سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عمان 2040
نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات الأساسية

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الثاني

كتاب النشاط

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية
1445هـ - 2023م

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات الأساسية

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الثاني

كتاب النشاط

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية 1445هـ - 2023م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS ، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف الحادي عشر – من سلسلة Cambridge international AS & A level Mathematics 1، للمؤلف موريل جايمز.

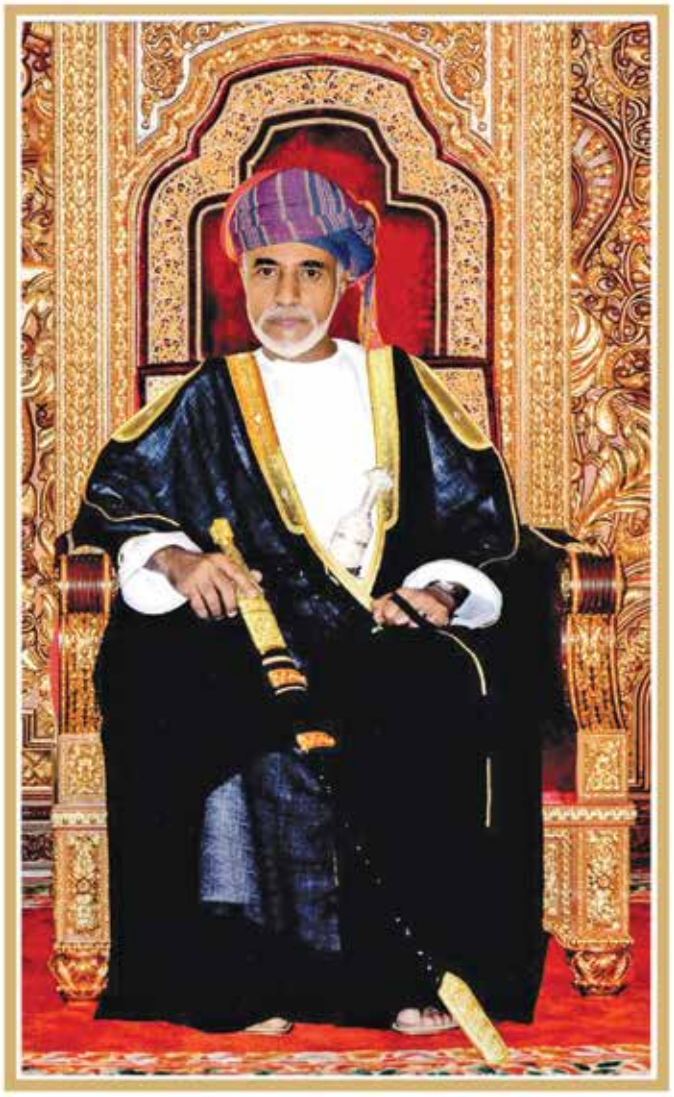
تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ١٢١ / ٢٠٢٢ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.



المغفور له
السلطان قابوس بن سعيد
-طيّب الله ثراه-

حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
-حفظه الله ورعاه-

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)

النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

كيف تستخدم هذا الكتاب؟ xii

الوحدة السادسة: الأسس واللوغاريتمات

٦–١ الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية ١٣

٦–٢ اللوغاريتمات ذات الأساس ١٠ (اللوغاريتم الإعتيادي) ١٦

٦–٣ قوانين اللوغاريتمات ١٨

٦–٤ حلّ المعادلات اللوغاريتمية ٢٠

٦–٥ حل المعادلات الأسّية باستخدام اللوغاريتمات ٢٥

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السادسة ٢٧

الوحدة السابعة: المصفوفات

٧–١ رتبة المصفوفة وأنواع المصفوفات ٢٩

٧–٢ جمع وطرح المصفوفات ٣٢

٧–٣ ضرب المصفوفات ٣٥

٧–٣ أ الضرب القياسي ٣٥

٧–٣ ب ضرب مصفوفة بأخرى ٣٩

٧–٤ محدد المصفوفة من الرتبة ٢ × ٢ ..... ٤٤

٧–٥ معكوس المصفوفة ٤٦

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السابعة ٤٨

الوحدة الثامنة: التباديل والتوافيق

٨–١ مضروب العدد ٤٩

٨–٢ التباديل ٥١

٨–٢ أ تباديل ن من العناصر المختلفة ٥١

٨–٢ ب تباديل ن من العناصر بعضها متشابه ٥٣

٨–٢ ج تباديل ن من العناصر المختلفة بوجود القيود ٥٥

٨–٢ د تباديل ن من العناصر مأخوذة ر في كل مرة ٥٨

٨–٣ التوافيق ٦٠

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثامنة ٦٣

الوحدة التاسعة: مفكوك ذات الحدَّين

٩–١ مفكوك ذات الحدَّين باستخدام مثلث باسكال ٦٥

٩–٢ مفكوك ذات الحدَّين باستخدام الحدّ العام ٦٨

تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة ٧١

كيف تستخدم هذا الكتاب؟

سوف تلاحظ خلال هذا الكتاب ميزات خاصة تم تصميمها لتساعدك على التعلم. يؤمن هذا القسم صورة مختصرة لهذه الميزات.

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

- ٦-١ تحوّل بين الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية ذات الأساس العام 'أ'
- ٦-٢ تحوّل بين الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية ذات الأساس ١٠
- ٦-٣ تبسط اللوغاريتمات ذات الأساس المتشابه وتوجد قيمتها باستخدام قوانين اللوغاريتمات.
- ٦-٤ تحل المعادلات اللوغاريتمية.
- ٦-٥ تحل المعادلات الأسية (فقط تلك التي تتحول إلى معادلات خطية).
- ٦-٦ تستخدم المعادلات اللوغاريتمية والأسية كتمثيلات لأمثلة من الحياة الواقعية وتفسرها.

مساعدة

يمكنك تعويض -١ باللوغاريتم ذي الأساس ٣ لكسر.

الأهداف التعليمية: تدل على المفاهيم المهمة في كل وحدة وتساعدك في تصفح الكتاب بطريقة منهجية.

مساعدة: مربعات تتضمن نصائح وإرشادات مفيدة حول الحسابات عن الإجابات أو التحقّق منها.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السادسة

١) i حوّل $٤^{٢س} = ٩٩$ إلى الصيغة اللوغاريتمية.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة:

تحتوي مراجعة نهاية الوحدة على أسئلة تحاكي الاختبار وتغطي جميع الموضوعات في الوحدة. يمكنك استخدام هذه الأسئلة للتحقق من فهمك للموضوعات التي درستها.

توجد في كل وحدة تمارين متعددة تحتوي على أسئلة تدريبية. تم تشفير هذه الأسئلة كالآتي:

- تركز هذه الأسئلة على حل المسائل.
- تركز هذه الأسئلة على البراهين.
- تركز هذه الأسئلة على التمثيل.
- يجب ألّا تستخدم الآلة الحاسبة عند حل هذه الأسئلة.

الوحدة السادسة
الأسس واللوغاريتمات
Exponents and logarithms

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٦–١ تحوّل بين الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية ذات الأساس العام 'أ'

٦–٢ تحوّل بين الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية ذات الأساس ١٠

٦–٣ تبسط اللوغاريتمات ذات الأساس المتشابه وتوجد قيمتها باستخدام قوانين اللوغاريتمات.

٦–٤ تحل المعادلات اللوغاريتمية.

٦–٥ تحل المعادلات الأسية (فقط تلك التي تتحول إلى معادلات خطية).

٦–٦ تستخدم المعادلات اللوغاريتمية والأسية كتمثيلات لأمثلة من الحياة الواقعية وتفسرها.

