨٠

أي م = ك)

٥) أ ٩٠ كم/ساعة

ب ٥ دقائق تساوي $\frac{١}{١٢}$ من الساعة.

١,٥ ÷ $\frac{١}{١٢}$ = ١٨ كم/(ساعة)^{٢}

ج ١٥ كم

د ٢,٥ دقيقة

هـ ٠,٣ كم/دقيقة = ١٨ كم/ساعة

و ١٧,٥ كم

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الأولى

تمارين ١-١

١) أ ١ وحدة = ١٠ ريالات عُمانية

ب (١) ١٣٠ دولارًا أميركيًّا

(٢) ٢٦٠ دولارًا أميركيًّا

(٣) ١٣٠٠ دولار أميركي

ج (١) ٨٠ ريالاً عُمانيًّا

(٢) ٦٤٠ ريالاً عُمانيًّا

٢) أ التحويل في درجات الحرارة من الدرجات بالفهرنهايت إلى الدرجات السيليزية.

ب (١) ٣٢ °ف (٢) ٥٠ °ف

(٣) ٢١٠ °ف

ج قد تكون درجات الحرارة في الفرن معروضة بالفهرنهايت، لكن ربّما واجهت أيضًا انقطاعًا في التيّار الكهربائي أو مشكلة عملية أخرى.

د يتحدثون عن الفهرنهايت، لأن درجة الحرارة ٥٠ °س تؤدّي إلى طقس حارّ وليس إلى طقس بارد.

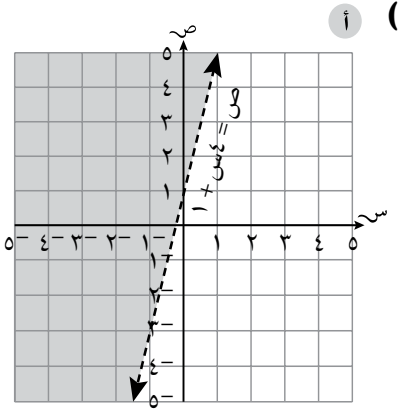
٣) أ ٩ كجم ب ٤٥ كجم

ج (١) ٢٠ كجم (٢) ٣٥ كجم

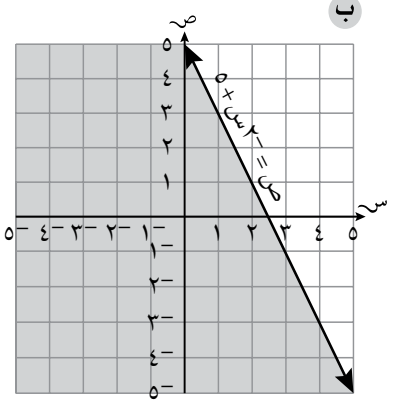
(٣) ١٤٥ باوندًا

تمارين ١-٢-أ

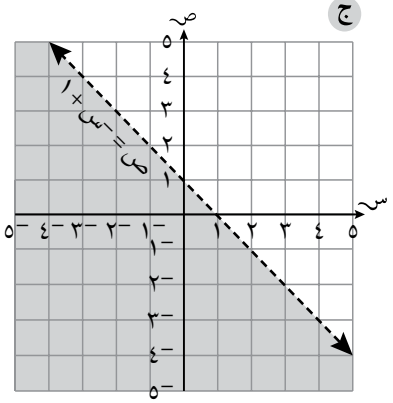
١) أ



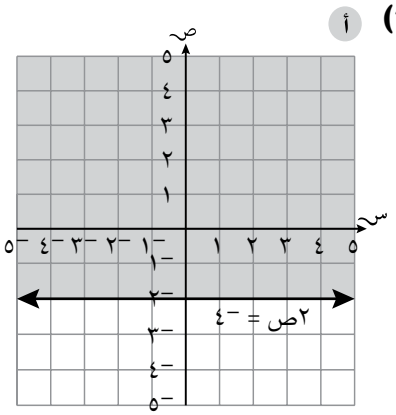
ب



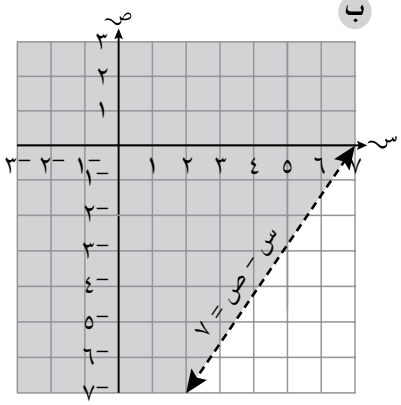
ج



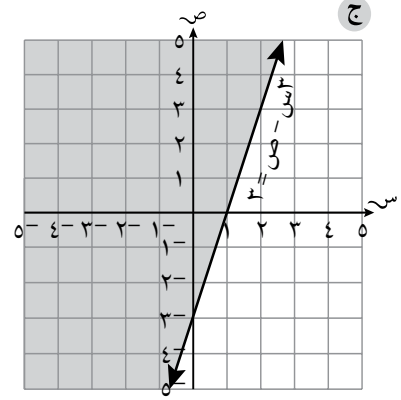
٢) أ



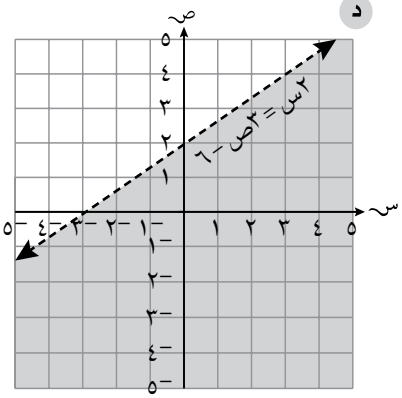
ب



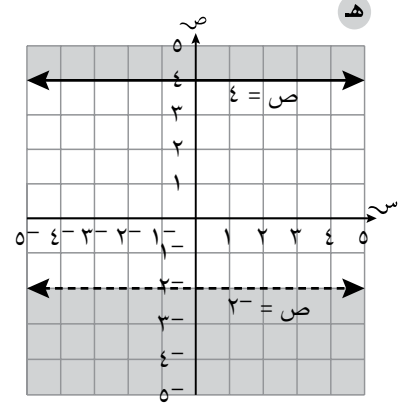
ج



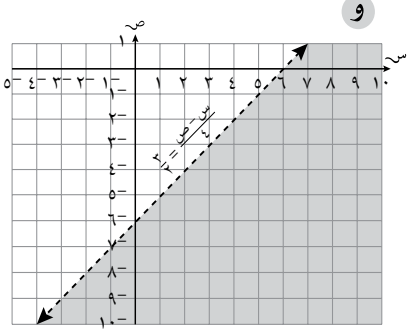
د



هـ



و



٣) أ ص ≤ ٢س − ١

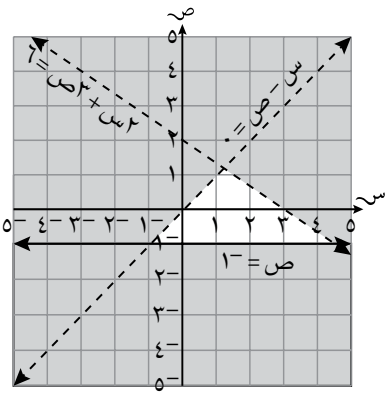
ب ص > −٤س + ٣

ج ص < $-\frac{١}{٢}$س

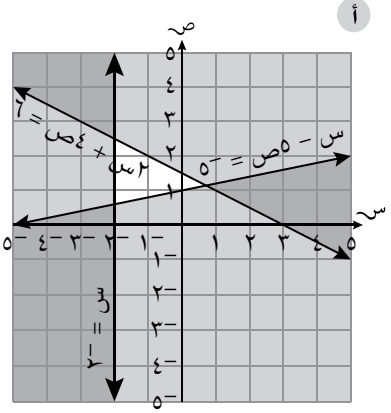
د ص ≤ −س − ٣

تمارين ١-٢-ب

١)



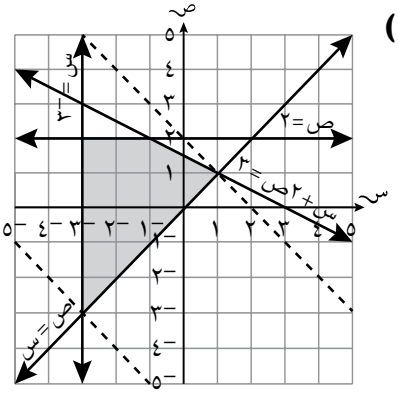
٢) أ



ب (−٢، ٢)، (−٢، ١)، (−١، ٢)، (٠، ١)، (−١، ١).

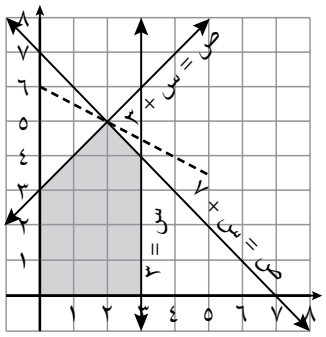
تمارين ١-٣

١)



أكبر قيمة ممكنة تقع عند النقطة (١، ١)، أي ١ + ١ = ٢؛ وأصغر قيمة ممكنة تقع عند النقطة (−٣، −٣)، أي −٣ + −٣ = −٦

٢) أ



ب أكبر قيمة ممكنة تقع عند النقطة (٢، ٥)، أي ٢ص + س = ١٢

٣) ليكن س = عدد قطع حلوى الشوكولاتة وص = عدد قطع حلوى الفراولة.

س ≥ ٣٠

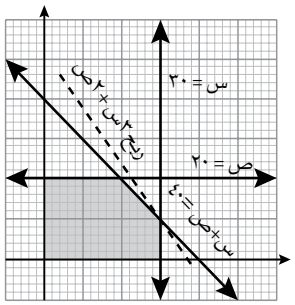
ص ≥ ٢٠

س ≥ ٠

ص ≥ ٠

س + ص ≥ ٤٠

الربح هو ٣س + ٢ص، أي ٣ مضروبًا في عدد قطع حلوى الشوكولاتة زائد ٢ مضروبًا في عدد قطع حلوى الفراولة.



للحصول على أكبر ربح، س = ٣٠، ص = ٢٠

قيمة أكبر ربح هي ١٣٠ ريالاً عمانيًّا

٤) ليكن س = عدد لترات مُركّز البرتقال، وص عدد لترات مُركّز الليمون.

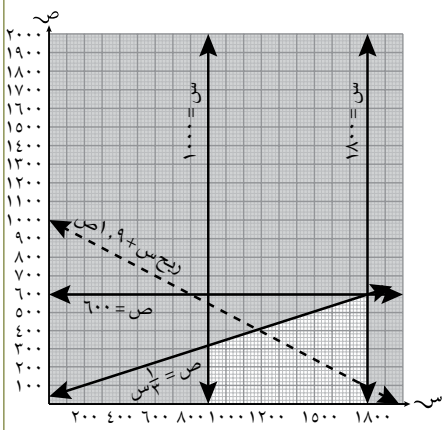
المطلوب هو الحصول على أكبر مكسب، لذا يجب إنتاج على الأقل ٣ لترات من مُركّز عصير البرتقال مقابل كل لتر واحد من مُركّز عصير الليمون، وهذا يعني أن س ≥ ٣ص.

يجب إنتاج ما لا يقل عن ١٠٠٠ لتر وما لا يزيد عن ١٨٠٠ لتر من مُركّز البرتقال، وهذا يعني س ≤ ١٠٠٠ ، س ≥ ١٨٠٠

وبخصوص مُركّز عصير الليمون، المطلوب ألّا يزيد عن ٦٠٠ لتر، أي ص ≥ ٦٠٠

يباع مُركّز عصير الليمون بـ ١,٩ ريال عماني للتر الواحد ويباع

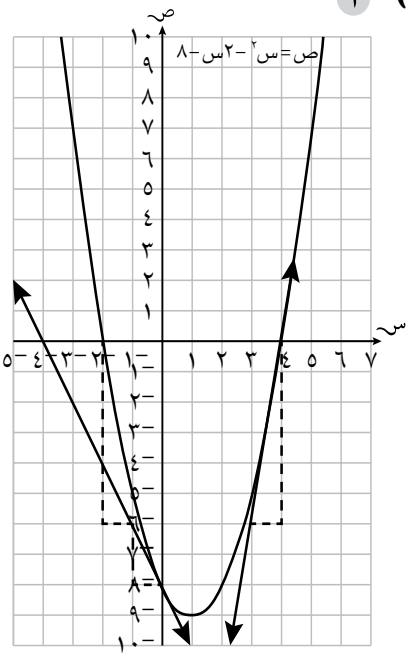
مُركّز عصير البرتقال بـ ١ ريال عماني للتر الواحد، لذا نحتاج إلى الحصول على أكبر مكسب لـ ٩ ,١ص + ١س



للحصول على أكبر مكسب (٢٩٤٠ ريالاً عُمانيًّا)،
س = ١٨٠٠، ص = ٦٠٠

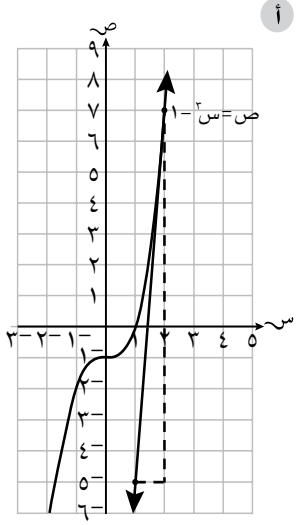
تمارين ١-٤

١) أ



ب (١) ٢− (٢) ٦، ٦−

٢) أ



ب الميل = ١٢

٣) يجب أن تكون الإجابات قريبة من التالي:
مع وجود الضوء ≈ ١٤ سم يوميًّا
دون وجود الضوء ≈ ١ سم يوميًّا

تمارين ١-٥-أ

١) أ (١) ١٠٠ كم
(٢) ٢٠٠ كم
(٣) ٣٠٠ كم

ب توقفت السيارة

ج ٢٥٠ كم

تمارين ١-٥-ب

١) أ ساعتان

ب ١٩٠ دقيقة = ٣ ساعات و١٠ دقائق

ج ١٢٠ كم/ساعة

د (١) ١٢٠ كم
(٢) ٨٠ كم

هـ ٤٨ كم/ساعة

و ٤٠ دقيقة

ز ٥٠ دقيقة

ح ٥٣,٣ − ٤٨ = ٥,٣ كم/ساعة

ط محمود ١٢ ظهرًا، أحمد ١١:٣٠ صباحًا.

تمارين ١-٥-ج

١) أ (١) ٤٠ كم/ساعة
(٢) ١٢٠ كم/ساعة

ب ٣,٥ دقائق

ج ٦ دقائق تساوي $\frac{١}{١٠}$ من الساعة
١٢٠ كم/ساعة ÷ ٠,١ ساعة
= ١٢٠٠ كم/(ساعة)^{٢}

د المساحة تحت التمثيل البياني = ٠,٥ × ٠,١ × ١٢٠
= ٦ كم

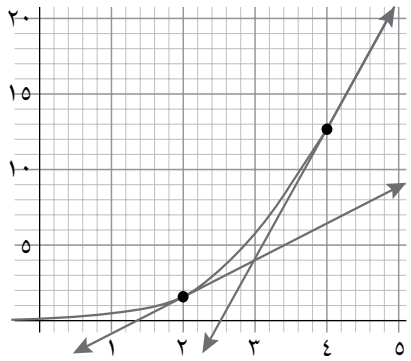
٢) أ ٠ − ٣٠ ثانية، $\frac{٥}{٦}$ م/(ثانية)^{٢}

ب بعد ٧٠ ثانية،
٠,٥ م/(ثانية)^{٢}

ج سار القطار بسرعة ثابتة عند ٢٥ ثانية. وكانت سرعته ٢٥م/ثانية وتساوي:
$(\frac{٢٥}{١٠٠٠}) \times ٣٦٠٠ =$
٩٠ كم/ساعة

د المساحة تحت التمثيل البياني = المسافة التي قطعها القطار خلال دقيقتَين
= ٢٠٠٠ م = ٢ كم

٣)



أ مَيل المماس هو ٢,٤

ب مَيل المماس هو ٩,٦

إجابات تمارين متنوعة

١) أ التمثيل البياني للتحويل من جالونات إلى لترات.

ب (١) ٤٥ لترًا

(٢) ١١٢,٥ لترًا

ج (١) ٣,٣٣ جالونات

(٢) ٢٦,٦٧ جالونًا

د (١) ٤٨,٣ كم/جالون

٦٧,٦٢ كم/جالون

(٢) اقسم الناتج في الجزئية د (١) على ٤,٥٤٦

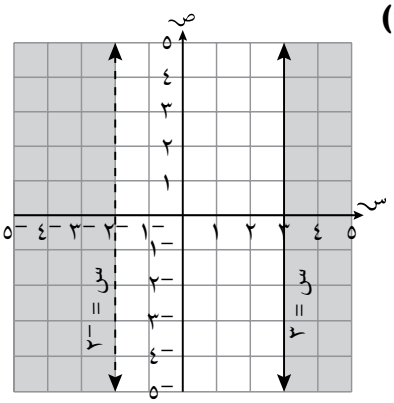
المعدّل الأوّل =

١٠,٦٢ كم/لتر

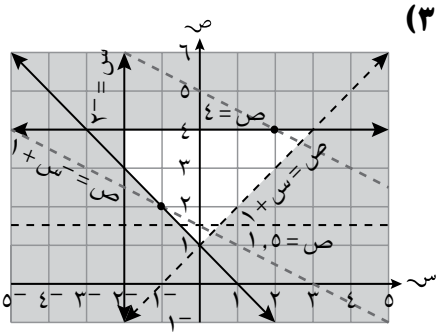
المعدّل الثاني =

١٤,٨٧ كم/لتر

٢)



٣)



الأعداد الصحيحة لأصغر قيمة هي:

س = −٢، ص = ٢ والتي تعطي

$\frac{\text{س}}{٢}$ + ص = ١,٥

الأعداد الصحيحة لأكبر قيمة هي:

س = ٢، ص = ٤ والتي تعطي

$\frac{\text{س}}{٢}$ + ص = ٥

٤) أ ١٥٠ كم

ب بعد ساعتَين توقَّفت لمدة ساعة

ج ١٥٠ كم/١,٥ ساعة = ١٠٠ كم/ساعة

د ٢٠٠ كم/ساعتان = ١٠٠ كم/ساعة

هـ ٥٠٠ كم/ساعة

٥) أ ٢٠ ثانية

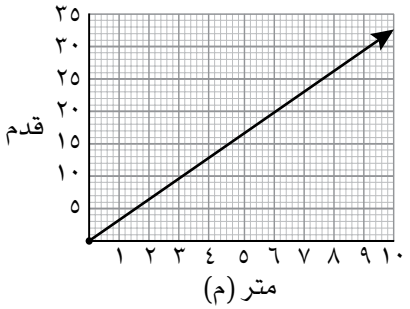
ب ٢ م/(ثانية)^{٢}

ج ٢٠٠ متر

د ١٠٠ متر

تمارين المراجعة:
استخدام التمثيلات البيانيّة

١) يُبيّن التمثيل البياني أدناه العلاقة بين الطول بالأمتار (م) والطول بالأقدام.



أ حوّل ٣ أمتار إلى أقدام.

ب إذا كان ارتفاع سقف قاعة ١٥ قدمًا، فما ارتفاع سقفها بالأمتار؟

ج إذا كان طول سعاد يبلغ حوالي ستّ أقدام، فما طولها بالأمتار؟

٢) مثّل كلًّا من المُتباينات التالية بيانيًّا، بتظليل المنطقة التي تمثلها:

أ $ص \geqslant ٢س$

ب $س + ص \geqslant ٤$

ج $٤س + ٤ص \geqslant ٧$

د $ص \leqslant س + ١$

هـ $٤س + ٢ص < ١٢$

و $\frac{٣س}{٢} + ٣ص > ١٢$

ز $\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٣}ص \geqslant \frac{١}{٣}$

ح $ص \geqslant ٤س$

٣) مثّل بيانيًّا المنطقة المُعرّفة بالمُتباينات $س \leqslant ٠$، $ص \leqslant ٠$، $ص + س \geqslant ١٠$، $س + ٢ص \geqslant ١٦$ وذلك بتظليل المنطقة التي لا تمثلها.

٤) يريد سعيد شراء قمصان (ق) وقُبّعات (ع) لبيعها في متجره. تبلغ تكلفة القميص الواحد ١٥ ريالاً عُمانيًّا وتكلفة القبّعة الواحدة ٨ ريالات عُمانيّة. يحتاج سعيد إلى ١٠ قمصان و٢٥ قبّعة على الأقلّ. وهو يعلم من تجاربه السابقة أن عدد القُبّعات التي سيطلبها يجب أن يساوي ضعف عدد القمصان على الأقلّ، وأن التكلفة الإجمالية لطلبه يجب أن تصل إلى ٣٦٠ ريالاً عمانيًّا على الأقلّ، حتى يتمكّن من الحصول على خصم نسبته ٥٪. سوف يبيع القميص الواحد بـ ٢٠ ريالاً عُمانيًّا والقبّعة الواحدة بـ ١٢ ريالاً عُمانيًّا. يعرف سعيد أنه سيبيع كل السلع التي سيشتريها إن وصل مجموعها الكلّي إلى ٤٠ سلعة أو أقل.

استخدم هذه الشروط لكتابة مُتباينات بدلالة ق، ع. ثم ارسم تمثيلاتها البيانية، وظلِّل المساحات التي تمثّلها المتباينات واستخدم ذلك لمعرفة عدد السلع التي يجب أن يطلبها سعيد من كل نوع حتى يحصل على أكبر ربح ممكن من المبيعات.

٥) حلّ المُتباينات الخطّية الآنيّة التالية بيانيًّا:

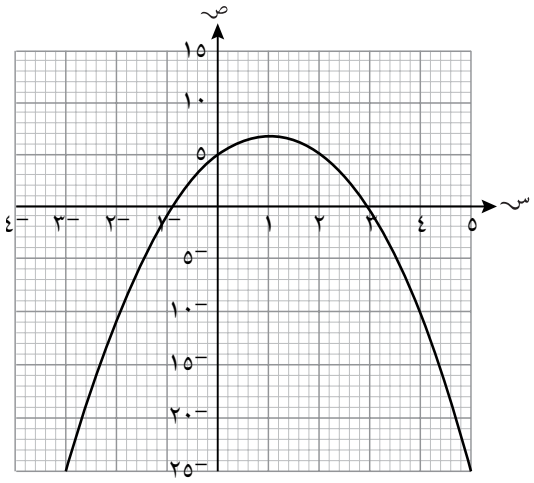
أ) س ⩽ ٢، ص + ٢س ⩾ ١٠

ب) ص − س ⩾ ١، ص + ٢س < ٦

٦) يُبيّن التمثيل البياني المجاور منحنى الدالة ص = −٢س^{٢} + ٤س + ٥ في المستوى الإحداثي. أوجد مَيل المنحنى:

أ) عند س = ٢

ب) عند س = −٢



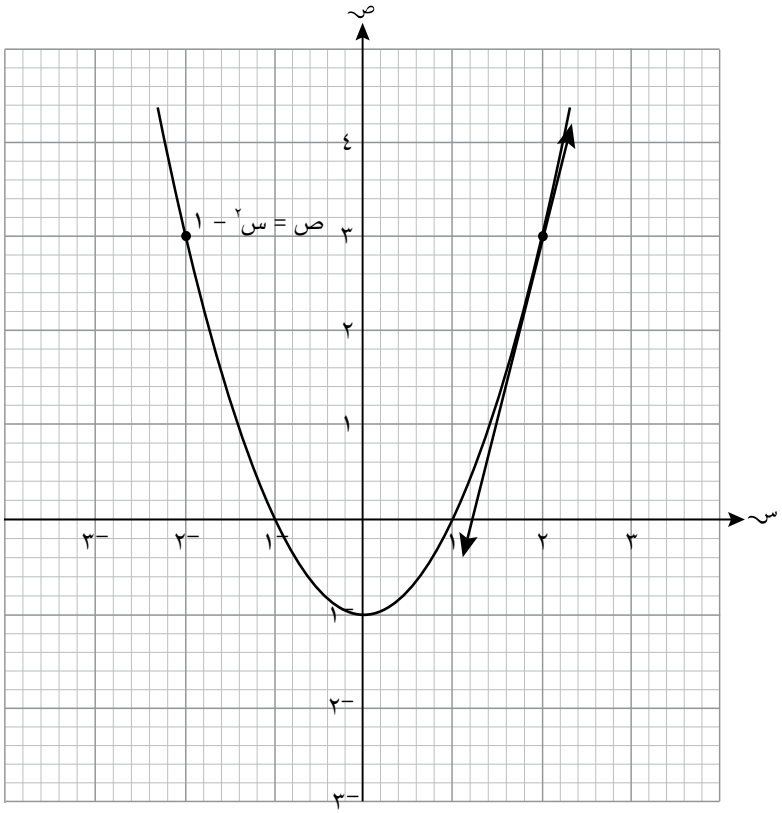
٧) ارسم التمثيل البياني للدالة ص = س^{٢} − ٢س − ٥

ثم أوجد مَيل المنحنى عند كل نقطة من النقطتَين التاليتَين:

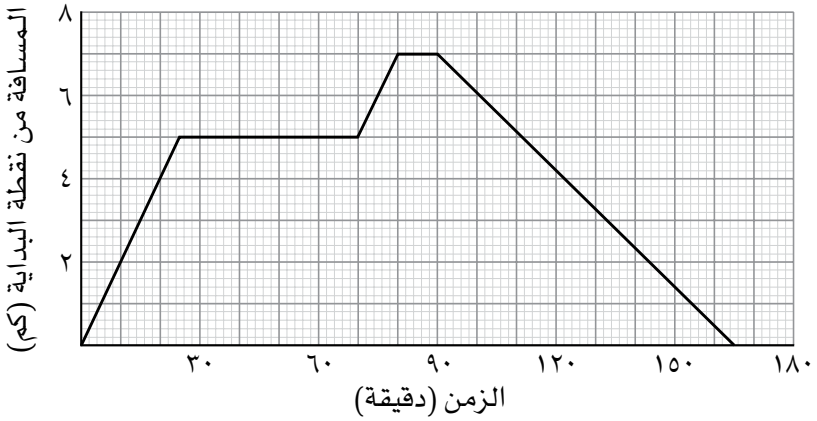
أ) (٣، −٢)

ب) (−٢، ٣)

٨) يبيّن التمثيل البياني التالي مماس منحنى الدالة ص = س^{٢} − ١ عند النقطة (٢، ٣)؛ أوجد مَيل المماس.



٩) يُبيّن التمثيل البياني للمسافة-الزمن المسافات التي قطعها عدّاء خلال سباق للدرّاجات:



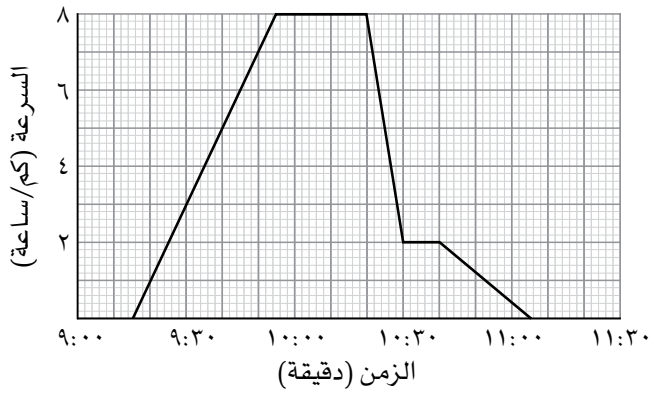
أ أوجد السرعة المتوسِّطة للعدّاء:

(١) خلال أوّل عشر دقائق في السباق. (٢) في كل السباق

ب ما المسافة التي قطعها العدّاء من نقطة البداية بعد مرور ساعتَين من الزمن؟

ج اضطر العدّاء إلى التوقُّف لمدّة ٤٥ دقيقة من أجل صيانة الدرّاجة. ما المسافة التي قطعها من نقطة البداية إلى أن توقّف للصيانة؟

١٠) يُبيّن الرسم التالي التمثيل البياني للسرعة-الزمن لسيارة ما خلال إحدى رحلاتها:



أ أوجد السرعة عند كل وقت من الأوقات التالية:

(١) ٩:٠٠ (٢) ٩:٣٠

(٣) ١٠:٠٠ (٤) ١٠:٤٠

ب وضّح ما حدث من الساعة ١٠:٠٠ إلى الساعة ١٠:٣٠

ج أوجد المسافة المقطوعة بين:

(١) الساعة ٩:١٥ والساعة ٩:٣٠

(٢) الساعة ١٠:٢٠ والساعة ١٠:٣٠

(٣) الساعة ٩:٠٠ والساعة ١١:٣٠

د احسب السرعة المتوسِّطة لكامل الرحلة.

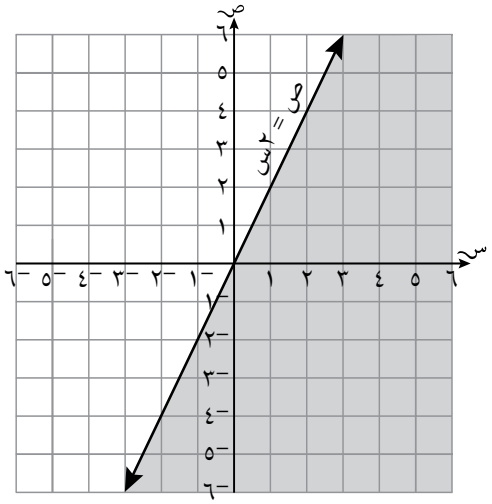
إجابات تمارين المُراجعة:

استخدام التمثيلات البيانيّة

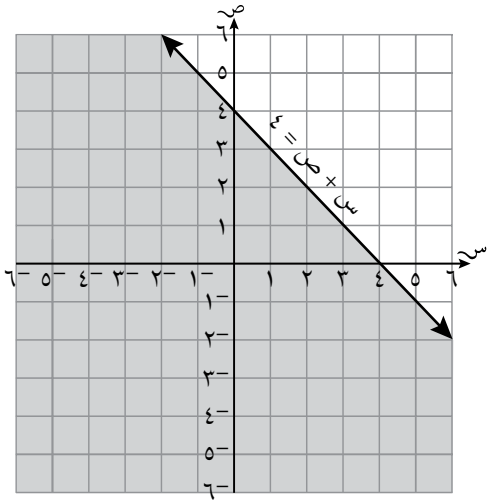
١) أ ١٠ أقدام ب ٤,٥ م

ج ١,٨ م

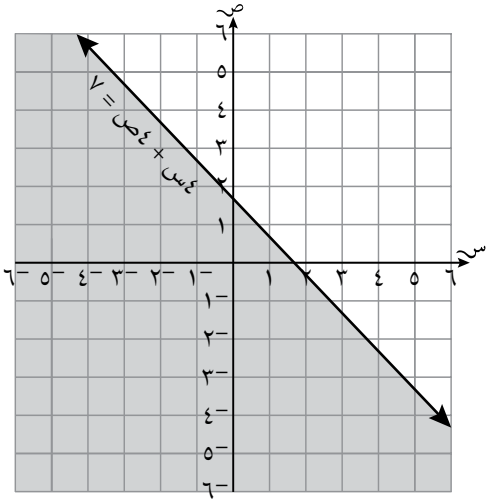
٢) أ



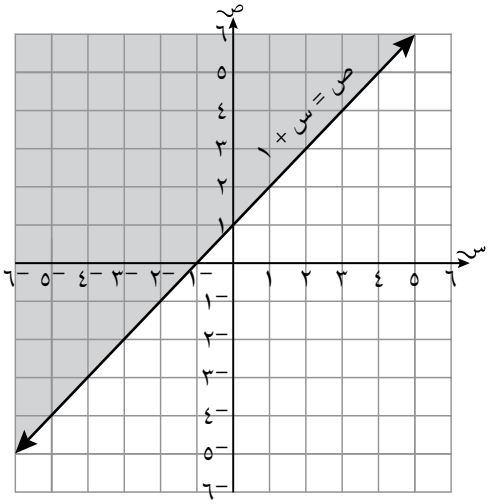
ب



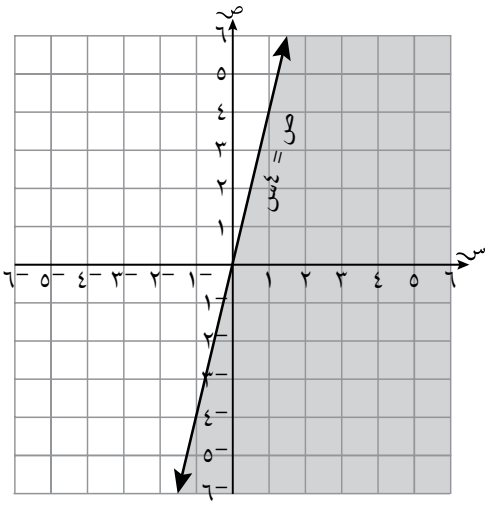
ج



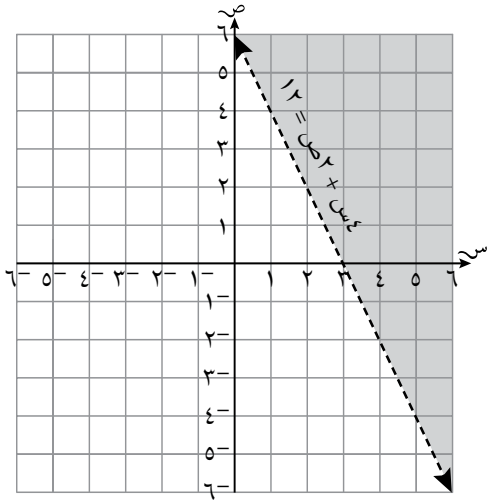
د



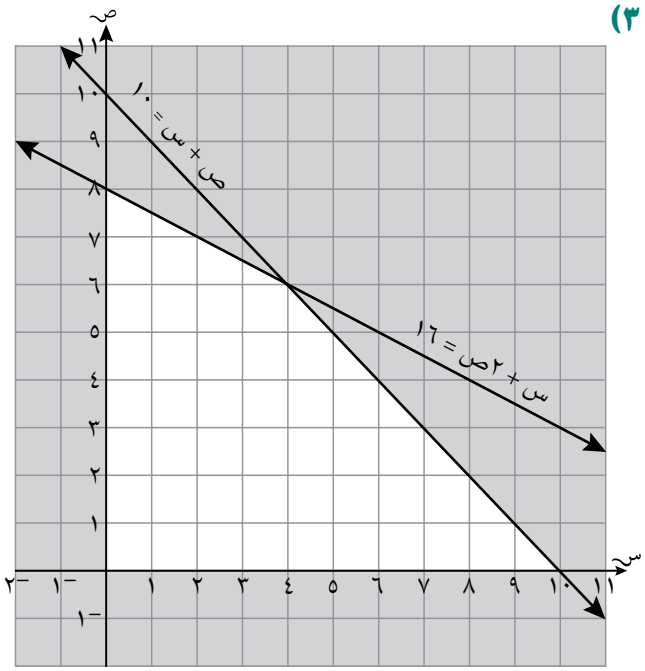
ح



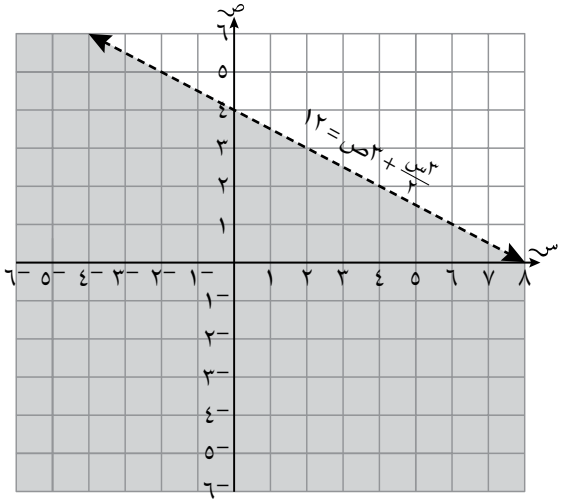
هـ



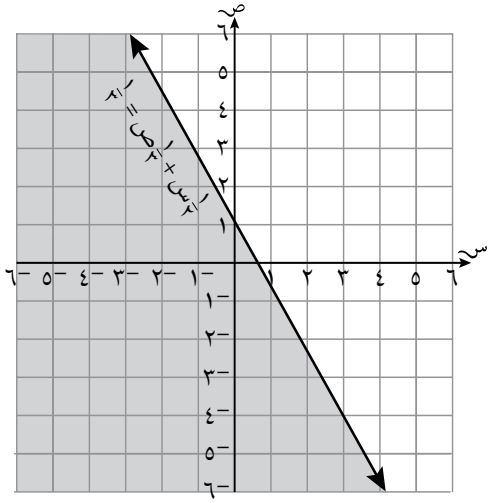
٣)



و



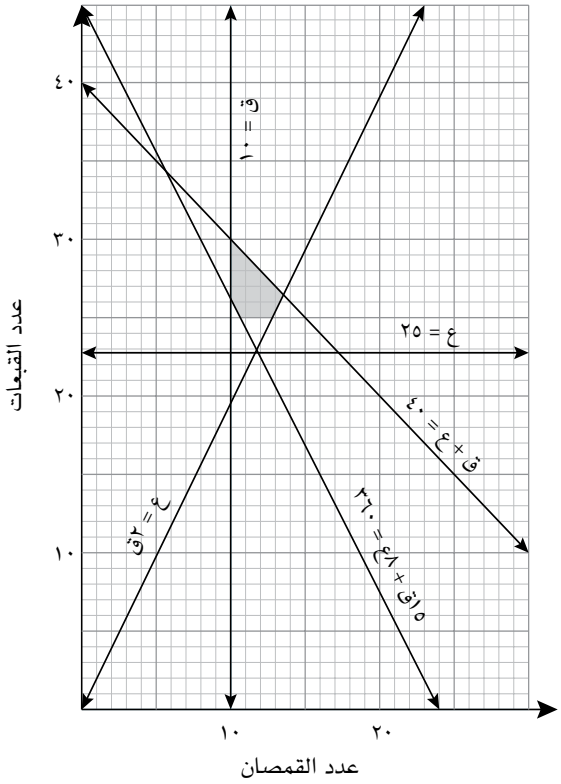
ز



٤) المتباينات هي:

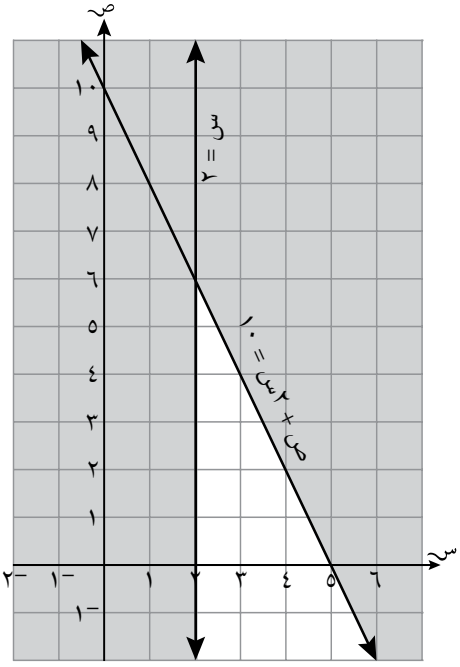
ق ⩽ ١٠، ع ⩽ ٢٥، ع ⩽ ٢ق، ق + ع ⩾ ٤٠،

١٥ق + ٨ع ⩽ ٣٦٠

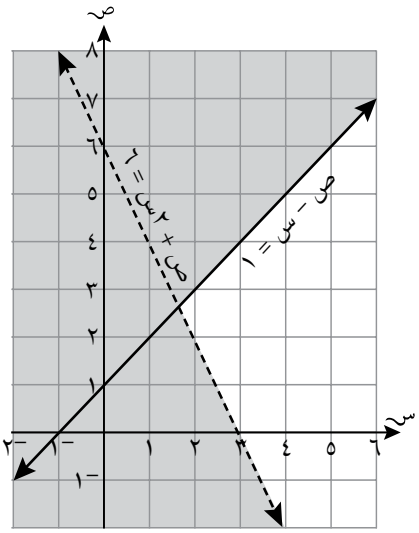


الربح = ٥ع + ٤ق، وأكبر قيمة له في المساحة المُظلَّلة عندما ق = ١٣ ، ع = ٢٧ . يجب أن يطلب سعيد ١٣ قميصًا و٢٧ قبّعة.

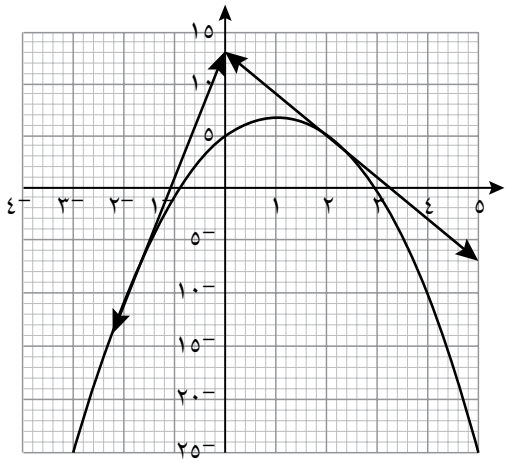
٥) أ



ب

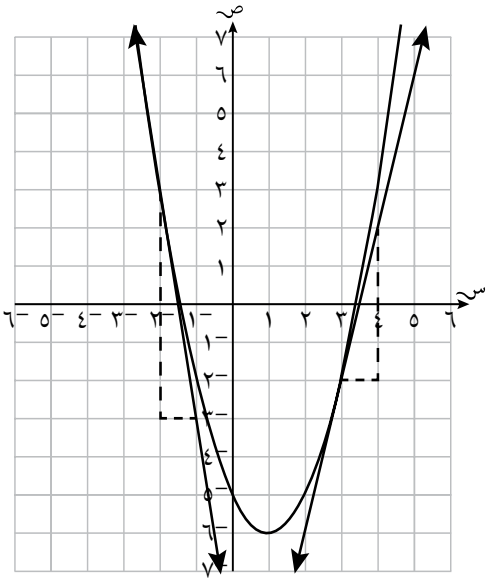


٦) أ المَيل = −٤



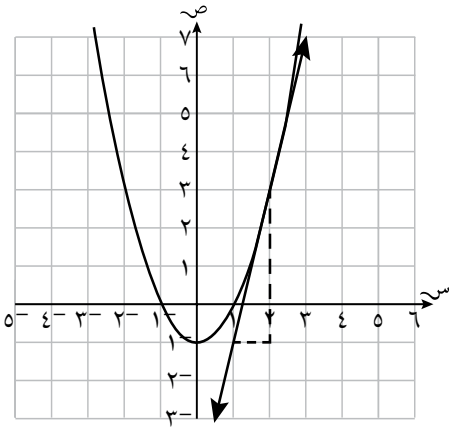
ب المَيل = ١٢

٧)



أ المَيل = ٤ ب المَيل = -٦

٨)



المَيل يساوي ٤

٩) أ (١) يقطع العدّاء مسافة ٢ كم في ١٠ دقائق.

٢ كم/١٠ دقائق = ١٢ كم/ساعة

(٢) إجمالي المسافة المقطوعة يساوي ١٤ كم،

والزمن ١٦٥ دقيقة،

السرعة = (١٤ ÷ ١٦٥) × ٦٠ =

٥,٠٩ كم/ساعة

ب ٩,٨ كم ج ٥ كم

١٠) أ (١) ٠ كم/ساعة (٢) ٣ كم/ساعة

(٣) ٨ كم/ساعة (٤) ٢ كم/ساعة

ب تبقى السرعة ثابتة من الساعة ١٠:٠٠ حتى الساعة ١٠:٢٠ وتساوي ٨ كم/ساعة

تتناقص السرعة بالمعدَّل نفسه بين الساعة ١٠:٢٠ والساعة ١٠:٣٠

ج (١) المساحة تحت التمثيل البياني تساوي

$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٤} \times ٣ = ٠,٣٧٥$ كيلو متر

(٢) مساحة شبه المنحرف تساوي

$\frac{١}{٢} \times (٨ + ٢) \times \frac{١}{٦} = ٠,٨٣٣$ كم

(٣) المساحة تحت التمثيل البياني تساوي

$\frac{١}{٢} \times ٨ \times \frac{٢}{٣} + ٨ \times \frac{٥}{١٢} + \frac{١}{٢} \times ١٠ \times \frac{١}{٦} +$

$٢ \times \frac{١}{٦} + \frac{١}{٢} \times ٢ \times \frac{٥}{١٢} = \frac{٩١}{١٢} = ٧,٥٨$ كم

د تستغرق الرحلة ساعة و ٥٠ دقيقة، أي $\frac{١١}{٦}$ من الساعة.

المسافة الإجمالية مقسومة على الزمن الإجمالي

تساوي ٧,٥٨ ÷ $(\frac{١١}{٦})$ = ٤,١٣ كم/ساعة

الوحدة الثانية: جمع البيانات وتمثيلها

نظرة عامَّة

في عصر الإنترنت، أصبحت البيانات متاحة لنا بسهولة أكبر مما كانت عليه في أي وقت مضى، فعلى سبيل المثال، قد يمنحك الاستخدام المناسب للإحصاءات في الأعمال التجارية ميزة على بعض منافسيك، حيث تؤدّي هذه الفكرة إلى حوار داخل غرفة الصف حول ماهية الإحصاء، كما يمكنك تصنيف الإحصاء على نطاق واسع على أنه جمع وتنظيم وعرض (كل ذلك في هذه الوحدة) وتحليل (في وحدات لاحقة) للبيانات.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٢-١	جمع البيانات وتصنيفها	١	٣-١ يحدد سؤال استكشاف مستخدمًا الأساليب الإحصائيّة؛ ويحدّد البيانات المناسبة وأساليب جمعها.	البيانات النوعية، البيانات العددية، البيانات الكمية، البيانات الأولية، البيانات الثانوية، فئات
٢-٢	تنظيم البيانات	٤	٣-١ يجمع البيانات الإحصائيّة المنفصلة والمتّصلة ويصنّفها ويجدولها. ٣-٢ يقرأ الجداول الإحصائيّة ويفسِّرها. ٣-٣ يقارن بين توزيعين أو أكثر مُستخدمًا الجداول الإحصائيّة، ويقوم باستنتاجات مُستخدمًا شكل التوزيعات والمقاييس الإحصائيّة المناسبة؛ ويربط النتائج والاستنتاجات بالسؤال الأصليّ، ويقدّر القيود الصحيحة لاستخلاص النتائج من البيانات المعطاة. ٣-٤ ينشئ ويفسّر مخطّط الساق والورقة.	مخطط الساق والورقة، الجداول المزدوجة

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٣-٢ (PPT ٢-١)	استخدام الجداول لعرض البيانات	٥	٣-٢ يقرأ الجداول والتمثيلات البيانيّة والمخطّطات الإحصائيّة ويفسِّرها. ٣-٣ يقارن بين توزيعين أو أكثر مُستخدمًا التمثيلات البيانيّة؛ ويقوم باستنتاجات مُستخدمًا شكل التوزيعات والمقاييس الإحصائيّة المناسبة؛ ويربط النتائج والاستنتاجات بالسؤال الأصليّ؛ ويقدّر القيود الصحيحة لاستخلاص النتائج من البيانات المعطاة. ٣-٤ ينشئ ويفسّر التمثيل بالأعمدة البيانيّة والمخطّطات الدائريّة والتمثيل بالمصورات.	التمثيل بالمصوّرات، الأعمدة البيانية، المخطّطات الدائرية، التمثيل بالخطوط البيانية

تقديم الموضوع

لا تُعدّ معالجة البيانات مفهومًا جديدًا على الطلبة، حيث درسوا في السنوات الدراسية السابقة بعض المفاهيم والموضوعات الإحصائية.

من المفيد تقديم هذا الموضوع من خلال الإدلاء بمشكلة ما، على صورة عبارة أو طرح سؤال على الطلبة، ومثال ذلك:

- يقضي طلبة الصف العاشر وقتًا أطول في الدراسة مما يقضيه طلبة الصف التاسع.
- ما نوع عصير الفاكهة المفضّل لدى معظم الطلبة؟

يمكنك بعد ذلك أن تسأل الطلبة كيف سيقررون ما إذا كانت العبارة صحيحة أم خاطئة، أو كيف سيجدون الإجابة عن السؤال. بناءً على إجابات الطلبة، يمكنك تقديم فكرة أنك بحاجة إلى جمع البيانات للقيام بذلك، وأنك بحاجة إلى التخطيط لكيفية جمع البيانات التي تلزمك وكيفية تنظيمها، ثم أنك بحاجة إلى تمثيل البيانات بطريقة ما (غالبًا في جدول أو مخطط) ثم تفسير النتائج وتلخيصها. يمكنك تطبيق طريقة أخرى هي استخدام علبة من الحلويات أو رقائق البطاطس أو البسكويت. اعرض العلبة على الطلبة واسألهم عن الأسئلة الرياضية التي يمكنهم طرحها حول العلبة. سجّل الأسئلة، ثم حدّد أحدها (مثلًا، هل تحتوي العلبة على نفس عدد قطع الحلوى من كل لون؟)، واطلب إلى الطلبة وصف كيفية إيجاد الإجابة عن السؤال المطروح. يجب أن يؤدي ذلك إلى مناقشة مماثلة للخطوات الأساسية في عملية معالجة البيانات كما في المثال السابق.

التفكير في الموضوع

جمع البيانات: يوفّر فرصة للطلبة لاستخدام مخيلتهم وجمع البيانات الخاصة بهم. من الأفضل تخصيص بعض الوقت في الصفّ لمناقشة نوع البيانات التي قد يجمعونها، ثم إعطائهم نشاطًا كواجب منزلي يتطلب منهم القيام بذلك. يمكن أن تؤدي هذه المناقشة أيضًا إلى النظر في ما تعنيه مفردتا 'البيانات الأولية' و'البيانات الثانوية'. يمكن الوصول إلى البيانات الثانوية بسهولة عبر الإنترنت، فهي تساعدك على تقديم درس ممتع باستخدام أجهزة الحاسوب. يُفضّل أن تقوم بالبحث عن المواقع الإلكترونية التي تريدها مسبقًا، حيث أن استخدام بعضها يكون اسهل من البعض الآخر للوصول إلى البيانات الثانوية بسهولة عبر الإنترنت، لتساعدك في تقديم درس ممتع باستخدام أجهزة الحاسوب.

الإحصاءات المُضلِّلة: نتيجة لكثرة البيانات في العالم الحالي، فإن تقديمها يعتبر من الأمور البالغة الأهمية إذا أردنا أخذ البيانات منها والبناء عليها. وكمثال على ذلك، تظهر الأعمدة البيانية دوريًّا في الصحف، ولكن غالبًا ما يتم عرضها بشكل ضعيف: قد تتمّ تسميتها بشكل خاطئ أو قد تتمّ تسمية المحورين بطريقة مُضلِّلة. يمكن للطلبة محاولة الحصول على أمثلة عن الأعمدة البيانية والتعليق على كيفية استخدامها والاستفادة منها.

البيانات في مواقف من الحياة اليومية

نحن نعيش في عصر غني بالمعلومات. هناك العديد من الأمثلة على البيانات في الحياة اليومية التي يمكنك استخدامها لإثراء تجربة الطلبة. تتمثل إحدى الطرق في أخذ عنوان لمقال من صحيفة ما يعتمد على جمع البيانات بمرور الزمن، مثل:

- وزارة الصحة تحذّر من تفشّي الكوليرا لأنه أسوأ فيروس مرّ على البشرية.
- عام ٢٠٢٠م هو العام الأسوأ بما يخص الاحتباس الحراري.

ناقش مع الطلبة كيف توصل الكُتّاب إلى استخلاص هذه الاستنتاجات. يتطلب ذلك العودة إلى الوراء، لا سيما في عملية معالجة البيانات. بمعنى آخر، لقد أعطيت الطلبة النتيجة بناءً على البيانات. ربما تم إجراء ذلك بناءً على مخطّط أو ملخّص تمّت فيه مقارنة بيانات إحدى السنوات مع بيانات السنوات السابقة. اعتمد المخطّط والملخّص على مجموعة من البيانات المنظمة أو القياسات التي جمعها العلماء على مدى فترة طويلة من الزمن.

توسيع الموضوع

أعط الطلبة موضوعًا أو أكثر ليبحثوا عنه بأنفسهم ويقوموا بالاستقصاءات اللازمة.

قد ترغب في اختيار القضايا المحلّية التي تهم الطلبة، مثل:

- 'هل يحتاج مجتمعنا إلى وجود المنحدرات على الأرصفة وفي الأماكن العامة لاستخدامها في الكراسي المتحركة من قبل ذوي الاحتياجات الخاصة؟'
- 'هل يمارس المراهقون في مجتمعنا التمارين الرياضية الكافية يوميًّا؟'

يمكنك أيضًا اختيار استطلاعات رأي حول سلوك ما، مثل:

- 'ماذا يريد معظم الأهالي لأطفالهم؟'
- 'ما أكثر صفة يقدّرها المراهقون في أصدقائهم؟'

الخيار الثالث هو إجراء تحقيق أكثر شمولية باستخدام البيانات المصنّفة، مثل: 'كيف يختلف معدّل العمر المتوقّع من بلد إلى آخر؟'

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية مُتوفِّرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مُفصَّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

اعرض الشريحة ١

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

سأل باسم ٣٠ طالبًا عن عدد الحواسيب المحمولة الموجودة في منازلهم. يُبيّنّ الجدول التالي النتائج التي توصّل إليها باسم:

١	٢	٠	١	١	٤	٤	٢	٣	٠
١	١	٢	١	٣	٢	٣	٠	٠	١
٣	٠	٠	١	٢	٣	١	٠	٠	١

(أ) هل هذه البيانات أوّلية أم ثانوية؟ فسّر إجابتك.
(ب) هل هذه البيانات منفصلة أم متّصلة؟ فسّر إجابتك.

قد يكون من المفيد إجراء مناقشة موجزة عن البيانات الأولية والبيانات الثانوية وعن البيانات المنفصلة والبيانات المتّصلة، حيث تظهر هذه المفاهيم في بداية الوحدة. أحد الأخطاء الشائعة هي عندما يتم تقريب البيانات المتّصلة إلى قيمة منفصلة.

اعرض الشريحة ٢

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

سأل باسم ٣٠ طالبًا عن عدد الحواسيب المحمولة الموجودة في منازلهم. يُبيّنّ الجدول التالي النتائج التي توصّل إليها باسم:

١	٢	٠	١	١	٤	٤	٢	٣	٠
١	١	٢	١	٣	٢	٣	٠	٠	١
٣	٠	٠	١	٢	٣	١	٠	٠	١

(أ) هل هذه البيانات أوّلية أم ثانوية؟ فسّر إجابتك.
(ب) هل هذه البيانات منفصلة أم متّصلة؟ فسّر إجابتك.

الإجابة:

(أ) أوّلية، لأن باسم جمع البيانات بنفسه.
(ب) منفصلة، لأن الإجابات الموجودة لا يمكن أن تكون إلا أعدادًا كاملة من الحواسيب المحمولة.

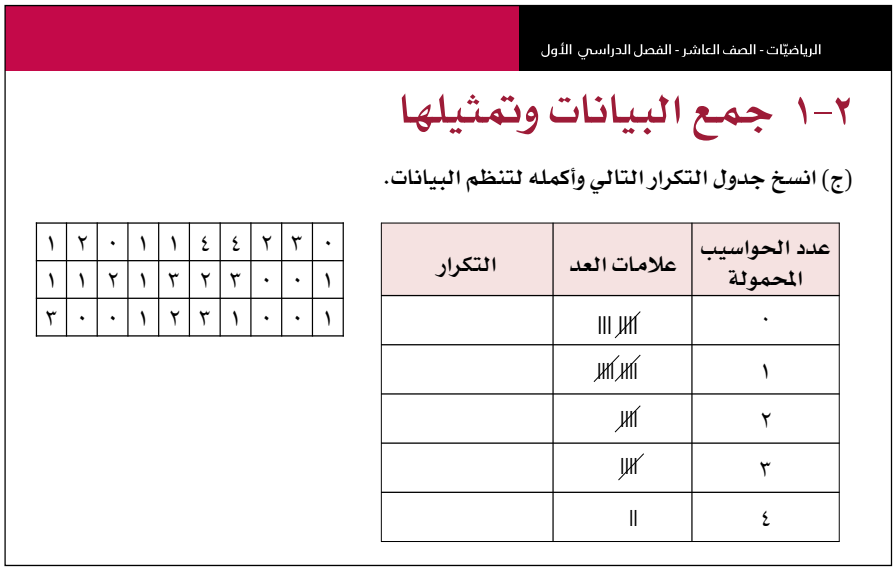
تحقّق من أن الطلبة يعرفون أن البيانات الثانوية يتم جمعها بواسطة شخص آخر. قد يتم إعطاؤهم البيانات أو قد يطلب إليهم البحث عنها في كتاب ما أو على أحد المواقع الإلكترونية.

اعرض الشريحة ٣

هذه مهمة بسيطة من المفترض أن تساعد على تشجيع تسجيل علامات العد والتكرارات بدقة. من المهم أن تكون دقيقًا هنا، إذ يعتبر جدول العد مفيدًا، وغالبًا ما يكون أكثر دقة عند تصفُّح البيانات واحدة تلو الأخرى وتسجيل علامات العد، بدلاً من البحث في البيانات للعثور على جميع الأصفار، ثم جميع الآحاد، وهكذا.

ابدأ بعلامات العد أوّلًا ...

اعرض الشريحة ٤



... ثم املأ عمود التكرار.

اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

(ج) انسخ جدول التكرار التالي وأكمله لتنظم البيانات.

عدد الحواسيب المحمولة	علامات العد	التكرار
٠	𝍸 III	٨
١	𝍸 𝍸	١٠
٢	𝍸	٥
٣	𝍸	٥
٤	II	٢

١	٢	٠	١	١	٤	٤	٢	٣	٠
١	١	٢	١	٣	٢	٣	٠	٠	١
٣	٠	٠	١	٢	٣	١	٠	٠	١

تعرض هذه الشريحة عمود التكرار المكتمل.

من المفيد إجراء التحقُّق النهائي: اجمع الأعداد في عمود التكرار وتحقّق من أن الناتج هو نفس عدد البيانات المعطاة. في هذه الحالة مجموعها يساوي ٣٠

اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

يريد باسم أن يمثّل البيانات في مخطّط دائري.

(د) ما قياس زاوية القطاع الذي يمثّل صفر حاسوب محمول؟

عدد الحواسيب المحمولة	التكرار	قياس الزاوية
٠	٨	
١	١٠	
٢	٥	
٣	٥	
٤	٢	

اعرض الشريحة ٧

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

يريد باسم أن يمثّل البيانات في مخطّط دائري.
(د) ما قياس زاوية القطاع الذي يمثّل صفر حاسوب محمول؟

عدد الحواسيب المحمولة	التكرار	قياس الزاوية
٠	٨	
١	١٠	
٢	٥	
٣	٥	
٤	٢	

المجموع = ٣٠

احسب مجموع التكرارات:
٨ + ١٠ + ٥ + ٥ + ٢ = ٣٠
اكتب "صفر حاسوب محمول" في صورة كسر من الكل، ثم اضرب في العدد ٣٦٠

تعرض هذه الشريحة المرحلة الأولى من العمل.
ذكّر الطلبة أنه في المخطّط الدائري، يمثّل كل قطاع نسبة من الكل. هناك ٣٦٠ درجة في الدائرة، لذا عليهم دائمًا عند رسم المخطّط الدائري العمل ضمن أجزاء من ٣٦٠. وضّح للطلبة أن التحقُّق السريع من أن مجموع قياسات الزوايا يساوي ٣٦٠ درجة يساعدهم في التحقُّق من صحّة الإجابات.
ذكّر الطلبة أنه عند احتساب قياس زاوية القطاع، عليهم حساب الفئة المعينة في صورة نسبة من الكل، ثم ضرب هذا الكسر في العدد ٣٦٠. إجمالي التكرار يساوي ٣٠، لإيجاد الزاوية التي تمثل النسبة $\frac{٨}{٣٠}$، على الطلبة احتساب $\frac{٨}{٣٠}$ = ٠,٢٦٦٦٦... ، ثم ضرب الناتج في العدد ٣٦٠

اعرض الشريحة ٨

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

يريد باسم أن يمثّل البيانات في مخطط دائري.
(د) ما قياس زاوية القطاع الذي يمثّل صفر حاسوب محمول؟

عدد الحواسيب المحمولة	التكرار	قياس الزاوية
٠	٨	$\frac{٨}{٣٠} \times ٣٦٠° = ٩٦°$
١	١٠	
٢	٥	
٣	٥	
٤	٢	

المجموع = ٣٠

احسب مجموع التكرارات:
٨ + ١٠ + ٥ + ٥ + ٢ = ٣٠
اكتب "صفر حاسوب محمول" في صورة كسر من الكل، ثم اضرب في العدد ٣٦٠
(٨ ÷ ٣٠) × ٣٦٠ = ٩٦

الإجابة: ٩٦°

تعرض هذه الشريحة العمليات الحسابية المطلوبة.

اعرض الشريحة ٩

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-٢ جمع البيانات وتمثيلها

(هـ) احسب قياسات الزوايا الباقية وأنشئ المخطط الدائري الملائم.

عدد الحواسيب المحمولة	التكرار	قياس الزاوية
٠	٨	$\frac{٨}{٣٠} \times ٣٦٠^\circ = ٩٦^\circ$
١	١٠	
٢	٥	
٣	٥	
٤	٢	

المجموع = ٣٠

ظلّ الجدول هو نفسه، لكن السؤال قد تغيّر. علينا حساب قياسات الزوايا الأخرى. يجب أن يكون الطلبة قادرين على إجراء ذلك بأنفسهم الآن، باستخدام الصف الأول كنموذج.

اعرض الشريحة ١٠

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

١-٢ جمع البيانات وتمثيلها

(هـ) احسب قياسات الزوايا الباقية وأنشئ المخطط الدائري الملائم.

عدد الحواسيب المحمولة	التكرار	قياس الزاوية
٠	٨	$\frac{٨}{٣٠} \times ٣٦٠^\circ = ٩٦^\circ$
١	١٠	$\frac{١٠}{٣٠} \times ٣٦٠^\circ = ١٢٠^\circ$
٢	٥	$\frac{٥}{٣٠} \times ٣٦٠^\circ = ٦٠^\circ$
٣	٥	$\frac{٥}{٣٠} \times ٣٦٠^\circ = ٦٠^\circ$
٤	٢	$\frac{٢}{٣٠} \times ٣٦٠^\circ = ٢٤^\circ$

المجموع = ٣٠

تعرض هذه الشريحة العمليات الحسابية والنواتج.

اعرض الشريحة ١١

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

(هـ) احسب قياسات الزوايا الباقية وأنشئ المخطط الدائري الملائم.

عدد الحواسيب المحمولة	التكرار	قياس الزاوية
٠	٨	$\frac{٨}{٣٠} \times ٣٦٠° = ٩٦°$
١	١٠	$\frac{١٠}{٣٠} \times ٣٦٠° = ١٢٠°$
٢	٥	$\frac{٥}{٣٠} \times ٣٦٠° = ٦٠°$
٣	٥	$\frac{٥}{٣٠} \times ٣٦٠° = ٦٠°$
٤	٢	$\frac{٢}{٣٠} \times ٣٦٠° = ٢٤°$
	المجموع = ٣٠	المجموع = ٣٦٠°

كما ذكرنا سابقًا، من المفيد التحقُّق من أن مجموع قياسات الزوايا يساوي ٣٦٠ درجة

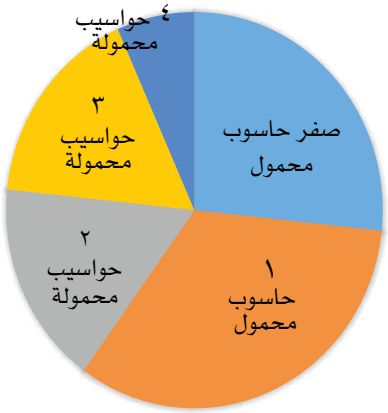
الآن قمنا بإيجاد قياسات الزوايا التي نحتاجها لرسم المخطّط الدائري. وضّح كيفية القيام بذلك، وأهمّية رسم دائرة مقبولة (ليست صغيرة جدًا) مع نصف قطر مرسوم بداخلها.

اعرض الشريحة ١٢

٢-١ جمع البيانات وتمثيلها

(هـ) احسب قياسات الزوايا الباقية وأنشئ المخطط الدائري الملائم.

عدد الحواسيب المحمولة	التكرار	قياس الزاوية
٠	٨	٩٦°
١	١٠	١٢٠°
٢	٥	٦٠°
٣	٥	٦٠°
٤	٢	٢٤°
	المجموع = ٣٠	المجموع = ٣٦٠°



في هذه الشريحة، تمّ رسم المخطّط الدائري بكل تفاصيله.

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الثانية

تمارين ٢-١-أ

١) أ و ب سوف تتنوع إجابات الطلبة، فيما يلي بعض الإجابات الممكنة:

بيانات مُصنَّفة	بيانات عددية
لون الشعر	عدد الإخوة والأخوات
لون العين	الساعات التي يقضيها في أداء الواجبات المنزلية
الجنس (ذكر، أنثى)	الساعات التي قضاها في مطالعة القصص
وسيلة النقل إلى المدرسة	عدد الكتب المقروءة خلال شهر محدد
العلامة التجارية لمعجون الأسنان المستخدم	عدد طبقات البناء الذي يسكن فيه الطالب
	درجات الاختبار

٢) أ متَّصل ب منفصل

ج متَّصل د متَّصل

هـ منفصل و متَّصل

ز متَّصل ح منفصل

ط متَّصل ي منفصل

ك منفصل ل منفصل

٣) أ (١) تجربة
(٢) أوَّلية
(٣) كميّة
(٤) مُنفصِلة

ب (١) استبانة
(٢) أوَّلية
(٣) كميّة
(٤) مُنفصِلة

ج (١) استبانة
(٢) أوَّلية
(٣) كميّة
(٤) مُنفصِلة

د (١) استخدم بيانات موجودة
(٢) ثانوية
(٣) نوعيَّة

هـ (١) تجربة
(٢) أوَّلية
(٣) كميّة
(٤) مُنفصِلة

و (١) استبانة
(٢) أوَّلية
(٣) كميّة
(٤) متَّصلة

ز (١) استخدم بيانات موجودة
(٢) ثانوية
(٣) كميّة
(٤) مُنفصِلة

ح (١) استخدم بيانات موجودة
(٢) أوَّلية
(٣) نوعيَّة

ط (١) استخدم بيانات موجودة
(٢) ثانوية
(٣) كميّة
(٤) مُنفصِلة

ي (١) استبانة
(٢) أوَّلية
(٣) كميّة
(٤) مُنفصِلة

تمارين ٢-٢-أ

١)

الرقم الظاهر	علامات العد	المجموع
١	𝍸 |||	٨
٢	𝍸 𝍸 ||	١٢
٣	𝍸 ||	٧
٤	𝍸 |||	٨
٥	𝍸 |||	٨
٦	𝍸 ||	٧
		٥٠

٢) تحقق من إجابات الطلبة.

٣) أ ٧ ب ٢، ١٢

ج من المستحيل الحصول على المجموع ١ باستخدام حجرَي نرد لأن أقل عدد سيظهر هو ١ في كل منهما.

د هناك ٣ طرق للحصول على كل من هذه المجاميع.

تمارين ٢-٢-ب

١) أ

عدد أقلام التلوين	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
التكرار	٦	٢	٦	٤	٤	٢	٤	١	١

ب ٨ ج ٢

د صفر قلم تلوين أو قلمان

هـ ٣٠، يتبيّن ذلك بإضافة عمود في الجدول يخص مجموع التكرار.

٢) أ

القيمة (بالريال العُماني)	٠–٩,٩٩٩	١٠–١٩,٩٩٩	٢٠–٢٩,٩٩٩
التكرار	٧	٩	٥

٣٠–٣٩,٩٩٩	٤٠–٤٩,٩٩٩	٥٠–٥٩.٩٩٩
٢	١	١

ب ١٦

ج ١

د ١٠ – ١٩,٩٩٩ ريالًا عُمانيًّا

٣)

مدة المحادثات الهاتفية	التكرار
٠ – ٥٩ ثانية	٠
١ دقيقة – ١ دقيقة و ٥٩ ثانية	٤
٢ دقيقة – ٢ دقيقة و ٥٩ ثانية	٣
٣ دقائق – ٣ دقائق ٥٩ ثانية	٦
٤ دقائق – ٤ دقائق ٥٩ ثانية	٤
٥ دقائق – ٥ دقائق و ٥٩ ثانية	٣

تمارين ٢-٢-ج

١)

٤	٥ ٨ ٩ ٩
٥	٣ ٣ ٤ ٥ ٥ ٥ ٦ ٦ ٦ ٨ ٩
٦	٠ ٠ ٣ ٧ ٨

المفتاح
المفتاح ٥ | ٤ = ٤٥ كجم

٢) أ

الفرع الأول	الساق	الفرع الثاني
٥	١١	
	١٢	
٤ ٢	١٣	
٩ ٩ ٠	١٤	٢
٥ ٢	١٥	٩
٩ ٨ ٦ ٤	١٦	٠ ٥ ٩
٩ ٩ ٥ ٢	١٧	٧
٩ ٨ ٨ ٦ ٠ ٠	١٨	٠ ٥ ٦ ٧ ٧ ٨ ٨ ٨
٩ ٨ ٠	١٩	٠ ١ ١ ٣ ٦ ٨
١ ٠ ٠	٢٠	٠ ٠ ٠ ١ ٤ ٥

المفتاح
الفرع الأول ٥ | ١١ = ١١٥ زوجًا
الفرع الثاني ١٤ | ٢ = ١٤٢ زوجًا

ب الفرع الثاني، حيث باع ٢٠٥ زوجًا

ج الفرع الثاني، لأن البيانات تتجمع حول الجزء السفلي من المخطط حيث توجد القيم الأعلى

٣) أ ٢٦ ب ١٢ سم

ج ٥٧ سم د ٦

هـ (١) تتجمّع البيانات في الجزء العلوي من المخطّط؛ ربما تحتاج إلى إضافة ٠ كساق.
(٢) تتجمّع البيانات في الجزء السفلي من المخطّط؛ ربما تحتاج إلى إضافة المزيد من السيقان (أي أعلى من ٥).

٤) أ ٧ ب ١٠١

ج ١٤٢

د زادت التدريبات في معدّل ضربات القلب لكل فرد في المجموعة. انتقلت البيانات إلى أسفل الساق بعد التدريب، مما يشير إلى القيَم الأعلى في كل مكان.

تمارين ٢-٢-د

١) أ ٩ ب ٣٣

ج أكثر الطلبة يستخدمون اليد اليمنى

د ٩٠

٢) راقب إجابات الطلبة

٣) أ

	الجبر	الهندسة
ذكور	٤	٢
إناث	٢	٤

ب يفضّل الصبيان الجبر بينما تفضّل الفتيات الهندسة.

تمارين ٢-٢-هـ

١) أ (١) ٣٥٠ كم

(٢) ٢٣٦٨ كم

(٣) ١١٨٤ كم

ب رحلة من الدوحة إلى دبي

ج ٣٣٧٠ كم

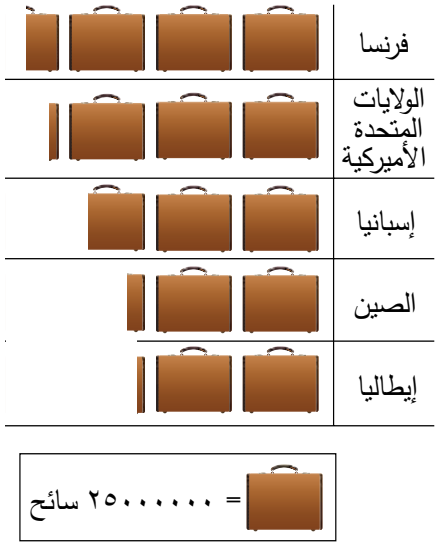
د ٢ ساعة

تمارين ٢-٣-أ

١) أ ٢٥٠٠٠٠ ب ٥٠٠٠٠٠

ج ١٢٥٠٠٠ د ٣٧٥٠٠٠

٢) قد تتنوع الإجابات. مثال:

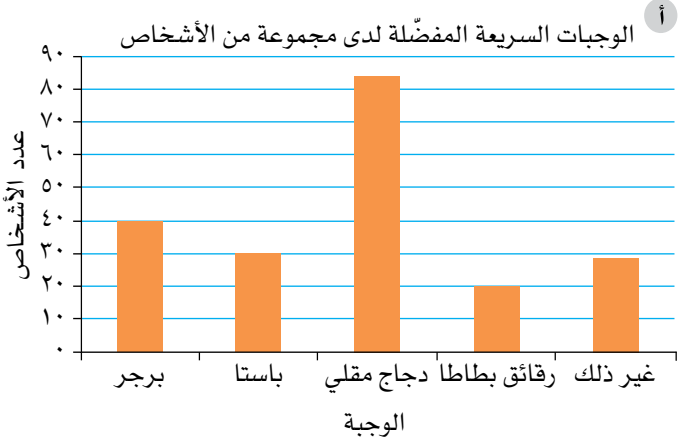


٣) أ الفريق الأصفر ب الفريق الأخضر

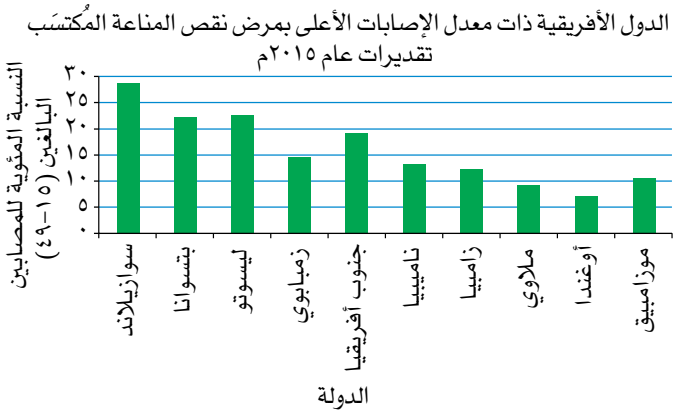
ج ٧ نقاط د ٩٥ نقطة

تمارين ٢-٣-ب

١) أ



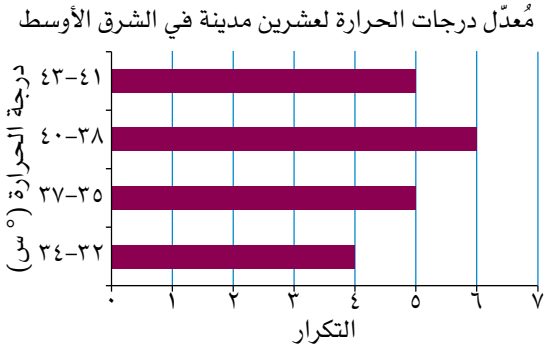
ب



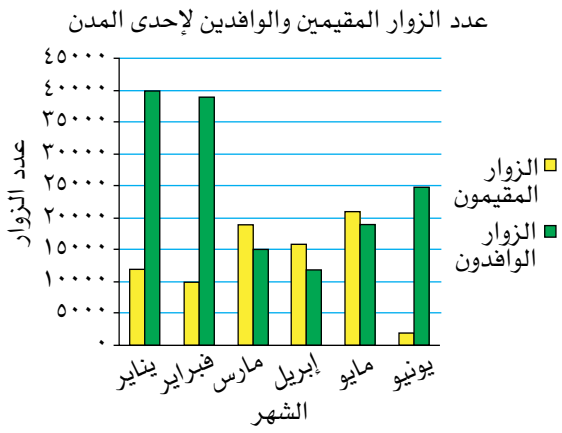
٢) أ

درجة الحرارة (°س)	٣٢-٣٤	٣٥-٣٧	٣٨-٤٠	٤١-٤٣
التكرار	٤	٥	٦	٥

ب

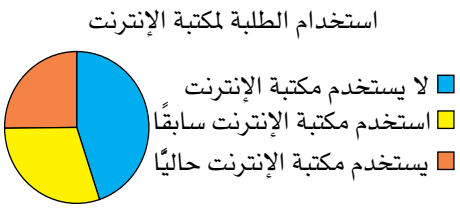


٣)

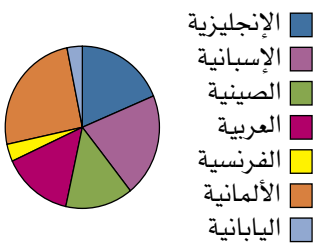


تمارين ٢-٣-ج

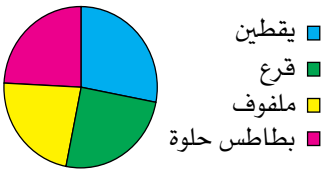
١)



٢) اللغة الأم للأشخاص الذين يعبرون مطارًا دوليًا



٣) المساحات المتوافرة في المزرعة



٤) أ) بيانات منفصلة

ب) $\frac{١}{٤}$ ج) ≈ ١١٪

د) ٠,٢٥

هـ) (١) ٢٢٥ (٢) ١٠٠

(٣) ٢٠٠ (٤) ١٥٠

تمارين ٢-٣-د

١) قد تتنوع الإجابات، وتشمل الأمثلة:

أ) الخطوط البيانية – ستعرض الاتجاهات

ب) المخطّط الدائري – سيظهر العرض الأكثر شيوعًا بوضوح

ج) الأعمدة البيانية – سيتم عرض فترات زمنية مختلفة بوضوح

د) المخطّط الدائري – سيتم عرض الموضوع المفضل بوضوح

هـ) الأعمدة البيانية – سيتم عرض الأسباب المختلفة بوضوح

و) المخطّط الدائري – يعطي تمثيلاً تصويريًّا جيّدًا للغات المختلفة التي يتحدّثها الناس

ز) الأعمدة البيانية – سيظهر سعة محرك كل سيارة بوضوح

٢) تحقّق من إجابات الطلبة.

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ) بيانات أوّلية – هي البيانات التي يتمّ جمعها عن طريق العد

ب) بيانات منفصلة – يمكن أن تأخذ البيانات قيَمًا معيّنة فقط

ج)

عدد حبات البسكويت المكسورة	علامة العد	التكرار
٠	𝍸 𝍸 ||	١٢
١	𝍸 𝍸	١٠
٢	𝍸 𝍸 |	١١
٣	𝍸 |	٦
٤	|	١
		٤٠

د) الأعمدة البيانية – ستعطي تمثيلاً جيدًا للحبات المكسورة

٢) أ) المطار (ب)

ب) ١٥٣٩٧

ج) المطار (أ) ٢٤٠٠٠،
المطار (ب) ٤٠٠٠٠
المطار (ج) ٦٠٠٠،
المطار (د) ١١٠٠٠
المطار (هـ) ١٥٠٠٠

د)

المطار (أ)	◀▶▶
المطار (ب)	◀▶▶▶
المطار (ج)	▶
المطار (د)	◀▶
المطار (هـ)	◀▶

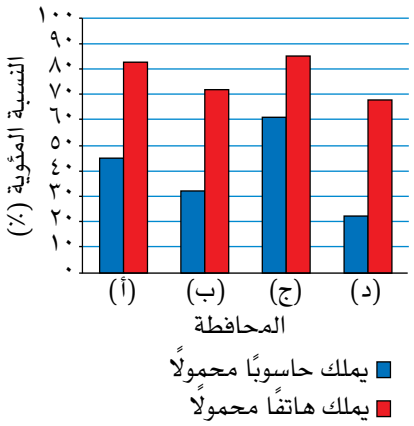
المفتاح: ◀ = ١٠٠٠٠ رحلة

٣) أ) جدول مزدوج.

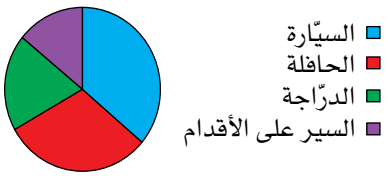
ب) ٤٩٨٠

ج) المحافظة (ج) لأنها تحتوي على أعلى نسبة من الأشخاص الذين يملكون حواسيب محمولة وهواتف محمولة.

د) النسبة المئوية للأشخاص الذين يملكون حواسيب محمولة وهواتف محمولة في أربع محافظات



٤) وسيلة النقل المفضّلة لدى مجموعة من الأشخاص للانتقال من منازلهم إلى أماكن العمل



٥) أ) الرياضة المفضّلة لدى مجموعة من الطلبة

ب) خمسة

ج) كرة القدم

د) $\frac{١}{٤}$

هـ) ٢٨ (إلى أقرب عدد كامل)

و) ٨٣ (إلى أقرب عدد كامل)

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الثانية

تمارين ٢-١

١) أ الجنس ولون العيون ولون الشعر.

ب الطول، عدد غرف المنزل، الكتلة، عدد الإخوة والأخوات.

ج عدد غرف المنزل، عدد الإخوة والأخوات

د الطول والكتلة.

هـ تتنوع الإجابات، وتشمل: الجنس، لون العيون، لون الشعر: تم جمعها عن طريق الملاحظة؛ الطول والكتلة: تم جمعها عن طريق القياس؛ عدد غرف المنزل، عدد الأخوة والأخوات: تم جمعها عن طريق الدراسة المسحية، الاستبانة.

تمارين ٢-٢-أ

١)

عدد المكالمات الهاتفية	علامات العد	التكرار
١	/	١
٢	//	٢
٣	//	٢
٤	////	٥
٥	//// ////	٩
٦	// ////	٧
٧	/ ////	٦
٨	///	٣
٩	///	٣
١٠	//	٢

تمارين ٢-٢-ب

١) أ

عدد الإشارات الضوئية الحمراء	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٧	٦	٩	٧	٨	٧	٦

ب تستحيل الإجابة عن ذلك؛ التكرارات مشابهة جدًا لجميع أعداد الإشارات الضوئية.

٢) أ

الدرجة	التكرار
٢٩–٠	١
٣٩–٣٠	١
٤٩–٤٠	٧
٥٩–٥٠	١٩
٦٩–٦٠	١٢
٧٩–٧٠	٦
١٠٠–٨٠	٤

ب ١٠

ج ٢

د ٢٦

هـ لأن عدد الدرجات في الفئتَين الأولى والأخيرة قليل جدًا.

تمارين ٢-٢-ج

١) أ

الورقة	الساق
١ ٢ ٥ ٧	٠
٢ ٢ ٦ ٨ ٩	١
٠ ٣ ٤ ٩	٢
١ ١ ٣ ٥ ٧ ٩	٣
١ ٣ ٨	٤
١	٥

المفتاح ١ | ٠ = ١ سيارة، ٢ | ١ = ١٢ سيارة

ب ٥١ سيارة

الورقة	الساق
٦	٢
٨	٣
٠ ٢ ٤ ٥ ٦ ٨ ٩	٤
١ ٢ ٣ ٤ ٤ ٤ ٥ ٥ ٥ ٦ ٦ ٧ ٧ ٧ ٨ ٩ ٩	٥
٠ ١ ٣ ٣ ٥ ٥ ٧ ٧ ٧ ٩ ٩	٦
٠ ١ ٣ ٦ ٨ ٨	٧
٠ ٢ ٨	٨
١	٩

المفتاح ٦ | ٢ = ٢٦ ٪

يتم إعطاء قيم البيانات الفعلية، لذا يمكن حساب المنوال والوسيط والمدى بشكل دقيق. كما يمكن رؤية شكل توزيع البيانات بوضوح تام.

تمارين ٢-٢-د

١) أ ١٥ ب ٥٠

ج ٢٨

د عدد المسنّين أكبر (٥٠ مسنًّا مقابل ٤٧ شابًا)

هـ القهوة

و $\frac{٣}{٥٠} = ٦٪$

تمارين ٢-٢-هـ

١) أ

لون العيون	بني	أسود	عسلي
ذكر	٤	٠	١
أنثى	٢	١	٢

ب

لون الشعر	بني	أسود	أشقر
ذكر	٢	٢	١
أنثى	١	٤	٠

عدد الإخوة والأخوات	٠	١	٢	٣	٤
ذكر	٠	١	١	٢	١
أنثى	٢	١	١	١	٠

ج) راقب جمل الطلبة.

تمارين ٢-٣-أ

١) أ) المصوّرة

ب) عدد الطلبة في كل صف

ج) ٣٠ طالبًا

د) نصف المصوّرة المرسومة

هـ) ٢٢٥

و) الصف ١١، ٢٨٥

ز) مُقرّبة؛ من غير المرجّح أن تكون مجموعات السنة كلها من مضاعفات العدد ١٥

٢) راقب مصوّرات الطلبة.

تمارين ٢-٣-ب

١) أ) عدد المنتسبين إلى النادي الرياضي بحسب الجنس

ب) ١٨ ج) ٣٠

د) الرياضة المفضلة لدى المنتسبين إلى النادي الرياضي بحسب الجنس.

هـ) كرة المضرب

و) كرة المضرب

ز) ٩ منتسبين

٢) أ) راقب رسومات الطلبة.

ب) راقب رسومات الطلبة.

تمارين ٢-٣-ج

١) أ) السيارة ب) ١٧٪

ج) ٢٠

د) ناقلة المياه والدراجة الهوائية

٢) أ) راقب مخطّطات الطلبة.

ب) ٦ ج) ٥٠

د) التقدير (ج)

تمارين ٢-٣-د

١) أ) ٢٦ °س

ب) من مايو إلى نوفمبر

ج) النصف الشمالي

د) كلا هـ) ٥٩ مم

و) إبريل

ز) لا يوجد أمطار

إجابات تمارين متنوعة

١) أ) مسح أو استبانة

ب) منفصلة؛ لا يمكن الحصول على نصف طفل

ج) كمية؛ لأنه يمكن عدها

د)

عدد الأطفال في الأسرة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٧	١٠	١١	١٢	٥	٢	١

هـ) راقب مخططات الطلبة.

و) راقب رسومات الطلبة.

٢) أ)

ذكور الورقة	الساق	إناث الورقة
	١٤	٥ ٧
٩	١٥	٤ ٧ ٩
٧ ٦ ٦ ٥	١٦	١ ٢ ٣ ٤ ٤ ٦
٨ ٨ ٦ ٥ ٥ ٤	١٧	١ ١
٧ ٥ ٤ ٣	١٨	٠

المفتاح (ذكور) ٩ | ١٥ = ١٥٩ سم،
(إناث) ١٤ | ٥ = ١٤٥ سم

ب) ١٣

ج) تتجمّع أطوال الزوّار الذكور بشكل أكبر باتّجاه الطرف الأدنى من المخطّط، مما يشير إلى أنهم أطول (كمجموعة) من الإناث.

٣) راقب مصوّرات الطلبة

٤) أ) أعمدة بيانية مزدوجة

ب) عدد الهواتف المحمولة والخطوط الأرضية لدى ١٠٠ شخص.

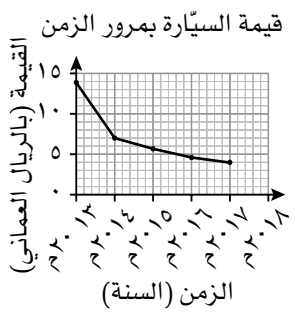
ج) كلا؛ لأن الأعداد المذكورة هي نسب مئوية

د) قد يملك الشخص الواحد في سلطنة عُمان أكثر من هاتف محمول واحد

هـ) مصر وسوريا وليبيا

و) راقب إجابات الطلبة.

٥) أ)



ب) ٤٩,٦٪

ج) ٣٩٠٠ ريال عُماني

تمارين المراجعة:
جمع البيانات وتمثيلها

١) سأل باحث الطلبة في إحدى المدارس عن عدد القصص التي قرؤوها خلال السنة الماضية، وسجّل النتائج التالية:

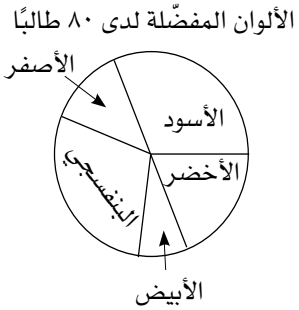
٨	١٩	٢٥	٢٥	٠	٠	٠	٢	٢٨	٢٥
١٣	١٩	١٣	١٨	١٥	٠	٠	١٠	٩	٢٤
٢٣	٠	٠	٣٣	٣٢	٠	٠	٢٩	٠	٤
٥	٠	١٦	١٥	٣	٦	٠	٣٣	٢٣	٠
٣٠	١٣	٢٢	٢١	٦	٨	٩	٨	١٢	٢٠

أ هل البيانات المعطاة منفصلة أم متصلة؟

ب نظّم البيانات أعلاه في جدول تكراري ذي فئات. استخدم الفئات ٠-٤، ٥-٩ وهكذا.

ج ارسم تمثيلًا بيانيًا مناسبًا لتعرض البيانات.

٢) يبيّن المخطَّط الدائري المقابل الألوان المفضّلة من بين ٥ ألوان معطاة لدى ٨٠ طالبًا:



أ ما اللون الأكثر تفضيلًا لدى الطلبة؟

ب ما اللون الأقل تفضيلًا لدى الطلبة؟

ج ما النسبة المئوية للطلبة الذين يفضّلون اللون البنفسجي؟

د كم طالبًا يفضّل اللون الأسود؟

٣) يبيّن الجدول التالي أعمار ٤٠ شخصًا (مُقرّبة إلى أقرب عام كامل):

٦٣	٦٧	٥٢	٩٠	٧٥	٩٩	٨٠	٥١	٦٤	٥١
٥١	٥٣	٧٩	٦١	٦٠	٧٢	٧٥	٦٧	٦٢	٧٠
٨٩	٦٥	٥٥	٩٣	٥٦	٦٥	٥٢	٦٢	٦٥	٥٣
٩٩	٦٣	٧٥	٩٩	٥٣	٥٨	٧١	٥٠	٥٥	٥١

أ أنشئ مخطَّط الساق والورقة المرتّب لتعرض البيانات.

ب أنشئ أعمدة بيانية لتعرض البيانات.

٤) يبيّن الجدول التالي معدلات النبض (بالنبضات في الدقيقة) لعشرة طلبة قبل وبعد ممارسة الرياضة لمدة ١٠ دقائق:

قبل	٨٠	٥٥	٧٣	٦٤	٥٥	٥٠	٦٩	٧٤	٦٧	٦٩
بعد	١٠٣	٨٤	١٢٠	١١٣	١٢١	١١٥	٩٥	١١٥	٩٧	٩٨

أ أنشئ مخطّط الساق والورقة المزدوج لتعرض البيانات.

ب ما الخلاصة التي يمكن استنتاجها من المخطّط؟

٥) يبيّن الجدول التالي المواد المفضّلة لمجموعة من الطلبة في الصفَّين التاسع والعاشر في إحدى مدارس محافظة مسقط:

المادة	الصف التاسع	الصف العاشر
الرياضيات	٣٤	٣٣
اللغة العربية	٤٥	٤٠
الفيزياء	٢٩	٣١
تكنولوجيا المعلومات	٤٠	٤٨

أ) مثّل البيانات أعلاه بالأعمدة البيانية المزدوجة.

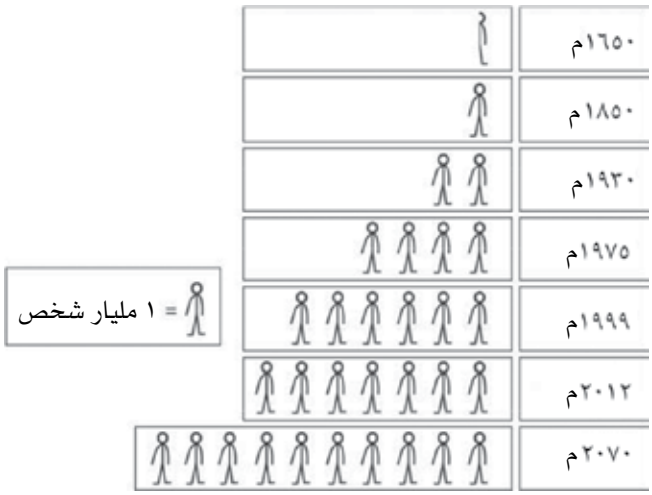
ب) كم طالبًا في الصف التاسع يفضّل الرياضيات؟

ج) كم طالبًا في الصف العاشر يفضّل تكنولوجيا المعلومات؟

د) ما المادة المفضّلة لدى طلبة الصف التاسع؟

هـ) ما المادة الأقلّ تفضيلاً لدى طلبة الصف العاشر؟

٦) راقب التمثيل البياني المقابل:



أ) ما نوع هذا التمثيل البياني؟

ب) ماذا يمثّل كل رمز؟

ج) كم كان عدد سكّان العالم عام ١٦٥٠م؟

د) كم من الزمن احتاج عدد السكّان بعد العام ١٦٥٠م لكي يتضاعف؟

هـ) متى بلغ عدد سكّان العالم ٧ مليارات؟

و) تتوقّع منظمة الأمم المتّحدة أن يصل عدد سكّان العالم إلى ٩,٢ مليار نسمة في العام ٢٠٥٠م.
كيف يمكنك إظهار ذلك على التمثيل البياني؟

ز) مثّل البيانات مرة أخرى مستخدمًا الخطوط البيانية.

٧) يبيّن الجدول التالي النسبة المئوية التقريبية لعدد سكّان العالم بحسب القارّة التي يعيشون فيها:

أفريقيا	آسيا	أوروبا	أمريكا الشمالية	أمريكا الجنوبية	أستراليا
١٦,٦	٥٩,٦	٩,٩	٤,٨	٨,٥	٠,٦

أ) أنشئ مخطّطًا دائريًّا لتعرض البيانات.

ب) كيف تعرض هذه البيانات بطريقة أخرى؟

إجابات تمارين المراجعة:

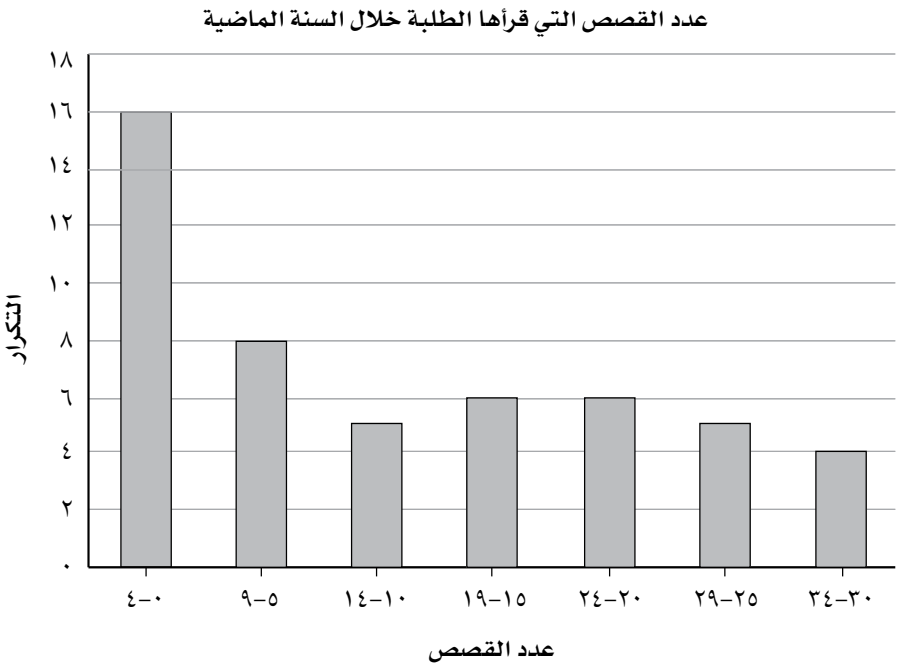
جمع البيانات وتمثيلها

١) أ منفصلة

ب

عدد القصص	عدد الطلبة
٤-٠	١٦
٩-٥	٨
١٤-١٠	٥
١٩-١٥	٦
٢٤-٢٠	٦
٢٩-٢٥	٥
٣٤-٣٠	٤

ج



٢) أ الأسود

ب الأبيض

ج ٢٨٪ (مقرّبة إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

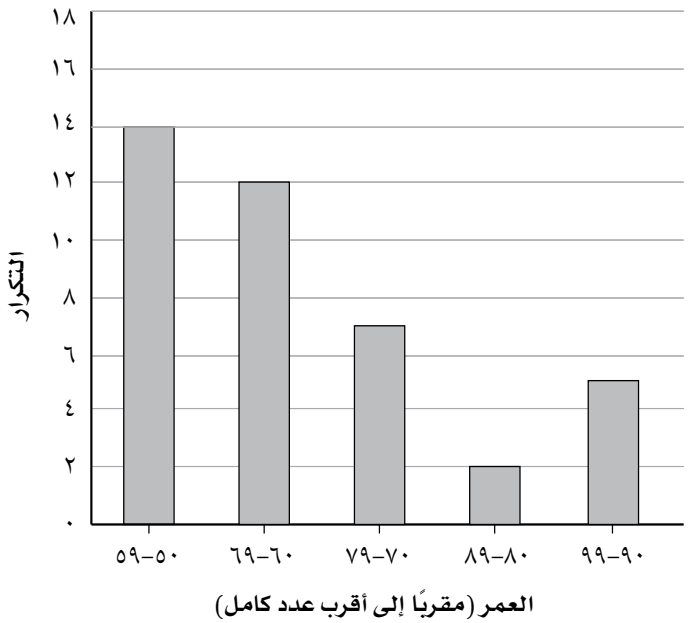
د ٢٥ (مقرّبًا إلى أقرب عدد كامل)

٣) أ

الورقة	الساق
٨ ٦ ٥ ٥ ٣ ٣ ٣ ٢ ٢ ١ ١ ١ ٠	٥
٧ ٧ ٥ ٥ ٥ ٤ ٣ ٣ ٢ ٢ ١ ٠	٦
٩ ٥ ٥ ٥ ٢ ١ ٠	٧
٩ ٠	٨
٩ ٩ ٩ ٣ ٠	٩

المفتاح
المفتاح ٠ | ٥ = ٥٠ سنة

ب أعمار ٤٠ شخصًا



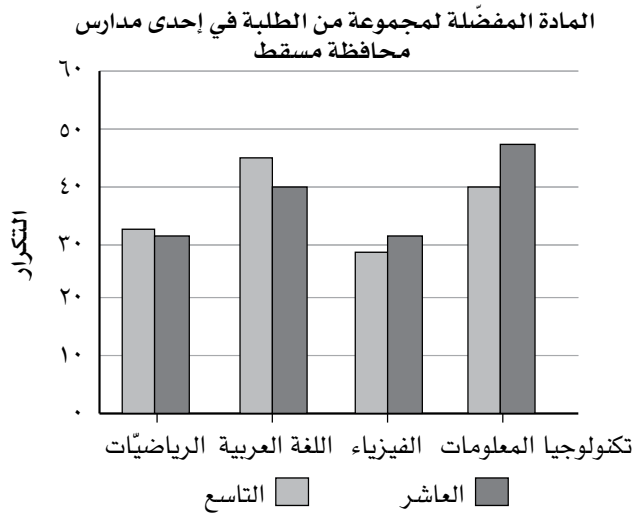
٤)

معدّل النبض قبل التدريب الورقة	الساق	معدّل النبض بعد التدريب الورقة
٥ ٥ ٠	٥	
٩ ٩ ٧ ٤	٦	
٤ ٣	٧	
٠	٨	٤
	٩	٨ ٧ ٥
	١٠	٣
	١١	٥ ٥ ٣
	١٢	١ ٠

المفتاح
قبل التدريب: ٠ | ٥ = ٥٠ نبضة في الدقيقة
بعد التدريب: ٨ | ٤ = ٨٤ نبضة في الدقيقة

ب زاد معدّل النبض بعد التدريب لدى كل طالب.