٦–١ الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية

تمارين ٦-١

١) حدد ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة أم خاطئة:

أ) $\log_{٢} ٥ = ٢٥$

ب) $\log_{٥} ٢ = ٢٥$

ج) $\log_{٥} ٢٥ = ٢$

د) $\log_{٥} ٢٥ = ٥$

٢) حوّل ما يأتي من الصيغة الأسّية إلى الصيغة اللوغاريتمية:

أ) $٧^{٢} = ٤٩$

ب) $٨^{\frac{١}{٣}} = ٢$

ج) $\left(\frac{١}{١٢٥}\right)^{-\frac{٢}{٣}} = ٢٥$

٣) حوّل ما يأتي من الصيغة اللوغاريتمية إلى الصيغة الأسّية:

أ) $\log_{3} \frac{1}{9} = -2$

ب) $\log_{0.5} 8 = -3$

ج) $\log_{27} \frac{1}{9} = -\frac{2}{3}$

٤) أوجِد قيمة كل مما يلي:

أ) $\log_{2} 32$

ب) $\log_{5} 625$

ج) $\log_{6} \frac{1}{36}$

د) $\log_{100} 0.1$

٥) أوجِد قيمة كل ممّا يأتي:

أ) $\log_{10} \frac{10^{-5}}{100^{3}}$

ب) $\log_{8} \frac{4^{4}}{72}$

ج) $\log_{3} \left(\frac{1}{9^{-2}} \div 27^{3} \right)$

د) $\log_{s} \left(\frac{\sqrt[3]{7^{2}} s^{5}}{\sqrt{7^{2}} s^{7}} \right)$

٦) إذا كانت $\log_{3} 11 \approx 2.183$ فأوجِد القيمة التقريبية لـ $\log_{3} 121$

٧) إذا كانت لـو$_{٥}$ ٣ ≈ ٠,٦٨٢٦ فأوجِد القيمة التقريبية لـ لـو$_{٥}$ ٢٧

٦-٢ اللوغاريتمات ذات الأساس ١٠ (اللوغاريتم الإعتيادي)

تمارين ٦-٢

١) حول كلًّا ممّا يأتي من الصيغ الأسّية إلى الصيغة اللوغاريتمية:

أ) $١٠^{-٢} = ٠,٠١$

ب) $١٠^{س} = ٤٠٠$

ج) $١٠^{ل٢} = ٣ق$

د) $١٠^{-٥م} = ن$

٢) حول كلًّا ممّا يأتي إلى الصيغة اللوغاريتمية:

أ) $١٠^{س} = ٥٤$

ب) $١٠^{س} = ٦٠٩$

ج) $١٠^{س} = ١٥$

د) $١٠^{س} = ٠,٨٦٤$

هـ) $١٠^{س} = ٩٨,٧$

و) $١٠^{س} = ٠,٠٩٨٧$

ز) $١٠^{س} = ٣٠٠٠٣٣$

ح) $١٠^{س} = ٠,٠٠٦$

٣) أكتب كلًّا من الآتي في الصيغة الأسية، ثم استخدم الحاسبة لإيجاد قيمة س:

أ) لـو (س − ١) = ٢

ب) ٢ − لـو (س + ٣٣) = ٠

ج لـو (٢س − ٤) = ٢

د لـو (٩س + ٢) = ٢,٥

هـ لـو $\left(\frac{٢س - ٦}{س}\right)$ = ١

و لـو ٠,٣ س = ١,٦

ز لـو (٢٠ − س) = ١,٥

ح لـو $\left(\frac{٥س}{١٢} - ٣\right)$ = −٢

٤) استخدم الحاسبة لتبين أن لـو ٤٩ = ٢ لـو ٧

٦-٣ قوانين اللوغاريتمات

تمارين ٦-٣

١) استخدم قوانين اللوغاريتمات لتبسيط كل مما يأتي، واكتبه على شكل لوغاريتم واحد:

أ) $٣ \text{لو}_{٢} ٤ + \text{لو}_{٢} ٣$

ب) $٣ \text{لو}_{٥} ٦ - ٢ \text{لو}_{٥} ٨$

ج) $٤ \text{لو}_{٧} ٢ - \frac{١}{٢} \text{لو}_{٧} ٤$

د) $٣ \text{لو}_{٦} ٥ + ٣ \text{لو}_{٦} ٤ - \frac{١}{٣} \text{لو}_{٦} ٥١٢$

هـ) $٢ - ٢ \text{لو}_{٤} ١٠ - \frac{١}{٣} \text{لو}_{٤} ٨$

و) $٢ \text{لو}_{٩} ٣ - \frac{٢}{٥} \text{لو}_{٩} ٣٢ - \frac{١}{٢}$

٢) بسّط:

أ) $\frac{\text{لو}_{٣} ٢٧}{\text{لو}_{٣} ٩}$

ب) $\frac{\text{لو}_{٥} ٨}{\text{لو}_{٥} ٣٢}$

ج) $\frac{\text{لو}_{٧} \frac{١}{٥١٢}}{\text{لو}_{٧} ٦٤}$

د) $\frac{\text{لو}_{٣} \frac{١}{٩}}{\text{لو}_{٣} ٨١}$

٣) إذا كانت لـو$_{أ}$ ص = لـو$_{أ}$ (٣س − ٢) − لـو$_{أ}$ (٢ − س) فاكتب ص بدلالة س

٤) إذا كانت ص = لـو$_{٥}$ س فاكتب لـو$_{٥}$ $\frac{١٢٥}{س^{٢}}$ بدلالة ص

٥) إذا كانت لـو ١,٢٥٩ ≈ ٠,١ وأن لـو ١,٩٩٥ ≈ ٠,٣

فاكتب القيم الآتية في صورة القوة ١٠

أ) ١,٢٥٩ × ١,٩٩٥

ب) ١,٢٥٩ ÷ ١,٩٩٥

ج) (١,٢٥٩)^{٢}

د) (١,٩٩٥)^{٣}

٦-٤ حلّ المعادلات اللوغاريتمية

تمارين ٦-٤

١) أوجد حل المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ) $لـو_{٣} س = \frac{١}{٩}$

ب) $لـو_{٨} س = \frac{٢}{٣}$

ج) $لـو_{٤} س = -٢$

د) $لـو_{٠,٤} س = -٢$

٢) أوجد حل المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ) $لـو_{٣} (س - ١) = ٠$

ب) $لـو_{٥} (س - ٢) = ١$

ج) $لـو_{٣} (٤ + س) = ٥$

د) $لـو_{٣} (٢س + ٥) = ٣$

هـ لو (١٧س − ٢) = ٢

و $لـو_{٨}$ (١ − ٣ س) = ٢

ز $لـو_{٤}$ (٢س − ٦) = $\frac{٣}{٢}$

ح $لـو_{٢٧}$ (٢س − ١٧) = $\frac{٢}{٣}$

ط $لـو_{٤}\left(\frac{س - ١}{١٠}\right) = -١$

ي $لـو_{٣}\left(\frac{٢}{س - ١}\right) = -١$

٣) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ $لـو_{٣}$ س − $لـو_{٣}$ ٢ = $لـو_{٣}$ ١,٥

ب $لـو_{٣}$ ٠,٥ = $لـو_{٣}$ س − ٢ $لـو_{٣}$ ٦

ج لـو ٣٠ − لـو س = لـو ٥

د ٢ $لـو_{٣}$ ١٠ = $لـو_{٣}$ س + ٢ $لـو_{٣}$ ٥

هـ $لـو_{١١}\ ٩ = ٢لـو_{١١}\ ٦ - لـو_{١١}\ (٤س + ١)$

و $لـو_{٣}\ ٤٢ = لـو_{٣}\ ١٤س - لـو_{٣}\ ٥$

٤) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية، معطيًا الإجابات في صورة كسر أو مقرّبة إلى منزلتَين عشريَّتَين:

أ $لـو_{٥}\ (١٠ - ٣ س) + لـو_{٥}\ ٤ = لـو_{٥}\ ٣٠$

ب $لـو_{٢}\ ٢ س - \frac{١}{٢} لـو_{٢}\ ٩ = ٢لـو_{٢}\ ٧$

ج $٣لـو_{٩}\ ٤ + لـو_{٩}\ (٢ س - ٣) = لـو_{٩}\ ١٦$

د $لـو_{٢}\ (٢ - ٣ س) + لـو_{٢}\ ٧ = لـو_{٢}\ ١٣$

هـ $لـو_{١١}\ ١٨ + لـو_{١١}\ ٣ - لـو_{١١}\ (٢ س + ٤) = ٠$

و $\text{لـو}_{٣}(١ - ٢س) - \text{لـو}_{٣}٤س = -١$

مساعدة

يمكنك تعويض -١ باللوغاريتم ذي الأساس ٣ لكسر.