٥) أ



ب ٣٤ ج ٤٨ د اللغة العربية هـ الفيزياء

٦) أ التمثيل بالمصوّرات

ب تمثّل كل مصوّرة ١ مليار شخص

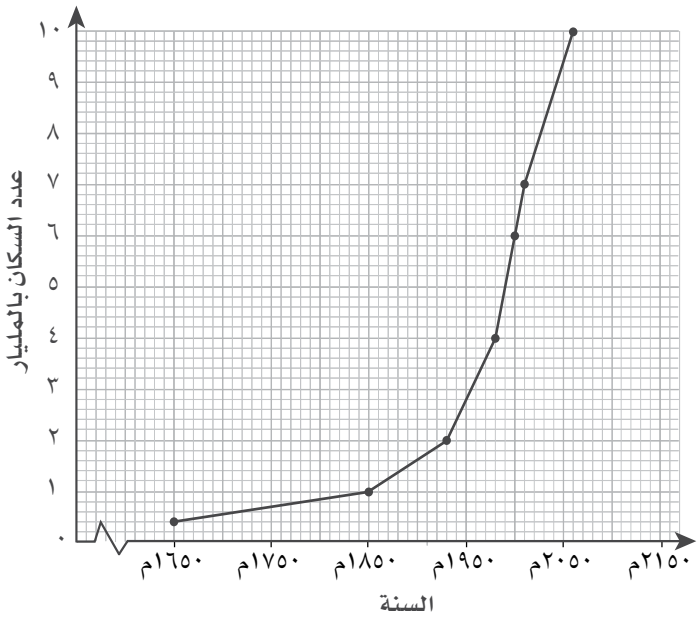
ج $\frac{١}{٢}$ مليار= ٥٠٠ مليون

د ٢٠٠ سنة

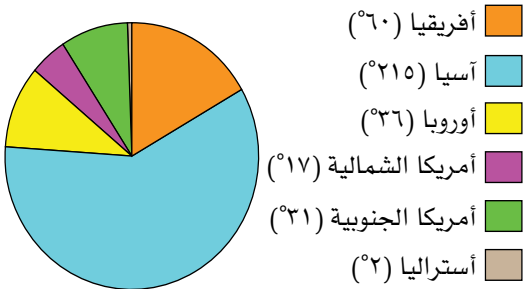
هـ ٢٠١٢م

و ٩ مصوّرات كاملة و $\frac{١}{٥}$ من مصوّرة

ز



٧) أ



ب راقب إجابات الطلبة. مثال: أعمدة بيانية باستخدام 'القارة' على المحور الأفقي و'النسبة المئوية' على المحور الرأسي.

الوحدة الثالثة: المعالجة الجبرية

نظرة عامَّة

تربط هذه الوحدة العمليات الحسابية والكسور التي تعلّمها الطلبة سابقًا مع بعض المعالجات الجبرية التي تمّ دراستها في الصف التاسع.

ومع أن الاستراتيجيات الواردة في هذه الوحدة لا تحتوي على تطبيقات واضحة من الحياة الواقعية، إلّا أنّها ضرورية، لأن الكثير من الرياضيات في المراحل المتقدِّمة تتعلّق بقدرة الطلبة على استخدام الجبر بطلاقة وثقة.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٣-١	الكسور الجبرية	٩	١-١ يتعامل مع الكسور الجبريّة، يبسّط العبارات النسبيّة ويحلّلها إلى عوامل. مثال: يبسّط العبارات الآتية: $\frac{س}{٢} + \frac{س - ٤}{٢}$؛ $\frac{٢س}{٣} - \frac{٣(س - ٥)}{٢}$؛ $\frac{٣ب}{٤} \times \frac{٩ب}{١٠}$؛ $\frac{٣ب}{٤} \div \frac{٩ب}{١٠}$؛ $\frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٥س + ٦}$؛ $\frac{١}{س - ٢} + \frac{٢}{س - ٣}$	الكسر الجبري

تقديم الموضوع

من المفيد أن تبدأ هذه الوحدة بسؤال الطلبة عن كيفية جمع الأنواع المختلفة من الكسور. مثلاً: هل تستخدمون طرق مختلفة لإيجاد ناتج الجمع في كل عملية جمع من العمليات التالية؟

أ $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧}$ ب $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{١٠}$ ج $\frac{٤}{٩} + \frac{٣}{١٠}$

إذا نظرنا الآن إلى ما سيحدث مع الكسور الجبرية، فهل سنستخدم الطرق نفسها هنا؟

أ $\frac{٢}{س} + \frac{٣}{س}$ ب $\frac{٢}{س} + \frac{٣}{٢س}$ ج $\frac{٤}{س} + \frac{٣}{ص}$

قد يكون من المفيد عرض الصيغتين. وقد يكون عرض الصيغة العددية بصورة غير مُبسّطة مفيدًا أيضًا.

$$\frac{٤}{٩} + \frac{٣}{١٠} = \frac{٩ \times ٣ + ١٠ \times ٤}{١٠ \times ٩}$$

التفكير في الموضوع

الكسور الجبرية: راجع جمع الكسور وطرحها، للتأكُّد من أن الطلبة يدركون أنهم بحاجة إلى إيجاد عامل مشترك لجمع الكسور أو طرحها. من المفيد أن تبدأ بمراجعة أوّلية تتضمّن إيجاد المقام المُشترَك لكسر مثل $\frac{١}{س} + \frac{٢}{١ - س}$ من أجل مساعدة الطلبة ليدركوا أن إيجاد العامل المُشترَك الذي يتضمّن مُتغيّرات يتطلّب ببساطة ضرب المقامات. يتّضح في هذا المثال، أنّ المقام المُشترَك هو س(١ – س). يجب أن يدع الطلبة هذا المقام بالصورة المعطاة كما هي، دون اللجوء إلى فكّ الأقواس، وذلك لتسهيل عملية التبسيط لاحقًا.

من المفيد إجراء مقارنات مستمرة بين الطرق التي تتمّ معالجة الكسور العددية فيها والعمليات التي نجريها مع الكسور الجبرية.

انتبه إلى أنّ الطلبة غالبًا ما يحاولون تبسيط الحد الجبري الذي يظهر في البسط والمقام؛ شدِّد على أن التبسيط مسموح فقط عند وجود الحد نفسه في البسط والمقام. مثلاً، لا يمكن تبسيط $\frac{٢س}{س + ٢}$ أكثر من ذلك، إلا أن بعض الطلبة سيحاولون اختصار س أو ٢

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الثالثة

تمارين ٣-١-أ

١) أ) $\frac{س}{٢}$ ب) $\frac{ص}{٤}$ ج) ٥ د) ١٠ هـ) $\frac{ل}{٦}$ و) $\frac{د}{٣}$ ز) $\frac{ل}{١٠}$ ح) $\frac{ص}{٢}$ ط) $\frac{٣ع}{٤}$ ي) $\frac{٤ل}{٣}$

٢) أ) $\frac{س ص}{٣}$ ب) $\frac{س}{٤ص}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{ص}{٢}$ هـ) ٥س و) ٣د ز) $\frac{٢س}{٣ص}$ ح) ٣ب ط) $\frac{٢}{٣حـ هـ}$ ي) $\frac{١}{٤ب^{٢}}$

٣) أ) $\frac{١}{٥ب}$ ب) أب ج) $\frac{ب}{٢}$ د) $\frac{أجـ}{٤}$ هـ) $\frac{أ ب جـ}{٢}$ و) $\frac{٩ب}{٤جـ}$ ز) $(أ ب جـ)^{٢}$ ح) $\frac{٣ص}{٤س}$ ط) $\frac{٤س^{٢}ع}{٣ص}$ ي) ٩

٤) أ) $\frac{١٨}{١٧ع^{٣}}$ ب) $\frac{س^{٢}ع}{٢ص}$ ج) $\frac{٣د^{٢}}{٧س^{٢}ع^{٤}}$ د) $\frac{س + ٣}{س + ٤}$ هـ) $\frac{س}{س + ٤}$ و) $\frac{ص^{٣}}{ص + ١}$ ز) $\frac{س - ٦}{س - ٤}$ ح) $\frac{س + ٥}{س - ٣}$ ط) ٨ ي) $\frac{٣س + ٢}{٣س - ٢}$ ك) $\frac{س + ٣}{س + ٨}$ ل) $\frac{٢س - ٣}{س + ١}$ م) $\frac{٧س - ١}{س - ٤}$ ن) $\frac{٥ص - ٤}{ص - ٧}$ س) $\frac{٣س - ٧}{٥س - ٤}$

٥) أ) $\frac{٣س - ٤}{٧س + ١}$ ب) $س^{٢} + ص^{٢}$ ج) $\frac{١}{س}$ د) $س^{٢} + ١$ هـ) ١ و) $\sqrt{س^{٣} + ص^{٣}}$

تمارين ٣-١-ب

١) أ) $\frac{س^{٢}}{٤}$ ب) $\frac{٣ص^{٢}}{١٤}$ ج) $\frac{٣ع^{٢}}{١٤}$ د) $\frac{٢د^{٢}}{٥}$

هـ ١

و $\frac{١}{٦}$

ز $\frac{٣د}{٢هـ}$

ح $\frac{حـ د^{٢}}{٣٢}$

ط ٢

ي $\frac{١}{٢ص^{٢}}$

ك $\frac{٢د}{٧جـ}$

ل $\frac{٣د}{٤م ع ف}$

٢) أ $\frac{٣ع^{٢}ل^{٢}}{س^{٣}}$

ب $\frac{٢س ت}{٣}$

ج $\frac{٣}{٤س ص}$

د $\frac{٦٤ت^{٤}ص^{٤}}{٢٧}$

هـ $\frac{٣}{٤(س + ص)^{٥}}$

و $\frac{١}{٤(أ - ب)}$

ز $\frac{(ع^{٢} + ت^{٢})\sqrt{ع^{٢} + ت^{٢}}}{١٤٤}$

ح $\frac{ع - ل}{ع - ص}$

تمارين ٣-١-ج

١) أ $\frac{٣ص}{٤}$

ب $\frac{٨ل}{١٥}$

ج $\frac{١٢د}{٣٥}$

د $\frac{ع}{١٤}$

هـ $\frac{٥(س + ص)}{١٢}$

و $\frac{٣س}{٢}$

ز $\frac{١١ص}{٨}$

ح $\frac{أ}{٤٠}$

ط $\frac{أ}{٢}$

ي $\frac{٧س + ١٨ص}{٦٣}$

٢) أ $\frac{١٩(س + ١)^{٢}}{٥٦}$

ب $\frac{١٣١س ص د}{١٣٦}$

ج $\frac{٩٣د}{٧٠}$

د $\frac{١٦س}{٢١}$

هـ $\frac{١٠٤س^{٢}}{٦٣}$

و $\frac{٣٣ - ٥س}{١٨}$

٣) أ $\frac{س + ٣}{أ}$

ب $\frac{٢٣}{١٢أ}$

ج $\frac{١٩س}{٦ص}$

د $\frac{٣أ + ٢}{أ^{٢}}$

هـ $\frac{١٧}{٦س}$

و $\frac{٧}{٥هـ}$

٤) أ $\frac{٢س + ٥}{(س + ١)(س + ٤)}$

ب $\frac{٥س - ٧}{(س - ١)(س - ٢)}$

ج $\frac{٧س + ٣٩}{(س + ٢)(س + ٧)}$

د $\frac{٥}{٢س}$

هـ $\frac{٧}{٦س ص}$

و $\frac{٢ + س^{٢}}{س}$

ز $\frac{س^{٢} + ٢س + ٥}{٢(س + ١)}$

ح $\frac{(س^{٢} - ١)(٢٧ص - ١٤)}{٦٣ص^{٢}}$

ط $\frac{٢ص - س^{٣}}{٢س^{٢}ص}$

ي $\frac{٤س^{٢}ص + ٤س ص - ص ع^{٢} - ع^{٣}}{١٢س ص ع^{٢}}$

ك $\frac{١}{س + ٣}$

ل $\frac{٢}{س + ٢}$

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) $\frac{٩س + ١١}{٦}$

٢) أ) $س + ٣$

ب) $\frac{س - ٤}{س + ٣}$

ج) $\frac{س + ٤}{س - ٤}$

د) $\frac{س + ٦}{س + ١}$

هـ) $\frac{س - ٢}{س - ٦}$

و) $\frac{٤}{س + ١}$

٣) أ) $\frac{س - ٥}{س^{٢} - ١}$

ب) $\frac{٢س^{٢} + ٥س + ٢}{١٠}$

ج) $\frac{٦}{٥س + ١٠}$

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الثالثة

تمارين ٣-١-أ

١) أ) $\frac{س}{٧}$ ب) ٣

ج) $\frac{١}{٧}$ د) $\frac{٢س}{٥}$

هـ) $\frac{٨ع}{٣}$ و) $\frac{٢}{ص}$

ز) $\frac{٢س}{٣ص}$ ح) $\frac{١}{٥أب}$

ط) $\frac{٢ب}{٣أ}$

٢) أ) $\frac{س + ٣}{س}$ ب) $\frac{أ - ب}{أ + ب}$

ج) $\frac{٢س + ص}{س}$ د) $\frac{٣س + ١}{س - ٥}$

هـ) $\frac{أ + ٢}{أ}$ و) $\frac{أ + ب}{أ + ٢ب}$

ز) $\frac{س + ٥}{س + ٢}$ ح) $س^{٢} - ٣$

ط) $\frac{٧}{٣}$

تمارين ٣-١-ب

١) أ) $\frac{س^{٢}}{٦}$ ب) $\frac{ص^{٢}}{٦}$

ج) $\frac{٣٥}{أ^{٢}}$ د) $\frac{٥س ص}{٢}$

هـ) $\frac{أ}{ج}$

و) $(ب + ١)(ب - ١)$

ز) $\frac{١}{٤٢}$ ح) $\frac{٤ - س}{٣}$

ط) $\frac{-٢ - ٣س}{٢س + ١}$

تمارين ٣-١-ج

١) أ) $\frac{٣س + ٢ص}{س ص}$ ب) $\frac{١٣د + ٢}{٨د}$

ج) $\frac{٢٩}{١٠د}$ د) $\frac{٧}{د + ١}$

هـ) $\frac{٥س + ٧}{(س + ٢)(س + ١)}$

و) $\frac{١٨ - ٥م}{٦}$

ز) $\frac{س + ٧}{(س - ٣)(س + ٢)(س - ١)}$

ح) $\frac{١٧ - س}{س(س - ٣)(س + ٤)}$

ط) $\frac{٥ - ٣س}{(٢س - ٣)(س + ١)(س - ١)}$

إجابات تمارين مُتنوِّعة

١) أ) $\frac{س - ص}{س + ص}$

ب) $٢ - س$

ج) $\frac{٥ + ٢د}{١٠د^{٢}}$

د) $\frac{٣س ص}{٢}$

هـ) $\frac{س ص^{٢}ع}{٤}$

و) $\frac{٤٥أ^{٢} + ٤أ - ٥٠}{٣٠أ}$

ز) $\frac{(س + ٢)(س - ١)}{س(س + ٤)}$

ح) $\frac{١}{٢س - ١}$

ط) $\frac{-٦}{(٢س + ١)(س + ٥)(س - ١)}$

تمارين المراجعة:

المعالجة الجبرية

١) بسِّط كلًّا من الكسور الجبريّة التالية:

أ) $\frac{س^{٢}ص + س ص^{٢}}{س + ص}$

ب) $\frac{٤س ص + ص^{٢}}{٤س + ص}$

ج) $\frac{٦س^{٢}ص - ١٢س^{٢}ص^{٢}}{٦س ص}$

د) $\frac{٢س^{٤} + ٣س^{٣}}{س^{٢}}$

هـ) $\frac{س^{٢} + ٥س + ٦}{س + ٢}$

و) $\frac{٢س^{٢} + ٥س + ٣}{٢س + ٣}$

ز) $\frac{س^{٢} - ١٦س + ١٥}{س - ١٥}$

ح) $\frac{٤س^{٢} - ١}{٢س + ١}$

٢) بسِّط كلًّا من الكسور الجبريّة التالية:

أ) $\frac{٢س^{٢} - ٣س + ١}{س - ٣} \times \frac{س - ٣}{س^{٢} - ١}$

ب) $\frac{٢س^{٢} + ٢س}{١٢س - ١٥} \div (س + ١)$

ج) $\frac{س^{٢} + ٤س + ٤}{٢س - ٦} \times \frac{س^{٢} - ٥س + ٦}{س^{٢} - ٤}$

د) $\frac{٤}{س + ٣} + \frac{٣}{س - ٥}$

هـ) $\frac{٢}{س + ٤} + \frac{١}{(س + ٤)^{٢}}$

و) $\frac{س - ٢}{س + ٢} \times \frac{س + ٢}{س - ٢}$

ز) $\frac{س - ٣}{س^{٢} - ٤} \times \frac{س - ٢}{س^{٢} - ٩}$

ح) $\frac{-٤}{س} + \frac{٥}{س^{٢} + س} - \frac{٢}{س^{٢} - س}$

ط) $\frac{س - ٣}{س^{٢} - ٣س - ٤} - \frac{س - ١}{س^{٢} - س - ٢}$

إجابات تمارين المُراجعة:

المعالجة الجبرية

١) أ) $س ص$

ب) $ص$

ج) $س - ٢س ص$

د) $٢س^{٢} + ٣س$

هـ) $س + ٣$

و) $س + ١$

ز) $س - ١$

ح) $٢س - ١$

٢) أ) $\frac{(٢س - ١)}{(س + ١)}$

ب) $\frac{٢س}{١٢س - ١٥}$

ج) $\frac{س + ٢}{٢}$

د) $\frac{٧س - ١١}{(س + ٣)(س - ٥)}$

هـ) $\frac{٢س + ٩}{(س + ٤)^{٢}}$

و) ١

ز) $\frac{١}{(س + ٢)(س + ٣)}$

ح) $\frac{٤س^{٢} - ٣س + ٣}{س - س^{٣}}$

ط) $\frac{٢}{(س - ٤)(س - ٢)(س + ١)}$

الوحدة الرابعة: الدوائر

نظرة عامَّة

أصبح الطلبة الآن قادرين على حساب مساحة الدائرة ومحيطها، ويجيدون التعامُل مع القطاعات الدائرية والأقواس، ويرسمون الدوائر لتنفيذ الإنشاءات الهندسية وإنشاء المخطّطات الدائرية.

وسوف يدركون في هذه الوحدة، العلاقات بين الخطوط والزوايا المرسومة على الدوائر وبداخلها، وهذه فرصة لإجراء بعض التفسيرات والبراهين من أجل اكتشاف بعض الخصائص المهمة للأشكال الهندسية.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٤–١	خصائص التماثُل في الدائرة	٣	٢–١ يستخدم خصائص التماثل الآتية في الدائرة: • تبعد الأوتار المتساوية مسافات متساوية عن مركز الدائرة. • يمر المنصّف العمودي للوتر بمركز الدائرة. • يتساوى طولا المماسّين الخارجَين من النقطة نفسها إلى الدائرة نفسها.	المماس، المُنصِّف العمودي، الوتر، المسافات المتساوية
٤–٢	العلاقات بين الزوايا في الدائرة	٨	٢–٢ يحسب زوايا مجهولة مستخدمًا الخصائص الهندسيّة الآتية: • قياس الزاوية المحيطية في نصف في نصف الدائرة المرسومة على القطر يساوي ٩٠°. • الزاوية المحصورة بين مماسّ الدائرة ونصف قطرها. • قياس الزاوية المركزيّة يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطيّة. • الزوايا المحيطيّة للقطاع نفسه متساوية القياس. • زوايا القطاعات المتقابلة متمّمة، الأشكال الرّباعيّة الدائريّة. • نظريّة القطع المستقيمة المتبادلة. ملاحظة: ينبغي أن يستخدم الطلبة المصطلحات الهندسيّة الصحيحة عند تعليل الإجابات.	المقابل، القوس، الشكل الرباعي الدائري، القطعة المُتبادلة

تقديم الموضوع

اسأل الطلبة عن مواقف شاهدوا فيها الدوائر من قبل، سواء في الرياضيات أو في موادّ دراسية أخرى. ذكّرهم أننا في الهندسة نستخدم أشكالًا مثالية، وأن رسمها على الورقة (أو شاشة الحاسوب) ليس دقيقًا تمامًا على الإطلاق. لهذا السبب، نفضّل رسم مخطّطات معقولة، ولكنّنا نعمد بعد ذلك إلى إجراء العمليات الحسابية بدلاً من القياس. ومن تعريفات الدائرة أنها مجموعة النقاط التي تبعد المسافة نفسها عن نقطة المركز.

التفكير في الموضوع

العلاقات بين الزوايا في الدوائر: وجّه الطلبة في هذه الموضوع، إلى تعلُّم القواعد الواردة وكيفية ذكر نصوصها بدقة. ولمّا كان هذا الموضوع يتصف بالصعوبة، فما من طريقة لتعلّمه إلاّ التدريب المتواصل. أمّا الطلبة الذين يواجهون صعوبات في حل تمرين معيّن فيُقترح لمساعدتهم أن يوجدوا أي زوايا ممكنة، سواء كانت ذات صلة بالمطلوب أم لا.

ترد في هذه الوحدة نظرية القطعة المتبادلة. وغالبًا ما يسهل على الطلبة، في مثل هذه الحالات، فهم المطلوب من خلال استخدام نوع من حزم الهندسة الديناميكية لتقديم المفهوم. تساعد برمجية جيوجبرا (GeoGebra)، أو بعض البرمجيات الخاصّة بالحركة على جعل الأشياء واضحة للطلبة.

من المهم أن يتعلّموا كيفية ذكر نصوص كل نظرية (أو قاعدة) من نظريات (أو قواعد) الدائرة بدقة وبشكل تام. لا يكفي القول ببساطة 'لأنها زوايا في الشكل الرباعي الدائري'. بل يجب إضافة: 'لأن مجموع قياسَي الزاويتَين المتقابلتَين في الشكل الرباعي الدائري يساوي ١٨٠°'

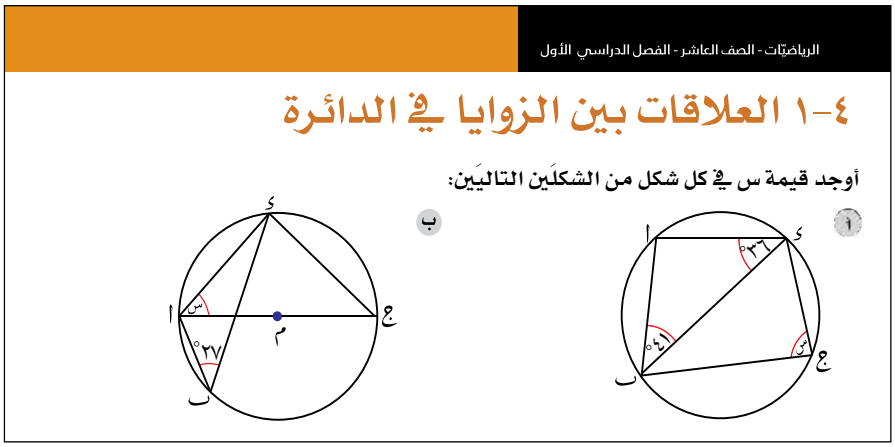
أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية مُتوفِّرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مُفصَّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدوائر

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

اعرض الشريحة ١



نقطة نقاش

يعتمد هذا السؤال على معرفة الطلبة بالعلاقات التي تربط الزوايا في الدائرة (وفي المثلثات حقيقة الأمر) ونظريات الدائرة المتعلّقة بها. من المفيد هنا أن يسجّل الطلبة جميع نظريات الدائرة والمخطّطات الخاصّة بها على ورقة واحدة، للرجوع إليها بسهولة عند الحاجة. ذكّرهم بالأمر التالي: إذا لم يتضّح لهم على الفور كيفية إيجاد قيمة س ولم يكونوا متأكّدين من أين يبدؤون أو أي العلاقات عليهم استخدامها، فيجب عليهم أوّلاً محاولة إيجاد قياسات كل الزوايا التي يمكن استخدامها. يجب أن ينظروا دائمًا إلى الزوايا المعطاة، ويفكّروا في كيفية استخدام كلّ منها.

يجب أن يكونوا أيضًا حريصين على عدم وضع الفرضيات. ففي الشكل المعطى مثلًا، لم يتم تحديد مركز الدائرة، لذا يجب ألاّ نفترض أن لدينا قطرًا.

ما الذي يمكننا القيام به؟

فلنبدأ بإيجاد قيمة س في الشكل الأوّل:

(أ) يتّضح أن ب ا ك مُثلّث له زاويتان معروفتان، لذلك يسهل إيجاد قياس الزاوية الثالثة.

ق(ب $\hat{ا}$ ك) = ١٨٠° − (٤١° + ٣٦°) = ١٠٣° (مجموع قياسات زوايا المُثلّث يساوي ١٨٠°)

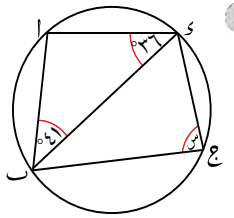
اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

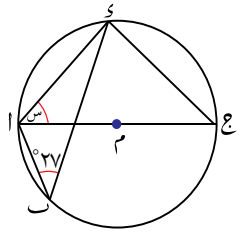
١-٤ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

أوجد قيمة س في كل شكل من الشكلَين التاليَين:

أ



ب



(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

ق(ب أ ء) = ١٨٠° − (٤١° + ٣٦°) = ١٠٣°

ذكّر الطلبة بضرورة إبداء الأسباب ووجوب تفسير الاستنتاجات. يتم عرض ذلك على الشرائح الواقعة في المستطيلات المُظلّلة والتي تُشكِّل جزءًا مهمًا من الإجابات.

ركّز الآن على الشكل الرباعي الدائري. ماذا تعرف عن قياس الزاويَتَين المُتقابلتَين في الشكل الرباعي الدائري؟ هل يساعد ذلك على إيجاد قيمة س؟

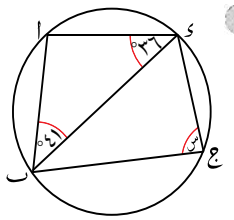
اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

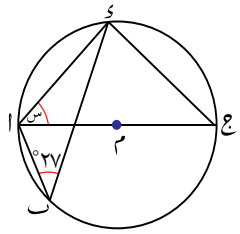
١-٤ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

أوجد قيمة س في كل شكل من الشكلَين التاليَين:

أ



ب



(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

ق(ب أ ء) = ١٨٠° − (٤١° + ٣٦°) = ١٠٣°

∴ س = ١٨٠° − ١٠٣°

(الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي الدائري متكاملتان)

يجب أن يدرك الطلبة ان ا ب ج ء شكل رباعي دائري (شكل رباعي تقع رؤوسه الأربعة على محيط الدائرة) ويمكنهم استخدام النظرية التي تنص على أن 'مجموع قياسَي الزاويتَين المتقابلتَين في الشكل الرباعي الدائري يساوي ١٨٠°'، لإيجاد قيمة س.

∴ س = ١٨٠° − ١٠٣° = ٧٧°

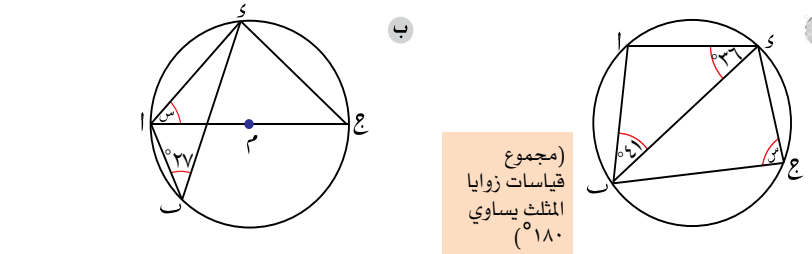
اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

أوجد قيمة س في كل شكل من الشكلَين التاليَين:

أ



(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

ق(ب $\hat{أ}$ ء) = ١٨٠° − (٤١° + ٣٦°) = ١٠٣°

∴ س = ١٨٠° − ١٠٣°

(الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي الدائري متكاملتان)

الإجابة: س = ٧٧°

ب

في هذه الشريحة سيتم إيجاد قيمة س في الشكل الثاني. استخدم في الجزئية (ب)، طريقة الجزئية (أ) نفسها، حيث يجب عليك معرفة قياسات الزوايا التي يمكنك حسابها، ثم حاول إيجاد قيمة س. يجب أن يدرك الطلبة أنّ الزاويتين ا ج ء، ا ب ء زاويتان تقابلان نفس القوس، وبالتالي يجب أن تتبع النظرية التي تنصّ على أن 'الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس متساوية في القياس'.

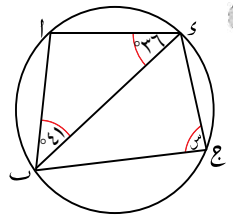
اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

أوجد قيمة س في كل شكل من الشكلَين التاليَين:

أ



(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

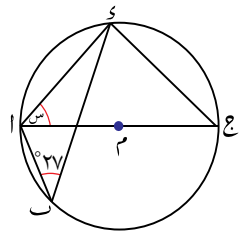
ق(∠ب أ ك) = ١٨٠° − (٤١° + ٣٦°) = ١٠٣°

(الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي الدائري متكاملتان)

∴ س = ١٨٠° − ١٠٣°

الإجابة: س = ٧٧°

ب



(الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس متساوية في القياس)

ق(∠ا ج ك) = ٢٧°

(قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°)

ق(∠ا ك ج) = ٩٠°

إذن، ق(∠ا ج ك) = ٢٧°. كذلك يجب أن يكون واضحًا للطلبة أن الزاوية ا ج ك هي زاوية محيطية مرسومة على قطر الدائرة ، وبالتالي ستتبع النظرية التي تنصّ على أن 'قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°'.

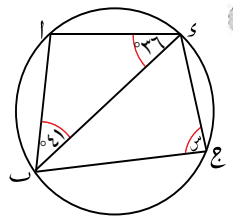
اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

أوجد قيمة س في كل شكل من الشكلَين التاليَين:

أ



(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

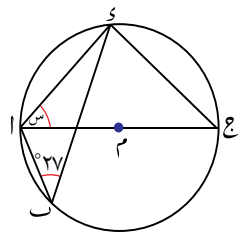
ق(∠ب أ ك) = ١٨٠° − (٤١° + ٣٦°) = ١٠٣°

(الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي الدائري متكاملتان)

∴ س = ١٨٠° − ١٠٣°

الإجابة: س = ٧٧°

ب



(الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس متساوية في القياس)

ق(∠ا ج ك) = ٢٧°

(قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°)

ق(∠ا ك ج) = ٩٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

∴ س = ١٨٠° − (٢٧° + ٩٠°)

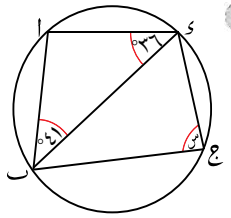
والآن، يجب أن يدرك الطلبة أنهم يعرفون قياس الزاويتَين ا ج ك، ا ك ج اللتين تقعان في نفس المُثلّث ا ج ك الذي يحتوي على الزاوية المجهولة. وليعرفوا الإجابة، ما عليهم إلّا استخدام نظرية 'مجموع قياسات زوايا المُثلّث تساوي ١٨٠°'.

اعرض الشريحة ٧

٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

أوجد قيمة س في كل شكل من الشكلَين التاليَين:

أ



(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

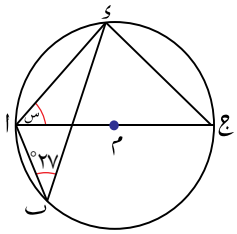
ق(∠ب أ ء) = ١٨٠° − (٤١° + ٣٦°) = ١٠٣°

(الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي الدائري متكاملتان)

∴ س = ١٨٠° − ١٠٣°

الإجابة: س = ٧٧°

ب



(الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس متساوية في القياس)

ق(∠ا ج ء) = ٢٧°

(قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°)

ق(∠ا ء ج) = ٩٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

∴ س = ١٨٠° − (٢٧° + ٩٠°)

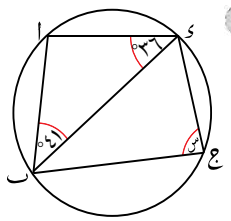
الإجابة: س = ٦٣°

اعرض الشريحة ٨

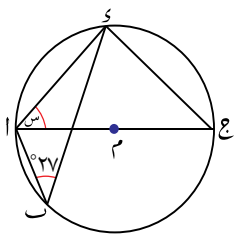
٤-١ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

أوجد قيمة س في كل شكل من الشكلَين التاليَين:

أ



ب



إجابات تمارين كتاب الطالب - الوحدة الرابعة

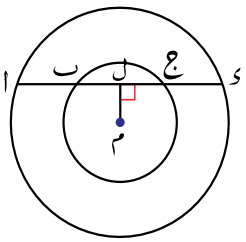
تمارين ٤-١-أ

١) أ) ا ب = ٥ سم

ب) ا ب = ٣٠ مم

ج) ا ب = ٢,٤ متر

٢) لتكن م مركز كلتا الدائرتَين المتّحدتَين في المركز. أنشئ المستقيم م ل العمودي على المستقيم ا ء.



∴ ل هي نقطة المنتصف $\overline{\text{ا ء}}$، $\overline{\text{ب ج}}$

أي ب ل = ل ج، ا ل = ل ء

ا ب = ا ل − ب ل = ل ء − ل ج = ج ء

٣) أ) ١٧,٣ سم (يتعامد م و مع ج ء ويتقاطع معه في منصف ج ء. إذا رسمنا القطعة المستقيمة م ء، نجد أن (م و)^{٢} + (و ء)^{٢} = (م ء)^{٢}، أي (٦,٥)^{٢} + (٥,٧)^{٢} = (م ء)^{٢}.

∴ (م ء)^{٢} = ٧٤,٧٤

نصف القطر هو الجذر التربيعي لـ ٧٤,٧٤، أي ٨,٦٥ والقطر هو ١٧,٣)

ب) ٤,٢٥ م (سمّ هـ منصف ا ب. يتقاطع م هـ مع ا هـ بزاوية قائمة. إذا رسمت القطعة المستقيمة ا م، فإن المثلث ا م هـ قائم الزاوية، وبالتالي (ا م)^{٢} = (م هـ)^{٢} + (ا هـ)^{٢}،

أي (ا م)^{٢}

= (١,٦)^{٢} + (١,٤)^{٢} = ٤,٥٢

نصف القطر يساوي الجذر التربيعي لـ ٤,٥٢، أي ٢,١٣ لذا فالقطر يساوي ٤,٢٥)

ج) ٣١,١ مم (م ا هو نصف قطر الدائرة. م هـ ا مثلّث قائم الزاوية، حيث طول ضلعَين من أضلاعه ١١ مم.

∴ (م ا)^{٢} = (١١)^{٢} + (١١)^{٢} = ٢٤٢

∴ طول نصف القطر ١٥,٥٥٦٣، وطول القطر يساوي ٣١,١ مم).

٤) ١٣,٥ سم

٥) ا م = ٩ سم

مساحة ا م ج ب = مساحة المثلّثَين القائمَين م ا ب، م ج ب = ٢ × (٠,٥ × ٩ × ١٢) = ١٠٨ سم^{٢}

٦) س = ٤٣°

تمارين ٤-٢-أ

١) أ) س = ٤٣° ص = ٤٣°

ع = ٩٤°

ب) س = ١٢٤° ص = ٣٤°

ج) س = ٣٥°

د) س = ٤٨°

٢) أ) س = ٤١,٥°

ب) س = ٣٨°

٣) أ) يتساوى طولا القطعتَين المماسيتَين الخارجتَين من نقطة خارج الدائرة إلى الدائرة نفسها.

ب) (١) ق(ج $\hat{\text{ا}}$ ب) = ٧٠°

(٢) ق(ء $\hat{\text{ا}}$ ج) = ٢٠°

(٣) ق(ا $\hat{\text{ء}}$ ج) = ٧٠°

تمارين ٤-٢-ب

١) أ) ف = ٥٠° ع = ٦٥°

ر = ٦٥°

ب) ب = ٨٠°

ج) ج = ء = ٣٠° ء = ٥٥°

هـ = ٤٥° و = ٤٥°

د) ف = ٨٥° ع = ١٠٥°

هـ) ب = ٦٠°

و) س = ٩٤° ص = ٦٢°

ع = ٢٤°

ز) ف = ٨٥° ع = ٦٥°

٢) أ) ق(ا $\hat{\text{م}}$ ب) = ٢س

ب) ق(م $\hat{\text{ا}}$ ب) = ٩٠° − س

ج) ق(ب $\hat{\text{ا}}$ ل) = س

٣) أ) ا = ٧٠°

ب) ب = ١٢٥°

ج) ج = ء = ٦٠°، هـ = ٨٠°،

و = ٤٠°

٤) أ) ٩٠° − س (الزاوية ا ب ج قائمة (قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°). من ناحية أخرى، ق(ج $\hat{\text{ا}}$ ب)

+ ق(ا $\hat{ع}$ ب) + ق(ا $\hat{ت}$ ع) = ١٨٠° (مجموع قياس الزوايا في المثلّث)

∴ ق(ع $\hat{ا}$ ب) = ١٨٠° − ٩٠° − س

= ٩٠° − س

ب) ١٨٠° − ٢س

ج) ٢س − ٩٠°

٥) أ) طول الضلع = ٣٠ مم

المساحة = ٩٠٠ مم^{٢}

ب) ١٩٣ مم^{٢}

٦) ٥$\sqrt{٣}$ ≈ ٨,٧ سم

٧) أ) ارسم الوترَين ا د، ب ج، ا د هـ، ب ج هـ هما زاويتان محيطيتان تقابلان نفس القوس، لذا فهما متساويتان في القياس. وبالمثل،

ق(د $\hat{ا}$ ج) = ق(ج $\hat{ب}$ د).

م ملتقى متوسّطات المثلّث وتقسم من جهة الرأس بنسبة ١:٢

الزاويتان ا هـ د، ب هـ ج متقابلتان بالرأس، لذا فهما متساويتان في القياس. هذا يعني أن المثلّثين يحتويان على نفس الزوايا الثلاث وبالتالي فهما متشابهان.

ب) باستخدام التشابه، يمكن القول إن $\frac{د هـ}{ا هـ} = \frac{ج هـ}{ب هـ}$،

ويمكن استخدام الضرب التبادلي للحصول على

ا هـ × ج هـ = ب هـ × د هـ

تمارين ٤-٢-ج

١) أ) ١٢٠°

ب) ٨٥°

ج) ٨٠°

د) ١٢٠°

هـ) ٩٠°

و) ٦٠°

ز) ٣٠° (الزاوية م هـ ب قائمة (قياس الزاوية المحصورة بين مماس الدائرة ونصف قطرها يساوي ٩٠°)

ق(هـ $\hat{م}$ ب) = ٦٠° (زاوية مركزية)

في المثلّث م هـ ب، مجموع قياس الزوايا ١٨٠°، أي

ق(م $\hat{ب}$ هـ) = ٣٠°)

٢) ق(ب $\hat{ل}$ ج) = ١٨٠° − ٣٠° − (١٨٠° − ٦٠°) = ٣٠° لأن مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°

∴ ق(ل $\hat{د}$ ج) = ٣٠°

باستخدام نظرية القطعة المتبادلة.

ق(ج $\hat{ل}$ د) = ١٨٠° − ٦٠° − ٣٠° = ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°)

∴ ج د هو قطر في الدائرة لأن

ق(ج $\hat{ل}$ د) = ٩٠°

٣) ق(ج $\hat{ل}$ د) = ٩٠°

∴ ق(ل $\hat{د}$ ج) = ١٨٠° − ٩٠° − س

= ٩٠° − س

أي ق(ج $\hat{ل}$ ب) = ٩٠° − س

باستخدام نظرية القطعة المتبادلة.

ولكن ق(ب $\hat{ج}$ ل) = ١٨٠° − س

∴ ص + ١٨٠° − س + ٩٠° − س = ١٨٠°

∴ ٢س − ص = ٩٠°

٤) ١٠٣° [ق(د $\hat{ل}$ ع) = ٨٠° (نظرية القطعة المتبادلة)

ق(د $\hat{ع}$ ل) = ٤٠° (مجموع قياس الزوايا في المثلث)

ق(هـ $\hat{ع}$ ا) = ١٠٣° (قياس الزوايا على المستقيم)

س = ١٠٣° (نظرية القطعة المتبادلة)]

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) ا = ٩٠°

ب = ٥٣°

ج = ٩٠°

د = ٥٣°

٢) ٤٦°

٣) أ) س = ٥١،

ب) ق(ب $\hat{ا}$ د) = ٩٠°

٤) قياس الزاوية المركزية م = (١٨٠° − ٣٢° − ٣٢°) = ١١٦° (مجموع زوايا مثلّث متطابق الضلعَين يساوي ١٨٠°)

س = ٥٨° (قياس الزاوية المركزية يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية)

٥) ٤س + س = ١٨٠° (مجموع قياسَي الزاويتَين المتقابلتَين في الشكل الرباعي الدائري يساوي ١٨٠°)

٥س = ١٨٠

س = ٣٦

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الرابعة

تمارين ٤-١-أ

١) أ س = ٢٥°

ب س = ١٦٠° ، ص = ٢٠°

٢) ٦,٥ سم

٣) أ ٤٩,٠٧ سم

ب طول القطر ٥٦,٥٧ مم
المحيط ١٧٧,٧٢ مم

تمارين ٤-٢-أ

١) ٥٩,٥°

تمارين ٤-٢-ب

١) أ ١٥° (م ب ل مثلّث متطابق الضلعين)

ب ١٥٠° (مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°)

ج ق(ك م ب) = ٨٠° (زاوية مركزية)
الزاوية (ك ت م) زاوية محيطية تشترك مع الزاوية (ك م ب) في القوس (ك ب)
∴ ق(ك ل ب) = $\frac{٨٠°}{٢}$ = ٤٠°
∴ ق(ك ل ب) = ٣٥°

د ١٠٥° (قياس الزاوية المنعكسة ل م ب = ٢١٠°،
∴ ق(ل ك ب) = نصف قياس الزاوية في المركز = ١٠٥°)

٢) أ ٥٥° (الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس متساوية في القياس)

ب ١١٠° (قياس الزاوية المركزية يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية المقابلة للقوس نفسه)

ج ٢٥° (الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس ب ع متساوية في القياس)

٣) ق(ك أ ب) = ٦٥°،
ق(أ ك ع) = ١١٥°،
ق(ك ع ب) = ١١٥°،
ق(ع ت ا) = ٦٥°

٤) ٣٥°

٥) ١٤٤°

٦) أ ٢٢°

ب ١١٦°

ج ٤٢°

تمارين ٤-٢-ج

١) أ ٥٦°

ب ٦٨°

ج ٥٢°

٢) أ ق(أ ك ع) = ٤٠° (نظرية القطعة المتبادلة)

ب ق(ا ع ع) = ٤٠° (نظرية القطعة المتبادلة)

ج ق(ك أ ع) = ٩٠° (قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°) لذلك فإن ق(ك ع ا) = ١٨٠° – (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°
(مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°)

إجابات تمارين متنوعة

١) أ صحيحة

ب صحيحة

ج خطأ

د صحيحة

٢) أ ك = ٧٢° (زاوية قاعدة في المثلّث متطابق الضلعَين م ع ب)، س = ٩٠° (قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°)
ص = ٦٢° (مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°)،
ع = ١٨° (زاوية قاعدة المثلّث متطابق الضلعَين م ك ع)

ب س = ١٠٠° (قياس الزاوية المنعكسة ا م ب = ٢٠٠°،
قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس زاوية المركز)

ج س = ٢٩° (الزاوية ا ك ب هي زاوية محيطية مرسومة على قطر الدائرة ، لذلك فإنّ ق(ب ك ع) = ٩٠°، ثم تُستخدم زوايا المثلّثات)

د س = ١٢٠° (زاوية المركز)
ص = ٣٠° (زاوية قاعدة المثلّث متطابق الضلعَين ب م ع)

هـ ق(ر ع ل) = ٣٩°
(نظرية القطعه المتبادلة).
∴ س = ١٨٠° – (٩٠° + ٦٦°) = ٧٥° (مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°)

٣) **أ** ص = ٧,٥ سم

س = ١٩,٥ سم

ب س = ٢٧٧,٣ مم

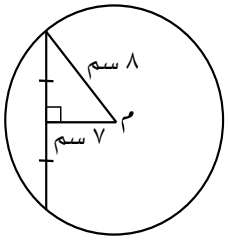
ص = ٢٥٠ مم

تمارين المراجعة:

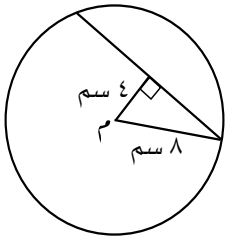
الدوائر

١) أوجد طول الوتر في كل شكل من الأشكال التالية:

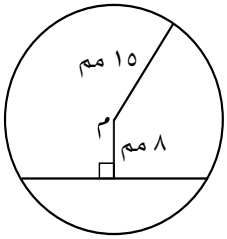
أ



ب

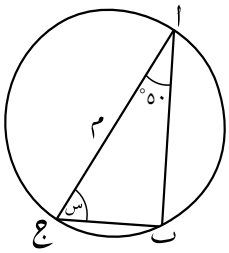


ج

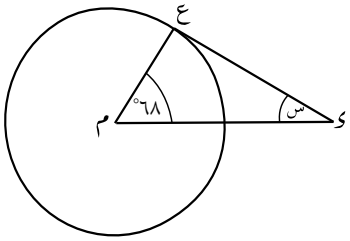


٢) أوجد قيمة س في كل شكل من الأشكال التالية. فسّر إجابتك.

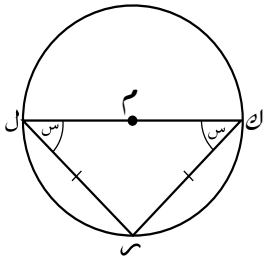
أ



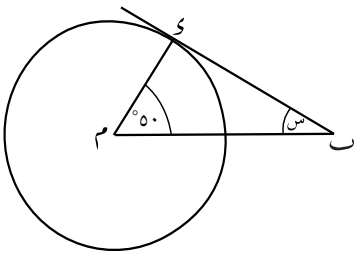
ب



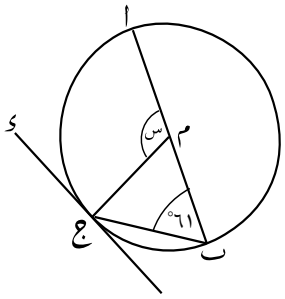
ج



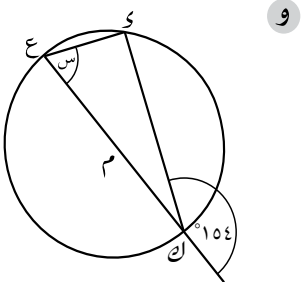
د



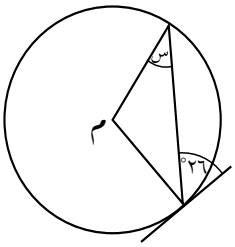
هـ



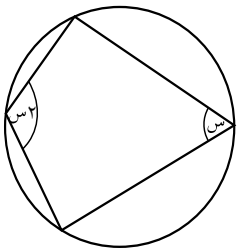
و



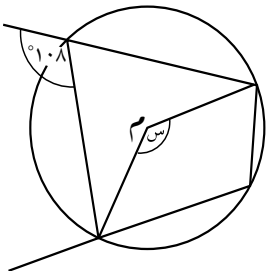
ز



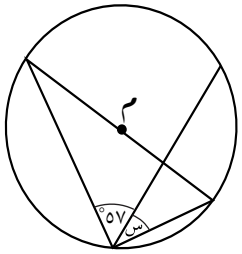
ح



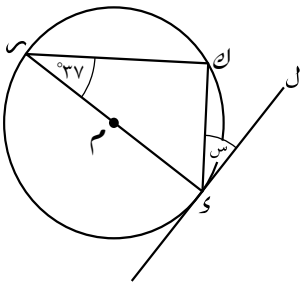
ط



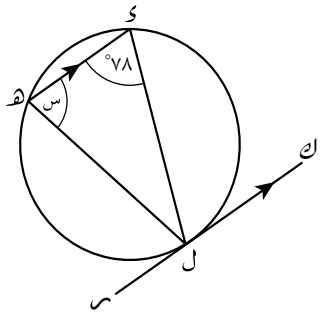
ي



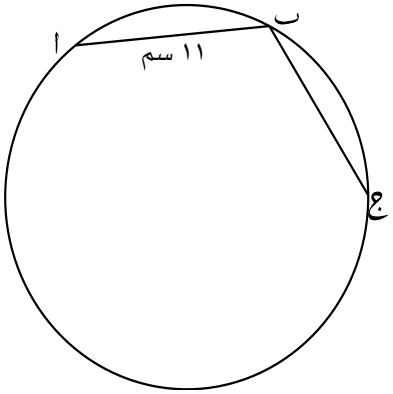
ك



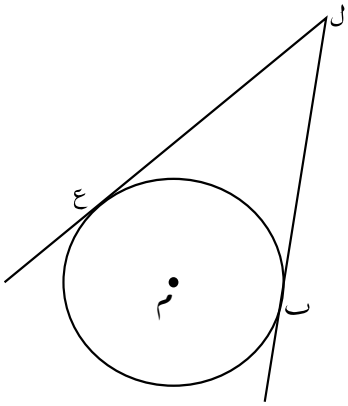
ل



٣) يُظهِر الشكل أدناه قرصًا دائريًا من الخشب. تسير عليه عنكبوت من النقطة ا إلى النقطة ب، وتبعد أقرب نقطة وصلت إليها عن مركز الدائرة مسافة ١٨ سم. تُتابع العنكبوت مباشرة من النقطة ب إلى النقطة ع وتستخدم مرّة أخرى طريقًا بحيث تبعد أقرب نقطة وصلت إليها عن مركز الدائرة مسافة ١٨ سم. احسب إجمالي المسافة التي قطعتها العنكبوت.



٤) في الشكل المجاور: ل ع، ل ب مماسّان للدائرة عند النقطتَين ع، ب بالترتيب.
م مركز الدائرة، ق(ع $\hat{م}$ ب) = ١٥٠°، أوجد ق(ع $\hat{ل}$ ب)
موضّحًا خطوات الحل.



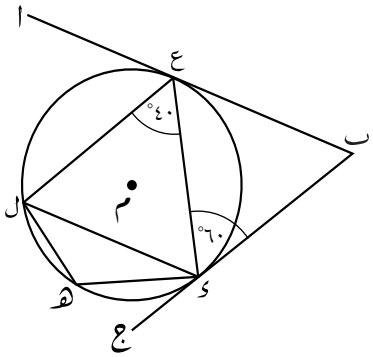
٥) في الشكل المجاور: تقع النقاط ع، ى، هـ، ل على محيط دائرة مركزها م،
ب ا، ب ج مماسّان للدائرة عند النقطتَين ع، ى بالترتيب.
أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية، موضّحًا خطوات الحل:

أ) ى $\hat{ل}$ ع

ب) ل $\hat{ى}$ ع

ج) ع $\hat{ث}$ ى

د) ى $\hat{هـ}$ ل



إجابات تمارين المراجعة:
الدوائر

١) أ ٧,٧٥ سم

ب ١٣,٩ سم

ج ٢٥,٤ مم

٢) قد يختلف العمل والبرهان، ولكن يجب أن يكون قياس الزاوية واحدًا كما هو مُبيّن أدناه، يجب على الطلبة عرض عملهم ومنطقهم السليم باستخدام العبارات التي توضّح معرفة خصائص الزوايا والعلاقات التي تربطها.

أ ٤٠°

ب ٢٢°

ج ٤٥°

د ٤٠°

هـ ١٢٢°

و ٦٤°

ز ٦٤°

ح ٦٠°

ط ١٤٤°

ي ٣٣°

ك ٣٧°

ل ٧٨°

٣) ٢٢ سم يجب أن يكون ا ب = ب ج، لأن أقرب نقطة له من المركز هي نفسها في المرَّتَين).

٤) ق(ل ع م) = ق(ل ث م) = ٩٠° لأنها زوايا محصورة بين مماس الدائرة ونصف قطرها.
مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي يساوي ٣٦٠°، أي ق(ع ل ب) + ٩٠° + ١٥٠° + ٩٠° = ٣٦٠°.
∴ ق(ع ل ب) = ٣٠°

٥) أ ق(و ل ع) = ٦٠° (نظرية القطعة المتبادلة)

ب ق(ل و ع) = ٨٠° (مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°)

ج ق(ع ث و) = ٦٠° (مجموع قياسات زوايا المثلّث يساوي ١٨٠°)

د ق(و ك ل) = ١٤٠° (ع و ك ل شكل رباعي دائري)

الوحدة الخامسة: المقاييس الإحصائية والانتشار

نظرة عامَّة

تتابع هذه الوحدة ما تم عرضه في الوحدة الثانية من الصف العاشر، ولكن سيتم الآن تحليل البيانات التي جمعناها أو أعطيت لنا. في الإحصاء، غالبًا ما يهمّنا معرفته أمران: المقاييس الإحصائية للبيانات وانتشار البيانات.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٥-١ (٥-١ PPT)	المقاييس الإحصائية	١	٣-٥ يحسب الوسط الحسابيّ والوسيط والمنوال والمدى للبيانات الفرديّة والمنفصلة. كما يحدّد المقياس الإحصائي المُناسب ليستخدمه في مجموعة معطاة من البيانات.	المنوال، الوسط الحسابي، الانتشار، الوسيط، المدى، المنفصلة، المتّصلة
٥-٢ (٥-٢ PPT)	الجداول التكرارية	٣	٣-٦ يحسب بشكل تقديري الوسط الحسابيّ للبيانات المجمّعة والمتّصلة؛ ويحدّد الفئة المنوالية من التوزيع التكراريّ المجمّع.	البيانات المُجمّعة، الوسط الحسابي التقديري، الفئة المنوالية
٥-٣	المئينات والرُّبيعات والمخطّط الصندوقي	٤	٣-٧ يقدّر الوسيط والمئينات والربيعات والمدى الربيعيّ ويفسّرها؛ وينشئ المخططّات الصندوقيّة ويفسّرها.	المئينات، الرُّبَيع الأعلى، الرُّبَيع الأدنى، المدى الرُّبَيعي، المخطّط الصندوقي

تقديم الموضوع

من المفيد أن تبدأ هذه الوحدة بمناقشة فكرة 'المقاييس الإحصائية' والمقصود منها. جملة بسيطة مثل: 'أوصف المقاييس الإحصائية لدرجات طلاب الصف العاشر' سوف تُعطي بعض النتائج المثيرة للاهتمام.

قد ترغب أيضًا في مناقشة ما تغطّيه المقاييس الإحصائية حول البيانات، وما لا تُغطّيه.

كلّما أتيحت لك الفرصة، ابحث عن عبارات تستخدم المقاييس الإحصائية من وسائل الإعلام وناقش ما تشير إليه هذه البيانات بالفعل. استخدم مثلاً عبارة 'معظم أطباء الأسنان يفضّلون مبيّض الأسنان'، ووضّح للطلاب أنّها تشير إلى المنوال، ووضح لهم أن 'معدل أعداد الأولاد في الأسرة العربية ٤,٢' يُشير إلى الوسط الحسابي، أما 'معدّل الراتب الشهري في إحدى الشركات في سلطنة عمان ١١٣٠ ريالاً عمانيًّا' فهو يشير إلى الوسيط. والجدير ذكره أن كل هذه العبارات يمكن استخدامها لاستكشاف المقاييس الإحصائية وكيفية استخدامها.

التفكير في الموضوع

المقاييس الإحصائية: يعتبر الوسط الحسابي هو المقياس الإحصائي الأكثر استخدامًا. ومع ذلك، من المهم أن يتمكّن الطلبة من إيجاد الوسيط والمنوال أيضًا ومعرفة متى يختارون مقياسًا إحصائيًّا محدّدًا للحكم على البيانات المعطاة.

عندما يُطلب إلى الطلبة حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة من البيانات، وعندما يجدون أن القيَم الثلاث يختلف بعضها عن بعض، غالبًا ما يسألون: "أي قيمة هي الصحيحة بينها؟" تحقّق من فهمهم أن كل هذه المقاييس الإحصائية صحيحة، ولكن كل منها يعطي دلالة معيّنة حول البيانات المعطاة.

الوسط الحسابي للتكرارات: غالبًا ما ينسى الطلبة كيفية الحصول على الوسط الحسابي للبيانات في الجدول التكراري. قد يتذكّرون بشكل أفضل إذا كنت قد وضّحتَ لهم سبب القيام بضرب القيَم في التكرار قبل جمعها معًا، كأن تقول: إنّ علينا في مجموعة البيانات التالية، استخدام (١ + ١ + ١ + ٢ + ... + ٤) ÷ ١٥ لإيجاد الناتج، وهي عملية بطيئة وغير فعّالة للغاية، لذا من الأسهل استخدام الضرب كالتالي:

س	التكرار	التكرار × س
١	٤	٤
٢	٣	٦
٣	٦	١٨
٤	٢	٨
		٣٦

وبذلك يساوي الوسط الحسابي ٣٦ ÷ ١٥ = ٢,٤

الوسط الحسابي للبيانات المُجمّعة: عندما يستطيع الطلبة إيجاد الوسط الحسابي بسهولة من الجدول التكراري، يجب أن يدركوا بسرعة أن إيجاد الوسط الحسابي التقديري للبيانات المُجمّعة في جداول تكرارية مشابه له كثيرًا، باستثناء أن س أصبحت مركز الفئة (نقطة منتصف الفئة). قد يواجه الطلبة صعوبة في قبول فكرة أن الوسط الحسابي التقديري هو قيمة موثوقة؛ فهم غالبًا ما يعتقدون أنّ عدم وجود قيَم دقيقة لديهم يفرض عليهم تقدير القيمة فيعتقدون أنّ القيمة مجرّد تخمين. ولإثبات أنها قيمة موثوقة، قد يكون من المفيد استخدام الحاسوب في جداول البيانات (Excel spreasheet) وعرض بعض البيانات المُجمّعة لإظهار التالي: عندما يصبح عدد قيَم البيانات كبيرًا، فإن هذا الوسط الحسابي التقديري سيصبح قريبًا جدًّا من الوسط الحسابي الحقيقي.

الانتشار

يدلّك المدى على كيفية انتشار البيانات. لكنه يتأثر بالقيَم القصوى (العليا والدنيا) في البيانات، لذلك لا يمكن الاعتماد عليه في بعض الحالات، ومن الأمثلة على ذلك أن يكون لمجموعة من درجات الاختبار (من ١٠٠) مدى ١٠٠ إذا حصل طالب واحد على ١٠٠ من ١٠٠، وطالب آخر على ٠ من ١٠٠. لكنّ هذا لا يعطيك أي معلومات عن بقية البيانات، وبناء على ذلك لا تستطيع أن تفترض أنّ البيانات تمثيلية، لأن هاتَين القيمتَين يمكن أن تكونا قيمتَين مُتطرّفتَين. وبذلك فإنه كلما كان المدى أصغر، كان الوسط الحسابي أكثر فاعلية في تمثيل البيانات.

استخدام مخطّطات الساق والورقة: يجب أن يدرك الطلبة أن مخطّطات الساق والورقة تؤدّي دور الجداول التكرارية، وبالتالي تساعدنا في تحديد المنوال على الفور. كما أنها تتطلّب ترتيب البيانات، وبالتالي فهي تشكّل نقطة انطلاق مفيدة نحو إيجاد الوسيط والرُّبَيعات والمدى. يتضمّن حساب الوسط الحسابي باستخدام مخطّط الساق والورقة نفس العملية تمامًا، حيث يتم جمع كل القيَم ثم قسمتها على مجموع التكرارات.

الرُبَيعات: قد يكون هذا الموضوع مربكًا للطلبة، لأنّهم يتعاملون فقط مع ثلاث قيَم (الرُّبَيعات الأول والثاني والثالث). ومن المفيد رسم مستقيم وتقسيمه إلى جُزأين وإظهار أن نقطة التقاطُع هي نقطة الوسيط (الرُّبَيع الثاني) للمستقيم. وعلى الرغم من وجود نقطة واحدة فقط، فإن المستقيم مقسَّم إلى جزأين. قسّم كل جزء من هذين الجُزأين إلى قسمَين لإظهار مواضع الرُّبَيع الأوّل والرُّبَيع الثالث. تحقّق من أن الطلبة يمكنهم أن يروا أن ٥٠٪ من المستقيم يقع بين الرُّبَيع الأوّل والرُّبَيع الثالث. وبالمثل، فإن ٥٠٪ من مجموعة البيانات تقع بين هاتَين القيمتَين لدى العمل على الرُّبَيعات. لذلك يُظهر المدى الرُّبَيعي مدى القيَم في ٥٠٪ من البيانات.

المخطّط الصندوقي: نادرًا ما تكون المخطّطات الصندوقية مفيدة من تلقاء نفسها. ومن الجيد دائمًا تعليمها باستخدام أمثلة المقارنة. وهذا يدل على قوة مثل هذا النهج البسيط لعرض البيانات. حاول عرض مجموعة من الأمثلة المأخوذة من البيانات التي سيتعرّف عليها الطلبة، كأن تأخذ درجات اختبار ما في فصلَين مختلفَين، وتكلّف الطلبة بالربط بينها.

المقاييس الإحصائية ومقاييس الانتشار في مواقف من الحياة اليومية

يمكن استخدام المقاييس الإحصائية ومقاييس الانتشار في العديد من الألعاب الرياضية ونتائج الاختبارات والسرعة ومستويات الدخل والاستطلاعات الإعلامية وبيانات الطقس والعديد من السياقات الأخرى في الحياة اليومية.

التعمُّق في الموضوع

غالبًا ما يُستخدم مفهوم معدّل الدرجات التراكمي (GPA) في التعليم العالي، الذي يتطلّب مُعدّل درجات تراكميًّا مُحدّدًا لتسجيل بعض المواد التعليمية. معدّل الدرجات التراكمي هو مقياس إحصائي تحصل فيه الدرجة (أ) على أربع نقاط والدرجة (ب) على ثلاث نقاط والدرجة (ج) على نقطتَين وهكذا (في بعض المؤسسات التعليمية يختلف حساب الدرجات)... اطلب إلى الطلبة استكشاف كيفية إيجاد معدّل الدرجات التراكمي وطريقة عمله. استخدم أمثلة حقيقية لمعرفة ما إذا كان لديهم معدّل الدرجات التراكمي المطلوب أم لا.

اطلب إليهم إيجاد أمثلتهم الخاصة على المقاييس الإحصائية المُستخدمة في الإعلام وتحليلها بشكل نقدي لتحديد ما إذا كانت مُضلِّلة أم لا (عن قصد أو عن غير قصد).

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية متوفرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مفصّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ٥-١ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة
- PPT ٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لبيانات متّصلة

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٥-١ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة

اعرض الشريحة ١

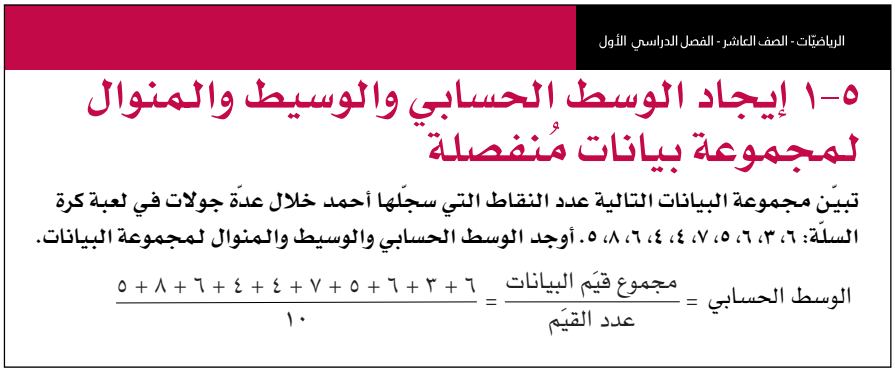
نقطة نقاش ١

ناقش المقاييس الإحصائية الثلاثة المختلفة وكيف أن كلًا منها يعطي إجابة دقيقة ولكن مختلفة في كثير من الأحيان. كيف تعرف أفضلها للاستخدام؟ هل هناك خيار صحيح وخيار خاطئ؟ ما لم يتم طلب مقياس محدّد للانتشار، يجب أن يكون الطلبة قادرين على استخدام أي مقياس منها، ولكن يجب أن يكونوا دائمًا على دراية بالشروط. فالوسط الحسابي يُمثّل جميع القيَم، ولكن قد ينحرف عند وجود قيَم متطرّفة ؛ لا يتأثر الوسيط والمنوال بالقيَم المتطرّفة ولكن قد لا يمثّلان جميع البيانات بشكل عادل إذا كانت قيَم البيانات منتشرة بشكل واسع.

كلّف الطلبة بإيجاد الوسط الحسابي.

ما الناتج؟

اعرض الشريحة ٢



تعرض هذه الشريحة كيفية إيجاد الوسط الحسابي.

اعرض الشريحة ٣

نقطة نقاش ٢

يجب أن يلاحظ الطلبة أنه من الشائع جدًا الحصول على رقم عشري كمقياس إحصائي، رغم أن جميع البيانات المعطاة هي عبارة عن أعداد صحيحة وأن مجموعة البيانات منفصلة. مثلًا: لن يكون أحمد قادرًا على تسجيل ٥,٤ أو ١,٢ نقطة، ولكن المقياس الإحصائي ٥,٤ نقطة يعتبر جوابًا مقبولًا.

ناقش كيفية إيجاد الوسيط، حيث تحتاج أوّلاً إلى كتابة القيَم في قائمة مرتّبة.

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-١ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة

تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد النقاط التي سجّلها أحمد خلال عدّة جولات في لعبة كرة السلّة: ٦، ٣، ٦، ٥، ٧، ٤، ٦، ٨، ٥. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات.

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع قيَم البيانات}}{\text{عدد القيَم}} = \frac{٦ + ٣ + ٦ + ٥ + ٧ + ٤ + ٦ + ٨ + ٥}{١٠}$$

$$= \frac{٥٤}{١٠} \qquad \text{الوسط الحسابي} = ٥,٤ \text{ نقاط}$$

الوسيط:

٣، ٤، ٤، ٥، ٥، ٦، ٦، ٦، ٧، ٨

أولاً، اكتب الأعداد بالترتيب التصاعُدي (يمكن أيضًا استخدام الترتيب التنازلي)

متى يكون الوسيط قيمة واحدة من القائمة، ومتى يكون الوسط الحسابي لقيمتَي الوسيطين؟ عندما يكون عدد القيَم فرديًّا، يكون الوسيط القيمة الوسطى في قائمة البيانات المرتّبة، وعندما يكون عدد القيَم زوجيًّا، لا تكون هناك قيمة واحدة في الوسط، لذا عليك إيجاد الوسط الحسابي لقيمتَي الوسيطَين.

اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-١ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة

تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد النقاط التي سجّلها أحمد خلال عدّة جولات في لعبة كرة السلّة: ٦، ٣، ٦، ٥، ٧، ٤، ٦، ٨، ٥. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات.

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع قيَم البيانات}}{\text{عدد القيَم}} = \frac{٦ + ٣ + ٦ + ٥ + ٧ + ٤ + ٦ + ٨ + ٥}{١٠}$$

$$= \frac{٥٤}{١٠} \qquad \text{الوسط الحسابي} = ٥,٤ \text{ نقاط}$$

الوسيط:

٣، ٤، ٤، ٥، ٥، ٦، ٦، ٦، ٧، ٨

أولاً، اكتب الأعداد بالترتيب التصاعُدي (يمكن أيضًا استخدام الترتيب التنازلي)

$$\frac{٥ + ٦}{٢} = \frac{١١}{٢}$$

يوجد ١٠ قيَم، لذا فإن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتَين الخامسة والسادسة.

اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-١ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة

تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد النقاط التي سجّلها أحمد خلال عدّة جولات في لعبة كرة السلّة: ٦، ٣، ٦، ٥، ٧، ٤، ٦، ٨، ٥. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات.

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع قيَم البيانات}}{\text{عدد القيَم}} = \frac{٦ + ٣ + ٦ + ٥ + ٧ + ٤ + ٦ + ٨ + ٥}{١٠}$

$= \frac{٥٤}{١٠}$ الوسط الحسابي = ٥,٤ نقاط

الوسيط:

٣، ٤، ٤، ٥، ٥، ٦، ٦، ٦، ٧، ٨

أولاً، اكتب الأعداد بالترتيب التصاعُدي (يمكن أيضًا استخدام الترتيب التنازلي)

يوجد ١٠ قيَم، لذا فإن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتَين الخامسة والسادسة.

$\frac{٥ + ٦}{٢} = \frac{١١}{٢}$

الوسيط = ٥,٥ نقاط

المنوال:

كيف نجد المنوال؟ إنه القيمة الأكثر تكرارًا.

اعرض الشريحة ٧

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-١ إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات مُنفصلة

تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد النقاط التي سجّلها أحمد خلال عدّة جولات في لعبة كرة السلّة: ٦، ٣، ٦، ٥، ٧، ٤، ٦، ٨، ٥. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات.

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع قيَم البيانات}}{\text{عدد القيَم}} = \frac{٦ + ٣ + ٦ + ٥ + ٧ + ٤ + ٦ + ٨ + ٥}{١٠}$

$= \frac{٥٤}{١٠}$ الوسط الحسابي = ٥,٤ نقاط

الوسيط:

٣، ٤، ٥، ٥، ٦، ٦، ٦، ٧، ٨

أولاً، اكتب الأعداد بالترتيب التصاعُدي (يمكن أيضًا استخدام الترتيب التنازلي)

$\frac{٥ + ٦}{٢} = \frac{١١}{٢}$

يوجد ١٠ قيَم، لذا فإن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتَين الخامسة والسادسة.

الوسيط = ٥,٥ نقاط

المنوال: القيمة الأكثر تكرارًا

المنوال = ٦ نقاط

نقطة نقاش ٣

هذا مثال جيد يتناول الشروط المفروضة على استخلاص النتائج من البيانات. قبل أن تستنتج أن من المُرجّح أن يُسجّل أحمد ٥ أو ٦ نقاط (بالاستناد إلى الخبرات السابقة)، ستحتاج إلى تحديد الشروط التي يمكن أن تنشأ وتُغيّر في الواقع الموجود. إذا تدرّب أحمد على طرق جديدة في اللعب، فقد يستطيع تسجيل عدد أكبر من النقاط.

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة بيانات متّصلة

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة بيانات متّصلة

يبيّن جدول التكرار التالي العمر الافتراضي لـ ٥٠ مصباحًا كهربائيًا. قدّر الوسط الحسابي لعمر المصباح الكهربائي (ن).

العمر الافتراضي، (ن (بالساعات))	التكرار (ت)
١٢٠ ≤ ن < ١٦٠	١٢
١٦٠ ≤ ن < ١٨٠	٢٢
١٨٠ ≤ ن < ٢٠٠	٩
٢٠٠ ≤ ن < ٢٢٠	٥
٢٢٠ ≤ ن < ٢٦٠	٢
المجموع	**٥٠**

نقطة نقاش ١

كيف نحسب الوسط الحسابي لبيانات مجمّعة متّصلة؟ علينا أوّلًا إيجاد مركز كل فئة، ثم ضرب مركز الفئة في تكرار تلك الفئة.

هل يمكن للطلبة إيجاد مركز كل فئة؟

اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة بيانات متّصلة

يبيّن جدول التكرار التالي العمر الافتراضي لـ ٥٠ مصباحًا كهربائيًا. قدّر الوسط الحسابي لعمر المصباح الكهربائي (ن).

العمر الافتراضي، (ن (بالساعات))	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)
١٢٠ ≤ ن < ١٦٠	١٢	١٤٠
١٦٠ ≤ ن < ١٨٠	٢٢	١٧٠
١٨٠ ≤ ن < ٢٠٠	٩	١٩٠
٢٠٠ ≤ ن < ٢٢٠	٥	٢١٠
٢٢٠ ≤ ن < ٢٦٠	٢	٢٤٠
المجموع	**٥٠**	

ما الذي نقوم به الآن؟ نقوم بضرب التكرار في مركز الفئة.

لماذا نستخدم المركز؟ لماذا نضرب المركز في التكرار؟ في البيانات المُجمّعة، لا نعرف القيمة الدقيقة لكل نقطة بيانات تم جمعها، ولذا يتوجّب علينا أن نفترض أن نقطة المركز (المنتصف) تمثّل 'المقياس الإحصائي' تمثيلًا جيدًا.

نضربها في التكرار لأننا نفترض أن جميع نقاط البيانات في تلك المجموعة لها هذه القيمة للمقياس الإحصائي.

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة بيانات متّصلة

يبيّن جدول التكرار التالي العمر الافتراضي لـ ٥٠ مصباحًا كهربائيًا. قدّر الوسط الحسابي لعمر المصباح الكهربائي (ن).

العمر الافتراضي، (ن (بالساعات))	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت × م)
١٢٠ ≤ ن < ١٦٠	١٢	١٤٠	١٦٨٠
١٦٠ ≤ ن < ١٨٠	٢٢	١٧٠	٣٧٤٠
١٨٠ ≤ ن < ٢٠٠	٩	١٩٠	١٧١٠
٢٠٠ ≤ ن < ٢٢٠	٥	٢١٠	١٠٥٠
٢٢٠ ≤ ن < ٢٦٠	٢	٢٤٠	٤٨٠
المجموع	**٥٠**		**٨٦٦٠**

الآن نعرف مجموع عمود (ت × م) ويمكننا قسمته على مجموع عمود التكرار (ت) لإيجاد الوسط الحسابي.

اربط بين إجراء ذلك والعمل على إيجاد الوسط الحسابي عن طريق جمع كل قيَم البيانات والقسمة على عددها.

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة بيانات متّصلة

يبيّن جدول التكرار التالي العمر الافتراضي لـ ٥٠ مصباحًا كهربائيًا. قدّر الوسط الحسابي لعمر المصباح الكهربائي (ن).

العمر الافتراضي، (ن (بالساعات))	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت × م)
١٢٠ ≤ ن < ١٦٠	١٢	١٤٠	١٦٨٠
١٦٠ ≤ ن < ١٨٠	٢٢	١٧٠	٣٧٤٠
١٨٠ ≤ ن < ٢٠٠	٩	١٩٠	١٧١٠
٢٠٠ ≤ ن < ٢٢٠	٥	٢١٠	١٠٥٠
٢٢٠ ≤ ن < ٢٦٠	٢	٢٤٠	٤٨٠
المجموع	**٥٠**		٨٦٦٠

الوسط الحسابي للبيانات المتّصلة = $\frac{\Sigma(\text{ت} \times \text{م})}{\text{عدد القيَم}}$

ذكّر الطلبة أن رمز سيغما (Σ) يعني 'المجموع'، أي عليهم قسمة 'مجموع (ت × م)' على إجمالي التكرارات.

اعرض الشريحة ٥

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة بيانات متّصلة

يبيّن جدول التكرار التالي العمر الافتراضي لـ ٥٠ مصباحًا كهربائيًا. قدّر الوسط الحسابي لعمر المصباح الكهربائي (ن).

العمر الافتراضي، (ن (بالساعات))	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت × م)
١٢٠ ≤ ن < ١٦٠	١٢	١٤٠	١٦٨٠
١٦٠ ≤ ن < ١٨٠	٢٢	١٧٠	٣٧٤٠
١٨٠ ≤ ن < ٢٠٠	٩	١٩٠	١٧١٠
٢٠٠ ≤ ن < ٢٢٠	٥	٢١٠	١٠٥٠
٢٢٠ ≤ ن < ٢٦٠	٢	٢٤٠	٤٨٠
المجموع	**٥٠**		٨٦٦٠

الوسط الحسابي للبيانات المتّصلة = $\frac{\Sigma(\text{ت} \times \text{م})}{\text{عدد القيَم}} = \frac{٨٦٦٠}{٥٠}$

تعرض هذه الشريحة العمليات الحسابية المطلوبة.

اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٥-٢ إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة بيانات متّصلة

يبيّن جدول التكرار التالي العمر الافتراضي لـ ٥٠ مصباحًا كهربائيًا. قدّر الوسط الحسابي لعمر المصباح الكهربائي (ن).

العمر الافتراضي، (ن (بالساعات))	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت × م)
١٢٠ ≤ ن < ١٦٠	١٢	١٤٠	١٦٨٠
١٦٠ ≤ ن < ١٨٠	٢٢	١٧٠	٣٧٤٠
١٨٠ ≤ ن < ٢٠٠	٩	١٩٠	١٧١٠
٢٠٠ ≤ ن < ٢٢٠	٥	٢١٠	١٠٥٠
٢٢٠ ≤ ن < ٢٦٠	٢	٢٤٠	٤٨٠
المجموع	**٥٠**		**٨٦٦٠**

الوسط الحسابي للبيانات المتّصلة = $\frac{\Sigma(\text{ت} \times \text{م})}{\text{عدد القيَم}} = \frac{٨٦٦٠}{٥٠}$

الإجابة: ١٧٣,٢ ساعة أو ١٧٣ ساعة (مقرّبة إلى عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية.

قد نحتاج إلى تقريب الناتج النهائي.

نقطة نقاش ٢

لماذا يعتبر الناتج تقديرًا؟ لأننا لا نعرف القيمة الدقيقة لكل قيمة في مجموعة البيانات، وافترضنا أن كلًّا منها هو 'مركز' فئتها. الوسط الحسابي ليس دقيقًا ولا يمكن أن يكون سوى تقدير.

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الخامسة

تمارين ٥-١-أ

١) أ (١) المنوال = ١٢

(٢) الوسيط = ٩

(٣) الوسط الحسابي = ٨

ب (١) المنوال = ٨

(٢) الوسيط = ٦

(٣) الوسط الحسابي = ٥,٧

ج (١) المنوال = ٢,١ و ٨,٢

(٢) الوسيط = ٤,١٥

(٣) الوسط الحسابي = ٤,٧٩

د (١) المنوال = ١٢

(٢) الوسيط = ٩

(٣) الوسط الحسابي = ١١,٧

٢) ازداد الوسط الحسابي من ٨ إلى ١١,٧ بسبب القيمة القصوى البالغة ٤٣ في الجزئية (د). لا تتغير قيمتا المنوال والوسيط.

٣) أ وسيط أحمد = ٥٤

وسيط سعيد = ٤٨,٥

ب الوسط الحسابي لأحمد = ٨٤,٢٥

الوسط الحسابي لسعيد = ٩٨,٨٧٥

٤) إجابة ممكنة: ١، ٢، ٣، ٤، ١٥

٥) المنوال = لا يوجد؛

الوسط الحسابي = ٩٦,٤؛

الوسيط = ١٠٣

الوسيط لأنه الأعلى، ولذلك سوف يعتقد أن الفريق جيد جدًا في كرة السلّة.

٦) ٤٤٥١,٦ سم

٧) ٢,٣٨ كغم

٨) ٩١,٢٦ °س

٩) إجابة ممكنة: ٣، ٤، ٤، ٦، ٨

١٠) إجابة ممكنة: ٢، ٣، ٤، ٧، ٩

١١) $\frac{\text{م س + ن ص}}{\text{م + ن}}$

تمارين ٥-١-ب

١) أ سلمان: (١) الوسط الحسابي = ٠,١٥٢

(٢) المدى= ٠,٠٨٩

أمين: (١) الوسط الحسابي = ٠,١٣٩

(٢) المدى = ٠,٠٥٩

ب سلمان ج أمين

٢) أ الوسط الحسابي للشعبة الأولى: ١٣,٨

الوسط الحسابي للشعبة الثانية: ١٣,٦

ب مدى الشعبة الأولى = ١٦

مدى الشعبة الثانية = ١٧

ج الشعبة الأولى، بما أن الوسيط أعلى، فإن أداء الشعبة كان أفضل.

د الشعبة الأولى، بما أن المدى أصغر، فسوف تكون البيانات أكثر ثباتًا.

٣) المحل التجاري (ج). في المحل التجاري (ب)، الوسط الحسابي هو الأفضل ولكن المدى كبير، في حين أن المدى في المحلين التجاريين (أ) و (ج) هو نفسه ولكن الوسط الحسابي في المحل التجاري (ج) أكبر.

تمارين ٥-٢-أ

١) أ

العدد	التكرار	المركز × التكرار
١	٧	٧
٢	٥	١٠
٣	٥	١٥
٤	٩	٣٦
٥	٩	٤٥
٦	٤	٢٤
٧	٣	٢١
٨	٥	٤٠
٩	٣	٢٧

الوسط الحسابي = ٤,٥

ب الوسيط = ٤

يوجد ٥٠ عددًا. ∴ الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتَين ٢٤ و ٢٥، أي الوسط الحسابي لـ ٤ و ٤، أي ٤

ج المنوال = ٤ و ٥

القيمتان الأكثر تكرارًا هما ٤ ، ٥

د المدى = ٩ – ١ = ٨

٢) أ

السعر	التكرار	المجموع
٦,٥٠ ريالات عُمانيّة	١٨٠	١١٧٠ ريالاً عُمانيًّا
٨ ريالات عُمانيّة	٢١٥	١٧٢٠ ريالاً عُمانيًّا
١٠ ريالات عُمانيّة	١٢٤	١٢٤٠ ريالاً عُمانيًّا
		٤١٣٠ ريالاً عُمانيًّا

ب ٧,٩٦ ريالات عُمانيّة

٣) أ المنوال = لا رسائل

ب الوسيط = رسالة واحدة

ج الوسط الحسابي
= ٠,٨٥ رسالة

د المدى = ٥

٤) أ المنوال = ١

ب الوسيط = ٢

هناك ١٠٠ أسرة.
لإيجاد الوسيط نحتاج إلى الأسرة الـ ٥٠ والأسرة الـ ٥١.
هناك ٤ أسر ليس لديها أطفال، ٣٦ لدى كل منها طفل واحد و ٢٧ أسرة لدى كل منها طفلان. تقع الأسرتان الـ ٥٠ والـ ٥١ في قسم 'طفلين'
(٤٠ أسرة لدى كل منها أقل من طفلَين و ٦٧ أسرة لدى كل منها طفلان أو أقلّ، لذا فإن الأسرة الـ ٥٠ والأسرة الـ ٥١ كلتاهما تقعان في فئة طفلَين).

ج الوسط الحسابي = ٢,١٢

٥) أ المنوال = ٨

ب الوسيط = ٦,٥
هناك ٣٠ طالبًا بالإجمال.
لإيجاد الوسيط، نحتاج إلى الطالب الـ ١٥,٥ (في المنتصف بين الطالب الـ ١٥ والطالب الـ ١٦).
درجة الطالب ١٥ هي ٦
ودرجة الطالب ١٦ هي ٧،
وبالتالي فإن الوسيط هو ٦,٥ (أي في المنتصف بين ٦ و ٧).

ج الوسط الحسابي = ٦,٠٣

د إذا أراد أن يقترح أن أداء الفصل الدراسي أفضل مما هو عليه بالفعل، فسيستخدم المنوال ويقول شيئًا مثل: حصل معظم الطلبة على ٨ من ١٠

٦) أ

الورقة	الساق
٦	٤
٤ ٠ ٠	٥
٩ ٨ ٧ ٥	٥
٣ ٣ ٢ ١ ١ ٠	٦
٩ ٨ ٦ ٦	٦
٤ ٠	٧

المفتاح
٦ | ٤ = ٤٦ كيلوجرامًا

ب ١٢

ج البيانات لديها العديد من المنوالات.

د ٧٤ – ٤٦ = ٢٨

هـ ٦١ كغم
هناك ٢٠ كتلة. الوسيط هو الوسط الحسابي للكتلتَين الـ ١٠ والـ ١١، أي الوسط الحسابي للكتلتَين ٦١ و ٦١، أي ٦١

٧) أ

الورقة	الساق
٥ ١	١٢
٩ ٩ ٨ ٨ ٨ ٦ ٦	١٢
٤ ٣ ٣ ٢ ١ ٠	١٣
٨ ٦	١٣
٣ ٢ ٢ ٠ ٠	١٤
٦	١٤
٠	١٥

المفتاح
١ | ١٢ = ١٢١ مكوّنًا في الساعة

ب ٢٩

ج ١٣٢,٥

تمارين ٥-٢- ب

١) الوسط الحسابي التقديري لأطوال اللوحات = ١٤١,٧ سم

٢) ٥,٢٨ دقائق
٠,٢٨ دقيقة تساوي ٠,٢٨ × ٦٠ ثانية. لدينا ١٦,٨ ثانية، لذا فإن الوسط الحسابي التقديري يساوي: ٥ دقائق و١٧ ثانية

٣) الوسط الحسابي لدرجة الحرارة = ٥٧,٣٦ °س

٤) أ

الكتلة	التكرار	المركز	المركز × التكرار
٥٥ ≤ ع < ٦٥	٢	٦٠	١٢٠
٦٥ ≤ ك < ٧٥	٨	٧٠	٥٦٠
٧٥ ≤ ك < ٨٥	١٢	٨٠	٩٦٠
٨٥ ≤ ك < ١٠٠	٣	٩٢,٥	٢٧٧,٥

الوسط الحسابي التقديري لفريق الصقور = $\frac{١٩١٧,٥}{٢٥}$

= ٧٦,٧

الكتلة	التكرار	المركز	المركز × التكرار
٥٥ ≤ ك < ٦٥	١	٦٠	٦٠
٦٥ ≤ ك < ٧٥	٧	٧٠	٤٩٠
٧٥ ≤ ك < ٨٥	١٣	٨٠	١٠٤٠
٨٥ ≤ ك < ١٠٠	٤	٩٢,٥	٣٧٠

الوسط الحسابي التقديري لفريق النسور = $\frac{١٩٦٠}{٢٥}$

= ٧٨,٤

ب) أفضل تقدير للمدى هو ٤٥ كغم لكلتَيهما

ج) بناء على الجزئية أ، يمكن القول إن كتل لاعبي فريق النسور أكبر من كتل لاعبي فريق الصقور.

مدى فريق الصقور ومدى فريق النسور متساويان.

٥) الوسط الحسابي = ٣٩,٢ سم

٦) الوسط الحسابي للعمر = ٤٢,٣٠ سنة

تمارين ٥-٣-أ

١) أ) الوسيط = ٦

الرُّبَيع الأول = ٤

الرُّبَيع الثالث = ٩

المدى الرُّبَيعي = ٥

ب) الوسيط = ١٧

الرُّبَيع الأول = ١٢

الرُّبَيع الثالث = ٢١

المدى الرُّبَيعي= ٩

ج) الوسيط = ١٤

الرُّبَيع الأول = ٥

الرُّبَيع الثالث = ١٨

المدى الرُّبَيعي= ١٣

د) الوسيط = ٣,٤

الرُّبَيع الأول = ٢,٤٥

الرُّبَيع الثالث = ٤,٩٥

المدى الرُّبَيعي= ٢,٥

هـ) الوسيط = ١٥,٦٥

الرُّبَيع الأول = ١٤,١

الرُّبَيع الثالث = ١٧,٩٥

المدى الرُّبَيعي= ٣,٨٥

٢) الوسيط = ٦، الرُّبَيع الأول = ٤

الرُّبَيع الثالث = ٨،

المدى الرُّبَيعي = ٤

٣) أ

الصيف	١٣	١٥	١٧	١٨	١٩	١٩	٢٥	٢٦
الشتاء	٩	٩	١٠	١١	١٢	١٢	١٣	١٤

يوجد ٨ قيم في كل فصل.

الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتَين الرابعة والخامسة

وسيط الصيف = ١٨,٥

وسيط الشتاء = ١١,٥

ب) يقع الرُّبَيع الأدنى بين القيمتَين الثانية والثالثة ويقع الرُّبَيع الأعلى بين القيمتَين السابعة والثامنة.

الصيف: الرُّبَيع الأدنى = ١٦،

الرُّبَيع الأعلى = ٢٢، المدى الرُّبَيعي = ٢٢ – ١٦ = ٦

الشتاء: الرُّبَيع الأدنى = ٩,٥،

الرُّبَيع الأعلى = ١٢,٥،

المدى الرُّبَيعي = ١٢,٥ – ٩,٥ = ٣

ج) الوسيط والمدى الرُّبَيعي أقل في الشتاء. قد يعني ذلك أن المزيد من الأشخاص يلازمون المنزل خلال فصل الشتاء، لذلك لا يحتاجون إلى قيادة السيارة. في الصيف قد يستخدم الناس السيارات للخروج من المنزل وهذا هو سبب اختلاف عدد السيارات أكثر في الصيف.

٤) أ) النادي (أ): الوسيط = ٢٣

الرُّبَيع الأول = ١٣

الرُّبَيع الثالث = ٢٤

النادي (ب): الوسيط = ١٨

الرُّبَيع الأول = ١٤

الرُّبَيع الثالث = ٢٠

ب) النادي (أ):

المدى الرُّبَيعي = ١١

النادي (ب):

المدى الرُّبَيعي = ٦

ج) يعتبر المدى الرُّبَيعي للنادي (أ) أكثر ثباتًا من ذلك الخاص بالنادي (ب) وبالتالي يُرجّح أن يكون لديه جمهور معيّن بينما يكون التبايُن أكبر للنادي (ب) وبالتالي يمكن أن يجذب جمهورًا متنوّعًا.

٥) أ) المدى داخل المدينة =
١٤,٥ – ٨,٠ = ٦,٥
المدى على الطريق السريع =
١٧,٤ – ١١,٥ = ٥,٩

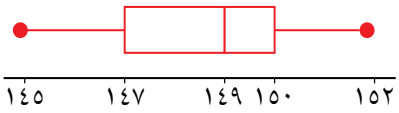
ب) الوسيط داخل المدينة هو الوسط الحسابي للقيمتَين ١٠,٥ و ١١,٢، أي ١٠,٨٥
الوسيط على الطريق السريع هو الوسط الحسابي للقيمتَين ١٣,٦ و ١٤,٥، أي ١٤,٠٥

ج) داخل المدينة:
ر١ = ٩,٣، ر٣ = ١٢,٦٥
المدى الرُّبَيعي = ر٣ – ر١
= ٣,٣٥
على الطريق السريع:
ر١ = ١٢,١، ر٣ = ١٥,٨
المدى الرُّبَيعي = ر٣ – ر١
= ٣,٧

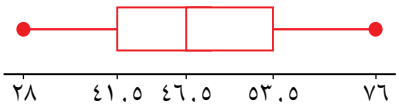
د) للوهلة الأولى، يبدو أن القيادة في المدينة تحصل على استهلاك وقود أفضل بكثير حيث يبدو أن البيانات موزعة بشكل أكبر نحو الطرف الأعلى من السيقان. ومع ذلك، فإن الفاصل الزمني الأصغر والطبيعة العشرية للبيانات يشيران إلى عدم وجود مثل هذا الاختلاف الهائل في الاستهلاك عندما تنظر إلى المدى الرُّبَيعي، لأن الفرق بين مُعدّلَيه هو ٠,٣٥ فقط

تمارين ٥-٣-ب

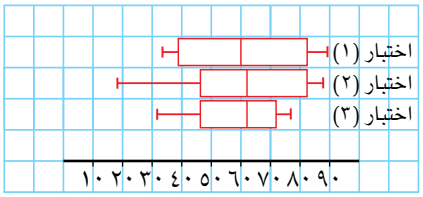
١)



٢)



٣) أ)



ب) تختلف التفسيرات، ولكن بشكل عام كان أداء الطلبة أسوأ في الاختبار (٣)

٤) أ) ٢٥ كم
ب) ٤٧,٥ كم
ج) ٧٥٪
د) ٥٠٪
هـ) ١٠ كم، أي يختلف وسيط الـ ٥٠٪ من البيانات بمقدار ١٠ كم.
و) يتم توزيع البيانات بالتساوي حول الوسيط لأنه يقع في منتصف الجزء الصندوقي من المخطّط.

٥) أ) ٣٤
ب) ٣٠
ج) المدى الرُّبَيعي للفريق (أ) يساوي ٣٤، والمدى الرُّبَيعي للفريق (ب) يساوي ٣٠ وبما أنّ المدى الرُّبَيعي للفريق (ب) أصغر من المدى الرُّبَيعي للفريق (أ)، فإنّ نقاطه كانت أكثر ثباتًا.

د) كل نقاط الفريق (ب) اكبر من ١٢٠، في حين أنّ أصغر نقطة عند الفريق (أ) هي ١٠١، مما يعني أنه من المرجح استمرار الفريق (ب) في اللعبة.

هـ) للفريق (أ) وسيط أكبر ورُبَيع أعلى أكبر وأكبر قيمة، مما يعني أنه يمتلك أعلى النقاط.

٦) أمضت سلمى ٣٠ دقيقة أو أكثر في إنجاز الواجبات المنزلية كل يوم. لمدة ٧٥٪ من الأيام، درست لأكثر من ٤٥ دقيقة، وفي نصف الأيام درست لمدة ٥٠ دقيقة أو أكثر. درست أميرة لمدة تقل عن ٣٠ دقيقة في نصف الأيام. ودرست ٤٥ دقيقة فقط أو أكثر في ٢٥٪ من الأيام، مما يشير إلى أنها درست زمنًا أقصر خلال هذه الفترة. قد يعود ذلك إلى أنها وجدت العمل سهلاً ولم تكن بحاجة إلى المذاكرة كثيرًا، أو لأنها لا تحب الدراسة.

٧) قد تتنوع التقارير، ولكن إذا قمت برسم مستقيمات رأسية على المخططات لإظهار التفاوتات (عند ١٦,٥٥ و١٦,٧٥)، يمكنك أن ترى أن الآلتَين (ب) و (ج) تنتجان مسامير خارج المتوقع.
تنتج الآلة (ج) أصغر مسامير، حيث أن ٧٥٪ منها يقع تحت القطر المحدد. الآلة (أ) هي الأكثر اتساقًا مع جميع المسامير ضمن الحدود المعطاة.

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١)

	الوسط الحسابي	الوسيط	المنوال	المدى
أ	٥	٥	٨	٧
ب	٢٦	٢٥	٢١	١٤
ج	١,٣١	١,٢٥	١,٢	٠,٩

٢)

العمر بالسنوات	التكرار	العمر × التكرار
١١	١٦	١٧٦
١٢	٢٥	٣٠٠
١٣	١٧	٢٢١
١٤	١٩	٢٦٦
١٥	٢٣	٣٤٥
	١٠٠	١٣٠٨

أ المنوال = ١٢

ب المدى = ٤

ج الوسيط = ١٣

د الوسط الحسابي =

١٣٠٨ ÷ ١٠٠ = ١٣,٠٨

٣) ٧، ٧، ٨، ١٠

٤)

الارتفاع، ع (سم)	التكرار	المركز	المركز × التكرار
١٠ < ع ≤ ١٥	٣	١٢,٥	٣٧,٥
١٥ < ع ≤ ٢٠	٨	١٧,٥	١٤٠
٢٠ < ع ≤ ٢٥	١٠	٢٢,٥	٢٢٥
٢٥ < ع ≤ ٣٠	١٣	٢٧,٥	٣٥٧,٥
٣٠ < ع ≤ ٣٥	٦	٣٢,٥	١٩٥
المجموع	٤٠		٩٥٥

أ ٢٥ < ع ≤ ٣٠

ب ٢٠ < ع ≤ ٢٥

ج ٩٥٥ ÷ ٤٠ = ٢٣,٨٧٥

٥) أ الوسيط = ١٣

ب الرُّبَيع الأدنى = ١٠

ج الرُّبَيع الأعلى = ١٤,٥

د المدى = ٧

هـ المدى الرُّبَيعي = ٤,٥

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الخامسة

تمارين ٥-١-أ

١)

	أ	ب	ج	د	هـ	و
الوسط الحسابي	٦,١٤	٢٧,٤٤	١٣,٠٨	٥	٤,٨٩	٥,٢٢
الوسيط	٦	٢٧	١٣	٥	٥	٥
المنوال	٦	٢٧ و ٣٨	١٢	لا يوجد منوال	٤	٦

٢) أ (٣) و (٦)

ب أية إجابة مقبولة من الطالب. يمكن لمجموعتَين مختلفتَين من البيانات أن تعطيا نفس الوسط الحسابي، حيث أنه إذا تساوى مجموع قيَم البيانات مع عددها، فإن ناتج قسمتهما (الوسط الحسابي) سيكون نفسه.

٣) ٢٥٥

٤) ١٥

٥) بحاجة إلى معرفة عدد الأبقار في كل مزرعة لحساب الوسط الحسابي للترات الحليب التي تنتجها كل بقرة.

٦)

عدد الإخوة	التكرار	الكمية × التكرار
١	١٠	١٠
٢	٩	١٨
٣	٨	٢٤
٤	٦	٢٤
٥	٧	٣٥
المجموع	٤٠	١١١

أ الوسط الحسابي = $\frac{١١١}{٤٠}$ = ٢,٧٧٥

ب ١

٧)

كمية الزيادة	التكرار	الكمية × التكرار
٦٠	٤	٢٤٠
٣٠	٢	٦٠
١٠	٦	٦٠
٦	٨	٤٨
المجموع	٢٠	٤٠٨

أ الوسط الحسابي = $\frac{٤٠٨}{٢٠}$ = ٢٠,٤

ب ٦ ريالات عُمانية

ج ١٠ ريالات عُمانية

د ٢ (فقط عمال الفئة (ب))

هـ يقع الوسط الحسابي بين ٦ ريالات عُمانية و ٦٠ ريالاً عُمانيًّا، لذا فإن العبارة صحيحة، حيث أن المدير صرّح بأن الوسط الحسابي سيكون بين ٦ و ٦٠ ريالاً عمانيًّا. بلغ متوسّط الزيادة الفعلي ٢٠,٤٠ ريالاً عمانيًّا، أي بين هاتَين القيمتَين.

تمارين ٥-١-ب

١) أ الوسط الحسابي = ٤,٣، الوسيط = ٥، المنوال = ٢ و ٥
يوجد منوالان (٢ و ٥)، ولا يمثّل المنوال ٢ البيانات لأنه لا يتمحور في وسطها.

ب الوسط الحسابي = ٣,١٥، الوسيط = ٢
المنوال = ٢
الوسط الحسابي لا يمثّل البيانات لأنه كبير جدًا. هذا بسبب وجود بعض القيَم في مجموعة البيانات أعلى بكثير من القيَم الأخرى.
(هذا يعطي مدى كبيرًا، وعندما يكون المدى كبيرًا، لا يكون الوسط الحسابي، بشكل عام، ممثلاً).

ج الوسط الحسابي = ١٧,٦٧
الوسيط = ١٧
المنوال = لا يوجد، لذلك لا يمكن أن يكون ممثِّلاً للبيانات. الوسط الحسابي والوسيط متشابهان، لذا فهما يمثِّلان البيانات.

٢) أ الوسط الحسابي = ١٢,٨
الوسيط = ١٥، المنوال = ١٧
المدى = ١٩

ب المنوال كبير جدًّا، الوسط الحسابي غير موثوق لأن المدى كبير.

٣) أ الوسط الحسابي لسعيد:
٢ دقيقة ٢,٣ ثانية
الوسط الحسابي لسمير:
٢ دقيقة ٢,١ ثانية.
لدى سمير أسرع وسط حسابي للزمن؛ لقد حقّق أيضًا وقتًا أسرع، لذلك سيكون أداؤه أفضل من سعيد.