ز $\text{لـو}_{٧}٩^{٢س-٩} - ٦\,\text{لـو}_{٧}٢٧^{\frac{٢}{٣}} = ٠$

٥) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ $\text{لـو}_{س}٥١ - \text{لـو}_{س}٣ = ١$

ب $\text{لـو}_{س}٦٤ + ١ = \text{لـو}_{س}١٦$

ج $٣ - \frac{١}{٢} لـو_{س} ٤ = ٢ + ٢ لـو_{س} ٣$

٦) حل المعادلة $لـو_{٢} (٢س - ٣) = -٤ + لـو_{٢} س$

٦-٥ حل المعادلات الأسّية باستخدام اللوغاريتمات

تمارين ٦-٥

١) حلّ المعادلات الأسّية الآتية مقرّبًا الإجابة إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية:

أ) $٣^{س} = ٣٠$

ب) $٧^{س} = ٢٠٠$

ج) $٤^{س} - ٥٥ = ٠$

د) $٥س^{-٣} = ٤٠$

هـ) $٦,٨^{٢س} = ٥٠٠$

و) $٩^{٢س-١} = ٤,٣$

ز) $٨س^{-٦} = ٣,٥$

ح) $٢ \times ٩^{٣س+٥} = ١$

ط) $\frac{٣^{٣-٢س}}{٢} = ١١$

ي) $\frac{٥}{٨} \times ٣س^{-٤} = \frac{٦}{٧}$

ك) $٢^{٢س+١} = ٢٢ \times ٢س^{-٢}$

ل) $٢^{١٩س+٩} = ٤$

٢) تُعبر الصيغة ل = ل$_{٠}$ × ١,١٢^{ن} عن تزايد أعداد مستعمرة حشرات (ل) حيث (ل$_{٠}$) هو العدد الابتدائي، (ن) هو الزمن بالسنوات، العدد الابتدائي هو نصف مليون.

أ) ما هي النسبة المئوية السنوية التي تتغير على أساسها أعداد الحشرات؟

ب) كم سيكون عدد الحشرات بعد ٤ سنوات؟ أعط الإجابة مقرّبة إلى أقرب ألف.

ج احسب، مقربًا إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية، عدد السنوات الذي تتطلبه الحشرات ليتضاعف عددها.

٣) يدفع حساب توفير فائدة مركبة بمعدل شهري هو ٠,٨٪

قيمة الاستثمار الابتدائي (و) لـ (ل) ريال عماني تعطى بالصيغة و = ل × ١,٠٠٨^{م}، حيث (م) هو عدد الأشهر بعد بدء الاستثمار.

أ كم ستزيد قيمة استثمار ابتدائي بقيمة ١٠٠٠ ريال عُماني خلال ١٢ شهرًا؟ أعطِ الإجابة مقرّبة إلى أقرب عدد صحيح.

ب ما عدد الأشهر الذي يتطلبه الاستثمار كي تزيد قيمته ٢٠٠ ريال عماني؟ قرّب الإجابة إلى أقرب شهر.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السادسة

١) أ حوّل $٤^{٢س} = ٩٩$ إلى الصيغة اللوغاريتمية.

ب حوّل $لـو_{ص}$ س = ع إلى الصيغة الأسّية.

٢) إذا كانت $لـو_{١٢}$ ٢٠٠ = ٢,١٣٢ ، $لـو_{١٢}$ ٢٥ = ١,٢٩٥

أوجِد القيمة التقريبية للآتي:

أ $لـو_{١٢}$ ٥٠٠٠ ب $لـو_{١٢}$ ٨ ج $لـو_{١٢}$ ٦٢٥ د $لـو_{١٢}\sqrt[٤]{٢٠٠}$

٣) حلّ المعادلة اللوغاريتمية:

أ $٣لـو_{٠,٤}\frac{٨}{١٢٥} - ٢لـو_{٠,٤}\sqrt{س} = لـو_{٠,٤}$ ٠,١٦

ب $لـو_{٤}\ ٨^{٣س+١} = \frac{١}{٥}لـو_{٤}\frac{١}{٣٢}$

٤) حلّ المعادلتَين الآتيتَين مقرّبًا الإجابة إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية:

أ $\frac{٨^{٣-س}}{٢٤^{س-٥}} = ٣ \times ٦٤^{\frac{٢}{٣}}$

ب $\frac{٢٧^{٢س}}{٥٩^{-٢س}} - لـو_{٥}$ ١٢٥ = $لـو_{١٦}$ ٤

٥) حلّ المعادلة $\frac{٢}{٣} \times ٥^{س - ٢} \div (٣٢ \times ٥^{٤ - ٣س}) = ٥٠$

٦) بعد الوصول إلى سرعتها القصوى وهي ٢٠٠ كم/ساعة، تخفف مروحية من سرعتها بحيث تتناقص السرعة أسّيًا بمعدل ٥٪ في الثانية.

تعطى سرعة المروحية س كم/ساعة، بعد تخفيف السرعة بـ ن ثانية، من خلال الصيغة $س = أ \times ب^{ن}$

أ اكتب قيمتَي أ ، ب

ب ما سرعة المروحية بعد تخفيف السرعة بتسع ثوان؟

ج أوجِد مقربًا إلى أقرب ثانية، الزمن الذي تستغرقة المروحية بعد تخفيف السرعة لتصل لأول مرة إلى سرعة٧٠ كم/ساعة.

الوحدة السابعة
المصفوفات
Matrices

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٧–١ تعرف ما هي المصفوفة وتصفها باستخدام الصفوف والأعمدة، وتعرف خصائص المصفوفة الصفرية والمحايدة والمربعة.

٧–٢ تجمع وتطرح المصفوفات.

٧–٣ تضرب مصفوفة في عدد ما.

٧–٤ تتعرف على شرط ضرب المصفوفات وتجد ناتج ضربها.

٧–٥ تتعرف أن ضرب المصفوفات ليس تبادليًّا.

٧–٦ تحسب محدد المصفوفة ٢ × ٢

٧–٧ تعرف خصائص المصفوفة المنفردة والمصفوفة غير المنفردة.

٧–٨ تجد المصفوفة العكسية للمصفوفات ٢ × ٢ غير المنفردة.