ب سعيد أكثر اتّساقًا مع مدى من ثانيتين فقط (المدى لدى سمير يساوي ٣,٨ ثوانٍ)

تمارين ٥-٢-أ

١)

الدرجة	التكرار	الدرجة × التكرار
٠	٦	٠
١	٦	٦
٢	١٠	٢٠
٣	١١	٣٣
٤	٥	٢٠
٥	١	٥
٦	١	٦
المجموع	٤٠	٩٠

أ ٢,٢٥ ب ٣
ج ٢ د ٦

٢)

مجموعة البيانات	(١)	(٢)	(٣)
الوسط الحسابي	٣,٥	٤٦,١٤	٤,١٢
الوسيط	٣	٤٠	٤,٥
المنوال	٣ و ٥	٤٠	٦,٥

٣) أ

الورقة	الساق
٩ ٧ ٦	١
٩ ٩ ٥ ٥ ٢ ١	٢
٨ ٥ ٤ ٠	٣
٩ ١	٤

المفتاح: ٦ | ١ = ١٦ سنة

ب ٤٩ – ١٦ = ٣٣

ج ٢٩

٤) أ

الطلاب الورقة	الساق	الطالبات الورقة
	٤	٩٩٨٧٧٠
٩٨٧٧٦	٥	٩٩٩٨٧٧٦٤٤٣٢١
٩٨٦٦٦٦٥٤٢١١٠	٦	٨٧٦٦٦٥٤٤٣٢
٧٦٥٤٤٣٢٢١٠٠	٧	٢١
١٠	٨	

المفتاح: (طلاب) ٦ | ٥ = ٥٦ كغم و (طالبات) ٤ | ٠ = ٤٠ كغم

ب مدى الطلاب يساوي
٨١ – ٥٦ = ٢٥
ومدى الطالبات يساوي
٧٢ – ٤٠ = ٣٢
وسيط الطلاب يساوي
٦٧ كغم
ووسيط الطالبات يساوي
٥٨,٥ كغم
بشكل عام، الطلاب أثقل من الطالبات. يتم توزيع الطلاب بشكل أكبر حول القيَم العليا وتقلّ كتلة كل طالب من ٥ طلاب فقط عن ٦٠ كجم. ١٨ طالبة تقلّ كتلة كل منهنّ عن ٦٠ كغم، وتبلغ كتلة طالبة واحدة فقط ٧٠ كغم أو أكثر، بينما تبلغ كتلة كل طالب من ١٣ طالبًا ٧٠ كغم أو أكثر.

تمارين ٥-٢-ب

١) أ

الدرجات، (د)	المركز	التكرار، (ت)	التكرار × المركز
٠ ≤ د < ١٠	٥	٢	١٠
١٠ ≤ د < ٢٠	١٥	٥	٧٥
٢٠ ≤ د < ٣٠	٢٥	١٣	٣٢٥
٣٠ ≤ د < ٤٠	٣٥	١٦	٥٦٠
٤٠ ≤ د < ٥٠	٤٥	١٤	٦٣٠
٥٠ ≤ د < ٦٠	٥٥	١٣	٧١٥
المجموع		٦٣	٢٣١٥

ب ٣٦,٧٤ ≈ ٣٧

ج ٣٠ ≤ د < ٤٠

د ٣٠ ≤ د < ٤٠

٢)

الكلمات في الدقيقة، (ك)	التكرار، (ت)	المركز	التكرار × المركز
٣١ < ك ≤ ٣٦	٤٠	٣٣,٥	١٣٤٠
٣٦ < ك ≤ ٤١	٧٠	٣٨,٥	٢٦٩٥
٤١ < ك ≤ ٤٦	٨٠	٤٣,٥	٣٤٨٠
٤٦ < ك ≤ ٥١	٩٠	٤٨,٥	٤٣٦٥
٥١ < ك ≤ ٥٥	٦٠	٥٣	٣١٨٠
٥٥ < ك ≤ ٦٠	٢٠	٥٧,٥	١١٥٠
المجموع	٣٦٠		١٦٢١٠

أ ٤٥,٠٢

ب ٤٦ < ك ≤ ٥١

ج ٤١ < ك ≤ ٤٦

د ٢٩

تمارين ٥-٣-أ

١) أ الرُّبَيع الأول = ٤٧
الوسيط = ٥٥,٥
الرُّبَيع الثالث = ٦٣
المدى الرُّبَيعي = ١٦

ب الرُّبَيع الأول = ٥,٥
الوسيط = ١٥
الرُّبَيع الثالث = ١٧,٥
المدى الرُّبَيعي = ١٢

ج الرُّبَيع الأول = ٠,٥٥
الوسيط = ١,٠٥
الرُّبَيع الثالث = ١,٨٥
المدى الرُّبَيعي = ١,٣

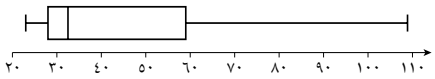
د الرُّبَيع الأول = ١
الوسيط = ٢,٥
الرُّبَيع الثالث = ٤
المدى الرُّبَيعي = ٣

تمارين ٥-٣-ب

١)

	أ	ب	ج	د	هـ
الوسيط	٢٧	٦٥	٧٠	٧٥	٧٠
المدى	١١	٢٠	٣٠	٢٠	٣٠
الرُّبَيع الأعلى	٢٩	٧٠	٨٥	٨٠	٧٤
الرُّبَيع الأدنى	٢٣	٦٠	٦٠	٧٠	٦٥
المدى الرُّبَيعي	٦	١٠	٢٥	١٠	٩

٢) أ



ب ٣١

ج ١,٥ × ٣١ = ٤٦,٥
الطرف العلوي للصندوق يساوي ٥٩ (الرُّبَيع الثالث) و ٥٩ + ٤٦,٥ = ١٠٥,٥، جميع القيَم الأعلى من هذه القيمة تكون متطرّفة، لذا فإن ١٠٩ هي قيمة متطرّفة.

٣) أ

	الشعبة (أ)	الشعبة (ب)
القيمة الدنيا	٧	٨
الرُّبَيع الأول	١٤	١١
الرُّبَيع الثاني	٢٠	١٧
الرُّبَيع الثالث	٢٣	٢٠
القيمة العظمى	٢٦	٢٨

ب قد تتنوع الإجابات، لكن لاحظ أنه في الشعبة (أ)، ٢٥٪ فقط من الطلبة حصلوا على درجات بين ٧ و ١٤، أما الباقون (٧٥٪) فقد حصلوا على درجات أعلى من ١٤، لذلك نجح $\frac{٣}{٤}$ الطلبة. في الشعبة (ب)، حصل ٥٠٪ من الطلبة على ١٧ أو أقل. بمعنى آخر، حصل نصف الطلبة على ٥٦,٦٪ أو أقل و٧٥٪ حصلوا على ٢٠ أو أقل. في الشعبة (أ)، حصل ٥٠٪ فقط من الطلبة على ٢٠ درجة أو أقل.

إجابات تمارين متنوّعة

١) أ الوسط الحسابي = ٦,٤
الوسيط = ٦، المنوال = ٦
المدى = ٦

ب الوسط الحسابي = ٢,٦
الوسيط = ٢، المنوال = ٢
المدى = ٥

ج الوسط الحسابي = ١٣,٨
الوسيط = ١٢,٨
المنوال = لا يوجد
المدى = ١١,٩

٢) أ ١٩ ب ٩ و ١٠
ج ٥,٦٦

٣) الشركة (ج)، بالرغم من أن الوسط الحسابي للشركة (ب) أكبر ، إلا أن المدى فيها أكبر أيضًا. يشير المدى الأصغر للشركة (ج) إلى أن الوسط الحسابي قد يكون أكثر تمثيلاً.

٤) أ ٤,٨٢ سم^٣
ب ٥ سم^٣
ج ٥ سم^٣

٥) أ

الكيمياء الورقة	الساق	الرياضيات الساق
٩	١	٢٢
٢	٢	
٩	٣	
٨٧٥	٤	
٨٥	٥	
٨٥	٦	٩
٩٩٧٦١	٧	٦٤٣٣٢٢١٠٠
٩٥٥٢٢١٠	٨	٨٨٤٤٣٢١١٠٠
٩١	٩	٨١

المفتاح: (الكيمياء) ٩ | ١ = ١٩٪ و (رياضيات) ١ | ٢ = ١٢٪

ب ٢ للكيمياء و ٢ للرياضيات.

ج قد تتنوع الإجابات. المدى للكيمياء ٨٠ وللرياضيات ٨٦؛ وسيط الكيمياء ٧٦,٥ وللرياضيات ٧٨
يبيّن توزيع الرياضيات أن معظم الدرجات مجمّعة عند ٧٠ أو أعلى، و٣ طلبة فقط حصلوا على أقل من ٧٠٪ ، أما في الكيمياء، فقد حصل ١٠ طلبة (نصفهم تقريبًا) على درجات أقل من ٧٠، مما يشير إلى أن أداء الطلبة في

الرياضيات كان أفضل من أدائهم في الكيمياء.

٦) أ ٣٦,٤٧ سنة

ب ٤٠ ⩽ ع < ٥٠

ج ٣٠ ⩽ ع < ٤٠

د لا يمكن معرفة الأعمار الفعلية.

٧) أ ١٩ ب ٥

ج الرُّبَيع الأول = ١٨

الرُّبَيع الثالث = ٢٣

المدى الرُّبَيعي = ٥

د متسقة إلى حد ما، لذلك لا تنتشر البيانات

٨) أ ١٥ درجة من أصل ٢٦ درجة جاءت مساوية لـ ٦٠٪ من الدرجات.

ب سجّل أقل من نصف الطلبة أعلى من المئينيّ الستّين لذا يمكنك افتراض أن الدرجات الإجمالية كانت منخفضة جدًّا.

٩)

	بعد	قبل
القيمة الدنيا	١٥	١٢
الرُّبَيع الاول	٢٥	٢٢
الرُّبَيع الثاني	٣٠	٢٦
الرُّبَيع الثالث	٣٤,٥	٢٩,٥
القيمة العظمى	٤٤	٣٦

التوزيع قبل الانتساب إلى النادي غير متماثل ويتمركز حول ٢٦ بعد الانتساب، أصبح التوزيع أكثر تماثُلًا ويتمركز حول ٣٠. وهذا يشير إلى أن الانتساب كان فعالًا في رفع مستويات اللياقة. ومع ذلك، فإن التوزيع بعد الانتساب جاء أكثر انتشارًا (قيمة المدى)، وبالتالي لم يكن للانتساب نفس التأثير على جميع الطلبة.

تمارين المراجعة:

المقاييس الإحصائية والانتشار

١) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية:

أ ١، ٢، ٣، ٥، ٥، ٦، ٨، ٣، ٤، ٣، ٧، ٨

ب ١، ٢، ٢، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٦، ٦، ٧، ٨، ٨، ٩، ١٠

ج ١، ٣، ١٢، ١٤، ١٣، ٢٢، ١٠، ١١، ١٢، ٤، ٥، ٧

د ٢، ٣، ٤، ٣، ٥، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٦، ٦، ٥، ٣

هـ ١٣، ٧، ٨، ٨، ٢، ٩، ١١، ٧، ٨، ٤، ٥

و ٤٥، ٤٨، ٦٠، ٤٢، ٥٣، ٤٧، ٥١، ٥٤، ٤٩، ٤٨، ٤٧، ٥٣، ٤٨، ٤٤، ٤٦

ز ١١,٠، ١١,٢، ١١,٤، ١١,٠، ١١,٠، ١١,٨، ١١,٨، ١١,٤، ١٢,٠، ١١,٨، ١١,٦

ح ٦٤، ٧٠، ٧٠، ٧٢، ٧٦، ٧٦، ٧٧، ٧٧، ٧٧، ٧٨، ٧٨، ٨٠

٢) يبيّن مخطّط الساق والورقة التالي عدد الدقائق التي يقضيها سالم على مواقع التواصل الاجتماعي كل يوم لمدة أربعة أسابيع. احسب المنوال والوسيط والمدى لهذه البيانات.

الورقة	الساق
٥ ٧ ٨ ٩ ٩	٠
١ ١ ٣ ٥ ٧ ٩	١
١ ٢ ٥ ٧	٢
١ ١ ٨ ٩	٣
٠ ٣ ٤ ٩	٤
١ ١ ٤ ٨	٥

المفتاح ٥ | ٠ = ٥ دقائق

١ | ١ = ١١ دقيقة

٣) أكمل كل جدول من جداول التكرار التالية واحسب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لكل مجموعة من البيانات.

أ

الناتج	التكرار	التكرار× الناتج
١	٢	
٢	٤	
٣	٦	
٤	٣	
٥	٢	
٦	٢	

ب

الناتج	التكرار	التكرار× الناتج
١٢٣	٨	
١٢٤	٤	
١٢٥	٥	
١٢٦	٦	
١٢٧	٧	
١٢٨	٨	
١٢٩	٩	

ج

الناتج	التكرار	التكرار× الناتج
٧	١٢	
٨	٩	
٩	١٦	
١٠	١٣	
١١	٢٠	
١٢	٢٠	

٤) الوسط الحسابي لسبع درجات يساوي ١٨

أ ما مجموع الدرجات؟

ب أدنى درجة هي ١٢ ومدى الدرجات هو ١١، أوجد أعلى درجة.

٥) حصل اثنان من الطلاب على النتائج التالية لستة اختبارات في الرياضيات (من ١٠٠):

أحمد: ٦٠، ٩٠، ١٠٠، ٩٠، ٩٠، ١٠٠

سلمان: ٦٠، ٧٠، ٦٠، ٧٠، ٧٠، ١٠٠

أ ما مدى درجات كل طالب؟

ب هل يعني ذلك أنّهما كليهما كان لهما نفس النتائج الجيدة؟

ج ما المقياس الإحصائي الأفضل لتقييم أدائهما؟ لماذا؟

٦) تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد أدوار البنايات التي يسكن فيها ٥٠ موظفًا في إحدى الشركات:

١٠	٨	٦	٦	٥	٤	٦	٧	٨	٦
٩	٦	٧	٨	٩	١٠	٤	٤	٥	٦
٧	٧	٦	٤	٨	٩	١٠	٦	٧	٦
٥	٥	٥	٦	٤	٧	٨	٩	٦	٧
٥	٤	٤	٦	٦	٦	٧	٨	٩	٩

أ ارسم جدولًا تكراريًّا لعرض هذه البيانات.

ب ما المنوال لعدد أدوار البنايات؟

ج ما الوسط الحسابي لعدد أدوار البنايات؟

د ما الوسيط للبيانات؟

هـ ما المقياس الإحصائي الأكثر فائدة لفهم هذه البيانات؟ لماذا؟

٧) في إبريل ٢٠١٧م، ظهرت الإحصائية التالية في إحدى الصحف:

'كان وسيط عمر عيّنة من سكان إحدى البلدان النامية ١٩ عامًا سنة ١٩٩٠م، وهو الآن ٢٤ عامًا وسيصبح ٣٠ عامًا بحلول سنة ٢٠٣٠م'

أ ما المقصود بمصطلح 'وسيط عمر'؟

ب ماذا تقول عن وسيط عمر سكّان هذا البلد بالاستناد إلى نتائج هذه الإحصائية؟

٨) يبيّن الجدول التالي درجات (من ١٠٠) ٢٠ طالبًا في الجغرافيا:

٣٤	٧٦	٩٢	٨٩
٢١	٢٣	٤٥	٨٧
٦٥	٩٦	٢٣	٣٨
٧٢	٩١	٣٢	٧٧
٩٨	٨٠	٨١	٢٠

أ أوجد الوسيط لدرجات الطلبة.

ب احسب المدى الرُّبَيعي لدرجات الطلبة.

ج طُلب من معلم الصف تحديد الطلبة الذين حصلوا على درجة أعلى من المئينيّ الخامس والتسعين.
ما درجات الطلبة التي سيقوم المعلم بتحديدها؟

٩) يبيّن الجدول التالي المسافة (بالكيلومتر) التي قطعها ١٥٠ طالبًا على الدرّاجات الهوائية. أوجد تقديرًا للوسط الحسابي للمسافة المقطوعة، والفئة المنوالية والوسيط المنوالي.

المسافة المقطوعة (بالكيلومتر)	التكرار
٠–٩,٩٩٩	١٢
١٠–١٩,٩٩٩	١٧
٢٠–٢٩,٩٩٩	٢٩
٣٠–٣٩,٩٩٩	٣٢
٤٠–٤٩,٩٩٩	٤١
٥٠–٥٩,٩٩٩	١٩

١٠) لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية، احسب الوسيط والرُّبَيع الأعلى والأدنى والمدى الرُّبَيعي. ارسم مخطّطًا صندوقيًّا لتمثيل كل مجموعة بيانات:

أ) ٢ ٤ ٢ ٧ ٣ ٥ ٤ ٢ ٣ ١

ب) ٤٠ ٢٠ ٣٠ ٦٠ ٥٠ ١٠ ٢٠ ٢٠ ٤٠ ٣٠

ج) ٢ ٣ ١ ٤ ٦ ٣ ٦ ٧ ٢ ١

٢ ٤ ٠ ٦ ٥ ٤ ٨ ٢ ٦ ٣

٢ ٠ ٢ ٤ ٣ ٥

١١) باستخدام الجبر، وضّح أن الوسط الحسابي لأيّ مجموعة مكوّنة من خمسة أعداد صحيحة متتالية يساوي ثالث أكبر الأعداد الصحيحة في المجموعة (على سبيل المثال، إذا كانت أ، ب ، ج ، د، هـ أعدادًا صحيحة متتالية، فإن وسطها الحسابي هو ج)

١٢) باستخدام الجبر، وضّح أن الوسط الحسابي لأي مجموعة مكوّنة من ستة أعداد صحيحة متتالية يساوي الوسط الحسابي لثالث ورابع أكبر عدد صحيح في المجموعة.

١٣) قامت مجموعة مكوّنة من ٢٤ طالبًا بإجراء تجارب لقياس ليونة خليطَين مختلفَين. تم إعطاء قياس (بالملّي باسكال ثانية) كلا الخليطَين.

الخليط الأول

٢٨,٠	٢٨,٣	٢٩,٨	٢٦,٥	٣٢,٧	٣٢,٣	٣١,٤	٣١,٥	٢٩,٥	٣١,٠	٣١,٩	٢٦,٣
٣٠,٧	٣٢,٥	٢٥,٥	٢٦,٢	٢٥,٢	٣٣,١	٣٢,٩	٢٨,٢	٣٣,٠	٣٣,٢	٢٥,٣	٢٥,٩

الخليط الثاني

٢٧,٥	٢٨,٧	٣٠,٦	٣٠,٢	٢٨,٨	٣٠,٥	٢٩,٨	٢٧,٧	٢٨,٤	٢٧,١	٣٠,١	٢٨,٦
٢٧,٨	٢٧,٩	٢٨,١	٣٠,٧	٢٩,٢	٢٨,٩	٢٨,١	٢٦,١	٣٠,٣	٢٦,١	٢٨,٠	٢٩,٦

أ) ارسم مخطّط الساق والورقة لتنظيم البيانات.

ب) احسب المقاييس الإحصائية الخمسة لكل مجموعة بيانات.

ج) ارسم مخطّطَين صندوقيّين للخليطَين ووضّح ما يبيّنانه.

إجابات تمارين المُراجعة:

المقاييس الإحصائية والانتشار

١) أ الوسط الحسابي = ٤,٥٨، الوسيط = ٤,٥، المنوال = ٣، المدى = ٧

ب الوسط الحسابي = ٥,٢٧، الوسيط = ٦، المنوال = ٢ و ٦، المدى = ٩

ج الوسط الحسابي = ٩,٥، الوسيط = ١٠,٥، المنوال = ١٢، المدى = ٢١

د الوسط الحسابي = ٥,١٤، الوسيط = ٥، المنوال = ٣ و ٥ و ٦، المدى = ٧

هـ الوسط الحسابي = ٧,٤٥، الوسيط = ٨، المنوال = ٨، المدى = ١١

و الوسط الحسابي = ٤٩، الوسيط = ٤٨، المنوال = ٤٨، المدى = ١٨

ز الوسط الحسابي = ١١,٥، الوسيط = ١١,٥، المنوال = ١١، المدى = ١

ح الوسط الحسابي = ٧٤,٦، الوسيط = ٧٦,٥، المنوال = ٧٧، المدى = ١٦

٢) المنوال = ١١ دقيقة، الوسيط = ٢٣,٥ دقيقة ، المدى = ٥٣ دقيقة.

٣) أ

الناتج	التكرار	التكرار× الناتج
١	٢	٢
٢	٤	٨
٣	٦	١٨
٤	٣	١٢
٥	٢	١٠
٦	٢	١٢

الوسط الحسابي = ٣,٢٦، الوسيط = ٣، المنوال = ٣، المدى = ٥

ب

الناتج	التكرار	التكرار× الناتج
١٢٣	٨	٩٨٤
١٢٤	٤	٤٩٦
١٢٥	٥	٦٢٥
١٢٦	٦	٧٥٦
١٢٧	٧	٨٨٩
١٢٨	٨	١٠٢٤
١٢٩	٩	١١٦١

الوسط الحسابي = ١٢٦,٣، الوسيط = ١٢٧، المنوال = ١٢٩، المدى = ٦

ج

الناتج	التكرار	التكرار× الناتج
٧	١٢	٨٤
٨	٩	٧٢
٩	١٦	١٤٤
١٠	١٣	١٣٠
١١	٢٠	٢٢٠
١٢	٢٠	٢٤٠

الوسط الحسابي = ٩,٨٩، الوسيط = ١٠، المنوال = ١١ و ١٢، المدى = ٥

٤) أ ١٢٦ ب ٢٣

٥) أ أحمد = ٤٠، سلمان = ٤٠

ب لا

ج الوسط الحسابي، لا توجد بيانات متطرّفة.

٦) أ

عدد الأدوار	التكرار	التكرار× الناتج
٤	٧	٢٨
٥	٦	٣٠
٦	١٤	٨٤
٧	٨	٥٦
٨	٦	٤٨
٩	٦	٥٤
١٠	٣	٣٠

ب ٦

ج ٦,٦

د ٦

هـ الوسط الحسابي. لا توجد بيانات متطرّفة وسيكون المقياس الإحصائي مفهومًا، أو المنوال، سيرغب مشيّدو الأبنية في معرفة عدد الأدوار الأكثر تكرارًا حتى يتمكّنوا من القيام بالدراسات المستقبلية في عملهم.

٧) أ إنه العمر الذي يوجد فيه نفس العدد من الأشخاص تحته وفوقه.

ب الوسيط منخفض، لذا يوجد الكثير من الأطفال والشباب في هذا البلد. قد يعني ذلك أن معدّل المواليد مرتفع أو أن معدّل العمر المتوقّع منخفض. الوسيط آخذ في الازدياد لذا قد يزداد معدّل العمر المتوقّع.

٨) أ ٧٤ ب ٥٥

ج يمثّل المئيني ٩٥ أعلى ٥٪ من درجات الطلبة. بما أن عدد الطلبة المستطلَعين ٢٠، فإن المطلوب هي أعلى درجة حصل عليها الطلبة (٥٪ × ٢٠ = ١)، أي ٩٨

٩) الوسط الحسابي = ٣٣,٦٧ كيلومترًا

الفئة المنوالية = ٤٠ – ٤٩,٩٩٩ كيلومترًا

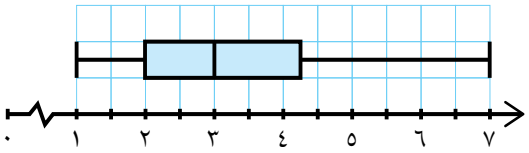
الفئة الوسيطية = ٣٠ – ٣٩,٩٩٩ كيلومترًا

١٠) أ الوسيط = ٣

الرُّبَيع الأعلى = ٤,٢٥

الرُّبَيع الأدنى = ٢

المدى الرُّبَيعي = ٢,٢٥

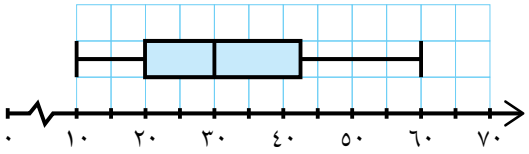


ب الوسيط = ٣٠

الرُّبَيع الأعلى = ٤٢,٥

الرُّبَيع الأدنى = ٢٠

المدى الرُّبَيعي = ٢٢,٥

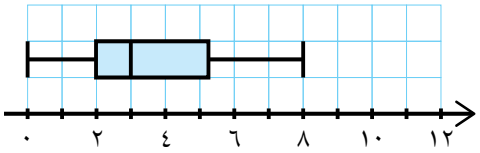


ج الوسيط = ٣

الرُّبَيع الأعلى = ٥,٢٥

الرُّبَيع الأدنى = ٢

المدى الرُّبَيعي = ٣,٢٥



١١) لتكن أ، ب، ج، د، هـ الأعداد الممثّلة كالتالي:

أ = ن

ب = (ن + ١)

ج = (ن + ٢)

د = (ن + ٣)

هـ = (ن + ٤)

الوسط الحسابي $= \frac{ن + (ن+١) + (ن+٢) + (ن+٣) + (ن+٤)}{٥}$

$= \frac{٥ن + ١٠}{٥}$

$= ن + ٢$

هذا هو العدد الصحيح الثالث: ج = ن + ٢

١٢) لتكن أ، ب، ج، د، هـ الأعداد الممثلة كالتالي:

أ = ن

ب = (ن + ١)

ج = (ن + ٢)

د = (ن + ٣)

هـ = (ن + ٤)

و = (ن + ٥)

الوسط الحسابي $= \frac{ن+(ن+١)+(ن+٢)+(ن+٣)+(ن+٤)+(ن+٥)}{٦}$

$= \frac{٦ن + ١٥}{٥}$

$= ن + ٢\frac{١}{٢}$

الوسط الحسابي للاعداد الصحيحة الثالثة والرابعة =

الوسط الحسابي لـ ج + د:

الوسط الحسابي لـ ج + د $= \frac{(ن+٢)+(ن+٣)}{٢}$

$= \frac{٢ن + ٥}{٢}$

$= ن + ٢\frac{١}{٢}$

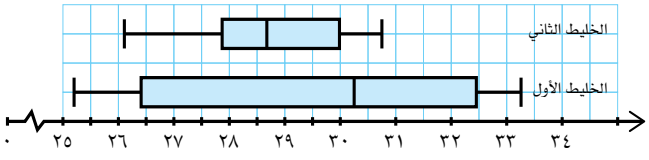
١٣) أ

الخليط الأول الورقة	الساق	الخليط الثاني الورقة
٣ ٥ ٩	٢٥	
٣ ٥	٢٦	١ ١
	٢٧	٩ ٨ ٧ ٥ ١
٢ ٣ ٠	٢٨	٩ ٨ ٧ ٦ ٤ ١ ١ ٠
٨ ٥	٢٩	٨ ٦ ٢
٧	٣٠	٧ ٦ ٥ ٣ ٢ ١
٩ ٥ ٤ ٠	٣١	
٩ ٧ ٥ ٣	٣٢	
٢ ١ ٠	٣٣	

ب

	المدى	الرُّبَيع الأول	الوسيط	الرُّبَيع الثالث	المدى الرُّبَيعي
الخليط الأول	٨	٢٦,٣٥	٣٠,٢٥	٣٢,٤٥	٦,١
الخليط الثاني	٤,٦	٢٧,٨٣	٢٨,٦٥	٣٠,٠٣	٢,٢

ج



بيانات الخليط الثاني أكثر تماثلًا من بيانات الخليط الأول والتغيّر في الخليط الأول أعلى.
تشير البيانات الى أن الخليط الثاني ليونته أقل من الخليط الأول.

الوحدة السادسة: التناسُب

نظرة عامَّة

سبق للطلبة أن استكشفوا في الوحدة العاشرة من الصف التاسع النسبة وبعض الاستخدامات المباشرة للتناسُب. آنذاك كان ممكنًا حل مسائل التناسُب باستخدام النسب بدون الحاجة إلى استخدام الجبر بكثرة. عند التعامُل مع مواقف تتضمّن المُربّع (مثل ص تتناسب مع س^{٢}) ومقلوب المُربّع (مثل ص تتناسب مع س$^{-٢}$)، يكون التناسُب أقل بديهية، ويصبح ضروريًّا استخدام الأساليب الجبرية التي تم تقديمها في هذه الوحدة.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١–٦ (PPT ١–٦)، (PPT ٢–٦)	التناسُب الطردي والتناسُب العكسي في الحدود الجبرية	٦	١–٤ يعبّر عن التناسب الطرديّ والعكسيّ بمصطلحات جبريّة ويستخدم هذا النوع من التعبير ليوجد كمّيّات مجهولة. ملاحظة: يشمل ذلك متغيّرًا يتناسب مع قوّة بسيطة لمتغيّر آخر، ومسائل تتضمّن الضغط والكثافة. مثال على ذلك: الضغط (ض) يتناسب عكسيًّا مع المساحة (م)، فعندما تكون م = ٠,٥ م^{٢}، ض = ٣٤٠٠ ن/م^{٢}، ما قيمة الضغط إذا كانت المساحة م = ٠,٤ م^{٢}؟	التناسُب الطردي، التناسُب العكسي، ثابت التناسُب

تقديم الموضوع

قم بتلخيص استخدام النسبة والتناسُب من الصف التاسع (الوحدة العاشرة) ثم قدِّم موقفًا تكون فيه كمّية واحدة متناسبة مع مربَّع كمية أخرى. استخدم هذا الموقف لتوضيح سبب الحاجة إلى استخدام مفهوم ثابت التناسُب والجبر للمساعدة على إيجاد الحل.

التفكير في الموضوع

التناسُب: ناقش ما أمكن من الأمثلة التي تتناول التناسُب الطردي والتناسُب العكسي، لأنها تساعد الطلبة على تطوير الاستيعاب السليم لمفهوم التناسُب. اتَّخذ المثال التالي: 'كلما أطلت مدَّة الركض، قطعتَ مسافة أكبر'، لأنه يوضِّح التناسُب الطردي، وفي المقابل، فإن مثال 'كلما زاد عدد الأشخاص الذين يساهمون في بناء المنزل، تنتهي فترة بنائه بشكل أسرع'، يوضِّح التناسُب العكسي. ناقش الشروط الواقعية التي يمكن أن تظهر في مثل هذه الأمثلة. كأن توضِّح للطلبة أن مضاعفة عدد العمال لا تعني أن المهمة سوف تنتهي في نصف الوقت المطلوب، ويرجع ذلك إلى تعب العمال أو تعارض بعضهم مع بعض خلال فترة العمل، وما إلى ذلك.

الجبر والتناسُب: اتَّبع مع الطلبة النهج الجبري للتناسُب، فهو يتيح لهم العثور على الصيَغ المتعلقة بالكمّيات من معلومات محدودة.

التناسُب في مواقف من الحياة اليومية

اعتمد المواقف الواردة في هذه الوحدة، فهي كلّها ترتبط ارتباطًا وثيقًا بمواقف من الحياة اليومية.

التعمُّق في الموضوع

استكشف فكرة التناسُب في الكيمياء، من خلال النظر إلى قوانين التناسُب التي تتَّحد فيها الذرّات في المُركَّبات. فالماء مثلاً يحتوي على ذرّات الهيدروجين والأكسجين بنسبة ٢:١؛ دع الطلبة يستكشفوا الموضوع ويقدِّموا تقريرًا قصيرًا عن قوانين التناسُب في الكيمياء مع أمثلة لإظهار تناسُب كل نوع من الذرّات في المُركّبات المختلفة، وتناسُب المُركّبات المختلفة في عدة أنواع من المخاليط، مثل الأسمنت والطحين وبيروكسيد الهيدروجين المنزلي، وسوى ذلك...

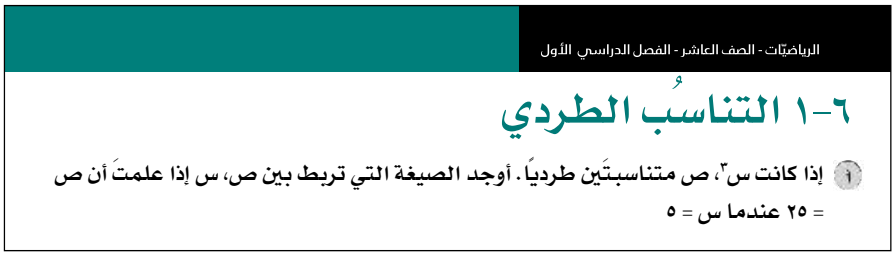
أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية مُتوفِّرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مُفصَّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ٦-١ التناسُب الطردي
- PPT ٦-٢ التناسُب العكسي

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٦-١ التناسُب الطردي

اعرض الشريحة ١



(أ) نقطة نقاش ١

عندما يكون هناك متغيّران متناسبان طرديًّا، فإنهما يتزايدان أو يتناقصان بالمعدَّل نفسه، أي أن نسبة الكمّيات متكافئة، أو يمكننا القول إن لقيم المتغيّرَين دائمًا النسبة نفسها.

يمكن فهم ذلك بسهولة من خلال ما يلي: عندما تكون ص متناسبة مع س، فإن ضعف س متناسبة أيضًا مع ضعف ص.

في هذا المثال، يختلف الموضوع قليلًا، ذلك أن ص تتناسب طرديًّا مع س٣، أي عند ضرب قيمة س في العدد ٢، سيتم ضرب قيمة ص في ٢٣ أو ٨، وفهم ذلك أصعب من فهم الطريقة البديهية، لذلك سنلجأ إلى استخدام بعض المفاهيم الجبرية من أجل التوصُّل إلى إيجاد الحل.

إذا كانت ص تتناسب طرديًّا مع س٣ فهذا يعني أن $\frac{ص}{س^3}$ هي قيمة ثابتة، لذلك يمكننا القول إنّ ص= ث س٣، حيث ث قيمة ثابتة.

سوف نكتب هاتين العبارتين في الشريحة ٢

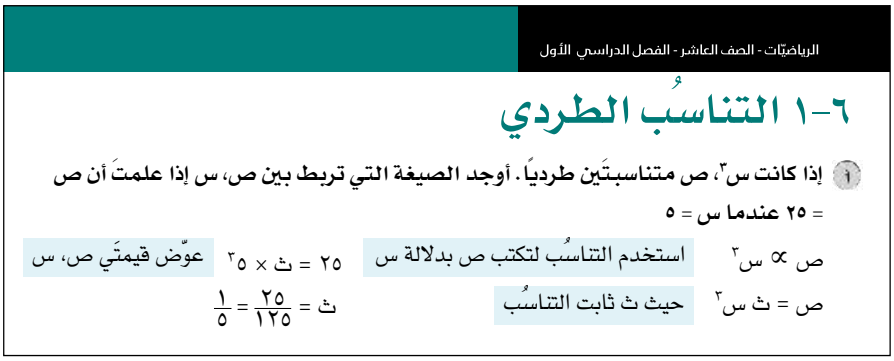
اعرض الشريحة ٢

لإيجاد الصيغة التى تربط بين س٣، ص علينا حساب قيمة ث. عوِّض بقيمتَي س، ص من معطيات السؤال، ثم أوجد قيمة ث.

اعرض الشريحة ٣

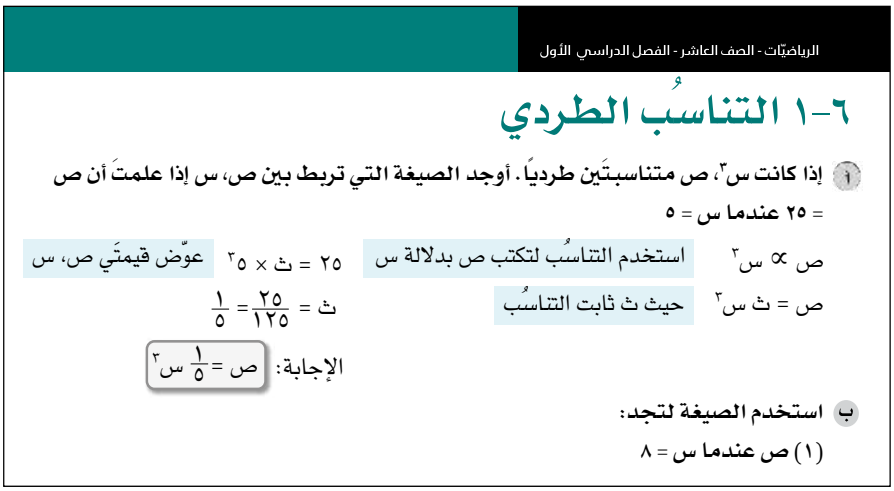
وضِّح كل خطوة من خطوات عملك. حل الآن لإيجاد قيمة ث.

اعرض الشريحة ٤



لا تقتصر قيمة ث الناتجة على س = ٥، ص = ٢٥ فقط، بل يمكن استخدامها في كل الحالات الجبرية أيضًا.
والآن عد إلى الصيغة الأولى، وعوِّض بقيمة ث لكتابة العلاقة بين س، ص.

اعرض الشريحة ٥

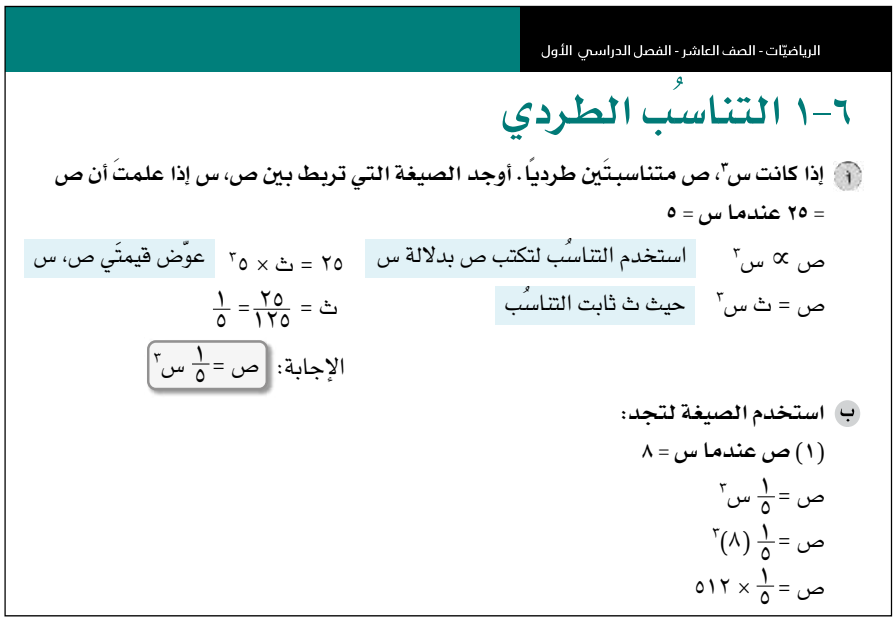


ملاحظة: يمكن أيضًا كتابة الصيغة في صورة ص = $\frac{\text{س}^3}{5}$

(ب) (١) و (٢): يحتاج الطلبة هنا إلى استخدام الصيغة التي وجدوها في الجزئية (أ).

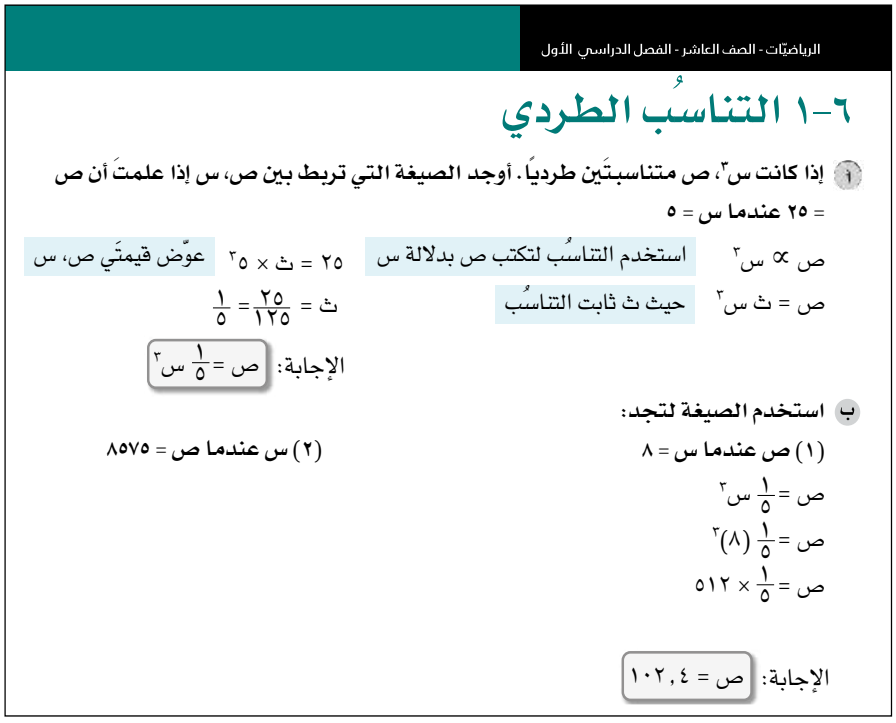
(١) عوّض بقيمة س المعطاة في الصيغة وحلّ بدلالة ص.

اعرض الشريحة ٦



والآن توصّل إلى الإجابة المطلوبة.

اعرض الشريحة ٧



(٢) عوِّض بقيمة ص المعطاة في الصيغة وحلّ بدلالة س.

اعرض الشريحة ٨

٦-١ التناسُب الطردي

أ) **إذا كانت س^{٣}، ص متناسبتَين طردياً. أوجد الصيغة التي تربط بين ص، س إذا علمتَ أن ص = ٢٥ عندما س = ٥**

ص ∝ س^{٣} استخدم التناسُب لتكتب ص بدلالة س

ص = ث س^{٣} حيث ث ثابت التناسُب

٢٥ = ث × ٥^{٣} عوّض قيمتَي ص، س

ث = $\frac{٢٥}{١٢٥}$ = $\frac{١}{٥}$

الإجابة: ص = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

ب) **استخدم الصيغة لتجد:**

(١) **ص عندما س = ٨**

ص = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

ص = $\frac{١}{٥}$ (٨)^{٣}

ص = $\frac{١}{٥}$ × ٥١٢

الإجابة: ص = ١٠٢,٤

(٢) **س عندما ص = ٨٥٧٥**

ص = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

٨٥٧٥ = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

٤٢٨٧٥ = س^{٣}

س = $\sqrt[٣]{٤٢٨٧٥}$

تحقّق من ارتياح الطلبة للمعالجة الجبرية المتضمّنة هنا، وشدِّد على أنهم يستطيعون استخدام الآلة الحاسبة للقيام بالخطوة النهائية.

اعرض الشريحة ٩

٦-١ التناسُب الطردي

أ) **إذا كانت س^{٣}، ص متناسبتَين طردياً. أوجد الصيغة التي تربط بين ص، س إذا علمتَ أن ص = ٢٥ عندما س = ٥**

ص ∝ س^{٣} استخدم التناسُب لتكتب ص بدلالة س

ص = ث س^{٣} حيث ث ثابت التناسُب

٢٥ = ث × ٥^{٣} عوّض قيمتَي ص، س

ث = $\frac{٢٥}{١٢٥}$ = $\frac{١}{٥}$

الإجابة: ص = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

ب) **استخدم الصيغة لتجد:**

(١) **ص عندما س = ٨**

ص = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

ص = $\frac{١}{٥}$ (٨)^{٣}

ص = $\frac{١}{٥}$ × ٥١٢

الإجابة: ص = ١٠٢,٤

(٢) **س عندما ص = ٨٥٧٥**

ص = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

٨٥٧٥ = $\frac{١}{٥}$ س^{٣}

٤٢٨٧٥ = س^{٣}

س = $\sqrt[٣]{٤٢٨٧٥}$

الإجابة: س = ٣٥

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٦-٢ التناسب العكسي

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٦-٢ التناسُب العكسي

تتغيَّر كثافة الضوء، (ك) بالشمعة عكسيًا مع مربّع المسافة من مصدر الضوء (د). أوجد كثافة الضوء عندما تساوي المسافة من مصدر الضوء ١٢ م، علمًا بأن ك = ٠,٠٣ عندما د = ١٠ م.

تعني 'كثافة الضوء' سطوعه. تأكّد من أن الطلبة يفهمون ما تقوله المسألة وهو أن سطوع الضوء يتناقص كلما ابتعد الضوء عن مصدره، باستخدام المربّع العكسي للمسافة.

هذا السؤال مُشابه للمثال المعروض في العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT ٦-١) المتعلّق بالتناسُب الطردي، حيث يحتاج الطلبة أوّلاً إلى إيجاد الصيغة التي تربط بين ك و د^{٢}. لكنّنا هذه المرة نتعامل مع التناسُب العكسي. عندما تتناسب كمّيتان عكسيًّا، تقلّ كمّية واحدة بنفس نسبة زيادة الكمّية الأخرى. يمكننا أيضًا عرض التناسُب العكسي على النحو التالي: نقول إن التناسُب عكسيّ عندما يكون ناتج ضرب متغيّرين ثابتًا.

لذلك نستطيع القول في هذا المثال إن ك د^{٢} = ث، حيث ث قيمة ثابتة. يمكن أيضًا كتابتها في صورة ك = $\frac{ث}{د^{٢}}$ أو ك تتناسب طرديًّا مع $\frac{١}{د^{٢}}$

اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٦-٢ التناسُب العكسي

تتغيَّر كثافة الضوء، (ك) بالشمعة عكسيًا مع مربّع المسافة من مصدر الضوء (د). أوجد كثافة الضوء عندما تساوي المسافة من مصدر الضوء ١٢ م، علمًا بأن ك = ٠,٠٣ عندما د = ١٠ م.

بما أن ك $\propto \frac{١}{د^{٢}}$، فإن ك = $\frac{ث}{د^{٢}}$

يجب قراءة السؤال بعناية. يطلب السؤال إيجاد ك عندما د = ١٢ م ولكنه ينص أيضًا على أن د = ١٠ م عندما ك = ٠,٠٣ ترتبط هذه الإضافة من المعلومات بالسؤال، لأنّها تمكّن الطلبة من حساب قيمة ث في الصيغة.

هل يمكن للطلبة تعويض القيَم في الصيغة وإيجاد قيمة ث؟

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٦-٢ التناسُب العكسي

تتغيَّر كثافة الضوء، (ك) بالشمعة عكسيًا مع مربّع المسافة من مصدر الضوء (د). أوجد كثافة الضوء عندما تساوي المسافة من مصدر الضوء ١٢ م، علمًا بأن ك = ٠,٠٣ عندما د = ١٠ م.

بما أن ك $\propto \frac{١}{د^{٢}}$، فإن ك = $\frac{ث}{د^{٢}}$

لإيجاد ث:

ك = $\frac{ث}{د^{٢}}$

٠,٠٣ = $\frac{ث}{١٠^{٢}}$

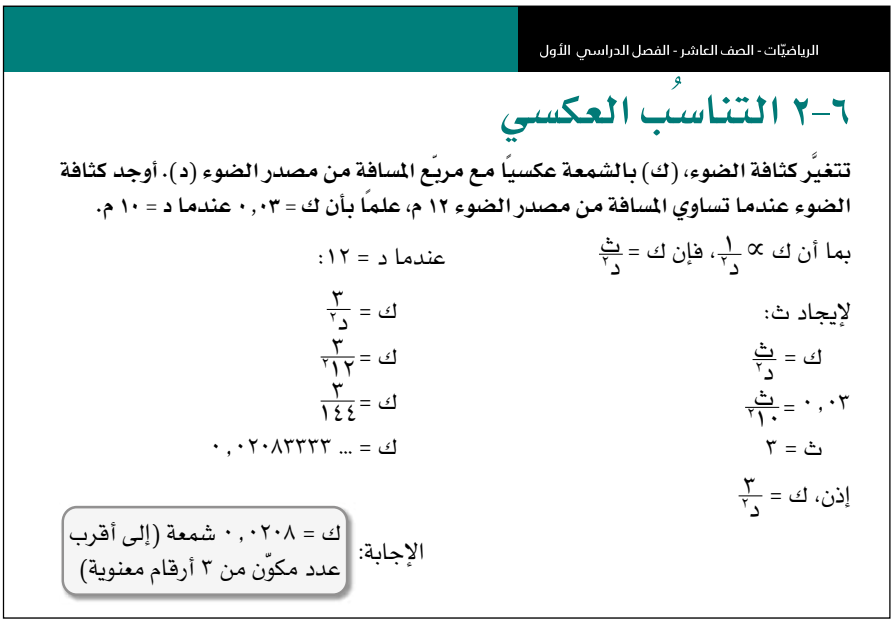
ث = ٣

تعرض هذه الشريحة العمليات الحسابية، وسوف يحتاج الطلبة إلى توخّي الحذر في معالجة الجبر.
هل يمكنهم الآن كتابة الصيغة؟

اعرض الشريحة ٤

والآن عوّض د = ١٢ في الصيغة لإيجاد ك.

اعرض الشريحة ٥



إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة السادسة

تمارين ٦-١

١) أ) $ص = \frac{٤,٥}{س}$

ب) $ص = \frac{٦٢,٥}{س}$

ج) $ص = \frac{٢}{س}$

د) $ص = \frac{٠,٢٨}{س}$

هـ) $ص = \frac{٤,٨}{س}$

٢) أ) ث = ٥١٢٠

ب) ص = ١٠

ج) ص = ٢٣,٧٠

د) س = ٥,٩٨

٣)

س	٠,١	٠,٢٥	٠,٥	٠,٠٦٢٥
ص	٢٥	٤	١	٦٤

٤)

س	٢٥	١٠٠	٣,٧٠	١
ص	١٠	٥	٢٦	٥٠

٥) أ) ٢,٥

ب) ١٠٠٠

ج) ٠,١٢٥

٦) ٤٠٠

٧) ٦,٤

٨) ف، ش غير متناسبتَين عكسيًّا لأن ناتج ضرب ف × ش غير ثابت.

٩) ٦٠

١٠) أ) خطأ

ب) خطأ

ج) صح

١١) ٥ ساعات

١٢) ١٦٦٦٦,٧ نيوتن (١٦,٧ كيلو نيوتن مقرَّبًا إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية).

١٣) أ) $٢°س$

ب) بما أن التغيُّر في درجة الحرارة عكسي، فلن تصل درجة الحرارة أبدًا إلى $-١°س$.

١٤)

م	٣	٥
ف	٢٤	٤٠

ن	٢	٨
ف	٢٤	٦

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ) ث = ٠,٤٢، تبلغ مساحة الشاشة ٦٠٤٨ سم^٢

ب) القياس ١٣٠

٢) ث = ١٢ ، سيستغرق ٤ أيام

٣) ث = ٨٤ ، ٥٨٨ كم

٤) ث = ٢٠٠ ، ساعتين ونصف الساعة

٥) أ) ث = ٥ ، ٤٥ م

ب) ٠,٢ ثانية

٦) ث = ٤,٤ ، ٢٢ م/ثانية

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة السادسة

تمارين ٦-١

١) أ ث = ٧

ب أ = ٨٤

٢) نسبة م إلى ن ثابتة، $\frac{م}{ن}$ = ٠,٤٥٨٧، لذلك فإن م تتناسب طرديًّا مع ن.