٧–١ رتبة المصفوفة وأنواع المصفوفات

تمارين ٧-١

١) أجب عن الأسئلة الآتية باستخدام المصفوفات المعطاة.

$$\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٦ & -٣ \\ ٠ & ٤ \\ -٢ & ٧ \end{pmatrix}، \underline{ب} = (٧ \quad ٣)، \underline{ج} = \begin{pmatrix} -١ \\ ٤ \end{pmatrix}، \underline{د} = \begin{pmatrix} ٩ & -٣ \\ ٤ & ٢ \end{pmatrix}، \underline{هـ} = \begin{pmatrix} ٠ \\ ٠ \\ ٠ \end{pmatrix}، \underline{و} = (١ \quad -١ \quad ١)$$

أ ما هو نوع المصفوفة $\underline{ج}$؟

ب أعط الاسم الخاص بالمصفوفة $\underline{و}$

ج أي المصفوفات مصفوفة عمودية؟

د ما هو العامل المشترك بين المصفوفة ب والمصفوفة ج؟

هـ ما هي رتبة المصفوفة أ؟

و ما هو العنصر في الصف الثاني والعمود الثاني من المصفوفة أ؟

ز صف موقع العنصر −٣ في المصفوفة ك

٢) المصفوفتان ل = $\begin{bmatrix} ٧ & أ - ٢ \\ ب + ٥ & -٢ \end{bmatrix}$ ، ن = $\begin{bmatrix} ٢ج & ٣ \\ ١ & ٣د + ٤ \end{bmatrix}$ متساويتان. أوجد قيم أ، ب، ج، د

٣) المصفوفتان $\begin{bmatrix} ١٠ - ٢س \\ ٥ص + ٢ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ٥ \\ -١١ - ٨ص \end{bmatrix}$ متساويتان. أوجد قيمتَي س، ص

٤) المصفوفة $\begin{bmatrix} ١٨ - ٢ل & ٠ \\ ٠ & ٩ + ٢ق \end{bmatrix}$ مصفوفة صفرية. أوجد قيمتَي ل، ق

٥) أ) في المصفوفة $\underline{أ}$ ، ٤٥ عنصرًا مرتبًا في ٩ صفوف، ما هو عدد الأعمدة في المصفوفة $\underline{أ}$؟

ب) في المصفوفة $\underline{ب}$ ، ٣٦ عنصرًا مرتبًا في ٦ صفوف ما نوع المصفوفة $\underline{ب}$؟

ج) في المصفوفة $\underline{ج}$ ، ٣٠ عنصرًا، إذا كان في المصفوفة $\underline{ج}$ عدد زوجي من الصفوف، ن عمود، فأوجد كل القيم الممكنة لـ ن

٧-٢ جمع وطرح المصفوفات

تمارين ٧-٢

١) أوجد الناتج إن أمكن:

أ $\begin{pmatrix} ٩ \\ ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -١ \\ ٩ \end{pmatrix}$

ب $\begin{pmatrix} ٦ \\ -٣ \end{pmatrix} - (٥ \quad ١٠)$

ج $(٤١ \quad -٦ \quad ١٣) - (٥٠ \quad ١٨ \quad -٢)$

د $\begin{pmatrix} ٣,٧ & -١,٢ \\ -٥,١ & ٢,٩ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -٣,٥ & ٤,٢ \\ ٧,٤ & -٠,٨ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} ٨ & ١٣ \\ -٥ & -٧ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١٢ & ٧ \\ ٢٥ & ٢٧ \end{pmatrix}$

و $\begin{pmatrix} ٦ & ١٠ \\ -٩ & ١١ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٧ & -٥ \end{pmatrix}$

ز $\begin{pmatrix} ٢٨٧ & -٤٢٢ \\ -١٢٣ & ١٩٩ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -١٦٣ & ٣٨٨ \\ -١٢٣ & -٣٥١ \end{pmatrix}$

٢) لدينا $\begin{pmatrix} ١١ & ل \\ ٢ر - ٧ & ١٧ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ق & ٧ \\ ٨ & ٢ - ت \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٦ & ٦ \\ ٢٥ & ١٠ \end{pmatrix}$ ، أوجد قيم ل، ق، ر، ت

٣) لدينا $\begin{pmatrix} ٢٠ & ١٠ \\ -٥ & ١١ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} أ + ١ & ب - ٤ \\ ٢ج & ٤د + ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٣ & ١٢ \\ ٩ & -٨ \end{pmatrix}$ ، أوجد قيم أ، ب، ج، د

٤) لدينا $\underline{ث} = \begin{pmatrix} ٦ & ٩ \\ ٢ & ٤- \end{pmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{pmatrix} ٣- & ١٣ \\ ١٦ & ٤ \end{pmatrix}$ ، أوجد المصفوفة

أ $\underline{ث} + \underline{ث} + \underline{ب}$

ب $\underline{ب} + \underline{ب} - \underline{ث}$

٥) لدينا المصفوفتان $\underline{س} = \begin{pmatrix} ١١ & ٧- \\ ٢- & ٢٠ \end{pmatrix}$ ، $\underline{ص} = \begin{pmatrix} ل & ق \\ ٢ر & ٣ت \end{pmatrix}$ ، كما لدينا $\underline{س} - \underline{ص} - \underline{ص} = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ١- & ٠ \end{pmatrix}$

أوجد قيم ل، ق، ر، ت

٧-٣ ضرب المصفوفات

٧-٣أ الضرب القياسي

تمارين ٧-٣أ

١) إذا علمت أن:

$$\underline{أ} = \begin{pmatrix} -١ \\ ٤ \\ -٢ \end{pmatrix}، \underline{ب} = \begin{pmatrix} ٦ & ٤ \\ -٢ & ١٢ \\ ١٢ & -٦ \end{pmatrix}، \underline{ج} = \begin{pmatrix} -٥ \\ ٣ \\ ٤ \end{pmatrix}، \underline{د} = \begin{pmatrix} ٣ & ٨ \\ -٤ & ٢ \end{pmatrix}، \underline{هـ} = \begin{pmatrix} -٢ & ٠ \\ ٣ & ٧ \end{pmatrix}، \underline{و} = \begin{pmatrix} ١٥ & ٠ & ١٨ \\ -٩ & -٣ & -٢١ \end{pmatrix}$$

أوجد المصفوفة الناتجة من العمليات الآتية إن أمكن.

أ $٢\underline{أ} - \begin{pmatrix} ٤ \\ ١ \\ -٦ \end{pmatrix}$

ب $٢\underline{هـ} - \begin{pmatrix} ١ & ٨ \\ -١ & ٩ \end{pmatrix}$

ج $٣\underline{ج} + ٢\underline{أ}$

د $٦\underline{هـ} + ٥\underline{د}$

هـ $\underline{أ} + ٢\underline{ج} - \underline{ب}$

و $-\frac{٥}{٦}\underline{و}$

ز $٢\underline{ب} - \underline{و}$

٢) المصفوفتان $\underline{ل} = \begin{pmatrix} -٧ & ١٠ \\ ١٢ & -٤ \end{pmatrix}$ و $\underline{ن} = \begin{pmatrix} ١١ & -٤ \\ ٧ & -٢ \end{pmatrix}$

أوجِد كلًّا من المصفوفات الآتية:

أ $٣\underline{ل} - \begin{pmatrix} -٣ & ١٦ \\ ٣١ & -١٠ \end{pmatrix}$

ب $٢\underline{ن} - \underline{ل}$

ج $\frac{١}{٥}\underline{ل} + \frac{١}{٢}\underline{ن}$

د $\frac{٣}{٤}\underline{ن} - \frac{٤}{٥}\underline{ل}$

٣) أوجِد، في كل ممّا يأتي، قيمة العدد القياسي ك:

أ $ك\begin{pmatrix} -٨ & ٣,٢ \\ ١٠ & -١,٨ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٢٠ & ٨ \\ ٢٥ & -٤,٥ \end{pmatrix}$

ب $\begin{pmatrix} ٥ & -٧ \\ -٣ & -٢ \end{pmatrix} = ك\begin{pmatrix} ١٠ & -١٤ \\ -٦ & -٤ \end{pmatrix}$

ج $ك\begin{pmatrix} ٩ & ٣٩ \\ -٦ & -١٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٦ & -٢٦ \\ ٤ & ٨ \end{pmatrix}$

٤) أ أوجِد قيمتَي س ، ص إذا كان $\begin{pmatrix} \frac{١}{٢}س \\ ٧ \end{pmatrix} + ٢\begin{pmatrix} ٤ \\ ص + ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٦ \\ ١٥ \end{pmatrix}$

ب أوجِد قيم أ، ب، جـ إذا كان ٢(أ −٦ ١٠) − $\frac{١}{٢}$(٤ −٢ب ٣جـ) = (١٤ ٠ ٤)