٣) أ ف = ٤٠

ب م = ٤,٥

٤) أ = ٢

ب = ٨

ج = $١\frac{١}{٣}$

٥) أ ص = ٢

ب س = ٠,٥

٦) أ ص = ٢س^{٢}

ب ص = ١٢٥٠

ج س = ٩

٧) أ ص$\sqrt{س}$ = ٨٠

ب ص = ٨

ج س = ١٥,٤٩

٨) أ ب = ٤٠

ب أ = $١٧\frac{٧}{٩}$

٩) أ ص = ٢,٥

ب س = ٢

١٠) أ س ص = ١٨ لجميع الحالات، لذا فإن العلاقة متناسبة عكسيًّا.

ب س ص = ١٨ أو ص = $\frac{١٨}{س}$

ج ص = ٣٦

تمارين المراجعة:
التناسُب

١) اكتب كلاً ممّا يلي في صورة: (١) ص ∝ س (٢) ص= ث س

أ ص تتناسب طرديًّا مع س^{٢}

ب ص تتناسب عكسيًّا مع س^{٢}

ج م تتناسب طرديًّا مع د

د أ تتناسب عكسيًّا مع م

٢) إذا كانت ص = ث س، س = ١٦ عندما ص = ٢٤. احسب:

أ قيمة ث

ب قيمة ص عندما س = ١٠

ج قيمة س عندما ص = ١٢

٣) إذا كانت ص ∝ $\sqrt{س}$؛ س = ٢٥ عندما ص = ٢٥

أوجد بدلالة ث:

أ ص عندما س = ١٦

ب س عندما ص = ٢,٥

٤) إذا علمت أن:

ص تتناسب طرديًّا مع مربَّع س، س تتناسب طرديًّا مع مكعَّب د، ص = ١٢٨ عندما د = ٢، أوجد قيمة ص عندما د = ٤

٥) عندما يسقط جسم ما بتأثير الجاذبية، فإن القوة (ق (نيوتن)) المطبَّقة على الجسم بسبب مقاومة الهواء تتناسب طرديًّا مع مربَّع السرعة (ع (متر/ ثانية)) . فعندما يسقط الجسم بسرعة ١٠ أمتار في الثانية، تكون مقاومة الهواء عندها ٢,١٢٥ نيوتن

أ أوجد صيغة تربط بين السرعة وقوة مقاومة الهواء.

ب سيسقط الجسم بسرعة حديّة عندما يكون وزن الجسم (القوة الناتجة عن الجاذبية والتي تقاس أيضًا بالنيوتن) متوازنًا تمامًا مع مقاومة الهواء.

جسم وزنه ٨٥٠ نيوتن، احسب سرعته الحديّة عند سقوطه بتأثير الجاذبية.

إجابات تمارين المراجعة:

التناسُب

١)

أ (١) ص $\propto$ س^{٢} (٢) ص= ث س^{٢}

ب (١) ص $\propto \frac{١}{\text{س}^{٢}}$ (٢) ص = $\frac{\text{ث}}{\text{س}^{٢}}$

ج (١) م $\propto$ د (٢) م = ث د

د (١) أ $\propto \frac{١}{\text{م}}$ (٢) أ = $\frac{\text{ث}}{\text{م}}$

٢)

أ ١,٥

ب ١٥

ج ٨

٣)

أ ٤ث

ب $\left(\frac{٢,٥}{\text{ث}}\right)^{٢}$

٤) ٨١٩٢

٥)

أ ق = ٠,٠٢١٢٥ ع^{٢}

ب ٢٠٠ م/ثانية

الوحدة السابعة: المزيد من التمثيلات الإحصائية

نظرة عامَّة

تبدأ هذه الوحدة بإتاحة الفرصة أمام الطلبة لجمع البيانات واختبار الارتباط بين كمّيتين. يمكنهم جمع البيانات من خلال قياساتهم الخاصة أو من خلال البحث عنها عبر الإنترنت.

في هذه الوحدة، يجب استخدام أقلام رصاص حادة ومساطر ومماح. لا يمثّل العمل الرقمي في هذه الوحدة تحديًا كما هو الحال في بعض الوحدات الأخرى، ولكن سيحتاج الطلبة إلى اتّباع طريقة منظّمة ودقيقة للنجاح.

يجب التأكيد على أنّنا إذا كنا سنستخدم مخطّطًا لتقدير القيَم (كما هو الحال مع مخطّطات التكرار التراكمي)، فيجب رسمه بأكبر قدر ممكن من الدقّة، علمًا أنّ قلم الرصاص الحاد لن يكون له فائدة كبيرة هنا.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٧–١ (٧–١ PPT)	بيانات بمتغيّرَين	٥	٣-٨ ينشئ مخطّطات الانتشار ويفسّرها، ويفهم الارتباط الموجب والسالب والصفري. ٣-٩ يرسم المستقيم الأفضل تمثيلًا لمخطّط الانتشار ويفسّره.	الارتباط، بيانات بمتغيّرَين، مخطط الانتشار، المتغيّر التابع، الارتباط الموجب، الاتّجاه، الارتباط السالب، لا يوجد ارتباط، المستقيم الأفضل تمثيلًا، الاستقراء
٧–٢ (٧–٢ PPT)	المُدرَّج التكراري	٥	٣-٤ ينشئ ويفسّر المدرّج التكراري بفترات متساوية وغير متساوية وتوزيعات التكرار البسيطة. ملاحظة: بالنسبة إلى الفترات غير المتساوية على المدرج التكراري، تكون المساحات متناسبة مع التكرارات ويُسمّى المحور الرأسي 'كثافة التكرار'.	المُدرَّج التكراري، متصل، مدى الفئة، التكرار، البيانات المُجمّعة، الجداول التكرارية، كثافة التكرار، الفئة المنوالية

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
٣-٧ (٣-٧ PPT)	التكرار التراكمي	٤	٣-٧ ينشئ مخططات التكرار التراكمي الصاعد والنازل ويستخدمه؛ ويقدّر الوسيط والمئينات والربيعات ونصف المدى الربيعيّ ويفسّرها.	التكرار التراكمي، منحنى التكرار التراكمي، الرّبَيعات، المدى الرُّبَيعي، المئينات

تقديم الموضوع

قدّم هذا الموضوع وناقشه مع الطلبة من خلال العمل على المثال المُتعلّق بقيمة مبيعات المثلّجات ودرجة الحرارة، والوارد في بداية الدرس ٧-١ من كتاب الطالب.

استخدم المُدرَّج التكراري في بداية الدرس٧-٢-أ من كتاب الطالب الذي يوضّح عدد المرّات التي يزور فيها الأشخاص من مختلف الفئات العمرية الصالات الرياضية. ناقش مع الطلبة كيف يختلف المُدرّج التكراري عن التمثيل البياني بالأعمدة. يجب أن يكون الطلبة قادرين على إخبارك بأن الأعمدة متلاصقة، وبأن المقياس على المحور الرأسي يُظهر التكرار، وأن المقياس على المحور الأفقي مُرتّب في فترات، أي أن العمود الأوّل مثلًا يعرض بيانات للأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين ٠ و ٥ سنوات. قد ترغب أيضًا في التحقُّق من شكل التمثيل البياني ومناقشة البيانات التي يوضّحها.

التفكير في الموضوع

بيانات بمُتغيّرَين: إذا لم يتمكّن الطلبة على الفور من التمييز بين المتغيّر التابع والمتغيّر المُستقل، فاطلب إليهم العودة إلى الموقف الذي تمّت مناقشته في بداية الدرس ٧-١ من كتاب الطالب، بطرح السؤال التالي: هل يمكن أن ترتفع درجة الحرارة لأن المزيد من الناس يشترون المثلجات؟

لاحظ أنه قد يكون لديك بيانات تُظهِر عدم وجود متغيّر مستقل أو تابع واضح، مثل الدرجات في اختبارات اللغة العربية واللغة الإنجليزية.

'شكل' مخطّط الانتشار: غالبًا ما يتوقّع الطلبة أن الارتباط الخطّي القوي يظهر بصورة مستقيم في مخطّط الانتشار. فقد تجد في الواقع بيانات بمتغيّرَين لا تقع على خط مستقيم، وتظهر هذه الاختلافات أكثر ما تظهر قرب 'مركز' مجموعة البيانات. حيث تعطي البيانات شكلًا بيضاويًّا بدلاً من الخط المستقيم. تبقى الارتباطات القوية ممكنة عندما يكون هذا هو الشكل الظاهر. من المهم مناقشة حقيقة أن 'شكل' البيانات قد يتغير أيضًا خارج نطاق البيانات. لا ينبغي تمديد المستقيم الأفضل تمثيلاً إلى ما هو أبعد من البيانات – عند القيام بذلك، نطلق على العملية اسم الاستقراء – تعتبر التقديرات التي نجريها من المخطّط أقلّ ثباتًا.

المُدرّجات التكرارية: تشبه المُدرّجات التكرارية الأعمدة البيانية، مع بعض الفوارق، كأن تكون الأعمدة في المُدرّجات التكرارية متلاصقة، بينما تكون متباعدة في الأعمدة البيانية. كما أنّ المقياس في المُدرّجات التكرارية، يتمثل على المحور السيني ببيانات عددية متصلة (وليس بفئات نوعية أو بيانات منفصلة).

لاحظ أنه عندما تكون الفئات متساوية، يتم استخدام المحور الرأسي عمومًا لتمثيل التكرار، كما في التمثيل بالأعمدة البيانية.

ويتمثّل أحد الأخطاء الشائعة في استخدام فئة خاطئة. هنا يكون من المفيد إعطاء بعض الأمثلة (باستخدام بيانات مُنفصلة وبيانات مُتّصلة) للتأكُّد من ثقة الطلبة بحساب الفئة.

الفئات غير المتساوية: إذا لم تتساوَ الفئات، سوف يتم تمثيل التكرار بمساحة الأعمدة بدلاً من الارتفاع. يمثّل المحور الرأسي الآن كثافة التكرار التي يتم تعريفها على النحو التالي:

كثافة التكرار = (التكرار) ÷ (طول الفئة)

إذا تم إعطاء الطلبة كثافة التكرار (أو مدرّجًا تكراريًّا يمكن قراءتها من خلاله)، فيمكن عندئذ إعادة تنظيم الصيغة أعلاه للحصول على التكرار.

تتوفّر أسئلة كثيرة حول المدرّجات التكرارية يمكن الإجابة عنها ببساطة عبر مقارنة مساحات الأعمدة. وغالبًا ما يكون ذلك ممكنًا عن طريق عد المربّعات على الشبكة. يجب على الطلبة استكشاف هذه الطريقة قبل تجربة أي طريقة أخرى، لأنها غالبًا ما تكون الطريقة الأسهل والأسرع للإجابة عن السؤال.

التكرار التراكمي: يعني التراكم زيادة التكرار، وتتمثّل نقاطه الرئيسية في التالي:

- يكون محور التكرار التراكمي دائمًا هو المحور الرأسي.
- تُستخدم القيمة الواردة في نهاية كل فئة عند التمثيل (وهذا يختلف عن تقدير الوسط الحسابي للبيانات المُجمّعة، حيث يتم استخدام مركز الفئة)
- يكون التمثيل البياني تصاعديًّا.

الوسيط والرُّبَيعات والمئينات: عند استخدام التمثيل البياني للتكرار التراكمي لتقدير المقاييس الإحصائية، تأكّد من البدء بمحور التكرار التراكمي، ثم ارسم مستقيمًا أفقيًّا يتقاطع مع المنحنى، ثم ارسم مستقيمًا رأسيًّا يتقاطع مع المحور الأفقي، وذلك لقراءة القيمة المُستهدَفة. من السهل أن يخطئ الطلبة في هذه العملية.

التمثيلات الإحصائية في مواقف من الحياة اليومية

تُستخدم مخطّطات الانتشار لإجراء توقُّعات واتّخاذ القرارات في العديد من مواقف الحياة اليومية. وفيما يلي بعض الأمثلة على ذلك:

- تُستخدم مخطّطات الانتشار لحساب 'وقت التحذير' المتاح للأحداث الطبيعية مثل الزلازل والأعاصير وأمواج تسونامي. كأن يتم رسم مسافة الإعصار من الأرض على المحور الأفقي، والزمن الذي يستغرقه الوصول إلى الأرض على المحور الرأسي. يُظهر هذا الأمر بشكل عام ارتباطًا موجبًا، بمعنى آخر، كلما ابتعدت العاصفة، زاد الزمن المتاح لديك للاستعداد. وعلى العكس من ذلك، كلما اقتربت العاصفة، قلّ زمن الاستعداد لها.
- التطبيق الآخر هو مقارنة النتائج المتوقّعة بالقياسات الحقيقية. مثلًا: عند رسم درجة الحرارة المتوقّعة مقابل درجة الحرارة الفعلية، أو درجات الاختبار المتوقّعة مقابل درجات الاختبار الحقيقية، يتم استخدام هذه التمثيلات البيانية لتقييم مدى فاعلية التوقّعات.
- يمكن رسم نتائج الاختبارات النفسية على مخطّط الانتشار. كأن يقوم الأشخاص بإكمال اختبار، ويتم رسم نتائجهم الخاصة بالقدرة على حل المسائل مقابل نتائجهم في الكفاءة اللفظية.

تُستخدم المدرّجات التكرارية بصورة أساسية لعرض مجموعات كبيرة من البيانات. غالبًا ما يتم استخدامها كأدوات لمراقبة الجودة في بيئة مكان العمل، حيث يمكن للشركة أن تعلم من شكل التوزيع ما هو 'طبيعي' وما هو غير ذلك. من المهم أن تُوضّح للطلبة أن هناك من يطلقون على التمثيل بالأعمدة البيانية اسم المدرّج التكراري والعكس، ولكنّهما مختلفان رياضيًّا.

غالبًا ما يتم دمج منحنيات التكرار التراكمية مع الأعمدة البيانية أو المُدرّجات التكرارية في مخطط باريتو (Parito)، وهو مُخطّط يُستخدم في الأعمال والصناعة لإظهار الأسباب المختلفة لأخطاء التصنيع (باستخدام المُدرّج التكراري) ومساهمتها في كل الأخطاء (باستخدام منحنى التكرار التراكمي).

التعمُّق في الموضوع

يمكن التعمُّق في هذا الموضوع تعمُّقًا مفيدًا بإجراء تحقيقات فعلية، حيث يجمع الطلبة مجموعة من البيانات بمتغيّرَين، ثم يمثّلونها في مخطّط الانتشار، ثم يعدّون تقريرًا حول الارتباط بينها.

يمكن عرض بعض هذه الموضوعات المثيرة للاهتمام، على النحو التالي:

- هل هناك علاقة بين سعر الحذاء الرياضي ومدى لفته للنظر؟
- هل هناك علاقة ارتباط بين طول المُراهق وطول خطوته؟
- هل هناك علاقة بين عدد أصدقاء الشخص على وسائل التواصل الاجتماعي وعدد التفاعُلات اليومية التي يجريها مع أشخاص حقيقيين؟

قد يكون الطلبة المميّزون مهتمّين بالتحقيق في فكرة مُعامِل الارتباط باستخدام القيَم التي تم الحصول عليها من مخطّطات الانتشار. اسمح لهم بمعرفة ما تعنيه المفاهيم، وكيف يتم العمل بها.

يمكن للطلبة أيضًا استكشاف مُعامِل ارتباط بيرسون (Pearson) لمعرفة كيفية عمله.

قد يكون من المفيد حثّ الطلبة على جمع البيانات ورسم مخطّطات باريتو (Parito) الخاصّة بهم، لعرضها. يمكنهم مثلًا مقارنة أسباب التغيُّب عن المدرسة وتناسُبها مع كل حالات التغيُّب العائدة إلى جميع الأسباب الممكنة.

يمكن للطلبة استخدام الأطلس لمعرفة النسبة التي تشغلها كل قارّة على سطح الأرض (يمكنهم إظهار ذلك على المقياس الأفقي في صورة نسبة مئوية من إجمالي المساحة)، وعدد سكّان كل قارّة. ينتج عن ذلك مُدرَّج تكراريّ بفترات غير متساوية. يمكنك العثور على أمثلة عن هذه المُدرّجات التكرارية في تقارير Living Planet الصادرة عن الصندوق العالمي للطبيعة (World Wide Fund for Nature (WWF)).

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية مُتوفِّرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مُفصَّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ٧-١ مخطّطات الانتشار والارتباط
- PPT ٧-٢ المُدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية
- PPT ٧-٣ التكرار التراكمي

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٧-١ مخطّطات الانتشار والارتباط

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٧-١ مخطّطات الانتشار والارتباط

يُبيّن الجدول التالي درجات ١٠ طلاب في اختبارَي اللغة العربية واللغة الإنجليزية (الدرجة من ١٠٠).

الطالب	أمين	بلال	كمال	سلمان	أحمد	سعيد	خالد	ليث	عيسى	ياسر
اللغة العربية	٥٧	٦٥	٣٤	٨٧	٤١	٣٥	٦٠	٦١	٢٥	٣٥
اللغة الإنجليزية	٤٥	٦١	٣٩	٧٨	٤١	٣٦	٣٥	٥٧	٢٣	٣٤

(أ) مثّل البيانات على مُخطّط الانتشار وارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

نقطة نقاش ١

تتجلّى فائدة مخطّطات الانتشار في معرفة ما إذا كان هناك ارتباط بين البيانات بمُتغيّرَين. اسأل الطلبة عما تعنيه بيانات بمتغيّرَين. يجب أن يعرفوا أن ذلك يعني أخذ قياسَين من نفس العيّنة لإنشاء زوج من القياسات. عند رسم مخطّط الانتشار، يحتاج الطلبة إلى معرفة المتغيّر التابع والمتغيّر المستقل؛ المتغيّر التابع هو المتغيّر الذي تتوقّع أن يتغيّر عندما يتغيّر المتغيّر المستقلّ. في هذه الحالة، قد يكون أي من الاختبارين هو المتغيّر التابع، وقد استخدمنا درجات اختبار اللغة العربية على المحور الأفقي ودرجات اختبار اللغة الإنجليزية على المحور الرأسي. سيتم رسم النقاط في صورة الزوج المُرتّب (درجة اختبار اللغة العربية، درجة اختبار اللغة الإنجليزية)

ما الغرض من المستقيم الأفضل تمثيلًا؟ كيف يقرّر الطلبة أين سيرسمون المستقيم الأفضل تمثيلًا؟

اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

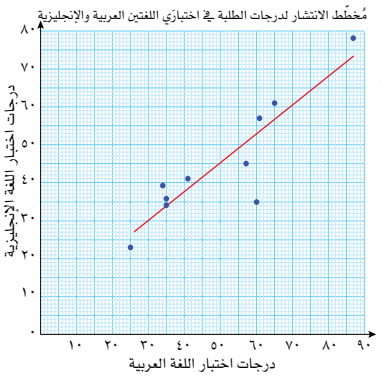
١-٧ مخطّطات الانتشار والارتباط

يُبيّن الجدول التالي درجات ١٠ طلاب في اختبارَي اللغة العربية واللغة الإنجليزية (الدرجة من ١٠٠).

الطالب	أمين	بلال	كمال	سلمان	أحمد	سعيد	خالد	ليث	عيسى	ياسر
اللغة العربية	٥٧	٦٥	٣٤	٨٧	٤١	٣٥	٦٠	٦١	٢٥	٣٥
اللغة الإنجليزية	٤٥	٦١	٣٩	٧٨	٤١	٣٦	٣٥	٥٧	٢٣	٣٤

(أ) مثّل البيانات على مُخطّط الانتشار وارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

(ب) كان أحد الطلبة مريضًا عند اختباره في مادة اللغة الإنجليزية. من هو بتقديرك هذا الطالب؟



يجب أن يمر المستقيم الأفضل تمثيلًا في وسط البيانات ويجب أن يشير إلى الاتّجاه الصحيح. لا يحتاج إلى المرور بنقطة الأصل.

نقطة نقاش ٢

ناقش المطلوب في الجزئية (ب): سوف يبحث بعض الطلبة على الفور عن أدنى درجة في اختبار اللغة الإنجليزية، أي سيبحثون عن عيسى، ولكن ما هو مطلوب بالفعل هو استخدام المستقيم الأفضل تمثيلًا. يجب أن يدركوا أنّ هناك ارتباطًا موجبًا بين درجات اختبارَي اللغتَين العربية والإنجليزية؛ فكلما زادت درجة الطالب في اختبار اللغة العربية، ازدادت درجته في اختبار اللغة الإنجليزية. ورغم أننا لا نعرف سبب هذا الارتباط، إلا أنه نمط يظهر في العيّنة (قد يرغب بعض الطلبة المميّزين في مناقشة الفرق بين السبب والارتباط).

تعتبر درجة 'عيسى' في اختبار اللغة الإنجليزية هي الأدنى، لكن درجته في اختبار اللغة العربية هي الأدنى أيضًا، وهذا أمر يتناسب مع الارتباط. من ناحية ثانية، حصل خالد على درجة منخفضة في اختبار اللغة الإنجليزية ولكنّه حصل على درجة عالية في اختبار اللغة العربية، مما يشير إلى أن درجتَيه لا ترتبطان بالنمط المبيّن أعلاه. إذا حصل خالد على درجة ٦٠ في اختبار اللغة العربية، فمن المتوقّع أن يحصل على درجة تتراوح بين ٥٠ و ٥٥ في اختبار اللغة الإنجليزية (باستخدام المستقيم الأفضل تمثيلًا). يشير كل ذلك إلى أن خالد هو الطالب الذي كان مريضًا عندما تقدّم إلى اختبار اللغة الإنجليزية.

اعرض الشريحة ٣

٧-١ مخطّطات الانتشار والارتباط

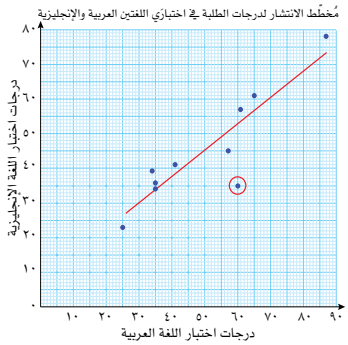
يُبينّ الجدول التالي درجات ١٠ طلاب في اختبارَي اللغة العربية واللغة الإنجليزية (الدرجة من ١٠٠).

الطالب	أمين	بلال	كمال	سلمان	أحمد	سعيد	خالد	ليث	عيسى	ياسر
اللغة العربية	٥٧	٦٥	٣٤	٨٧	٤١	٣٥	٦٠	٦١	٢٥	٣٥
اللغة الإنجليزية	٤٥	٦١	٣٩	٧٨	٤١	٣٦	٣٥	٥٧	٢٣	٣٤

(أ) مثّل البيانات على مُخطّط الانتشار وارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

(ب) كان أحد الطلبة مريضًا عند اختباره في مادة اللغة الإنجليزية. من هو بتقديرك هذا الطالب؟

الإجابة: خالد، لأن درجته المتدنية في اختبار اللغة الإنجليزية لا تتناسب مع الارتباط الموجود.



غاب محمود عن اختبار اللغة الإنجليزية وغاب سالم عن اختبار اللغة العربية. توقّع درجة كل منهما لو تقدّما للاختبار الذي غابا عنه، علمًا بأن:

(ج) حصل محمود على درجة ٧٥ في اختبار اللغة العربية.

(د) حصل سالم على درجة ٤٠ في اختبار اللغة الإنجليزية.

الإجابة:

تتطلّب الجزئيتان (ج) و (د) من الطلبة استخدام المستقيم الأفضل تمثيلًا. شجّعهم على عرض عملهم من خلال رسم المستقيمات على مخطّطاتهم.

يتوجّب على الطلبة في الجزئية (ج)، أن يرسموا مستقيمًا رأسيًّا من المحور الأفقي إلى الأعلى (من الدرجة ٧٥) ليتقاطع مع المستقيم الأفضل تمثيلًا، وأن يرسموا بعد ذلك مستقيمًا أفقيًّا يمر بنقطة التقاطع ويتقاطع مع المحور الرأسي، ثم يقرؤوا القيمة من المحور الرأسي.

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

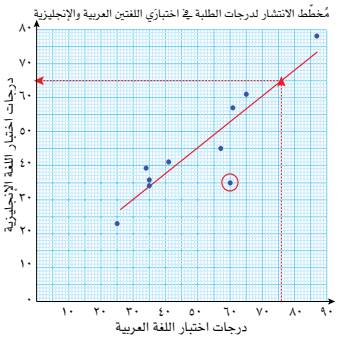
٧-١ مخطّطات الانتشار والارتباط

يُبيّن الجدول التالي درجات ١٠ طلاب في اختبارَي اللغة العربية واللغة الإنجليزية (الدرجة من ١٠٠).

الطالب	أمين	بلال	كمال	سلمان	أحمد	سعيد	خالد	ليث	عيسى	ياسر
اللغة العربية	٥٧	٦٥	٣٤	٨٧	٤١	٣٥	٦٠	٦١	٢٥	٣٥
اللغة الإنجليزية	٤٥	٦١	٣٩	٧٨	٤١	٣٦	٣٥	٥٧	٢٣	٣٤

(أ) مثّل البيانات على مُخطّط الانتشار وارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

(ب) كان أحد الطلبة مريضًا عند اختباره في مادة اللغة الإنجليزية. من هو بتقديرك هذا الطالب؟



الإجابة: خالد، لأن درجته المتدنية في اختبار اللغة الإنجليزية لا تتناسب مع الارتباط الموجود.

غاب محمود عن اختبار اللغة الإنجليزية وغاب سالم عن اختبار اللغة العربية. توقّع درجة كل منهما لو تقدّما للاختبار الذي غابا عنه، علمًا بأن:

(ج) حصل محمود على درجة ٧٥ في اختبار اللغة العربية.

(د) حصل سالم على درجة ٤٠ في اختبار اللغة الإنجليزية.

الإجابة: (ج) ٦٤

نقطة نقاش ٣

إذا أعطى أحد الطلبة الإجابة ٩٠، فما الذي قام به على الأرجح؟ قراءة غير صحيحة من محور درجات اختبار اللغة الإنجليزية إلى محور درجات اختبار اللغة العربية.

يتوجّب على الطلبة في الجزئية (د) أن يرسموا مستقيمًا أفقيًّا من المحور الرأسي إلى اليمين (من الدرجة ٤٠) ليتقاطع مع المستقيم الأفضل تمثيلًا، وأن يرسموا بعد ذلك مستقيمًا رأسيًّا يمر بنقطة التقاطع ويتقاطع مع المحور الأفقي، ثم يقرؤوا القيمة من المحور الأفقي.

اعرض الشريحة ٥

٧-١ مخطّطات الانتشار والارتباط

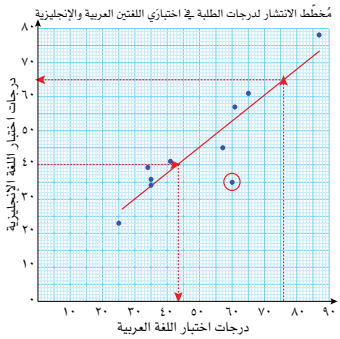
يُبيّن الجدول التالي درجات ١٠ طلاب في اختبارَي اللغة العربية واللغة الإنجليزية (الدرجة من ١٠٠).

الطالب	أمين	بلال	كمال	سلمان	أحمد	سعيد	خالد	ليث	عيسى	ياسر
اللغة العربية	٥٧	٦٥	٣٤	٨٧	٤١	٣٥	٦٠	٦١	٢٥	٣٥
اللغة الإنجليزية	٤٥	٦١	٣٩	٧٨	٤١	٣٦	٣٥	٥٧	٢٣	٣٤

(أ) مثّل البيانات على مُخطّط الانتشار وارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

(ب) كان أحد الطلبة مريضًا عند اختباره في مادة اللغة الإنجليزية. من هو بتقديرك هذا الطالب؟

الإجابة: خالد، لأن درجته المتدنية في اختبار اللغة الإنجليزية لا تتناسب مع الارتباط الموجود.



غاب محمود عن اختبار اللغة الإنجليزية وغاب سالم عن اختبار اللغة العربية. توقّع درجة كل منهما لو تقدّما للاختبار الذي غابا عنه، علمًا بأن:

(ج) حصل محمود على درجة ٧٥ في اختبار اللغة العربية.

(د) حصل سالم على درجة ٤٠ في اختبار اللغة الإنجليزية.

الإجابة: (ج) ٦٤، (د) ٤٣

نقطة نقاش ٤

لماذا تكون إجابات بعض الطلبة مختلفة في الجزئيّتَين (ج) و (د)؟ لأنّ المستقيم الأفضل تمثيلًا لديهم قد يختلف قليلًا عن المستقيم المعروض. اسألهم عن مدى الإجابات المقنعة.

لماذا لا يكون مجديًا تقدير درجة طالب في اختبار اللغة الإنجليزية حصل على درجة ١٠ في اختبار اللغة العربية؟ إلى أي مدى سيكون الطلبة على استعداد للمخاطرة بتقدير الدرجة خارج نطاق البيانات؟

نقطة نقاش ٥

إذا حصل طالب على درجة ٢٠ في اختبار اللغة العربية، فلماذا لا يُستخدَم التمثيل البياني لتقدير درجته في اختبار اللغة الإنجليزية؟

قد يتطلّب ذلك تمديد المستقيم الأفضل تمثيلًا خارج نطاق البيانات، وهو ما يسمّى بالاستقراء. لا نعرف ما إذا كان الاتّجاه سيتغيّر خارج نطاق البيانات، لذلك لا ينبغي لنا إجراء ذلك.

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٧-٢ المُدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية

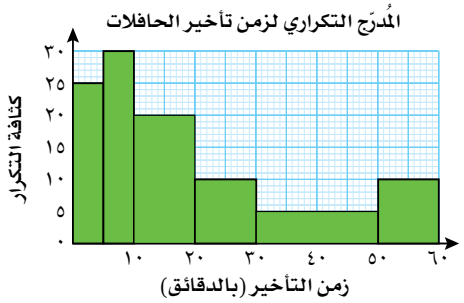
اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٧-٢ المدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية

أجرت محطّة للحافلات دراسة مسحية لمعرفة زمن التأخير في وصول الحافلات إلى أماكنها. يُبينّ المُدرّج التكراري أدناه النتائج. استخدمه لتكمل جزءاً من الجدول، ثم لتجد عدد الحافلات في الدراسة.

زمن التأخير (م) بالدقائق	كثافة التكرار	التكرار
٠ ≤ م < ٥		
٥ ≤ م < ١٠		
١٠ ≤ م < ٢٠		
٢٠ ≤ م < ٣٠		
٣٠ ≤ م < ٥٠		
٥٠ ≤ م < ٦٠		
	المجموع	



نقطة نقاش

يُعطى الطلبة عادة التكرار، ويُطلب إليهم حساب كثافة التكرار، وذلك لرسم المُدرّج التكراري. هنا الوضع معكوس، حيث يتمّ إعطاء الطلبة المُدرّج التكراري ويُطلب إليهم حساب إجمالي التكرار. ما الذي يمثّل التكرار على المُدرّج التكراري؟ كيف نحسب ذلك من المُدرّج التكراري؟

يتمّ حساب كثافة التكرار بقسمة تكرار الفئة على طول تلك الفئة، وبالتالي فإن مساحة كل عمود تمثّل تكرار الفئة. لحساب التكرار، يحتاج الطلبة إلى ضرب كثافة التكرار في طول الفئة. يجب أن يكونوا قادرين على قراءة القيَم من المُدرّج التكراري، وفهم ما تمثّله، ثم استخدام الصيغة لحساب تكرار كل فئة.

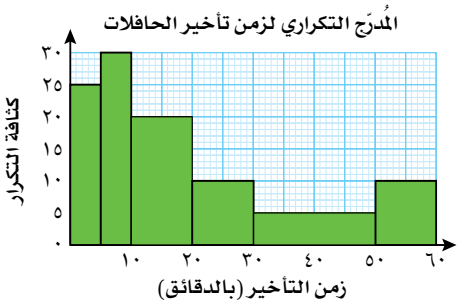
يتضمّن الجدول طول كل فئة من الفئات. يحتاج الطلبة إلى قراءة قيَم كثافة التكرار من التمثيل البياني (ارتفاعات الأعمدة).

اعرض الشريحة ٢

٧-٢ المدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية

أجرت محطّة للحافلات دراسة مسحية لمعرفة زمن التأخير في وصول الحافلات إلى أماكنها. يُبينّ المُدرّج التكراري أدناه النتائج. استخدمه لتكمل جزءاً من الجدول، ثم لتجد عدد الحافلات في الدراسة.

زمن التأخير ((م) بالدقائق)	كثافة التكرار	التكرار
٠ ≤ م < ٥	٢٥	
٥ ≤ م < ١٠	٣٠	
١٠ ≤ م < ٢٠	٢٠	
٢٠ ≤ م < ٣٠	١٠	
٣٠ ≤ م < ٥٠	٥	
٥٠ ≤ م < ٦٠	١٠	
	المجموع	



$$\text{كثافة التكرار} = \frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$$

كثافة التكرار هي ارتفاع كل عمود في المدرَّج التكراري.

يحتاج الطلبة بعد ذلك إلى إيجاد التكرار (مساحة كل عمود). ويمكنهم إيجاد ذلك بضرب طول الفئة في الارتفاع.

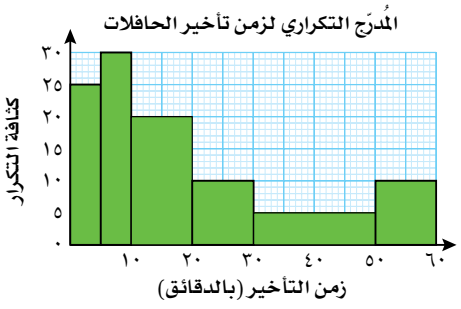
بما أن طول الفئة الأولى ٥ مثلاً وارتفاعها ٢٥، فإن المساحة تساوي ١٢٥

اعرض الشريحة ٣

٧-٢ المدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية

أجرت محطّة للحافلات دراسة مسحية لمعرفة زمن التأخير في وصول الحافلات إلى أماكنها. يُبينّ المُدرّج التكراري أدناه النتائج. استخدمه لتكمل جزءاً من الجدول، ثم لتجد عدد الحافلات في الدراسة.

زمن التأخير ((م) بالدقائق)	كثافة التكرار	التكرار
٠ ≤ م < ٥	٢٥	١٢٥
٥ ≤ م < ١٠	٣٠	١٥٠
١٠ ≤ م < ٢٠	٢٠	٢٠٠
٢٠ ≤ م < ٣٠	١٠	١٠٠
٣٠ ≤ م < ٥٠	٥	١٠٠
٥٠ ≤ م < ٦٠	١٠	١٠٠
	المجموع	٧٧٥



$$\text{كثافة التكرار} = \frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$$

السؤال هنا هو عن عدد الحافلات في الاستبانة؛ هذا يستدعي من الطلبة حساب إجمالي التكرار.

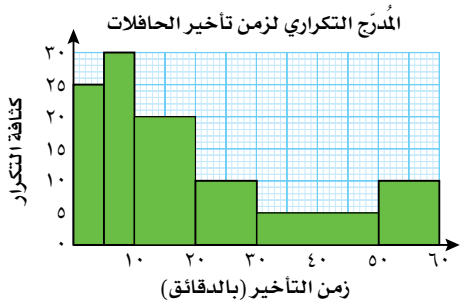
اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٧-٢ المدرّجات التكرارية والفئات غير المتساوية

أجرت محطّة للحافلات دراسة مسحية لمعرفة زمن التأخير في وصول الحافلات إلى أماكنها. يُبيّنَ المُدرّج التكراري أدناه النتائج. استخدمه لتكمل جزءًا من الجدول، ثم لتجد عدد الحافلات في الدراسة.

زمن التأخير ((م) بالدقائق)	كثافة التكرار	التكرار
٠ ≤ م < ٥	٢٥	١٢٥
٥ ≤ م < ١٠	٣٠	١٥٠
١٠ ≤ م < ٢٠	٢٠	٢٠٠
٢٠ ≤ م < ٣٠	١٠	١٠٠
٣٠ ≤ م < ٥٠	٥	١٠٠
٥٠ ≤ م < ٦٠	١٠	١٠٠
	المجموع	٧٧٥



كثافة التكرار = $\frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$

الإجابة: ٧٧٥

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٧-٣ التكرار التراكمي

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٧-٣ التكرار التراكمي

تم استطلاع آراء مجموعة من الأشخاص حول تقدير الزمن خلال الدقيقة الواحدة. يُبيّنَ الجدول التالي الأزمنة التي تم تسجيلها.

(أ) انسخ الجدول التالي وأكمله.

الزمن ((م) بالثواني)	التكرار	التكرار التراكمي
٢٠ ≤ م < ٣٠	٢	
٣٠ ≤ م < ٤٠	٤	
٤٠ ≤ م < ٥٠	١٠	
٥٠ ≤ م < ٦٠	٢٤	
٦٠ ≤ م < ٧٠	٣٢	
٧٠ ≤ م < ٨٠	٥	
٨٠ ≤ م < ١٠٠	٣	

نقطة نقاش ١

في هذه المسألة، تم الطلب إلى مجموعة من الأشخاص تقدير مدة الزمن خلال دقيقة واحدة.

يمكن القيام بذلك عن طريق إعطاء المستطلعين ساعة توقيت، والطلب إليهم أوّلًا النقر على المفتاح 'ابدأ' وعدم النظر إلى الساعة، ثم النقر على المفتاح 'قف' عند اعتقادهم بأن مدة الزمن التي قطعت هي دقيقة واحدة.

بهذه الطريقة، يكون قد تم تدوين الوقت الفعلي الذي انقضى.

هنا، يجب أن يدرك الطلبة أن التكرار التراكمي هو 'مجموع مستمر'، وأن كل مدخلة في عمود التكرار التراكمي يتم حسابها عن طريق إضافة تكرار الفئة الحالية إلى التكرار التراكمي السابق (أي إضافة جميع التكرارات بما في ذلك الفئة الحالية).

ما الذي يعبّر عنه التكرار التراكمي للفئة الأخيرة؟ يجب أن يكون العدد الأخير في عمود التكرار التراكمي مساويًا لمجموع التكرارات في كل الفئات الأخرى، لأن كل هذه النتائج ستكون أدنى من أعلى قيمة أو مساوية لها؛ هذا يعني أن الجدول التكراري يعبّر عن العدد الإجمالي للأشخاص الذين شملتهم الاستبانة.

اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٧-٣ التكرار التراكمي

تم استطلاع آراء مجموعة من الأشخاص حول تقدير الزمن خلال الدقيقة الواحدة.
يُبيّن الجدول التالي الأزمنة التي تم تسجيلها.

(أ) انسخ الجدول التالي وأكمله.

الزمن ((م) بالثواني)	التكرار	التكرار التراكمي
٢٠ ≤ م < ٣٠	٢	٢
٣٠ ≤ م < ٤٠	٤	٦
٤٠ ≤ م < ٥٠	١٠	١٦
٥٠ ≤ م < ٦٠	٢٤	٤٠
٦٠ ≤ م < ٧٠	٣٢	٧٢
٧٠ ≤ م < ٨٠	٥	٧٧
٨٠ ≤ م < ١٠٠	٣	٨٠

(ب) ارسم منحنى التكراري التراكمي لعرض النتائج.

نقطة نقاش ٢

ما هو منحنى التكرار التراكمي؟ يتم الحصول على منحنى التكرار التراكمي عن طريق رسم التكرارات التراكمية مقابل الحدود العليا لكل فئة.

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

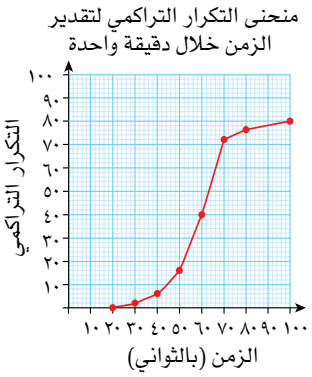
٧-٣ التكرار التراكمي

تم استطلاع آراء مجموعة من الأشخاص حول تقدير الزمن خلال الدقيقة الواحدة.
يُبيّن الجدول التالي الأزمنة التي تم تسجيلها.

(أ) انسخ الجدول التالي وأكمله.

الزمن ((م) بالثواني)	التكرار	التكرار التراكمي
٢٠ ≤ م < ٣٠	٢	٢
٣٠ ≤ م < ٤٠	٤	٦
٤٠ ≤ م < ٥٠	١٠	١٦
٥٠ ≤ م < ٦٠	٢٤	٤٠
٦٠ ≤ م < ٧٠	٣٢	٧٢
٧٠ ≤ م < ٨٠	٥	٧٧
٨٠ ≤ م < ١٠٠	٣	٨٠

(ب) ارسم منحنى التكراري التراكمي لعرض النتائج.



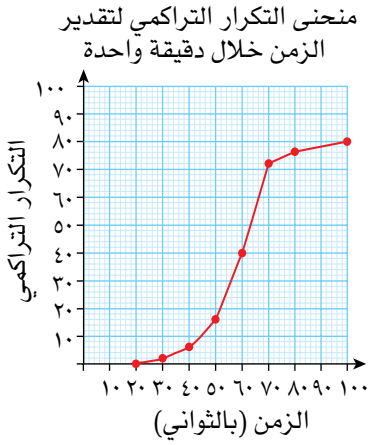
هل توقّعت شكل التمثيل البياني؟ غالبًا ما تُسمّى منحنيات التكرار التراكمي بالحرف اللاتيني S أو بالمنحنيات القوسية نظرًا إلى شكلها. يتّخذ المنحنى القوسي شكل قوس. وإذا قمت بقص القوس إلى قسمَين، سيبدو النصف الأيسر مُشابهًا لمنحنى التكرار التراكمي.

بما أننا نضيف التكرار التالي إلى الإجمالي السابق، فالتمثيل البياني التكراري التراكمي في ارتفاع متواصل لا ينخفض.

اعرض الشريحة ٤

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٧-٣ التكرار التراكمي



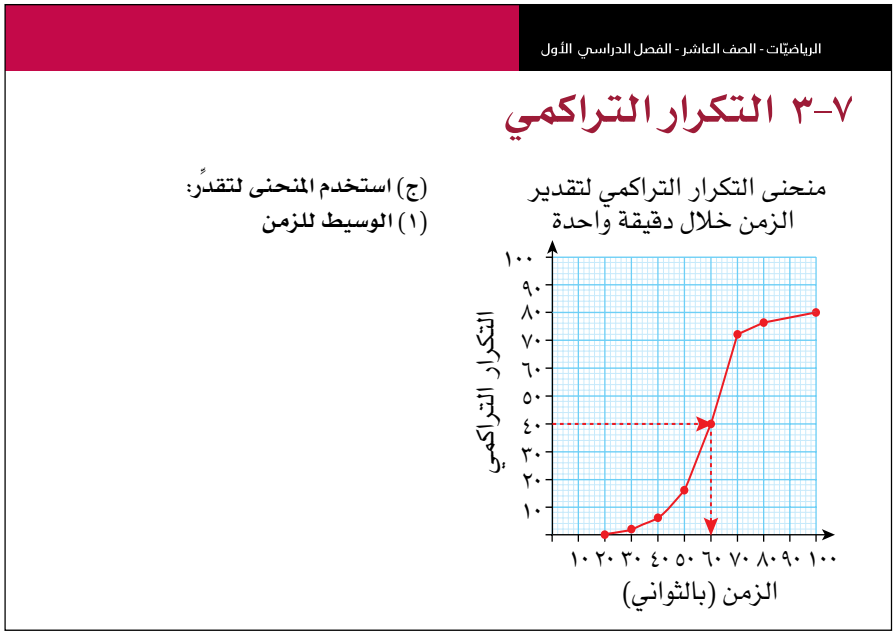
(ج) استخدم المنحنى لتقدِّر:
(١) الوسيط للزمن

نقطة نقاش ٣

يتوجّب على الطلبة في كل جزئية تحديد المكان على المحور الرأسي (التكرار التراكمي) الذي يحتاجون إلى قراءته من خلال منحنى التكرار التراكمي، ثم ينتقلون إلى المحور الأفقي لقراءة الزمن.

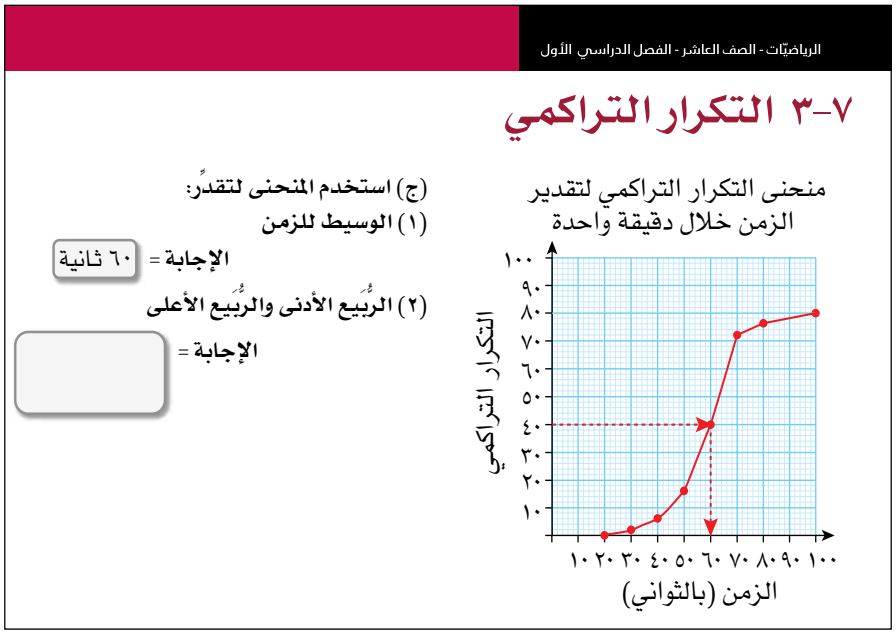
(١) ما المطلوب لقراءة الوسيط من المنحنى التكراري التراكمي؟ يزداد مقياس التكرار التراكمي تصاعديًّا حتى يصل إلى ١٠٠ (على المحور الرأسي). الخطأ الشائع هو استخدام نصف هذه القيمة، أي العدد ٥٠. وتعدّ القراءة عبر منحنى التكرار التراكمي، ثم القراءة وصولاً إلى المحور الأفقي خطأ أيضًا، لعدم وجود ٨٠ شخصًا فقط في الواقع (على الرغم من ارتفاع المحور الرأسي إلى ١٠٠). ولا بد في الواقع من استخدام نصف إجمالي التكرار ($\frac{ن}{٢}$) أي $\frac{ن}{٢}$ = ٤٠

اعرض الشريحة ٥



ارسم مستقيمًا أفقيًّا من ٤٠، ثم مستقيمًا رأسيًّا من نقطة التقاطُع مع المنحنى إلى الأسفل. الوسيط هو قيمة التقاطُع مع المحور الأفقي.

اعرض الشريحة ٦



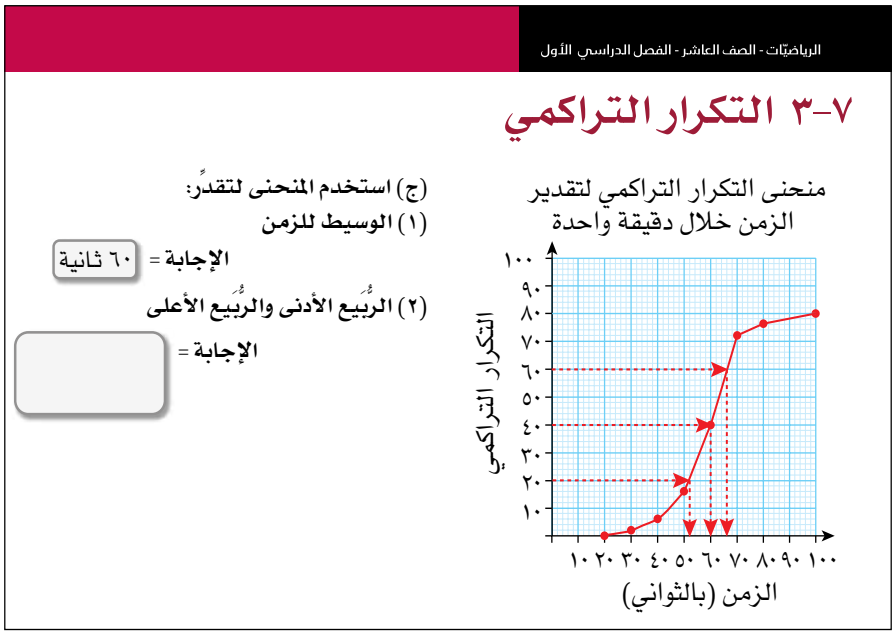
(٢) يمثّل الرُّبَيع الأدنى أوّل ٢٥٪ من التكرارات. ولإيجاده يحتاج الطلبة أوّلاً إلى حساب إجمالي التكرار (ن) مقسومًا على ٤، أي ٨٠ ÷ ٤ = ٢٠، ليرسموا بعد ذلك مستقيمًا أفقيًا من العدد ٢٠ يتقاطع مع المنحنى، ثم مستقيمًا رأسيًا آخر يمر بنقطة التقاطُع مع المنحنى، ويتقاطع مجدّدًا مع المحور الأفقي.

يمثّل الرُّبَيع الأعلى أوّل ٧٥٪ من التكرارات، لذلك يمكن حسابه على النحو التالي:

$$\frac{٣ن}{٤} = \frac{٢٤٠}{٤} = ٦٠$$

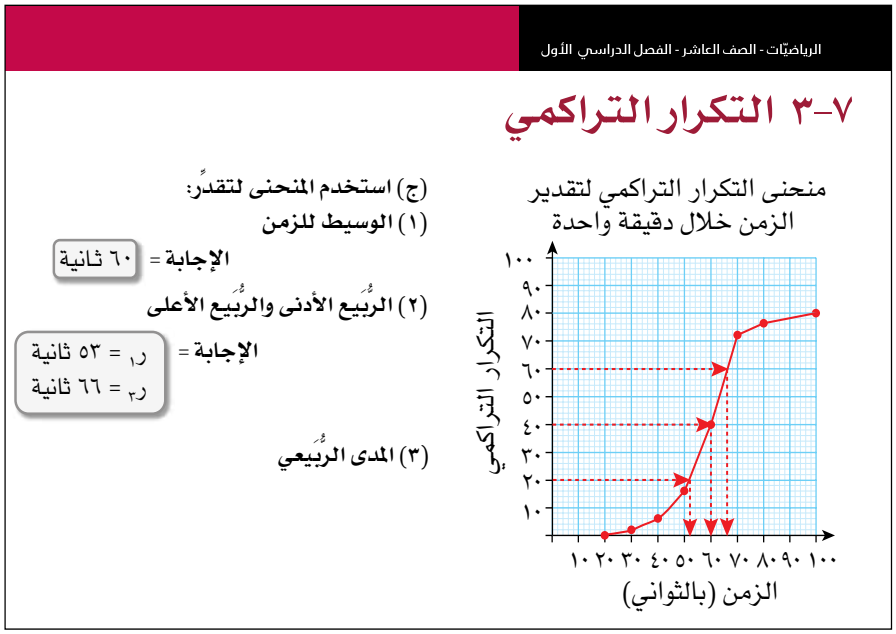
بناء على ذلك يرسم الطلبة مستقيمًا أفقيًا من ٦٠ ليتقاطع مع المنحنى، ثم مستقيمًا آخر نزولاً إلى المحور الأفقي.

اعرض الشريحة ٧



تُظهر هذه الشريحة المستقيمات التي يجب رسمها لإيجاد الرُّبَيع الأدنى والرُّبَيع الأعلى.

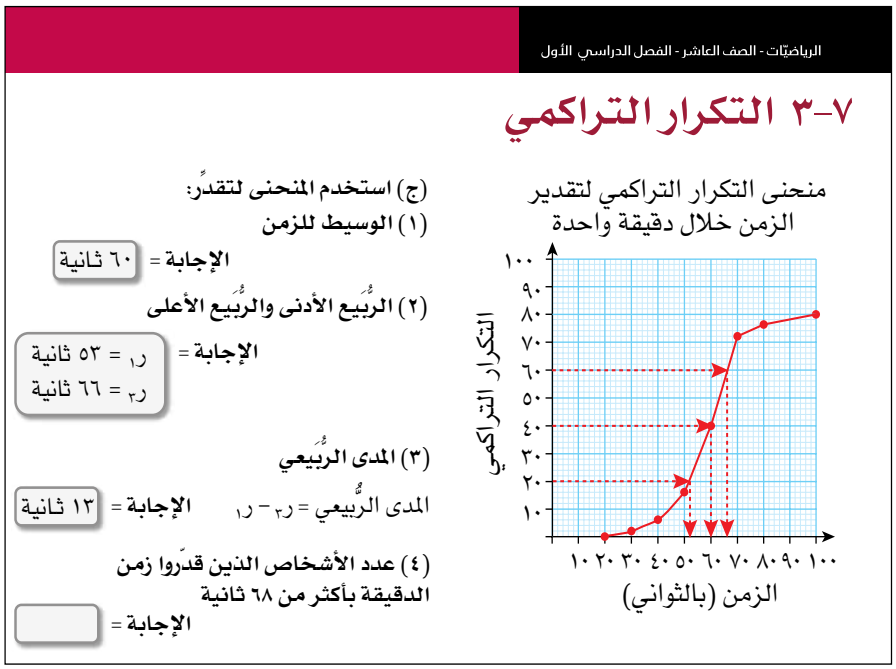
اعرض الشريحة ٨



يتم حساب المدى الرُّبَيعي بطرح الرُّبَيع الأدنى من الرُّبَيع الأعلى:

المدى الربيعي = ر٣ − ر١

اعرض الشريحة ٩



(٤) يتوجّب على الطلبة الآن إدراك حاجتهم إلى إيجاد الزمن ن = ٦٨ على المحور الأفقي، ورسم مستقيم رأسي من المحور الأفقي إلى المنحنى التراكمي، ثم مستقيم آخر أفقي باتّجاه المحور الرأسي لقراءة القيمة المطلوبة.

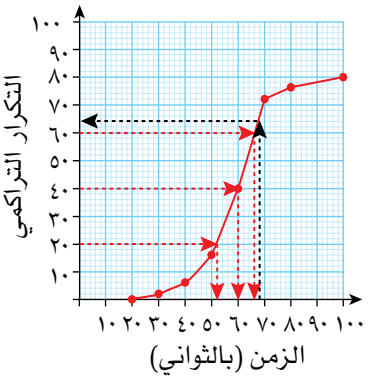
يجب أن يتذكّر الطلبة بعد ذلك طرح هذه القيمة من ٨٠، لأن القيمة عند الزمن ن = ٦٨ هي تكرار الأشخاص الذين قدّروا زمن الدقيقة من ٢٠ ثانية حتى ٦٦ ثانية ضمنًا، لكن السؤال يشير إلى هؤلاء الأشخاص الذين توقّعوا أكثر من ٦٨ ثانية، أي باقي التكرار فوق هذه القيمة.

اعرض الشريحة ١٠

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٧-٣ التكرار التراكمي

منحنى التكرار التراكمي لتقدير الزمن خلال دقيقة واحدة



(ج) **استخدم المنحنى لتقدِّر:**

(١) **الوسيط للزمن**

الإجابة = ٦٠ ثانية

(٢) **الرُّبَيع الأدنى والرُّبَيع الأعلى**

الإجابة = $ر_١$ = ٥٣ ثانية
$ر_٣$ = ٦٦ ثانية

(٣) **المدى الرُّبَيعي**

المدى الرُّبيعي = $ر_٣ - ر_١$ **الإجابة** = ١٣ ثانية

(٤) **عدد الأشخاص الذين قدّروا زمن الدقيقة بأكثر من ٦٨ ثانية**

الإجابة = ١٦

نقطة نقاش ٤

لماذا يعطي بعض الطلبة الإجابة ٦٤ عن الجزئية (٤)؟ لأنهم لم يقوموا بإيجاد ناتج طرح ٦٤ من ٨٠

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة السابعة

تمارين ٧-١

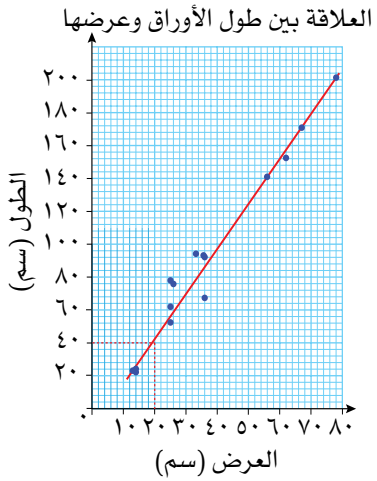
١) أ ارتباط موجب ضعيف

ب لا ارتباط

ج ارتباط سالب ضعيف

د ارتباط سالب قوي

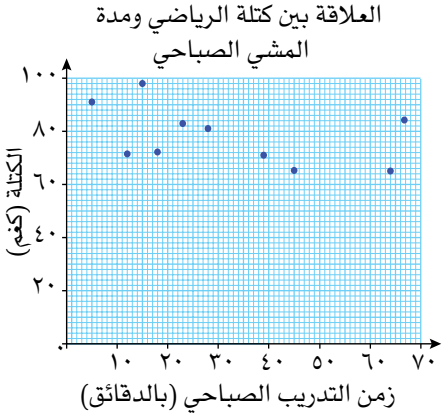
٢) أ و ج



ب ارتباط موجب قوي

د ٤٠ سم

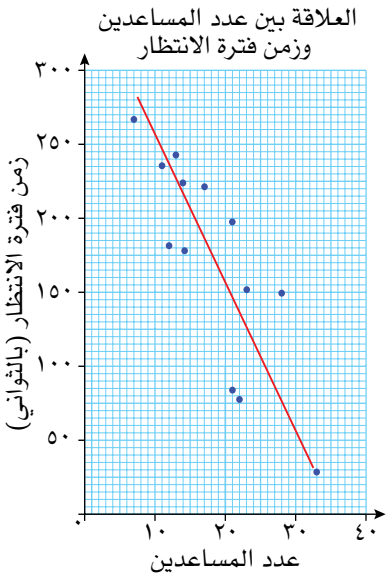
٣) أ



ب لا ارتباط

ج لا يوجد أية علاقة بين كتل الرياضيين ومدة التدريب الصباحي.

٤) أ و ج



ب ارتباط سالب قوي

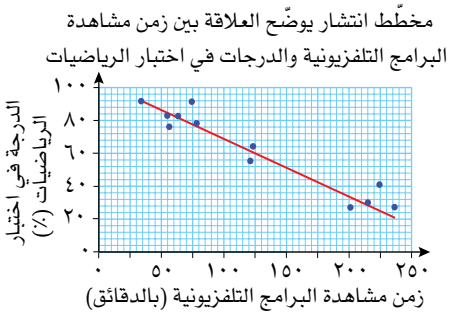
د القيمة خارج نطاق البيانات التي تم جمعها، وسيكون زمن الانتظار زمنًا سلبيًّا.

٥) أ و ج

زمن مشاهدة البرامج التلفزيونية	١٢٢	٣٤	٢١٥	٥٤	٥٦	٧٨
الدرجة في اختبار الرياضيات (٪)	٦٤	٩٢	٣٠	٨٣	٧٦	٧٨

٢٢٤	٢٣٦	١٢١	٧٤	٦٣	٢٠٠
٤١	٢٨	٥٥	٩١	٨٣	٢٧

ب ارتباط سالب قوي



د ١٠٥ دقائق

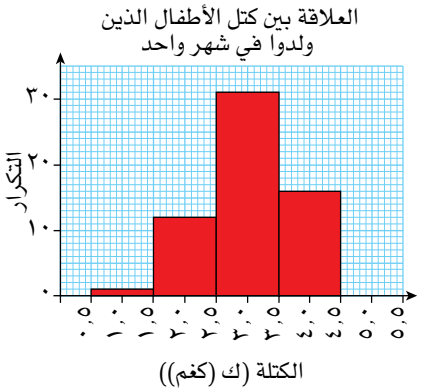
هـ لا توجد طريقة لمعرفة مدى دقة التقدير حيث يتأثر الأداء في الاختبار بالعديد من العوامل.

تمارين ٧-٢-أ

١) أ $٢,٥ \leqslant ك < ٣,٥$

ب ١٣

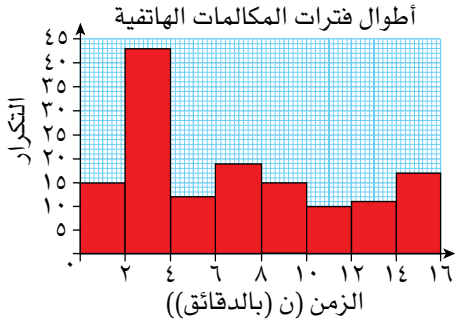
ج



٢) أ ١٤٢

ب $٢ \leqslant ن < ٤$ دقائق

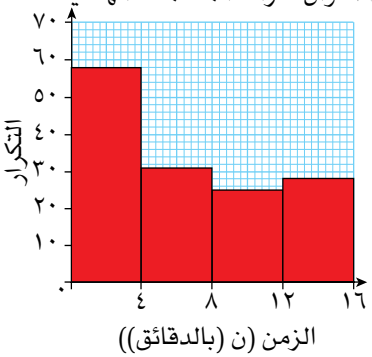
ج



د

الفئة	٠ ≤ ن < ٤	٤ ≤ ن < ٨	٨ ≤ ن < ١٢	١٢ ≤ ن < ١٦
التكرار	٥٨	٣١	٢٥	٢٨

هـ أطوال فترات المكالمات الهاتفية

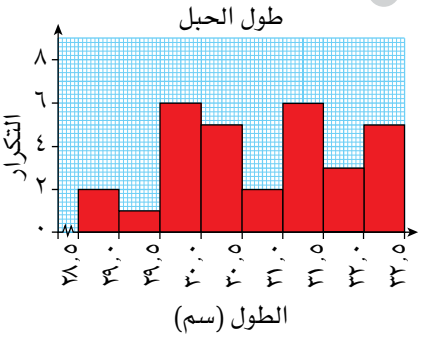


و كلما كان طول الفئة أصغر، كانت المعلومات المعروضة أكثر تفصيلاً.
يعطى طول الفئة الأكبر صورة عامة جيدة عن البيانات.

٣) أ

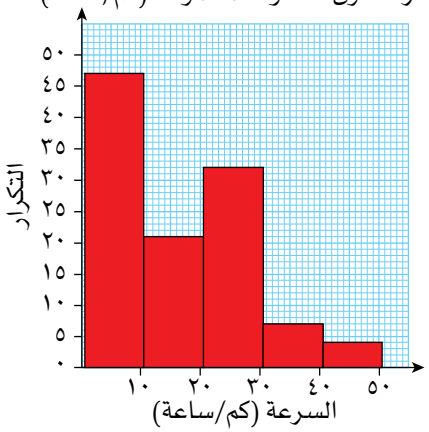
مدى الفئة	التكرار
٢٨,٥ ≤ ل < ٢٩,٠	٢
٢٩,٠ ≤ ل < ٢٩,٥	١
٢٩,٥ ≤ ل < ٣٠,٠	٦
٣٠,٠ ≤ ل < ٣٠,٥	٥
٣٠,٥ ≤ ل < ٣١,٠	٢
٣١,٠ ≤ ل < ٣١,٥	٦
٣١,٥ ≤ ل < ٣٢,٠	٣
٣٢,٠ ≤ ل < ٣٢,٥	٥

ب

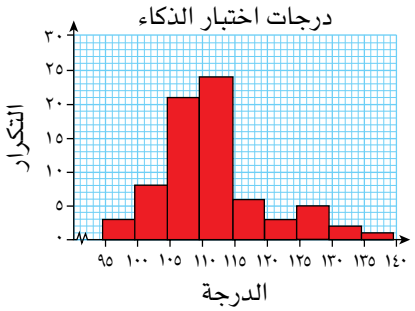


ج لا، لم يكن تقدير سميرة دقيقًا. من أصل الـ ٣٠ قطعة من الحبل التي قطعتها (حيث أرادت أن يبلغ طول كل منها ٣٠ سم)، حصلت على ١١ قطعة منها فقط يقل أو يزيد طول كل منها بمقدار ٠,٥ سم عن ٣٠ سم.

٤) السرعة فوق الحدود المسموحة (كم/ساعة)



٥)

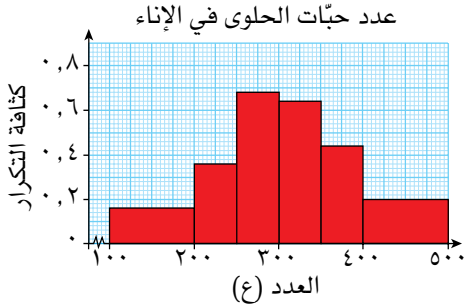


تمارين ٧-٢-ب

١) أ

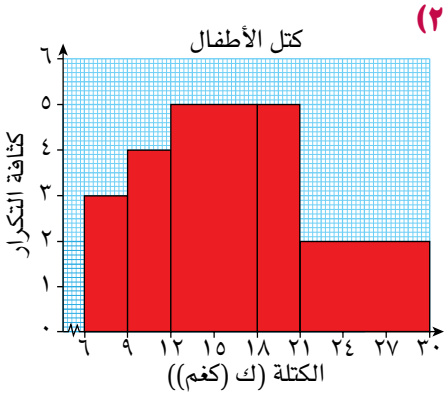
عدد حبات الحلوى (ع)	التكرار (ت)	طول الفئة	كثافة التكرار
١٠٠ ≤ ع < ٢٠٠	١٨	١٠٠	٠,١٨
٢٠٠ ≤ ع < ٢٥٠	١٨	٥٠	٠,٣٦
٢٥٠ ≤ ع < ٣٠٠	٣٢	٥٠	٠,٦٤
٣٠٠ ≤ ع < ٣٥٠	٣١	٥٠	٠,٦٢
٣٥٠ ≤ ع < ٤٠٠	٢١	٥٠	٠,٤٢
٤٠٠ ≤ ع < ٥٠٠	٢٠	١٠٠	٠,٢

ب

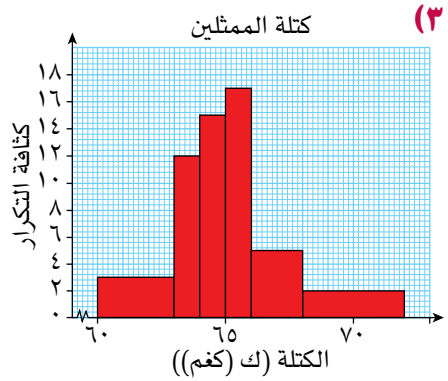


ج) ٢٥٠ ≤ ع < ٣٠٠

٢)



٣)



٤) أ) ٨٠

ب) ٧٣

ج) ٧

د) نسبة الدهون في الجسم منخفضة للغاية بالنسبة إلى النشاط البدني المكثّف.

هـ) كلا. التوقّع هو أن يكون الجنود نشيطين بدنيًّا وبالتالي يحافظون على دهون أجسامهم عند مستوى مقبول.

٥) أ)

الكتلة (ك (كغم))	التكرار
٠ ≤ ك < ١٥	١٢
١٥ ≤ ك < ٢٥	٦٦
٢٥ ≤ ك < ٣٥	٩٠
٣٥ ≤ ك < ٤٥	٩٠
٤٥ ≤ ك < ٧٠	٥٠

ب) ١٥٦

٦) أ) كلا، المعطى هو كثافة التكرار وليس التكرار.

ب) نعم. يمكن رؤية أن معظم الأعمدة تقع في نطاق السرعة المسموحة.

ج) (١)

السرعة (ع (كم/ساعة))	التكرار (ت)	طول الفئة	كثافة التكرار
٠ ≤ ع < ٥٠	٢٤٠	٥٠	٤,٨
٥٠ ≤ ع < ٦٥	٣٢٠	١٥	٢١,٣
٦٥ ≤ ع < ٨٠	٥٠٠	١٥	٣٣,٣
٨٠ ≤ ع < ٩٥	٧٨٠	١٥	٥٢
٩٥ ≤ ع < ١١٠	٩٦٠	١٥	٦٤
١١٠ ≤ ع < ١٢٥	٨١٩	١٥	٥٤,٦
١٢٥ ≤ ع < ١٨٠	٦٣٨	٥٥	١١,٦

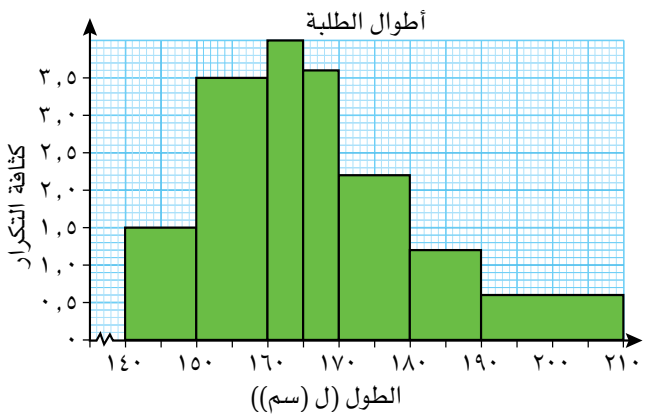
(٢) ٢٤٠ أقل من السرعة الدنيا.

د) ١٥٪ تقريبًا

٧) أ)

الطول (ل (سم))	التكرار
١٤٠ ≤ ل < ١٥٠	١٥
١٥٠ ≤ ل < ١٦٠	٣٥
١٦٠ ≤ ل < ١٦٥	٢٠
١٦٥ ≤ ل < ١٧٠	١٨
١٧٠ ≤ ل < ١٨٠	٢٢
١٨٠ ≤ ل < ١٩٠	١٢
١٩٠ ≤ ل < ٢١٠	١٢

ب)



ج ١٥٠ ⩽ ل < ١٦٠

د ٧٥,٧

نحتاج إلى النسبة المئوية للمساحة التي تزيد عن ١٥٥

ونحتاج إلى نصف فئة ١٥٠ ⩽ ل < ١٦٠ (أي ١٧,٥).

١٧,٥ + ٢٠ + ١٨ + ٢٢ + ١٢ + ١٢ = ١٠١,٥

اقسم الناتج على المساحة الإجمالية (وهي ١٣٤) وقدِّم الإجابة في صورة نسبة مئوية.

$\frac{١٠١,٥}{١٣٤}$ = ٠,٧٥٧٤٦٢٦٨٦٦ ... = ٧٥,٧٪ (إلى أقرب منزلة عشرية واحدة)

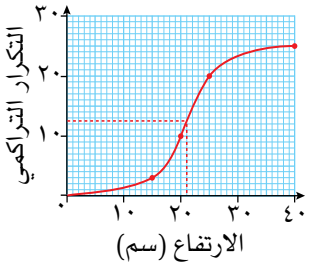
تمارين ٧-٣-أ

١) أ

الارتفاع (سم)	٦-١٥	١٦-٢٠	٢١-٢٥	٢٦-٤٠
عدد النباتات	٣	٧	١٠	٥
التكرار التراكمي	٣	١٠	٢٠	٢٥

ب ٢١ – ٢٥ سم

ج

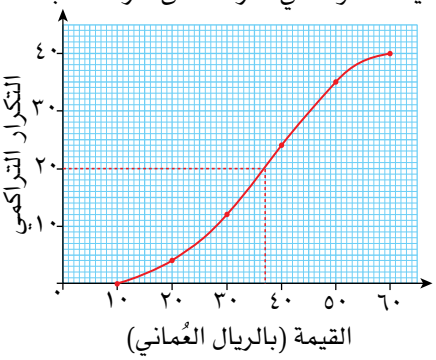


الوسيط = ٢١ سم

٢) أ ٣٦,٢٥ ريالاً عُمانيًّا

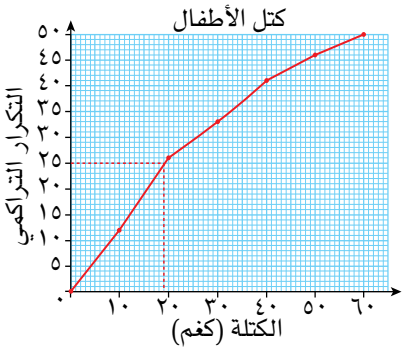
ب ف = ١٢، ق = ٢٤، ر = ٣٥

ج



د وسيط قيمة النقود التي صرفت على شراء الكتب يساوي ٣٧ ريالاً عُمانيًّا

٣) أ



ب ١٩ كغم

ج ٢٤ تقريبًا

تمارين ٧-٣-ب

١) أ ٣٠,٠ سم

ب ٢٧,٥ سم

ج ٣٣,٥ سم

د ٦ سم

هـ ٢٩,٥ سم

٢) أ (١) وسيط الاختبار الأول: ٤٨

وسيط الاختبار الثاني: ٦٠

(٢) المدى الرُّبَيعي للاختبار الأول: ٢٨

المدى الرُّبَيعي للاختبار الثاني: ٢٨٪

(٣) المئيني الستّين للاختبار الأول: ٥٢٪

المئيني الستّين للاختبار الثاني: ٦٦٪

ب الاختبار الأول: < ٦٦٪

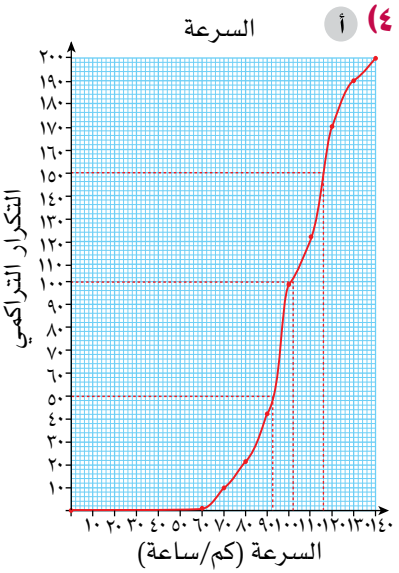
الاختبار الثاني: > ٧٩٪

٣) أ (١) ٤٥ كغم

(٢) ٣٢٠ فتاة

ب ١٠٪

٤) أ



ب الوسيط = ١٠٢ كم/ساعة

ر١ = ٩٢

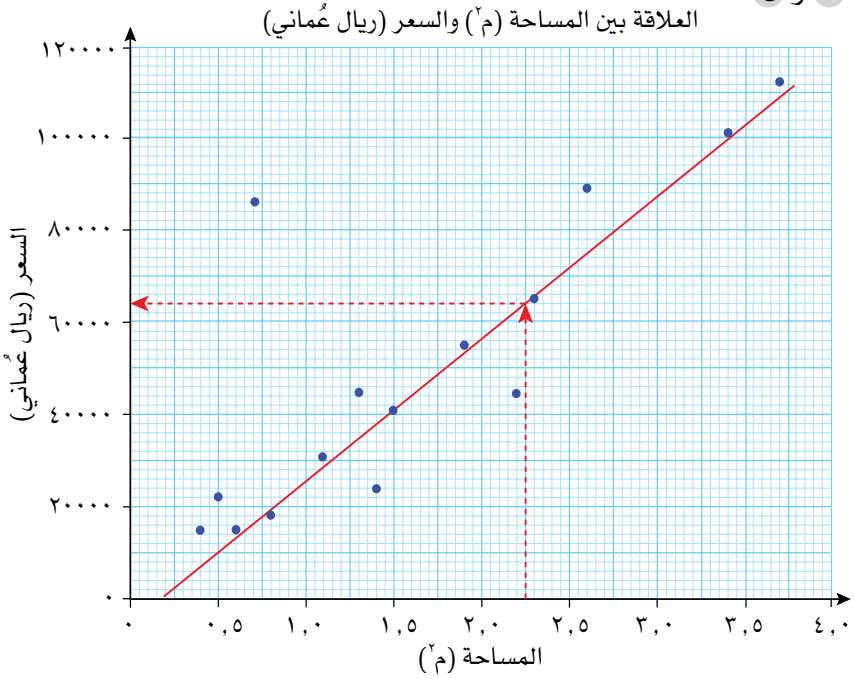
ر٣ = ١١٦

ج المدى الربيعي = ٢٤ كم/ساعة

د ١٤,٥٪

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ و ج

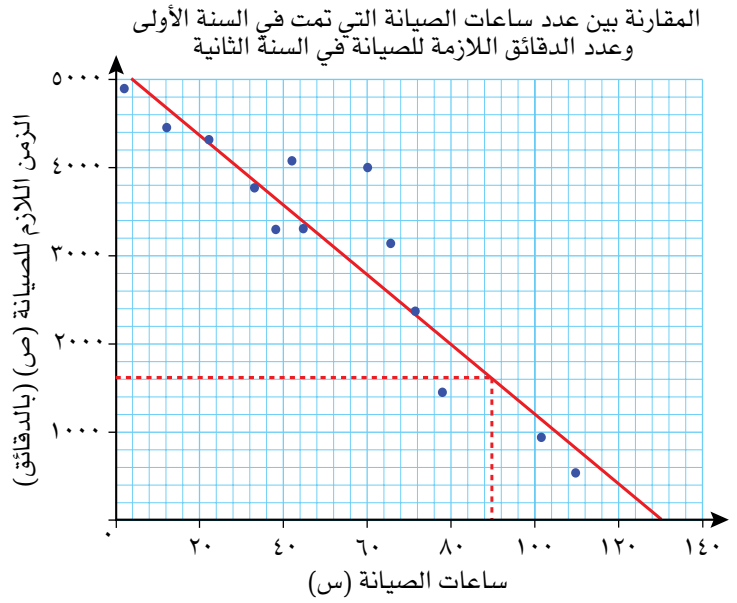


ب الأرض (هـ) لأن الأراضي الأخرى ذات المساحة المماثلة أرخص.

د ٦٤٠٠ ريال عماني

هـ القيمة خارج نطاق البيانات المُجمّعة.

٢) أ و ج

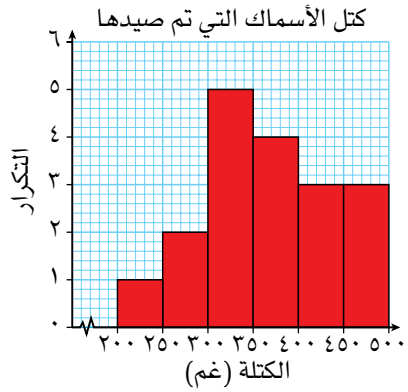


ب ارتباط سالب قوي

د ١٦٠٠ دقيقة

هـ حوالي ١٣٠ ساعة، وهذه قيمة تم استقراؤها، لذا قد لا تكون دقيقة.

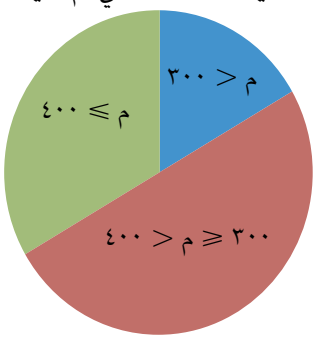
٣) أ



ب

الكتلة (ك (غم))	عدد السمكات	الوصف
ك < ٣٠٠	٣	صغيرة
٣٠٠ ≤ ك < ٤٠٠	٩	متوسطة
ك ≥ ٤٠٠	٦	كبيرة

ج تصنيف الأسماك التي تم صيدها



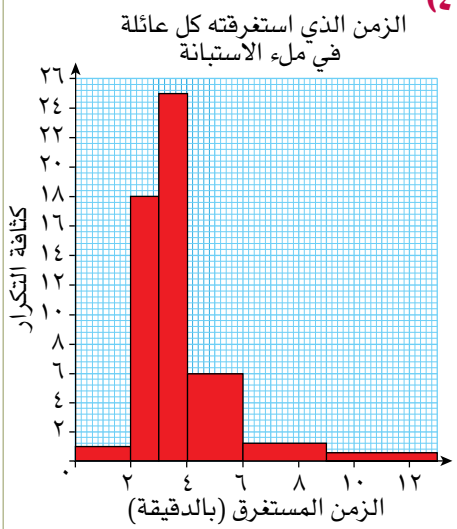
العدد الكلي للأسماك التي تم صيدها = ١٨

$\frac{٣}{١٨} \times ٣٦٠^\circ = ٦٠^\circ$

$\frac{٩}{١٨} \times ٣٦٠^\circ = ١٨٠^\circ$

$\frac{٦}{١٨} \times ٣٦٠^\circ = ١٢٠^\circ$

٤)


الزمن الذي استغرقته كل عائلة
في ملء الاستبانة
كثافة التكرار
٠
٢
٤
٦
٨
١٠
١٢
٢
٤
٦
٨
١٠
١٢
١٤
١٦
١٨
٢٠
٢٢
٢٤
٢٦
الزمن المستغرق (بالدقيقة)

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة السابعة

تمارين ٧-١

١) أ (٣)

ب (٥)

ج (٢)

د (٤)

هـ (١)

٢) أ راجع مستقيمات الطلبة (يجب أن يكون المستقيم قريبًا من النقطتين (١٦٠، ٢,٢) و (١٧٥، ٣,٥٥))؛ تعتمد الإجابتان (ب) و (ج) على المستقيم الأفضل تمثيلًا لكل طالب.

ب ≈ ٢,٧ م

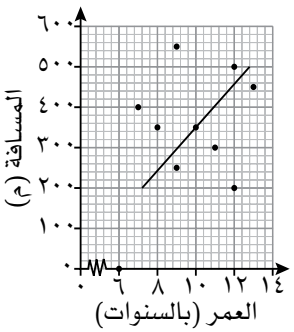
ج بين ١٧٥ سم و ١٨٥ سم

د موجب قوي

هـ يمكن للمنتسبات الأطول القفز مسافة أكبر.

٣) أ المسافة (م)

ب و د



ج موجب ضعيف

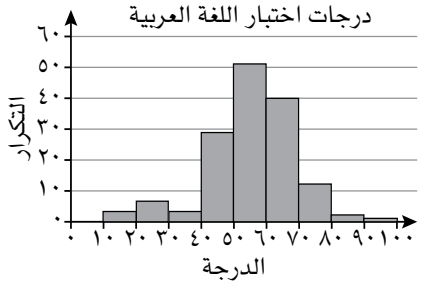
هـ ١٢ سنة

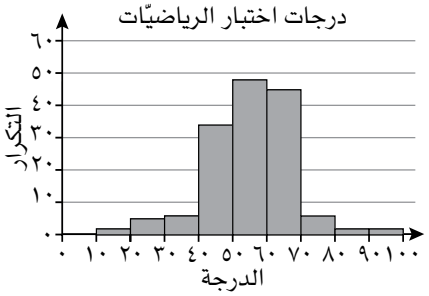
و الثبات غير متوافر لأن الارتباط ضعيف جدًّا.

ز ٦٠٠ م قد لا يكون دقيقًا للغاية (لأننا نقوم بالاستقراء بدلاً من الاستيفاء)، ولكن لا يزال بإمكاننا إنتاج تقدير باستخدام التمثيل البياني (عن طريق تمديد الخط الأنسب).

تمارين ٧-٢-أ

١) أ





ب ٥٠–٦٠

ج ٥٠–٦٠

د يجب مقارنة نتائج الطلبة بناءً على المدرّجَين التكراريَّين، ولكن يمكن إعطاء الملاحظات التالية: قيمة الفئة الوسيطية لكلا الموضوعَين هي نفسها ولكن قيمة الوسيط في اللغة العربية أكبر منها في الرياضيات. في الرياضيات، يوجد عدد أكبر من الطلبة الذين حصلوا على درجات بين ٤٠ و ٧٠ درجة، كما يوجد عدد أكبر من الطلبة الذين حصلوا على درجة أكثر من ٩٠ وعدد أقل من الطلبة الذين حصلوا على درجة أدنى من ٢٠

٢) أ الأعمدة متلاصقة، والمقياس على المحور الأفقي متّصل، ويعرض المحور الرأسي التكرار.

ب ٥٥

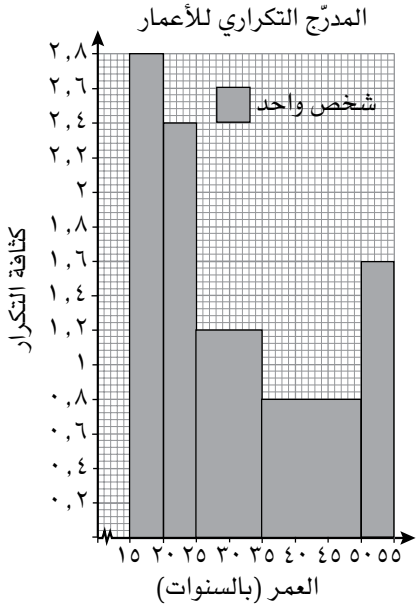
ج ٣١٥

د ٢٩–٣١

هـ المقياس لا يبدأ من الصفر

تمارين ٧-٢-ب

١)



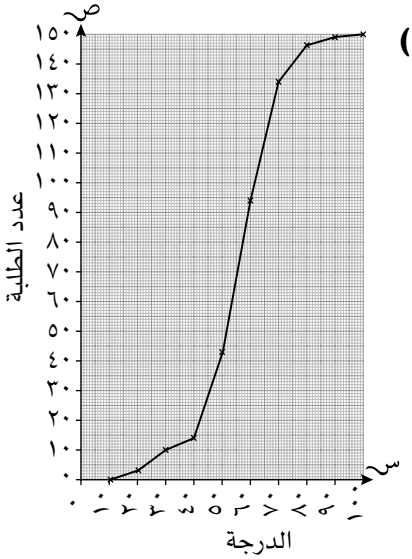
٢) أ ٣٠٠

ب ٢٤٠

ج ١٠٠

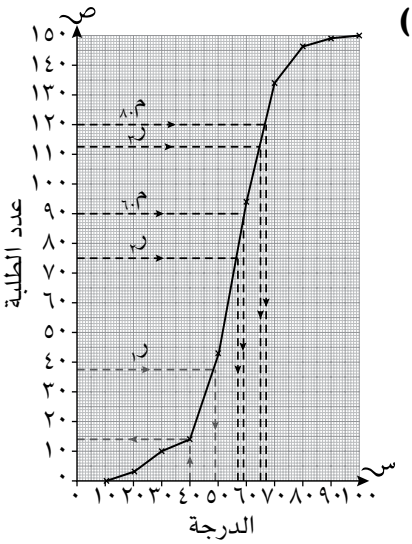
تمارين ٧-٣-أ

١)



تمارين ٧-٣-ب

١)



أ) الوسيط = ٥٧
الرُّبَيع الأدنى = ٤٩
الرُّبَيع الأعلى = ٦٥

ب) المدى الرُّبَيعي = ١٦

ج) ٩١٪

د) ٦٠٪ من الطلبة حصلوا على درجة ٥٩٪ على الأقل؛ ٨٠٪ من الطلبة حصلوا على درجة ٦٧٪ على الأقل.

٢) أ) ١٦٦ سم

ب) ر١ = ١٥٨
ر٣ = ١٧٦

ج) ١٨

د) ١٢,٥٪

إجابات تمارين متنوعة

١) أ) عدد الحوادث عند تقاطعات الطرق بسرعات مختلفة.

ب) معدّل السرعة

ج) تعتمد الإجابات في الجزئية (ج) على المستقيم الأفضل تمثيلًا الذي سيرسمه كل طالب.

(١) ≈ ٣٥ حادثًا

(٢) > ٤٠ كم/ساعة

د) موجب قوي.

هـ) هناك المزيد من الحوادث عندما تسير المركبات بمعدّل سرعة أعلى.

٢) أ) هناك علاقة سالبة قوية في البداية، لكن هذا يصبح أضعف مع تقدّم عمر السيارة في السن.

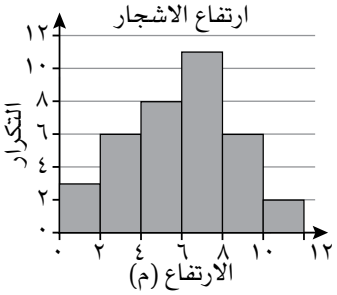
ب) ٠-٢ سنة

ج) يستقر حول مستوى ٦٠٠٠ ريال عُماني.

د) ٢-٣ سنوات.

هـ) ٥٠٠٠ - ٨٠٠٠ ريال عُماني.

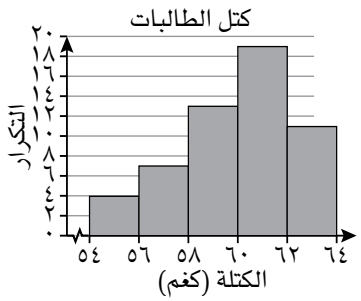
٣) أ)



ب) ١٩

ج) ٦-٨ أمتار.

٤) أ)

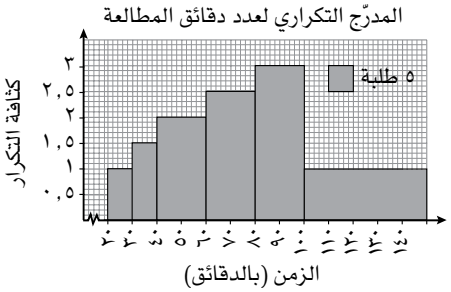


ب) ٦٠-٦٢ كغم.

ج) ٧,٤٪

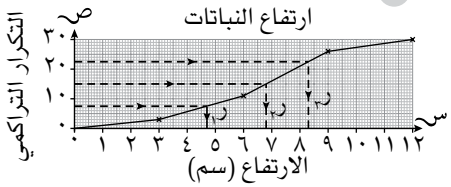
د) ١٠ كغم.

٥)



٦) أ) ٦,٥ سم

ب)



الوسيط لارتفاع النباتات = ٦,٨ سم

ج) الرُّبَيع الأعلى = ٨,٣، الرُّبَيع الأدنى = ٤,٧، المدى الرُّبَيعي = ٨,٣ - ٤,٧ = ٣,٦

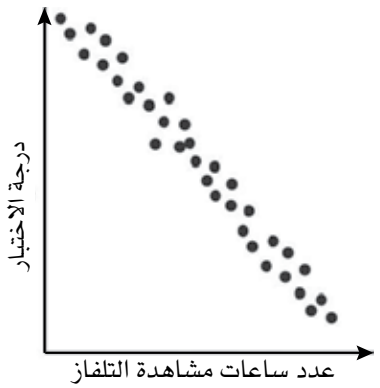
تمارين المراجعة:

المزيد من التمثيلات الإحصائية

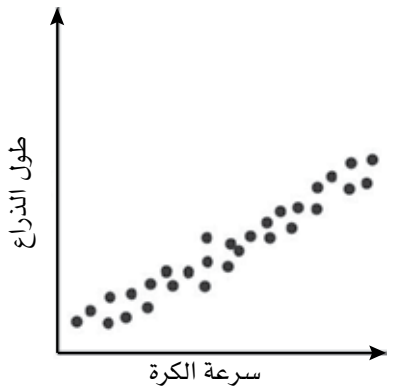
١) أ صف نوع وقوة الارتباط الموضّح في كل مُخطّط من مخطّطات الانتشار التالية.

ب ارسم المستقيم الأفضل تمثيلًا على التمثيلات البيانية في الجزئيات (١) و (٢) و (٤) و (٥).

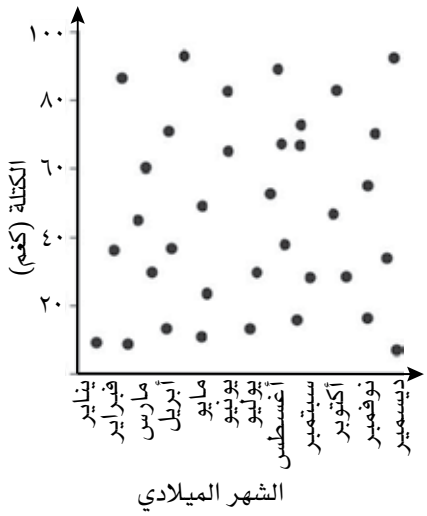
(١)



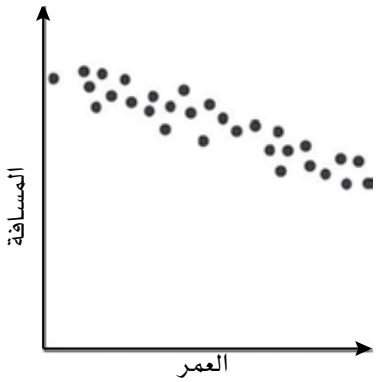
(٢)



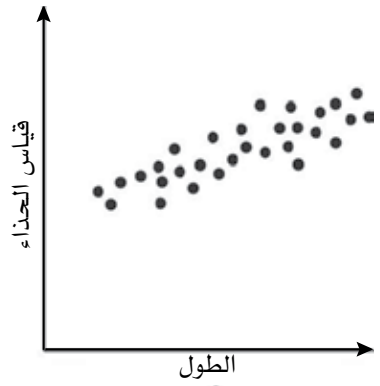
(٣)



(٤)



(٥)



٢) يريد المعلّم سعيد معرفة ما إذا كانت نتائج طلابه في اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول مؤشّرًا جيدًا على مدى أدائهم في اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني. يبين الجدولان التاليان نتائج مجموعة من الطلبة في الاختبارَين:

الطالب	الدرجة في اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول	الدرجة في اختبار الفصل الدراسي الثاني
علي	٧٨	٧٣
سليمان	٥٧	٥١
سعيد	٣٠	٣٩
أحمد	٧٤	٨٠
سامر	٧٤	٧٤
منيب	٨٨	٧٣
فوزي	٩٤	٨٨
بلال	٨٣	٦٩
إبراهيم	٧٠	٦٣
سمير	٦١	٦٧
يوسف	٦٤	٦٨
جابر	٤٩	٥٤

الطالب	الدرجة في اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول	الدرجة في اختبار الفصل الدراسي الثاني
طلال	٩٢	٨٦
ياسر	٤١	٥٠
أمجد	٧٥	٦٤
هادي	٨٤	٧٧
محمد	٥٥	٥٨
كريم	٩٠	٨٠
جمال	٨٩	٨٧
بدر	٩٥	٩٦
كمال	٦٧	٧٠
نجيب	٤٥	٥٠
وائل	٧٠	٦٤
سيف	٢٩	٣٤

أ) ارسم مخطّط انتشار البيانات، حيث توضع نتائج اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني على المحور الرأسي.

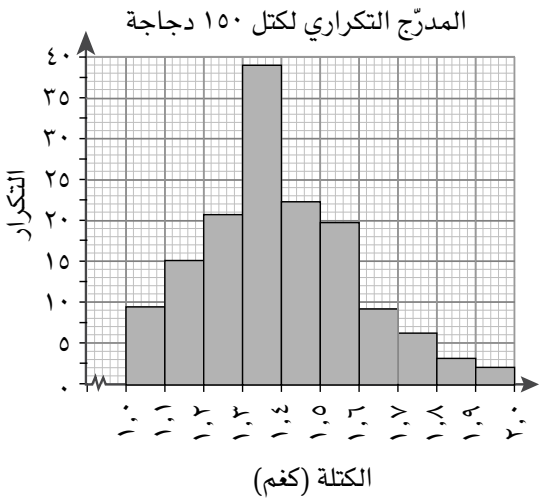
ب) فسّر قوة الارتباط.

ج) ارسم المستقيم الأفضل تمثيلًا لهذه البيانات.

د) قدّر نتائج اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني للطالب الذي حصل على درجة ٦٥ في اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول.

هـ) وضِّح دقة تقديرك في الجزئية (د).

٣) يُبيّن المُدرَّج التكراري التالي كتل ١٥٠ دجاجة مشوية تم بيعها في أحد المطاعم في أسبوع واحد:



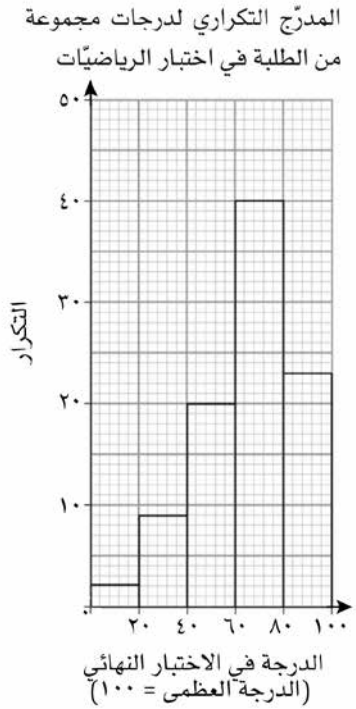
أ) ما المنوال لكتل الدجاج المشوي؟

ب) ما المدى للكتل التي تم بيعها؟

ج) كم دجاجة مشوية زادت كتلتها عن ١,٨ كغم؟

د) كم دجاجة مشوية تراوحت كتلتها بين ١,٣ و ١,٦ كغم؟

٤) يُبيّن المُدرّج التكراري التالي تكرار درجات مجموعة من الطلبة في اختبار الرياضيات:



أ ما المنوال لدرجات الطلبة؟

ب يتم منح العلامة ٨٠ أو أعلى التقدير (أ).
كم طالبًا حصلوا على التقدير (أ)؟

ج هل يمكنك معرفة عدد الطلبة الذين حصلوا على درجات أدنى من ٧٠٪ من هذا التمثيل البياني؟ وضِّح إجابتك.

٥) يُبيّن الجدول التالي الكتلة (ك) بالكيلوجرام لـ ٢٠٠ طالب. ارسم المُدرّج التكراري لعرض البيانات.

الكتلة (كغم)	٤٠ ≤ ك < ٥٠	٥٠ ≤ ك < ٦٠	٦٠ ≤ ك < ٧٠	٧٠ ≤ ك < ٨٠	٨٠ ≤ ك < ٩٠
التكرار	٣٥	٥٥	٦٠	٣٥	١٥

٦) يبين الجدول التالي أعمار ٣٣ شابًا يقيمون في مخيّم للشباب.

١٢	١٥	١٧	١٨	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	١٨	١١
١٦	١٣	١٤	١٥	١٧	١٩	١٨	١٧	١٩	١٨	١٢
١٣	١٥	١٥	١٦	١٧	١٩	٢٠	١٨	١٥	١٥	٢٣

أ نظّم البيانات باستخدام جدول التكرار التالي:

الأعمار (ع)	التكرار
١٠ ≤ ع < ١٥	
١٥ ≤ ع < ٢٠	
٢٠ ≤ ع < ٢٥	

ب ارسم المُدرّج التكراري لعرض أعمار الشباب.

٧) سجّلت سلمى المدة (ن) التي يمكن أن تقف فيها كل زميلة من زميلاتها على قدم واحدة (بالثواني). يبيّن الجدول التالي البيانات التي حصلت عليها سلمى:

٨	١٢	٢٣	٤٠	٢٢	٤٥	٣٤	٢٧	١٩	٢٠
١٢	٢٢	٣٧	٤٢	٣٩	٣٧	٢١	٤٣	٣٩	٢٤
١٥	٢٩	١٩	٢٨	٢٣	٤٠	٣٢	١٩	٢٥	٣١

أ ارسم الجدول التكراري لعرض البيانات مستخدمًا الفئات $١ \leqslant ن < ٢١$، $٢١ \leqslant ن < ٣١$، $٣١ \leqslant ن < ٤١$، $٤١ \leqslant ن < ٤٦$

ب ما الفئة المنوالية للبيانات؟

ج ارسم المُدرّج التكراري لعرض النتائج.