ج أوجِد قيم ل، ق، ر، ز إذا كان $\begin{pmatrix} ٩ & ق \\ -٧ & ز \end{pmatrix} - ٣ \begin{pmatrix} ٨ & -٢ \\ -١٠ & ر \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ل & ٥ \\ -٨ & \frac{١}{٢}ز \end{pmatrix}$

٥) $\underline{س} = \begin{pmatrix} ٨ \\ ٢ \\ -٤ \end{pmatrix}$ ، $\underline{ص} = \begin{pmatrix} -٢ \\ ٥ \\ ١ \end{pmatrix}$

أوجِد قيم أ، ب، جـ إذا كان $\frac{١}{٢}\underline{س} - ٢\underline{ص} = \frac{٣}{٤} \begin{pmatrix} أ \\ ب \\ ٢جـ \end{pmatrix}$

٦) $\underline{ل} = \begin{pmatrix} أ & ب \\ ٣ & ٢- \end{pmatrix}$ ، $\underline{ن} = \begin{pmatrix} ٦ & ١٠- \\ ١- & جـ \end{pmatrix}$ ، $\underline{ر} = \begin{pmatrix} ٧ & ٨ \\ د & ٦- \end{pmatrix}$

أوجِد قيم أ، ب، جـ، د إذا كان $٢\underline{ل} - ٣\underline{ن} + \underline{ر} = ٢\begin{pmatrix} ١ & ٢- \\ ١- & ٣ \end{pmatrix}$

٧-٣ ب ضرب مصفوفة بأخرى

تمارين ٧-٣ ب

١) أوجِد المصفوفة التي تنتج من كل من عمليات الضرب الآتية:

أ $\begin{pmatrix} ٥ \\ -٤ \end{pmatrix}(٢ \quad ٣)$

ب $(-٥ \quad ٢)\begin{pmatrix} -٧ \\ -٩ \end{pmatrix}$

ج $(-٣ \quad -٨)\begin{pmatrix} -٦ \\ ٣ \end{pmatrix}$

د $(١ \quad -٢ \quad ٣)\begin{pmatrix} ٣ \\ ٢ \\ -١ \end{pmatrix}$

هـ $(١ \quad -٥ \quad ٢)\begin{pmatrix} ٦ \\ -٢ \\ -٣ \end{pmatrix}$

و $(١٩ \quad -١١ \quad -٧)\begin{pmatrix} -٤ \\ -٥ \\ ٧ \end{pmatrix}$

٢) أوجِد المصفوفة الناتجة من كل من عمليات الضرب الآتية:

أ $\begin{pmatrix} -٣ \\ ٥ \end{pmatrix}(٧ \quad ٢)$

ب $\begin{pmatrix} ٤ \\ -٣ \end{pmatrix}(-١ \quad ١)$

ج $\begin{pmatrix} ٠ \\ -٢ \end{pmatrix}(٥ \quad -٧)$

د $\begin{pmatrix} -١,٥ \\ ١,٥ \end{pmatrix}(٦ \quad -٨)$

هـ $\begin{pmatrix} ٢ \\ -١ \end{pmatrix}(٢ \quad ٠ \quad -١)$

و $\begin{pmatrix} ٣ \\ -١ \\ ٢ \end{pmatrix}(-٣ \quad ١)$

ز $٢\begin{pmatrix} ٢ & -٥ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

ح $\begin{pmatrix} \frac{٢}{٣} & -\frac{١}{٣} \\ ٦ & ٠ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٠ & ٦ \\ ٦ & ٠ \end{pmatrix}$

٣) أوجِد المصفوفة المربعة من الرتبة ٢ × ٢ الناتجة من كل من عمليات الضرب الآتية:

أ $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$

ب $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٣- & ٢ \\ ٤ & ١- \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & ٧ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix}$

د $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} ١ & ٧- \\ ٢ & ٥- \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٩- & ٠ \\ ١- & ٤ \end{pmatrix}$

و $\begin{pmatrix} ٧ & ٦- \\ ٣ & ٨- \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٧ & ٢ \\ ٢- & ٣- \end{pmatrix}$

ز $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١- & ٠ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٠ & ١- \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

ح $\begin{pmatrix} ٠ & ١- \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١- & ٠ \end{pmatrix}$

٤) أوجِد المصفوفة الناتجة من عمليات الضرب في كل حالة:

أ $\underline{ل} = \frac{١}{٢}\begin{pmatrix} ٠ & ٦- \\ ٢ & ٠ \end{pmatrix}$، $\underline{ن} = \begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ١ & ٧- \end{pmatrix}$، أوجِد الضرب $\underline{ل}\,\underline{ن}$

ب $\underline{ر} = \begin{pmatrix} ٤ & ٣- \\ ٦ & ٢ \end{pmatrix}$، $\underline{ر}\,\underline{ر} = ٢\begin{pmatrix} ١ & ٥ \\ ٣- & ٦- \end{pmatrix}$، أوجِد الضرب $\underline{ر}\,\underline{ر}\,\underline{ر}$

ج) $\underline{ت} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 6 & -12 \end{pmatrix}$، $\underline{ي} = -2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$، أوجِد الضرب $\underline{ت}\,\underline{ي}$

٥) أ) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} س & 2 \\ -3 & ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 11 \\ -9 & 21 \end{pmatrix}$، أوجِد قيمتَي س ، ص

ب) $\begin{pmatrix} ٢ل & 4 \\ 6 & ق \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -10 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$، أوجِد قيمتَي ل ، ق

ج) $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} أ - 1 & -2 \\ 5 & ب + 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 31 & -10 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$، أوجِد قيمتَي أ ، ب

د) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 & 15 \\ -6 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} و & 2س \\ ص + 1 & ع - 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$، أوجِد قيم و ، س ، ص ، ع

٦) $\underline{ل} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ ، $\underline{ن} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

وكان $\underline{ل}\,\underline{ن} - \underline{ن}\,\underline{ل} = ك \begin{pmatrix} 5 & -13 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ ، أوجِد قيمة العدد القياسي ك

٧) أ) $\underline{ن} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \\ 3 & \end{pmatrix}$ ، بيّن أن $\underline{ن}^2 = \begin{pmatrix} (-2)^2 & 0^2 \\ 1^2 & 3^2 \end{pmatrix}$

ب أوجِد $\underline{ن}^{٢} - ٢\underline{ن}$

٤-٧ محدد المصفوفة من الرتبة ٢ × ٢

تمارين ٧-٤

١) أوجِد محدد كل من المصفوفات الآتية:

حدد في كل حالة ما إذا كانت المصفوفة منفردة أم غير منفردة.

أ) $\underline{ل} = \begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٧ & ٤ \end{pmatrix}$

ب) $\underline{و} = \begin{pmatrix} ٧ & ٢- \\ ٦- & ٥ \end{pmatrix}$

ج) $\underline{ر} = \begin{pmatrix} ٢- & ١ \\ ٤- & ٩ \end{pmatrix}$

د) $\underline{ن} = \begin{pmatrix} ٢- & ٦- \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$

هـ) $\underline{ت} = \begin{pmatrix} ٢- & ٤ \\ ٥- & ٧ \end{pmatrix}$

و) $\underline{ي} = \begin{pmatrix} ١٢- & ١٦- \\ ٩ & ١٢ \end{pmatrix}$

ز) $\underline{ش} = \begin{pmatrix} ١,٥ & ٢,٨ \\ ٤,٥- & ٣,٦- \end{pmatrix}$

ح) $\underline{و} = \begin{pmatrix} ٤ & ٠,٤- \\ ١٣ & ٠,٢٥- \end{pmatrix}$

٢) أ) $\underline{ل} = \begin{pmatrix} ٥ & أ \\ ٢ & ٤- \end{pmatrix}$، $|\underline{ل}| = ٦$، أوجِد قيمة أ

ب أوجِد قيمة ب إذا كان $\underline{و} = ٤ \begin{pmatrix} -١ & -٢ \\ ٧ & ب \end{pmatrix}$، $|\underline{و}| = ٤٨$

ج أوجِد قيمة جـ إذا كانت $\underline{ر} = \frac{٥}{٨} \begin{pmatrix} ٤ & ٢جـ \\ -٤ & -١٠ \end{pmatrix}$ مصفوفة منفردة.