٨) شغلت آمنة المرتبة الرابعة من أصل ٢٨ في سباق الجري. ما ترتيبها المئيني؟

٩) تم تسجيل كتل المواليد (ك) بالكيلوغرام لـ ١٠٠ طفل وُلدوا في المستشفى خلال شهر إبريل. يُبيّن الجدول التالي النتائج:

الكتلة (كغم)	$٠ < ك \leqslant ٣$	$٣ < ك \leqslant ٣,٥$	$٣,٥ < ك \leqslant ٤$	$٤ < ك \leqslant ٤,٥$	$٤,٥ < ك \leqslant ٦$
عدد الأطفال	٨	٤٩	٣٥	٧	١

أ ارسم الجدول التكراري التراكمي لكتل الأطفال.

ب ارسم المُخطّط التكراري التراكمي لهذه البيانات مستخدمًا المقياس ٥ مربّعات صغيرة لتمثيل ١ كغم على المحور الأفقي، و ٥ مربّعات صغيرة لتمثيل ١٠ أطفال على المحور الرأسي.

ج استخدم مُخطّط التكرار التراكمي لإيجاد:

(١) الوسيط لكتل الأطفال.

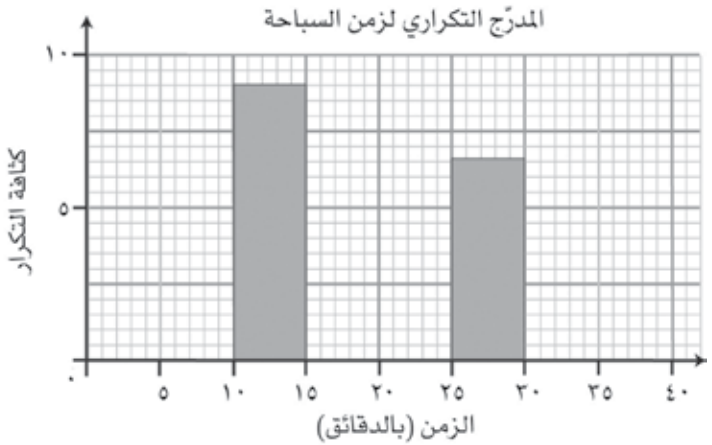
(٢) الرُّبَيع الأعلى لكتل الأطفال.

(٣) المدى الرُّبَيعي لكتل الأطفال.

(٤) عدد الأطفال الذين تزيد كتلة كل منهم عن ٣,٥ كغم.

١٠) سجّلت دراسة إحصائية أجريت على عدد من السبّاحين الزمن (بالدقائق) الذي سبحوا فيه في يوم معيّن. يبيّن الجدول والمُدرّج التكراري أدناه النتائج، ولكن بقيت بعض المعلومات مفقودة.

زمن السباحة (س (بالدقائق))	كثافة التكرار
٠ ⩽ س < ١٠	٣
١٠ ⩽ س < ١٥	
١٥ ⩽ س < ٢٥	٤,١
٢٥ ⩽ س < ٣٠	
٣٠ ⩽ س < ٤٠	٢,٥



انسخ كلاًّ من الجدول والمُدرّج التكراري، وأكمل كلًّا منهما.

تمارين المراجعة:

المزيد من التمثيلات الإحصائية

١) أ (١) ارتباط سالب. كلما زادت ساعات مشاهدة التلفاز، تدنّت درجة الاختبار.

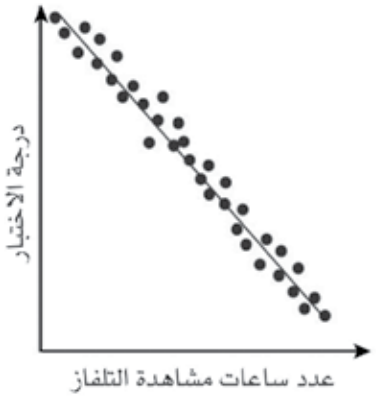
(٢) ارتباط موجب. كلما زاد طول الذراع، زادت سرعة الكرة.

(٣) لا يوجد ارتباط. شهر الميلاد ليس له تأثير على الكتلة.

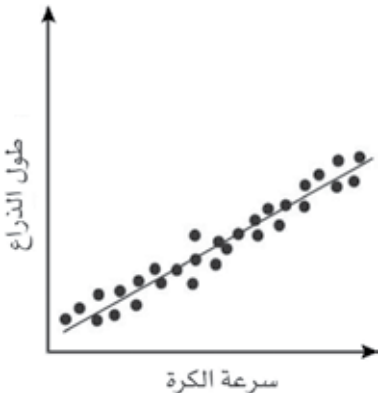
(٤) ارتباط سالب. كلما زاد العمر، نقصت المسافة التي يقطعها.

(٥) ارتباط موجب. كلما زاد طول الشخص، زاد قياس الحذاء الأكبر.

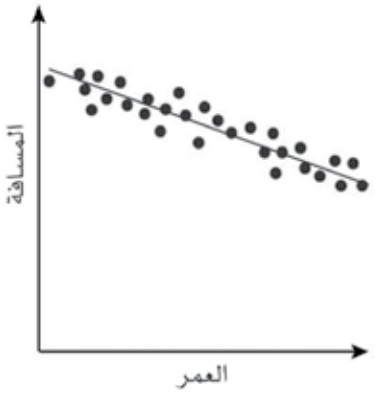
ب (١)



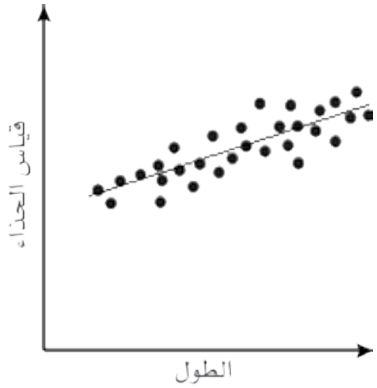
(٢)



(٤)



(٥)

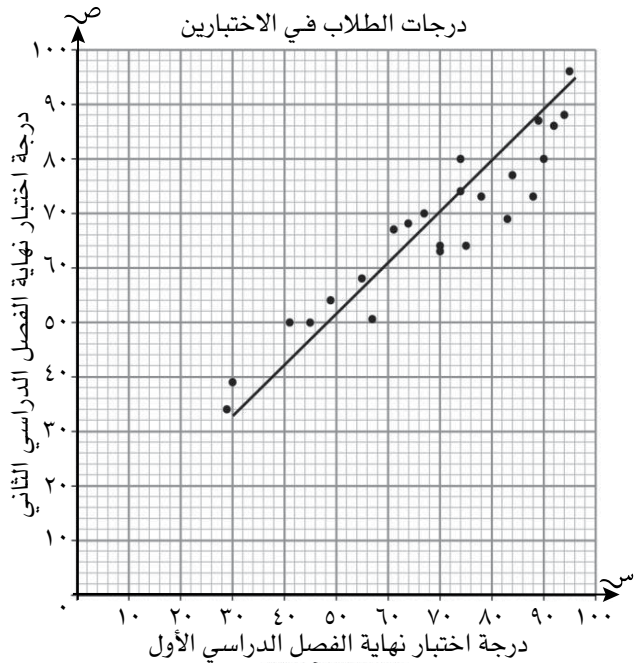


٢)

الدرجة في اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول، الإحداثي س	الدرجة في اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني، الإحداثي ص
٧٨	٧٣
٥٧	٥١
٣٠	٣٩
٧٤	٨٠
٧٤	٧٤
٨٨	٧٣
٩٤	٨٨
٨٣	٦٩
٧٠	٦٣
٦١	٦٧
٦٤	٦٨
٤٩	٥٤

الدرجة في اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول، الإحداثي س	الدرجة في اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني، الإحداثي ص
٩٢	٨٦
٤١	٥٠
٧٥	٦٤
٨٤	٧٧
٥٥	٥٨
٩٠	٨٠
٨٩	٨٧
٩٥	٩٦
٦٧	٧٠
٤٥	٥٠
٧٠	٦٤
٢٩	٣٤

أ و ج



ب الارتباط موجب قوي.

د ٦٦ أو ٦٧

هـ دقيق تمامًا حيث يوجد ارتباط موجب قوي.

٣) أ ١,٣–١,٤ كغم

ب ١ كغم

ج ٥ دجاجات

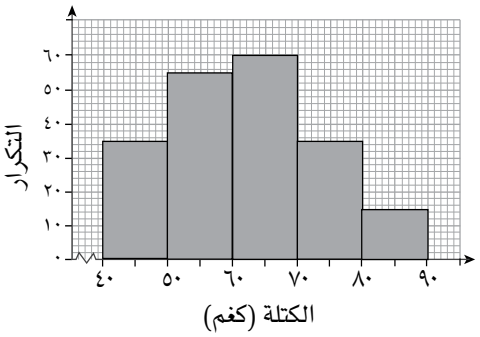
د ٨٥ دجاجة

٤) أ ٦٠– ٨٠

ب حوالي ٢٣

ج لا، لم يتم إعطاؤنا توزيع الدرجات في كل عمود.

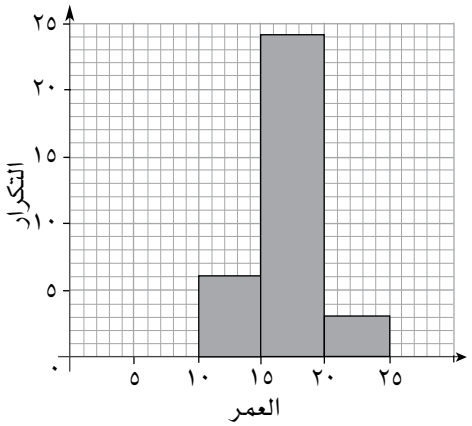
٥)



٦) أ

العمر (ع)	التكرار
١٠ ≤ ع < ١٥	٦
١٥ ≤ ع < ٢٠	٢٤
٢٠ ≤ ع < ٢٥	٣

ب المُدرّج التكراري لعرض عمر الشباب الذين يقيمون في المخيم.



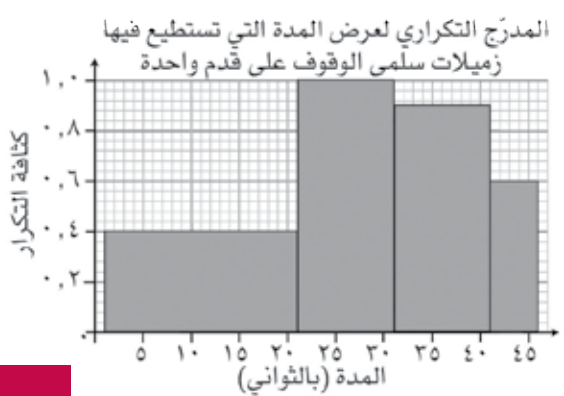
٧) أ

المدة (ن (ثواني))	التكرار
١ ≤ ن < ٢١	٨
٢١ ≤ ن < ٣١	١٠
٣١ ≤ ن < ٤١	٩
٤١ ≤ ن < ٤٦	٣

ب ٢١ ≤ ن < ٣١

ج

المدة (ن (ثواني))	التكرار	كثافة التكرار
١ ≤ ن < ٢١	٨	٠,٤
٢١ ≤ ن < ٣١	١٠	١
٣١ ≤ ن < ٤١	٩	٠,٩
٤١ ≤ ن < ٤٦	٣	٠,٦

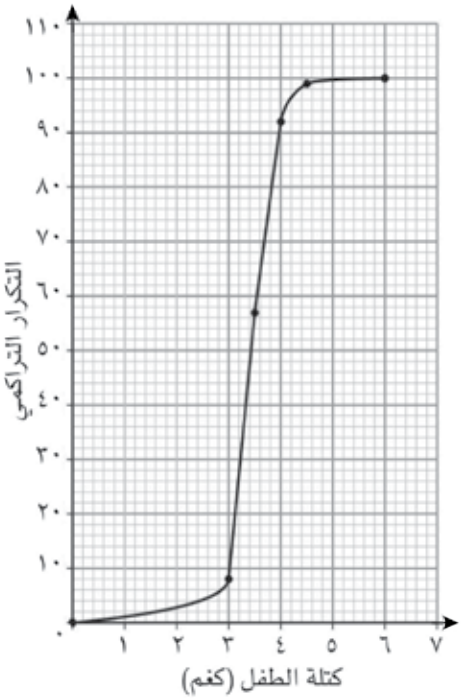


٨) ١٤,٣ (مُقرّبًا إلى أقرب عدد مكوَّن من ٣ أرقام معنوية)

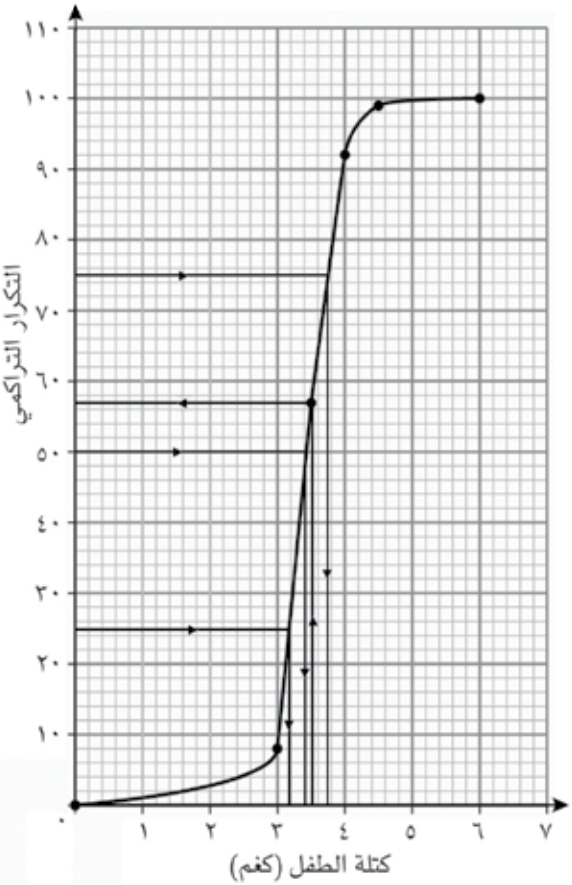
٩) أ

الكتلة (كغم)	٠ < ك ≤ ٣	٣ < ك ≤ ٣,٥	٣,٥ < ك ≤ ٤	٤ < ك ≤ ٤,٥	٤,٥ < ك ≤ ٦
التكرار التراكمي	٨	٥٧	٩٢	٩٩	١٠٠

ب



ج

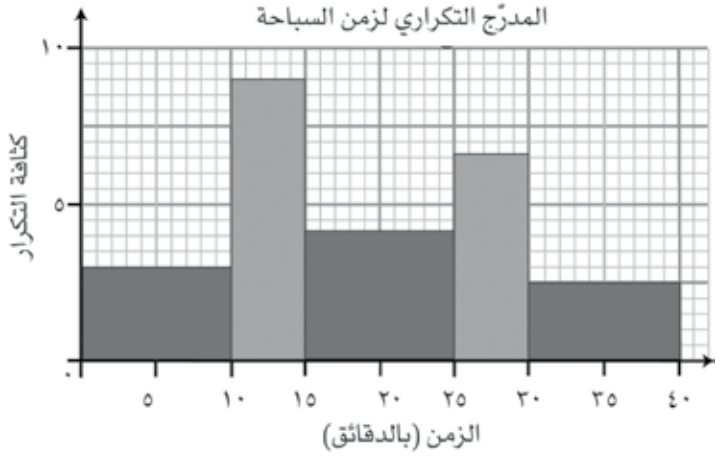


ج (١) ٣,٤ كغم (٢) ٣,٧ كغم

(٣) ٠,٥ كغم (٤) ٤٣

١٠)

زمن السباحة (س (بالدقائق))	كثافة التكرار
٠ ≤ س < ١٠	٣
١٠ ≤ س < ١٥	٩
١٥ ≤ س < ٢٥	٤,١
٢٥ ≤ س < ٣٠	٦,٦
٣٠ ≤ س < ٤٠	٢,٥



الوحدة الثامنة: الدوال

نظرة عامَّة

تُقدّم هذه الوحدة صيغة الدالة. لايدرك الطلبة في الغالب آليّة عمل الدوال، لذلك عمدنا إلى تقديم الكثير من التمرينات فهي أفضل طريقة لتحسين أسلوب الطلبة وإكسابهم الثقة عند تعاملهم مع الدوال.

مُخطَّط توزيع الحصص

الدرس	الموضوع	عدد الحصص المُقترح	الأهداف التعليمية	المفردات
١–٨ (١–٨ PPT)	الدوال وصيغة الدالة	١٢	١–٥ يستخدم صيغة الدالّة، مثال: يستخدم د(س) = ٣س – ٥ أو د : س ← ٣س – ٥ لتمثيل الدوالّ؛ ويمثّل الدوالّ مستخدمًا مُخطَّطات التدفّق؛ كما يُوجد الدالّة العكسية د$^{-١}$(س) عند معرفته بأن للدّالة د(س) دالة عكسية؛ ويكوّن دوالّ مركبّة مثل (ك ○ د)(س) = ك (د(س)).	الدالة، صيغة الدالة، الدالة المُركّبة، الدالة العكسية، المعكوس

تقديم الموضوع

صيغة الدالة: غالبًا ما يكون مفيدًا تقديم المفهوم الأساسي لصيغة الدالة بوضع قيَم س وقيَم ص (قيَم المُدخلات والمُخرجات) في جدول. وكمثال على ذلك نستخدم الجداول التي تعرض التكلفة وسعر البيع لأصناف مجموعتَين مختلفتَين.

المتجر (أ)

سعر التكلفة (س)	سعر البيع (ص)
٢,٢	٢,٦٤
١,٦٥	١,٩٨
٥,٨	
٠,٤	

المتجر (ب)

سعر التكلفة (س)	سعر البيع (ص)
٢,٢	٣,٩٦
١,٦٥	
٥,٨	١٠,٤٤
٠,٤	

وضّح للطلبة أن كل قيمة لـ س ترتبط بقيمة واحدة فقط من قيَم ص بواسطة قاعدة ما. يتم تطبيق القاعدة على سعر التكلفة (المُدخَلة) للحصول على سعر البيع (المُخرَجة).

ادعُ الطلبة إلى تطبيق القاعدة لإيجاد قيَم ص.

المتجر (أ): ص = ١,٢ س

المتجر (ب): ص = ١,٨ س

سمّ القاعدتَين الدالة (أ) والدالة (ب).

والآن، ناقش آليّة عرض هذه الدوال باستخدام صيَغ مختلفة:

٢,٢٠ ← [القاعدة (أ)] ← ٢,٦٤،

٢,٢٠ ← [القاعدة (ب)] ← ٣,٩٦

أ(٢,٢٠) = ٢,٦٤، ب (٢,٢٠) = ٣,٩٦

وضّح أن القاعدة تنطبق على جميع الأعداد (المُدخلات) وأنّ بالإمكان تمثيلها باستخدام س.

∴ أ(س) = ١,٢ س

تُمثّل أ(س) ناتج الدالة (أ) للمُدخَلة س.

١,٢ س هي عبارة تُمثّل المُخرَجة.

التفكير في الموضوع

الدوال: تتمثّل العقبة الأولى في إقناع الطلبة بأن الصيَغ د(س) و ع(س) ليست بالصعوبة التي يتصوّرونها. من المفيد صرف بعض الوقت على تعويض الأعداد في الدوال ليألف الطلبة استخدامها. تأكّد أيضًا من أنّ الطلبة يلمسون الفرق بين د(س) و د × س.

كرّس وقتًا طويلاً في تدريب الطلبة على الدوال المُركّبة والدوال العكسية. في الدوال المُركّبة، تدرّب على كمّية من الأعداد، مثل إيجاد قيمة (د ○ ع)(٤) قبل إجراء العمليات الجبرية مثل (د ○ ع)(س) = ٥

تعكس الدالة العكسية (أو تلغي) ما فعلته الدالة الأصلية. يمكنك تفسير ذلك باستخدام المثال التالي: إذا كانت د(ب) = ١، فإنّ د$^{-١}$(١) = ب

مرة أخرى، كرّس المزيد من الوقت للتدرّب على هذا الموضوع نظرًا لصعوبته.

الدوال في مواقف من الحياة اليومية

تعتبر الدوال من الموضوعات التي تساعد على النمذجة الرياضية في جميع مجالات العلوم والتكنولوجيا والهندسة والعلوم البيئية وعلم المناخ والتمويل والاستثمار. ذكّر الطلبة بإمكانية التعبير عن الدوال بصورة لفظية (قواعد)، وبصورة عددية في جداول القيَم، وباستخدام الرموز كما في المعادلة، ويمكن التعبير عنها أيضًا بيانيًّا باستخدام صيغة مُحدّدة للدالة.

التعمُّق في الموضوع

قد ترغب في حل بعض المسائل التي يتعيّن على الطلبة فيها استخدام دوال مُحدّدة، أو دوال يكتبونها بأنفسهم. مثلًا، يريد محمود إقامة حفل عشاء لجمع التبرُّعات. سوف يُنفِق ٥٠٠ ريال عُماني لاستئجار المكان ولدفع رواتب الموظفين، و ٢٥ ريالًا عُمانيًّا على كلّ ضيف مقابل الطعام والشراب، و ٢٥٠ ريال عُماني للزينة والديكورات الأخرى.

(أ) اكتب دالة بدلالة ك بهدف نمذجة تكلفة العشاء لعدد غير معروف من الضيوف (س).

(ب) احسب التكاليف الفعلية إذا حضر حفل العشاء ٢٠٠ شخص.

(ج) إذا كانت ميزانية محمود المُخصّصة لنفقات حفل العشاء ١٢٠٠٠ ريال عُماني، فما الحد الأقصى لعدد الضيوف الذين يمكنهم الحضور؟

أمثلة من شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT)

الأمثلة الآتية مُتوفِّرة على شرائح عرض توضيحي إلكتروني (PPT) مع حلول مُفصَّلة خطوة بخطوة لتقديم المفاهيم وإظهار العمل بها:

- PPT ٨-١ الدوال المركبة والعكسية

العرض التوضيحي الإلكتروني (PPT) ٨-١ الدوال المركّبة والعكسية

اعرض الشريحة ١

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٨-١ الدوال المركّبة والعكسية

إذا كانت د(س) = س^{٢}، ع(س) = ٣س + ٧، أوجد:

(أ) (ع ○ د)(٢)　　(ب) (د ○ ع)(س)　　(ج) ع$^{-١}$(س)

نقطة نقاش

يتضمّن هذا السؤال صيغة الدالة. اسأل الطلبة عن معنى الدالة. الدالة هي قاعدة أو مجموعة من التعليمات هدفها تغيير عدد ما (المُدخَلة) إلى عدد آخر (المُخرَجة). تتضمّن الدالة مُخرجة واحدة فقط لكل مُدخلة (سوف تتعلّم لاحقًا أن هذا المفهوم الرياضي يسمّى دالة واحد لواحد). إذا كانت ص معطاة بدلالة س (ص دالة في س)، فسيتم في صيغة الدالة استبدال ص بـ د(س). 'د' هي الدالة و 'س' هي المُدخَلة، لذلك فإن د(س) هي مُخرجة تطبيق الدالّة د على س.

عند وجود دالة لدالة، فإننا نسمّيها الدالة المُركّبة ويمكن استخدام أحرف أخرى غير الحرف 'د' للإشارة إلى الداول الأخرى. يُعدّ 'ع' و 'هـ' الحرفَين الأكثر شيوعًا. تتشكّل الدالة المُركّبة عندما تُطبَّق دالة على المُدخَلة، ثم تُطبّق دالة أخرى على مُخرجة الدالة الأولى.

ذكّر الطلبة بأهمّية ترتيب الحروف في الدالة المُركّبة: (ع ○ د)(س)، مثلًا، تعني تطبيق الدالة 'د' على 'س'، ثم تطبيق الدالة 'ع' على المُخرجات، أي على د(س). وتعني الدالة المُركّبة (د ○ ع)(س) تطبيق الدالة 'ع' على 'س'، ثم تطبيق الدالة 'د' على المُخرجات أي على ع(س).

لدينا طريقة فعّالة لتذكُّر ترتيب الدوال، وهي أن الدالة الأقرب إلى س في الصيغة المكتوبة يتم تطبيقها أوّلًا.

(أ) نقطة نقاش

بأي ترتيب نقوم بتنفيذ العمليات؟ في صيغة الدالة، حيث الدالة 'د' هي الأقرب إلى 'س' (والتي تساوي في هذه الحالة ٢)، لذلك نطبّق الدالة 'د' أوّلًا.

اعرض الشريحة ٢

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٨-١ الدوال المركّبة والعكسية

إذا كانت د(س) = س^{٢}، ع(س) = ٣س + ٧، أوجد:

(أ) (ع ٥ د)(٢)　　(ب) (د ٥ ع)(س)　　(ج) ع$^{-١}$(س)

د(س) = س^{٢}

د(٢) = ٢^{٢} = ٤

والآن نعوّض الناتج في ع(س)

في الحقيقة، نحن نقوم بإيجاد ع(د(٢))

د(٢) = ٤ أصبحت بدورها ع(٤)

اعرض الشريحة ٣

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٨-١ الدوال المركّبة والعكسية

إذا كانت د(س) = س^{٢}، ع(س) = ٣س + ٧، أوجد:

(أ) (ع ٥ د)(٢)　　(ب) (د ٥ ع)(س)　　(ج) ع$^{-١}$(س)

د(س) = س^{٢}

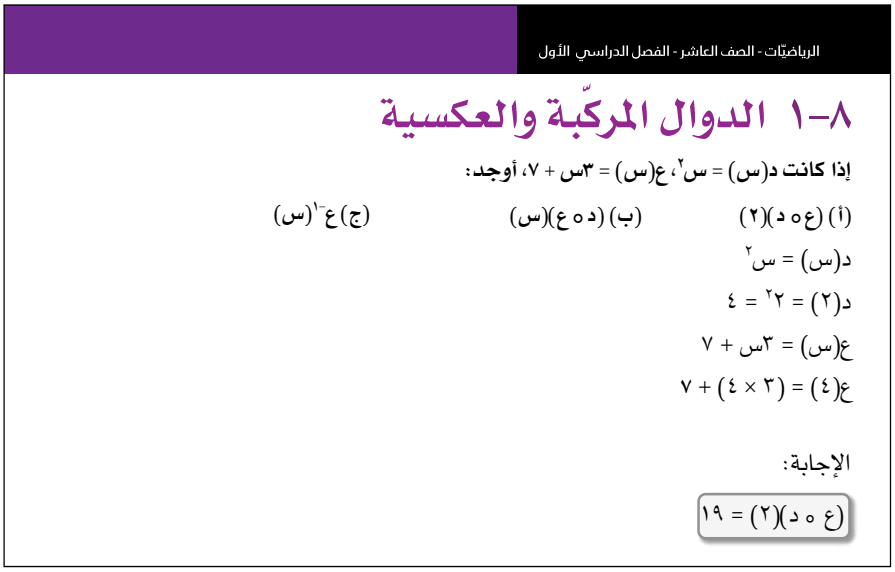
د(٢) = ٢^{٢} = ٤

ع(س) = ٣س + ٧

ع(٤) = (٣ × ٤) + ٧

والآن أوجد الناتج.

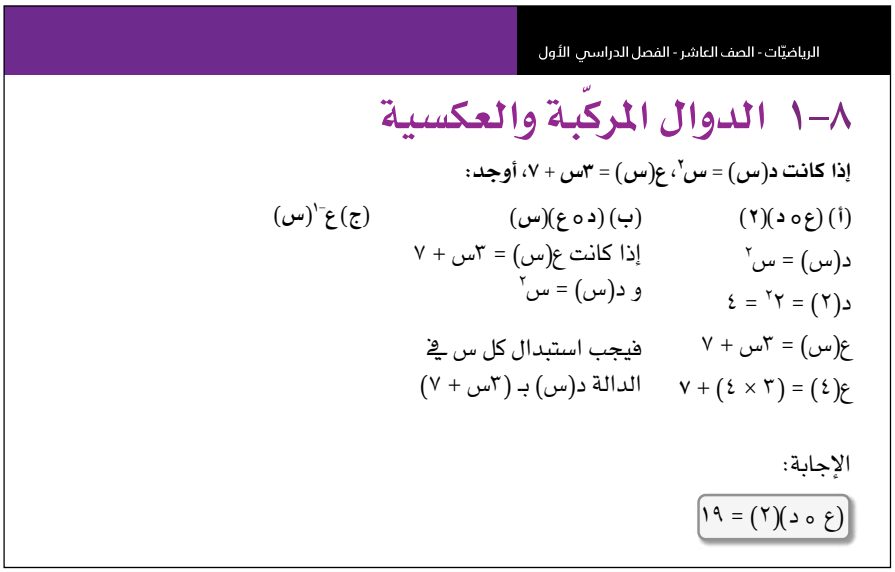
اعرض الشريحة ٤



(ب) نقطة نقاش

نقوم في هذه الشريحة بتعويض ع(س) مباشرة في الدالة د. وسيكون الناتج هذه المرة عبارة جبرية. وهذا مكافئ لإيجاد د(ع(س)).

اعرض الشريحة ٥



والآن أوجد الناتج.

اعرض الشريحة ٦

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٨-١ الدوال المركّبة والعكسية

إذا كانت د(س) = س^{٢}، ع(س) = ٣س + ٧، أوجد:

(أ) (ع ∘ د)(٢)

د(س) = س^{٢}

د(٢) = ٢^{٢} = ٤

ع(س) = ٣س + ٧

ع(٤) = (٣ × ٤) + ٧

الإجابة:

(ع ∘ د)(٢) = ١٩

(ب) (د ∘ ع)(س)

إذا كانت ع(س) = ٣س + ٧

و د(س) = س^{٢}

فيجب استبدال كل س في الدالة د(س) بـ (٣س + ٧)

الإجابة:

(د ∘ ع)(س) = (٣س + ٧)^{٢}

(ج) ع$^{-١}$(س)

(ج) نقطة نقاش

ما معنى ع$^{-١}$؟ تأكّد من أن الطلبة يدركون أن −١ يشير إلى أن هذه الدالة عكسية؛ ومن أنّهم لا يخلطون بينه وبين الأس −١! ذكّرهم أن هناك طريقتَين ممكنتَين لعكس الدالة: يمكنهم استخدام مخطّط التدفُّق للدالة ع(س)، ثم إيجاد الدالة العكسية بأخذ ناتج ع(س) والعودة إلى الوراء للحصول على ع$^{-١}$(س)، يمكنهم أيضًا كتابة س بدلالة ص.

اعرض الشريحة ٧

الرياضيّات - الصف العاشر - الفصل الدراسي الأول

٨-١ الدوال المركّبة والعكسية

إذا كانت د(س) = س^{٢}، ع(س) = ٣س + ٧، أوجد:

(أ) (ع ∘ د)(٢)

د(س) = س^{٢}

د(٢) = ٢^{٢} = ٤

ع(س) = ٣س + ٧

ع(٤) = (٣ × ٤) + ٧

الإجابة:

(ع ∘ د)(٢) = ١٩

(ب) (د ∘ ع)(س)

إذا كانت ع(س) = ٣س + ٧

و د(س) = س^{٢}

فيجب استبدال كل س في الدالة د(س) بـ (٣س + ٧)

الإجابة:

(د ∘ ع)(س) = (٣س + ٧)^{٢}

(ج) ع$^{-١}$(س)

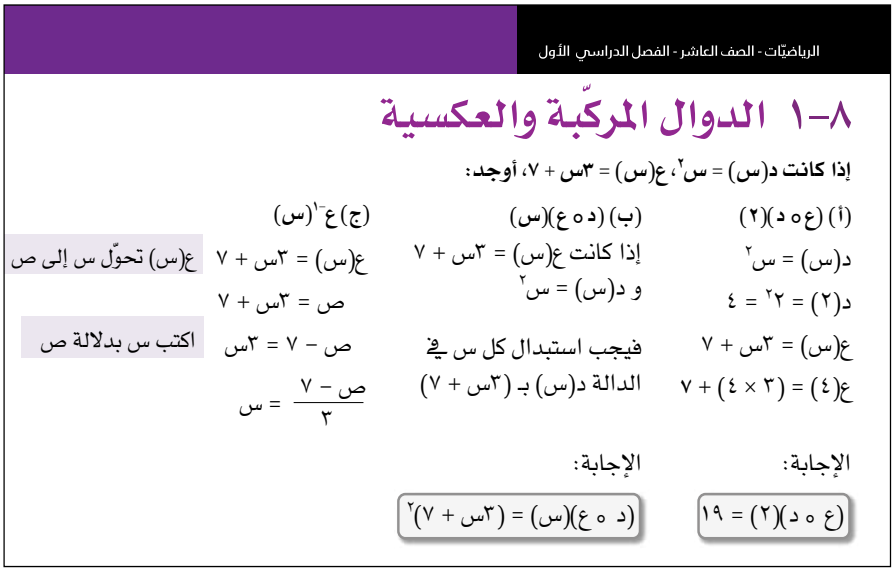
ع(س) = ٣س + ٧

ص = ٣س + ٧

ع(س) تحوّل س إلى ص

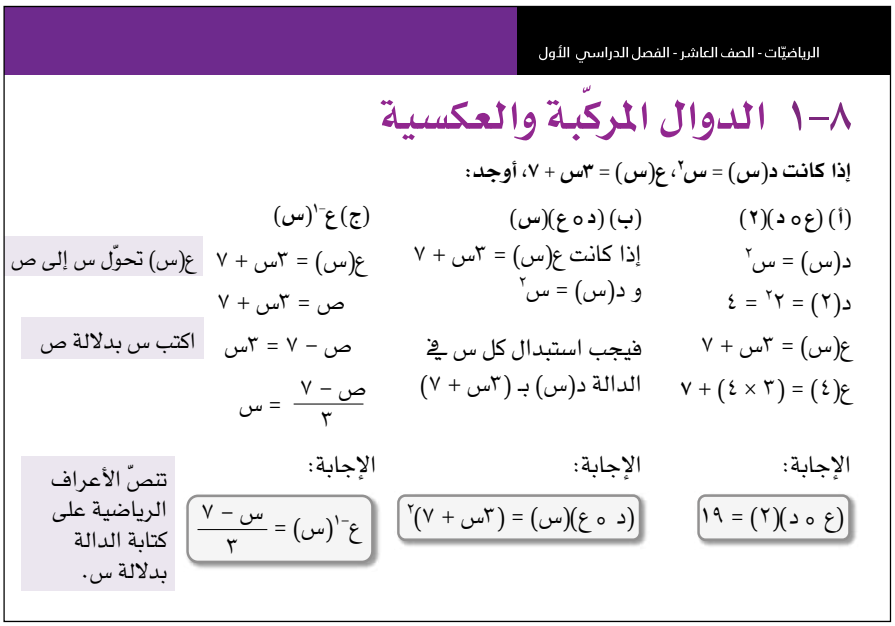
علينا الآن التحضير لكتابة س بدلالة ص.

اعرض الشريحة ٨



علينا الآن إعادة تنسيق كتابة س بدلالة ص

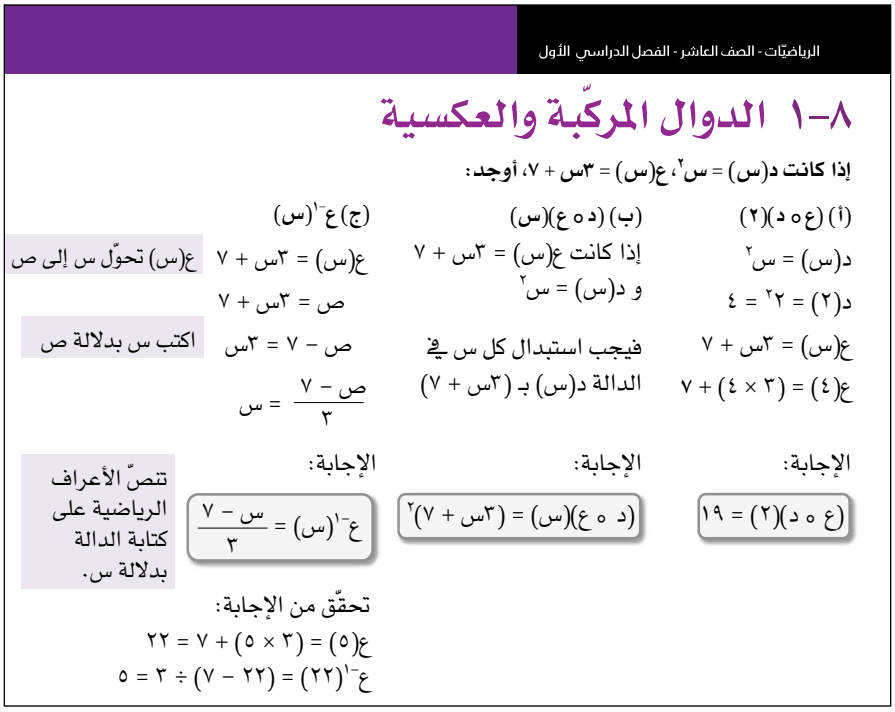
اعرض الشريحة ٩



نقطة نقاش

كيف نتحقّق من صحّة النواتج؟

اعرض الشريحة ١٠



نقطة نقاش

يمكنك اختيار قيمة لـ س والتعويض بها في ع (س)، ثم تعويض الناتج في ع-١(س). يجب عليك أن تعود إلى القيمة التي اخترتها. هنا بدأنا بالقيمة س = ٥

إجابات تمارين كتاب الطالب – الوحدة الثامنة

تمارين ٨-١-أ

١)

	(١) د(٢) =	(٢) د(−٢) =	(٣) د(٠,٥) =	(٣) د(٠) =
أ	٨	−٤	٣,٥	٢
ب	٨	−١٢	٠,٥	−٢
ج	٣	−٥	٠	−١
د	١١	١١	٣,٥	٣
هـ	٠	٨	−٠,٧٥	٠
و	٦	−١٠	−١,٨٧٥	−٢

٢) أ) −٥ ب) −١ ج) ٥ د) −١٧

٣) أ) ٠ ب) −٤ ج) ٥ د) −٣,٩٣٧٥

٤) أ) ٠ ب) −٩ ج) −٢ د) ٥

٥) أ) ١٦ ب) ١٦ ج) ١

٦) س = $\frac{٥}{٦}$

٧) س = $\frac{١}{٣}$

٨) س = ٦

٩) أ) س = −٢ أو ٣

ب) س = −٦

١٠) أ) ٢أ ب) ٢أ + ٤ ج) ٨أ د) ٨أ

١١) أ) ٩ ب) س = ٢

١٢) أ) ١٥ ب) ٣ ج) ١

تمارين ٨-١-ب

١) أ) (د ∘ ع)(س) = س + ٣

(ع ∘ د)(س) = س + ٣

ب) (د ∘ ع)(س) = ٥٠س^{٢} − ١٥س + ١:

(ع ∘ د)(س) = ١٠س^{٢} − ١٥س + ٥

ج) (د ∘ ع)(س) = ٢٧س^{٢} − ٤٨س + ٢٢

(ع ∘ د)(س) = ٩س^{٢} − ١٢س + ٤

د) (د ∘ ع)(س) = $\frac{٤س^{٢} - ٣٦}{٣}$

(ع ∘ د)(س) = $\frac{١٦س^{٢}}{٩} - ٩$

٢) أ) −٢س ب) −٤ ج) ١٦ د) −٢

٣) أ) ٩س + ٤

ب) ١٨س^{٢} + ١

ج) ٣٤٥٦

د) ١٥٠

هـ) $\frac{٧٢٦}{٢٥}$

٤) أ) ٢٦

ب) ٧

ج) ٢٦

د) ٢٩

٥) (ع∘هـ)(٤) = ٥

(هـ ∘ ع)(٤) = $\frac{٤}{٥}$

٦) أ) −٥٦ + ١٦س^{٢} − س^{٤}

ب) ٥٦ − ١٦س^{٢} + س^{٤}

ج) −٥٦ + ١٦س^{٢} − س^{٤}

د) ٥٦ − ١٦س^{٢} + س^{٤}

٧) أ) −٢٥ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) $-\frac{٧}{٣٤}$ د) $\frac{١}{٣}$

هـ) −١٥

٨) أ) (س^{٢} + ٣٦)^{٢}

ب) $\sqrt{س^{٨} + ٣٦}$

ج) ٠

د) $\sqrt{٧٦}$

٩) (هـ ∘ ع ∘ د)(١) = $\frac{١}{٠}$ ما يعني أنها غير معرّفة.

١٠) $(د^{-١} ∘ د)(س) = \frac{\frac{س + ١}{س - ١} + ١}{\frac{س + ١}{س - ١} - ١}$

$= \frac{س + ١ + س - ١}{س + ١ - (س - ١)}$

$= \frac{٢س}{٢}$

$= س$

تمارين ٨-١-ج

١) أ) $\frac{س}{٧}$

ب) $\sqrt[٣]{\frac{١}{٧س}}$

ج) $\sqrt[٣]{س}$

د) $\frac{س - ٣}{٤}$

هـ) ٢(س − ٥)

و) ٢س − ٢

ز) $\frac{س}{٣} + ٢$

ح) $\frac{٢س - ٩}{٢}$

ط) $\frac{٤س - ٢}{٢ + س}$

ي) $\sqrt[٣]{س - ٥}$

ك) $\frac{س^{٢} - ٨}{٣}$

ل) $د^{-١}(س) = \frac{س + ١}{س - ١}$

٢) أ $د^{-١}(س) = ع(س)$

ب $د^{-١}(س) = ع(س)$

ج $د^{-١}(س) \neq ع(س)$

د $د^{-١}(س) = ع(س)$

٣) $ع^{-١}(س) = ٣(س + ٤٤)$

٤) أ (١) $د^{-١}(س) = \frac{س}{٥}$

(٢) $(د \circ د^{-١})(س) = س$

(٣) $(د^{-١} \circ د)(س) = س$

ب (١) $د^{-١}(س) = س - ٤$

(٢) $(د \circ د^{-١})(س) = س$

(٣) $(د^{-١} \circ د)(س) = س$

ج (١) $د^{-١}(س) = \frac{س + ٧}{٢}$

(٢) $(د \circ د^{-١})(س) = س$

(٣) $(د^{-١} \circ د)(س) = س$

د (١) $د^{-١}(س) = \sqrt[٣]{س - ٢}$

(٢) $(د \circ د^{-١})(س) = س$

(٣) $(د^{-١} \circ د)(س) = س$

هـ (١) $د^{-١}(س) = \frac{س^{٢} + ١}{٢}$

(٢) $(د \circ د^{-١})(س) = س$

(٣) $(د^{-١} \circ د)(س) = س$

و (١) $د^{-١}(س) = \frac{٩}{س}$

(٢) $(د \circ د^{-١})(س) = س$

(٣) $(د^{-١} \circ د)(س) = س$

ز (١) $د^{-١}(س) = \sqrt[٣]{س + ١}$

(٢) $(د \circ د^{-١})(س) = س$

(٣) $(د^{-١} \circ د)(س) = س$

٥) أ ٨

ب ٢٠

ج ١١

٦) أ ٠

ب $\frac{٥س + ٢}{٢٠}$

ج س = ٠,٨

د (١) -٤

(٢) ٣

(٣) $\frac{١١}{٥}$

إجابات تمارين نهاية الوحدة

١) أ خطأ ب صح

ج صح د خطأ

٢) أ ١٤

ب س = ١,٢٦ أو $-٠,٢٦$

ج س = ١,٧٦ أو $-٠,٧٦$

د س = ١

هـ $\frac{٤ - س}{٣}$

٣) أ ٧

ب $\frac{٣ - س}{٤}$

ج ٤

٤) $-\frac{٣}{٤}$

إجابات تمارين كتاب النشاط – الوحدة الثامنة

تمارين ٨-١-أ

١) أ ١١

ب -١

ج ٥

د ٢م + ٥

٢) أ د(س) = ٣س^{٢} + ٥

ب (١) ١٧

(٢) ٥٣

(٣) ١١٣

ج د(٢) + د(٤) = ١٧ + ٥٣ = ٧٠ ≠ د(٦) التي تساوي بدورها ١١٣

د (١) ٣أ^{٢} +٥

(٢) ٣ب^{٢} + ٥

(٣) ٣(أ + ب)^{٢} + ٥

هـ أ = ± ٣

٣) أ هـ(س) = $\sqrt{٥ - س}$

ب (١) هـ (١) = ٢

(٢) هـ (-٤) = ٣

تمارين ٨-١-ب

١) أ ٤(س – ٥)

ب ٤س – ٥

٢) ١٨

تمارين ٨-١-ج

١) أ د$^{-١}$(س) = س – ٤

ب د$^{-١}$(س) = س + ٩

ج د$^{-١}$(س) = $\frac{س}{٥}$

د د$^{-١}$(س) = -٢س

٢) أ $\frac{س}{٢}$ – ٣

ب $\frac{س - ٣}{٢}$

ج ٢(س + ٣)

د ٢س + ٣

هـ ٢س + ٣

و ٢(س + ٣)

إجابات تمارين متنوّعة

١) د$^{-١}$(س) = $\frac{٥س + ٣}{٢}$

٢) أ د$^{-١}$(س) = $\frac{س - ٤}{٣}$

ب ٣

ج ب = ٦

د ٩س + ١٦

هـ ٣٧

تمارين المراجعة:

الدوال

١) إذا كانت د: س ← س − ٣، ع: س ← $\frac{١}{٤}$ س، أوجد قيمة:

أ د(٦)　　ب ع(٦)　　ج (د ∘ ع)(٦)

د (ع ∘ د)(٦)　　هـ د$^{-١}$(٦)　　و ع$^{-١}$(٦)

ز (ع$^{-١}$ ∘ د$^{-١}$)(٦)　　ح (د$^{-١}$ ∘ ع$^{-١}$)(٦)　　ط (د ∘ ع)$^{-١}$(٦)

ي (ع ∘ د)$^{-١}$(٦)　　ك (ع ∘ ع)(٦)

٢) إذا كانت ع(س) = $\frac{٣س + ١}{س - ١}$ ، هـ(س) = ٢س − ٣، أوجد قيمة:

أ (ع ∘ هـ)($\frac{١}{٢}$)

ب (ع ∘ هـ$^{-١}$)(−٢)

ج (هـ ∘ ع)(−٣)

٣) د(س) = $\frac{س + ١}{س - ١}$

أ أوجد (د ∘ د)(س)

ب أوجد د$^{-١}$(س)

ج حلّ المعادلة د(س) = ٨

٤) إذا كانت د(س) = ٣س + ١، ع(س) = $\sqrt[٣]{س + ١}$

أ أوجد (د ∘ ع)(س)

ب حلّ المعادلة (د ∘ د)(س) = د(س)

ج أوجد ع$^{-١}$(س) وارسم التمثيل البياني للدالة ص= ع$^{-١}$(س)

د ارسم التمثيل البياني للدالة ص= ع(س) على نفس المستوى الإحداثي الذي استخدمته في الجزئية (ج).

إجابات تمارين المراجعة:

الدوال

١) أ ٣ ب ١,٥ ج $-١,٥$

د ٠,٧٥ هـ ٩ و ٢٤

ز ٣٦ ح ٢٧ ط ٣٦

ي ٢٧ ك ٠,٣٧٥

٢) أ $\frac{٥}{٣}$

ب -٥

ج ١

٣) أ س

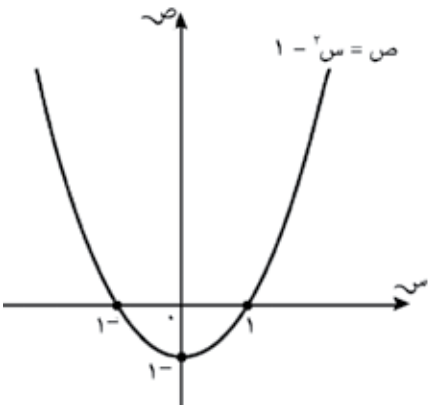
ب $\frac{س + ١}{س - ١}$

ج $\frac{٩}{٧}$

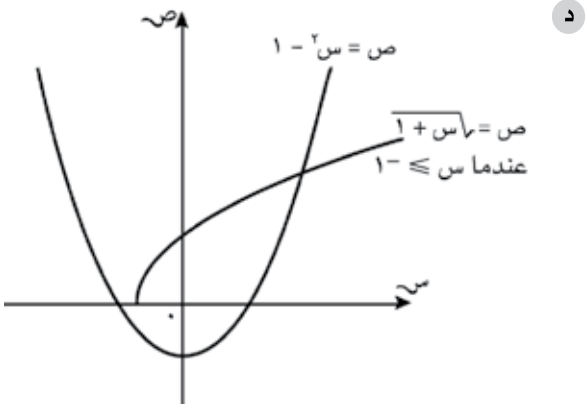
٤) أ $٣\sqrt{س + ١} + ١$

ب $س = -\frac{١}{٢}$

ج $ع^{-١}(س) = س^{٢} - ١$



د



لاحظ أن المنحنيات مُتماثِلة حول المستقيم ص = س

عندما س ≤ ٠ للدالة ص = $س^{٢} - ١$ وعندما س ≤ -١

للدالة ص = $\sqrt{س + ١}$

رقم الإيداع
٢٠٢٥/٩٥٩٧

مطبعة مسقط - روي، هاتف: ٢٤٧٩٤٤٥٢، فاكس: ٢٤٧٠١٢٧٢

الرياضيات

دليل المعلّم ١٠

يُستخدَم دليل المُعلّم، إلى جانب كتاب الطالب وكتاب النشاط، ضمن منهج الرياضيات للصفّ العاشر من هذه السلسلة.

يوفّر دليل المُعلّم الدعم لتخطيط الدروس وللتقييم.

يتضمَّن دليل المُعلّم:

- نظرة عامَّة على الوحدة
- مخطط توزيع الحصص والموضوعات
- تقديم الموضوع ثم توسيعه، مع أفكار مُهمَّة للطلاّب المُتفوّقين
- مواقف من الحياة اليومية تتعلَّق بموضوع الوحدة
- أمثلة من شرائح عروض توضيحية إلكترونية لكل موضوع، مع شرح تفصيلي ونقاط نقاش
- إجابات تمارين كتاب الطالب
- إجابات تمارين كتاب النشاط
- تمارين للمراجعة – أوراق عمل
- إجابات تمارين للمراجعة

يشمل منهج الرياضيات للصف العاشر من هذه السلسلة أيضًا:

- كتاب الطالب
- كتاب النشاط

ISBN 978-99992-56-53-7

www.moe.gov.om