د إذا كانت $\underline{ع} = \begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ٥ & د \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -٢ & ٠ \\ ٠ & -٢ \end{pmatrix}$ مصفوفة منفردة، فأوجِد قيمة د

هـ $\underline{ه} = \begin{pmatrix} س & ٢ص \\ -٣ & ٧ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ ٢ & -٢ \end{pmatrix}$، $\underline{ه}$ مصفوفة منفردة، اكتب ص بدلالة س

٧-٥ معكوس المصفوفة

تمارين ٧-٥

١) أوجِد إن أمكن معكوس كل من المصفوفات الآتية:

أ) $ي = \begin{pmatrix} -٢ & -٣ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$

ب) $ش = \begin{pmatrix} ٥ & ٢ \\ -٥ & -٣ \end{pmatrix}$

ج) $و = \begin{pmatrix} -٢ & ١ \\ ٧ & -٦ \end{pmatrix}$

د) $س = \begin{pmatrix} ٨ & -٤ \\ -٩ & ٥ \end{pmatrix}$

هـ) $ص = \begin{pmatrix} -٨ & -١٢ \\ ١٣ & ١٥ \end{pmatrix}$

و) $ع = \begin{pmatrix} ٦ & ١٠ \\ -٣ & -٥ \end{pmatrix}$

٢) المصفوفتان $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ -٤ & -٢ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٦ & ٤ \\ ٤ & ٢ \end{pmatrix}$

أ) أوجِد $أ^{-١}$

ب أوجِد $-ب^{-1}$

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السابعة

١) أوجِد $|\underline{ب}|$ إذا كانت $\underline{ب} = \begin{pmatrix} ٤ & -٦ \\ ٤ & ٧ \end{pmatrix}$

٢) أوجِد معكوس المصفوفة $\underline{ت} = \begin{pmatrix} ٦ & ١ \\ ١٣ & -٢ \end{pmatrix}$

٣) المصفوفتان $\underline{س} = \begin{pmatrix} ٧ & ٧ \\ ١١ & ١ \end{pmatrix}$ و $\underline{ص} = \begin{pmatrix} ٧ & -١١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$

أ) بيّن أن $|\underline{س}| = |\underline{ص}|$

ب) أوجد محدد كلٍّ من $\underline{س}^{-١}$ ، $\underline{ص}^{-١}$

ج) ناقش مع زميلك متوقعًا قيمة محدد $\underline{س}^{-١}\ \underline{ص}^{-١}$ ، أوجد $|\underline{س}^{-١}\ \underline{ص}^{-١}|$ ؛ ما مستوى دقة توقعكما؟

الوحدة الثامنة
التباديل والتوافيق Permutations and combinations

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٨–١ تحسب مضروب العدد باستخدام الحاسبة وبدون استخدامها.

٨–٢ تبسّط عبارات تتضمن مضروب العدد.

٨–٣ تحسب عدد التباديل لـ ر من العناصر من أصل ن من العناصر (حيث ر ⩽ ن).

٨–٤ تحسب عدد التباديل لـ ن من العناصر المختلفة، مع أو بدون عناصر متكررة (متشابهة).

٨–٥ تحسب عدد التوافيق لـ ر من العناصر من أصل ن من العناصر المختلفة.

٨–٦ تستخدم التباديل والتوافيق كتمثيلات لأمثلة من الحياة الواقعية وتفسرها.

٨–١ مضروب العدد

تمارين ٨–١

١) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\frac{١}{!٣} \times !٦$

ب) $\frac{١}{!٣ \times !٢} \times !٤$

ج) $٩ \times !٥ - ٢٧ \times !٤$

د) $\frac{١٥ \times !٩ - ١ \times !٨}{٥ \times !١٠}$

٢) مستطيل مساحته (!٥ – !٣) سم^{٢} وعرضه !٣ سم. أوجِد طول المستطيل.

٣) بيّن أن $\frac{!١٤}{!١٨} = \frac{!١٣}{!١٢ \times !١٧}$

٤) في مثلث قائم الزاوية طول الوتر وأحد ضلعي الزاوية القائمة هما $\sqrt[٧]{!١٧}$ ، $\sqrt[٧]{!٦}$ سم.
إذا كان طول الضلع الآخر للزاوية القائمة يعبر عنه بالصورة $\sqrt[٧]{(ب)!}$ ، فأوجد قيمتي أ ، ب

٨-٢ التباديل:

٨-٢ أ تباديل ن من العناصر المختلفة

تمارين ٨-٢ أ

١) كم عددًا مكونًا من ٧ أرقام يمكن كتابته باستخدام كل الأرقام ١، ٣، ٤، ٦، ٧، ٨، ٩؟

٢) تحضّر عائلة وجبة من ستة أطباق احتفاءً باستقبال ابنها العائد إلى الوطن. بكم ترتيب مختلف يمكن للعائلة أن تقدم أطباقها؟

٣) بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب الآتي:

أ ستّ ورود حمراء؟

ب أربع ورود صفراء؟

ج ستّ ورود حمراء وأربع ورود صفراء؟

٤) يبدأ ١٢٠ رياضيًّا سباق ماراثون. يخرج ثلاثة أرباعهم بالتحديد من السباق قبل الوصول إلى النهاية. بكم ترتيبًا مختلفًا يمكن للذين ينهون السباق أن يعبروا خط النهاية؟ أعطِ الناتج مقربًا إلى رقمَين معنويَّين. يمكنك افتراض أن اللاعبين يعبرون الخط كلّ بمفرده.

٨-٢ ب تباديل ن من العناصر بعضها متشابه

تمارين ٨-٢ ب

١) أوجِد عدد التباديل المختلفة لحروف العبارتَين الآتيتَين:

أ افتح يا سمسم (ا ف ت ح ي ا س م س م)

ب الريال العماني (ا ل ر ي ا ل ا ل ع م ا ن ي)

٢) أوجِد عدد الأعداد المكوّنة من عشرة أرقام والتي يمكن تكوينها من مجموعة الأرقام العشرة ١، ١، ٢، ٢، ٣، ٣، ٤، ٤، ٥، ٥

٣) نريد وضع أربع كناري وثلاثة عصافير موزّعة على سبعة أقفاص. اشرح أن عدد الطرائق التي يمكن بها القيام بهذا الأمر هو ١٧! = ٥٠٤٠ وليس $\frac{١٧!}{١٤! \times ١٣!}$ = ٣٥

٤) كتبت زهرة أربع قصائد وخمس قصص قصيرة، وسيتم نشرها جميعًا في كتاب واحد. بكم طريقة مختلفة يمكن وضع هذه القطع الأدبية في الكتاب؟

٥) تمّ وضع ٤ أحجار نرد منتظمة في صف على طاولة.

أ ما هو عدد التراتيب الممكنة للأرقام الأربعة الظاهرة على الأحجار؟

_____

_____

ب في كم واحدة من هذه التراتيب يكون لدينا أربعة أرقام زوجية ظاهرة؟

_____

_____

٨-٢ ج تباديل ن من العناصر المختلفة بوجود القيود

تمارين ٨-٢ ج

١) أوجِد عدد الأعداد المكوّنة من أربعة أرقام ويمكن تكوينها من الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، لمرة واحدة في الحالات الآتية:

أ لا توجد قيود.

ب الأعداد الناتجة المكوّنة من ٤ أرقام يجب أن تكون:

١) أقل من ٤٠٠٠

٢) زوجية

مساعدة

- تفيدنا 'أو' بأن نجمع عدد التراتيب.
- تفيدنا 'و' بأن نضرب عدد التراتيب.

٢) بكم طريقة يمكن ترتيب ٩ لعب في خط مستقيم، إذا وجب أن تكون اللعبة الكبرى في منتصف الترتيب؟

٣) ستذهب مجموعة من الكشافة المؤلفة من عشرة أولاد مع قائديهم في مسير بحيث يمشون في خطّ الواحد خلف الآخر. بكم طريقة يستطيعون فعل ذلك، إذا وجب أن يمشي القائدان أحدهما في أول الخط والثاني في آخره؟

٤) أوجِد عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة الأناناس (**ا ل ا ن ا ن ا س**) إذا:

أ لا توجد قيود.

ب وجب أن يبدأ الترتيب بحرفَي **ن** وينتهي بثلاثة أحرف **ا**.

٥) نريد عرض ٧ تفاحات و ٥ برتقالات وإجاصتَين في صف على عربة. إذا علمنا أن كل الحبّات متمايزة، فأوجِد عدد الطرائق الممكنة لترتيبها إذا:

أ لا توجد قيود.

ب وجب أن نضع إجاصة على طرفَي الترتيب.

٦) جمع عبدالله في السنة الماضية ١٢ عددًا من مجلة شهرية، ويريد وضع الواحدة فوق الأخرى بترتيب بجانب سريره. أوجِد عدد الطرائق التي يمكن بها فعل ذلك إذا كان:

أ عدد يناير في أسفل الترتيب وعدد ديسمبر في أعلاه.

ب عدد يناير ليس في أسفل الترتيب وعدد ديسمبر ليس في أعلاه.

٧) أوجِد عدد التباديل المختلفة التي يمكن كتابتها باستخدام الحروف (**ا ل ا ن ت هـ ا ك ا ت**)، إذا كان التبديل:

أ يبدأ وينتهي بحرف **ت**.

ب يبدأ وينتهي بالحرف نفسه.

٨-٢ د تباديل ن من العناصر مأخوذة ر في كل مرة

تمارين ٨-٢ د

١) أوجِد عدد التباديل في كل مما يأتي:

أ ٣ عناصر من ١٣ عنصرًا متمايزًا.

ب ١٧ عنصر من ١٩ عنصرًا متمايزًا.

٢) أوجِد عدد تراتيب خمسة أحرف من الأحرف السبعة أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و ، ز التي:

أ تنتهي بالحرف ز

ب لا تبدأ بالحرف ب

ج تتضمّن الحرف و

د لا تتضمّن الحرف ج

٣) أوجِد عدد الطرائق المختلفة التي يمكن بها ترتيب ثلاثة أحرف من كلمة الأمين (ا ل ا م ي ن) في صف إذا كان الترتيب:

أ يجب أن يبدأ وينتهي بالحرف نفسه.

ب لا يمكن أن يتضمّن أيًّا من حرفَي ا

٤) باستخدام أيّ من الأرقام ١، ٢، ٣ لأيّ عدد من المرات، أوجِد عدد الطرائق المتمايزة التي يمكن فيها كتابة أعداد مكوّنة من رقمَين.

٨-٣ التوافيق

تمارين ٨-٣

١) يتألف الجزء أ من ورقة اختبار من ٦ أسئلة، والجزء ب من ٨ أسئلة. أوجِد عدد الخيارات الممكنة لمرشح يريد الإجابة عن:

أ سؤالَين من الجزء أ أو ثلاثة أسئلة من الجزء ب

ب سؤالَين من الجزء أ و ثلاثة أسئلة من الجزء ب

ج أيّ من الأسئلة الثلاثة.

٢) أوجِد عدد الطرائق التي يمكن بها اختيار ثلاث بنات من مجموعة تتضمّن:

أ سبع بنات.

ب ثلاث فتيات وأربعة أولاد.

٣) أ بكم طريقة يمكن اختيار ٣ قطع نقدية فضية من بين ١٠ قطع نقدية فضية؟

ب بكم طريقة يمكن اختيار ٤ قطع نقدية ذهبية من بين ٨ قطع نقدية ذهبية؟

ج أوجِد عدد الطرائق التي يمكن بها اختيار ٣ قطع نقدية فضية و ٤ قطع نقدية ذهبية من حقيبة نقود تحتوي على ١٠ قطع نقدية فضية و ٨ قطع نقدية ذهبية.

٤) من بين ٢٠ رسالة و ١٠ طرود، أوجِد عدد الطرائق التي يمكننا بها اختيار:

أ ٩ رسائل.

ب ٥ طرود.

ج ٥ رسائل و ٩ طرود.

٥) من أصل مجموعة مكونة من ٥ رجال و ٦ نساء.

أ بكم طريقة يمكننا اختيار لجنة مؤلفة من ٥ أشخاص؟

ب أوجِد عدد هذه اللجان التي تتألف من:

١) ٣ رجال و ٣ نساء.

٢) عدد الرجال أقل من عدد النساء.

٦) يتألف فريق كرة قدم من حارس مرمى، و ٥ مدافعين، و ٥ مهاجمين. نريد اختيار ٣ من أعضاء الفريق للمشاركة في عشاء خيري. أوجِد عدد الطرائق التي يمكن بها إجراء الاختيار إذا:

أ وجب أن يكون الحارس أحد المختارين.

ب وجب اختيار أحد المدافعين على الأقل.

_____

_____

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثامنة

١) يبيع متجر عبوات اللبن بستّ نكهات. أوجد عدد الطرائق التي يمكن بها أن نختار ٣ عبوات من اللبن إذا:

أ وجب اختيار ٣ نكهات مختلفة.

ب وجب أن يتضمن الاختيار تحديدًا عبوة واحدة بنكهة الفراولة.

٢) أوجِد عدد التباديل المتمايزة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة متلابسات (**م ت ل ا ب س ا ت**) إذا:

أ لم توجد قيود.

ب وجب أن لا يبدأ الترتيب بنفس الحرفَين.

٣) توظف شركة بناء ٢٠ شخصًا للعمل في ٣ مشاريع، تتطلب مجموعات من ٨، ٧، ٥ عمال. بكم طريقة يمكن تعيين العمال العشرين في المجموعات الثلاث؟

٤) سيتم استخدام الأرقام ١، ٢، ٣ ، ٤، ٥، لمرة واحدة لكتابة عددَين. يجب أن يكون أحد الأعداد أكبر من ١٠٠ والآخر أقل من ١٠٠. حدد عدد الطرائق التي يمكن بها فعل ذلك إذا كان:

أ لا توجد قيود إضافية.

ب العدد الأصغر فردي.

٥) تمّ عرض ٣ مشاريع استثمار على مستثمر لديه مبلغ ٣٠٠٠٠ ريال عُماني للاستثمار. يجب أن يكون أيّ استثمار يقوم به من مضاعفات ١٠٠٠٠. بكم طريقة مختلفة يمكن للمستثمر أن يوزع أمواله إذا استخدمها كلها للاستثمار في مشروعَين من هذه المشاريع الثلاثة على الأقل؟

٦) عرض أستاذ موسيقى دروسًا مجانية لثلاثة طلاب من الصف الخامس وطالبين من الصف السادس. يمكن أن يتعلم أيّ منهم البيانو، أو الكمان أو الناي (المزمار).

بكم طريقة يمكنهم اختيار الآلة التي يرغبون في تعلمها؟

٧) تمّ رسم محورَين وتسميتهما حيث $-١٠ \geq س \geq ١٠$ ، $-١٠ \geq ص \geq ١٠$

تمّ وضع علامة نقطة الأصل (٠، ٠) واختيار نقطة مختلفة بإحداثيات من أعداد صحيحة بشكل عشوائي. رُسمت قطعة مستقيمة بين هاتَين النقطتَين.

ما عدد القطع المستقيمة المختلفة التي يمكن رسمها؟

الوحدة التاسعة
مفكوك ذات الحدَّين
Binomial expansions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٩–١ تستخدم مثلّث باسكال لتجد مفكوك $(أ + ب)^{ن}$ حيث ن عدد صحيح موجب.

٩–٢ تستخدم مفكوك $(أ + ب)^{ن}$، حيث ن عدد صحيح موجب، لإيجاد حد معيّن في مفكوك $(أ س + ب)^{ن}$ حيث تكون فيه قوى س محددة.

٩–٣ تستخدم الحدّ العام (الحدّ النوني) $\binom{ن}{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$، $٠ \leqslant ر \leqslant ن$.

٩–١ مفكوك ذات الحدَّين باستخدام مثلث باسكال

تمارين ٩-١

١) استخدم مثلث باسكال لتجد مفكوك كل مما يأتي:

أ $(١ + س)^{٤}$

ب $(٣ + س)^{٣}$

ج $(س + ص)^{٤}$

د $(١ - س)^{٥}$

هـ $(س + ص)^{٦}$

و $(ص + ٣)^{٤}$

ز $(أ - ب)^{٤}$

ح $(٣ص + س)^{٤}$

ط $(س - ٣ص)^{٤}$

مساعدة

تذكّر أن تُضمّن إشارة السالب في $(-س)$ ، $(-س)^{٢}$، وهكذا.

ي $(٣س - ٣)^{٤}$

ك $\left(س + \frac{٣}{س}\right)^{٢}$

ل $\left(س^{٣} - \frac{١}{٢س^{٢}}\right)^{٣}$

٢) أوجِد معامل $س^{٣}$ في مفكوك كل ذات الحدَّين في كل مما يلي:

أ $(٢ + س)^{٤}$

ب $(٣ - ٢س)^{٣}$

ج $(١ - ٢س)^{٤}$

د $(٣س - ٣)^{٥}$

هـ $\left(٤ - \frac{١}{٣}س\right)^{٤}$

مساعدة

تذكّر أن المعامل هو العدد المضروب في $س^{٣}$

٣) أوجِد مفكوك $(١ + س)^{٣}$.

٤) أوجِد الحدّ الخالي من س في مفكوك $\left(س^{٢} + \frac{٢}{س^{٢}}\right)^{٤}$.

مساعدة

عند إيجاد مفكوك ما، فإن أي حد ثابت (قيمة عددية، حدّ لا يحتوي على س) يكون خاليًا من س

٥) أوجِد الحدّ الخالي من س في مفكوك $\left(٢س^{٢} - \frac{١}{٢س}\right)^{٦}$.

٩-٢ مفكوك ذات الحدَّين باستخدام الحدّ العام

تمارين ٩-٢

١) اكتب كل صف من صفوف مثلث باسكال الآتية، مستخدمًا صيغة التوافيق:

أ الصف ٢

ب الصف ٦

ج الصف ٧

٢) استخدم نظرية ذات الحدَّين لتجد مفكوك كل مما يلي:

أ $(١ + س)^{٣}$

ب $(١ - ٢س)^{٣}$

ج $(٣ + س)^{٤}$

د $(أ - ٣ب)^{٤}$

هـ $(٢س + ٥ص)^{٤}$

و $\left(\frac{١}{٢}س - ٤\right)^{٤}$

ز $\left(٢ - \frac{س}{١٠}\right)^{٥}$

ح $\left(س^{٢} - \frac{١}{٢س^{٢}}\right)^{٥}$

٣) أوجد الحدّ الذي يتضمن $س^{٣}$ في كل ذات الحدَّين مما يأتي:

مساعدة

تذكّر أن تتضمّن إجابتك $س^{٣}$.

أ $(٣ + س)^{٥}$

ب $(٦ + س)^{٨}$

ج $(١ + ٣س)^{٦}$

د $(٣ - س)^{٩}$

هـ $(١٠ - ٢س)^{٧}$

و $(٤ - ٣س)^{١٠}$

٤) استخدم نظرية ذات الحدَّين لتوجد أول ثلاثة حدود في مفكوك كل ذات حدّين مما يأتي مرتّبة تنازليًّا بحسب قوى س:

أ $(٢س + ١)^{١٠}$

ب $(١ - ٢س)^{٨}$

ج $(١ - ٤س)^{٧}$

د $(٣ + ٣س)^{٦}$

هـ $(٣ - س)^{٨}$

و $\left(٢ + \frac{١}{٤}س\right)^{٨}$

ز $(٣ - س^{٢})^{٨}$

ح $(٢س - ٥ص)^{٩}$

٥) أوجِد أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $(١ + ٣س)^{٦}$.

٦) أوجِد أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $\left(١ + \frac{س}{٤}\right)^{١٢}$.

٧) اكتب أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $(١ - ٥س)^{٨}$.

٨) أوجد أول ثلاثة حدود مرتبة تنازليًّا بحسب قوى س في مفكوك $(٢س + ٣)^{٦}$.

٩) أوجِد معامل س في مفكوك ذات الحدَّين $\left(س - \frac{٢}{س}\right)^{٧}$.

١٠) أوجِد الحدّ الخالي من س في ذات الحدَّين $\left(س^{٢} + \frac{١}{٣س^{٢}}\right)^{٨}$.

مساعدة

عند إيجاد مفكوك ما، فإن أي حد ثابت (قيمة عددية، حدّ لا يحتوي على س) يكون خاليًا من س

تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة

١) أوجِد معامل $س^{٥}$ في مفكوك $(٣س - ٢)^{٨}$.

٢) بسّط $(٣ + ٢س)^{٣} - (٣ - ٢س)^{٣}$.

٣) أوجِد الحدود الأربعة الأولى مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $(١ + ٣س)^{٨}$.

٤) أوجِد مفكوك $(٢ + ٣س)^{٤}$.

٥) أوجِد أول ثلاثة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $(١ - ٢س)^{١٢}$.

٦) أوجِد معامل $أ^{٣} ب^{٤}$ في مفكوك $(٥أ + ب)^{٧}$.

٧) أوجِد الحدّ الخالي من س في مفكوك $\left(\text{س} - \frac{٢}{\text{س}^{٢}}\right)^{٩}$.

٨) أكمل المفكوك: $(٣\text{س} + ٢\text{ص})^{٤} = ٨١\text{س}^{٤} + ٢١٦\text{س}^{٣}\text{ص} + \ldots$

٩) أ) أوجِد أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك ذات الحدَّين $(١ + \text{ك س})^{٦}$، حيث ك عدد ثابت غير صفري.

ب) أوجِد قيمة ك علمًا بأن معامل س ومعامل $\text{س}^{٢}$ متساويان.

١٠) أوجِد نسبة معامل الحدّ الذي يتضمّن $\text{س}^{٥}$ إلى معامل الحدّ الذي يتضمّن $\text{س}^{٦}$ في مفكوك $(٢\text{س} + ٣)^{٢٠}$.

١١) معامل $\text{س}^{٢}$ في مفكوك $(١ + \text{ك س})^{٧}$ يساوي ٥٢٥ (ك عدد ثابت موجب).

أوجِد قيمة ك

تم بحمد الله

رقم الإيداع:
٢٠٢٣/٦٨١٤

طبع بالمطابع الفنية، سلطنة عُمان - هاتف: ٢٤٨١٤١٥٣

الرياضيات الأساسية

الصف الحادي عشر

كتاب النشاط

يتميز كتاب النشاط بمحتوى سهل يمكن استخدامه إلى جانب كتاب الطالب لمنهاج الرياضيات المتقدمة للصف الحادي عشر .

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة تتبع ترتيب الدروس الموجودة في كتاب الطالب.
- تمارين مراجعة نهاية الوحدة تحتوي على أسئلة تحاكي الاختبار، وتغطي جميع موضوعات الوحدة، ويمكن استخدامها للتحقق من فهم الطالب للموضوعات التي درسها.
- فقرات مساعدة تزودك بالنصائح والإرشادات لحل الأسئلة والتحقق من الإجابات.

يشمل منهج الرياضيات الأساسية للصف الحادي عشر أيضًا:

- كتاب الطالب.
- دليل المعلّم.

ISBN 978-99969-890-4-9
9 789996 989049 >

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

www.moe.gov.om