سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عمان 2040 Oman Vision
نتقدم بثقة Moving Forward with Confidence

الرياضيات الأساسية

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الأول

كتاب النشاط

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية
1445 هـ - 2023 م

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات الأساسية

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الأول

كتاب النشاط

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية 1445 هـ - 2023 م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS ، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف الحادي عشر – من سلسلة Cambridge international AS & A level Mathematics 1، للمؤلف موريل جايمز.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ١٢١ / ٢٠٢٢ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

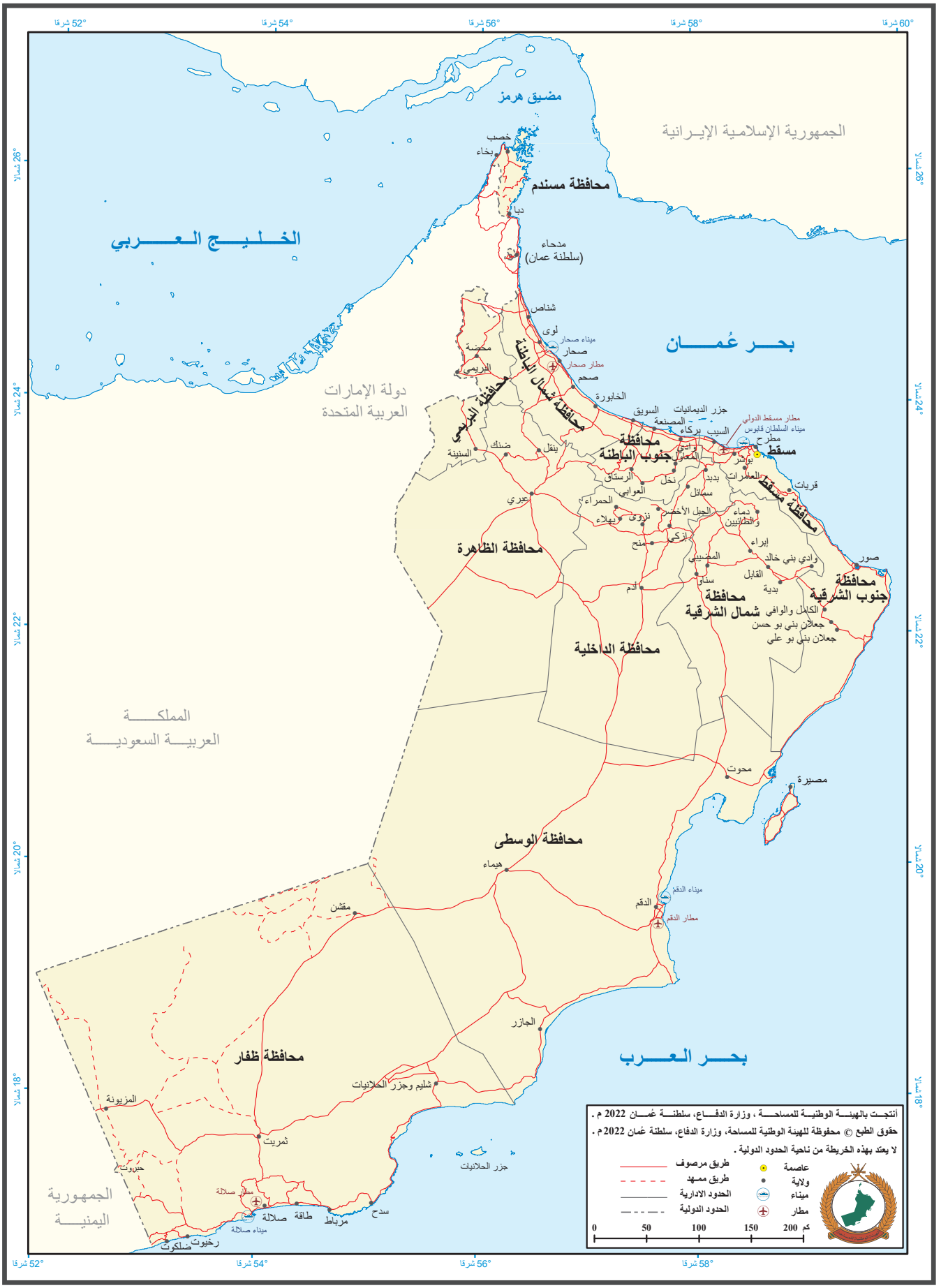
لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.

المغفور لـه
السلطان قابوس بن سعيد
- طيّب اللّه ثراه -

حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
- حفظه الله ورعاه -

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)



النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

كيف تستخدم هذا الكتاب؟ xii

الوحدة الأولى: المعادلات والمتباينات والدوال التربيعية

١–١ حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل ١٣

١–٢ القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالّة التربيعية ١٨

١–٣ المتباينات التربيعية ٢٢

١–٤ جذور المعادلة التربيعية ٢٧

١–٥ حل المعادلات الآنية (معادلة خطية ومعادلة تربيعية) ٣١

١–٦ التقاطع بين مستقيم ومنحنى الدالة التربيعية ٣٢

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الأولى ٣٥

الوحدة الثانية: الدوال

٢–١ تعريف الدوال ومجالها ومداها ٣٩

٢–٢ الدوال المركبة ٤٥

٢–٣ الدوال العكسية ٤٧

٢–٤ منحنى الدالة ومنحنى دالتها العكسية ٤٩

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثانية ٥٣

الوحدة الثالثة: المتتاليات والمتسلسلات

٣–١ المتتاليات الحسابية ٥٦

٣–٢ المتتاليات الهندسية ٦١

٣–٣ المتسلسلات الهندسية غير المنتهية ٦٥

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثالثة ٧١

الوحدة الرابعة: مقاييس النزعة المركزية

٤–١ مقاييس النزعة المركزية ٧٣

٤–٢ أ الحساب التقديري لمقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي والمنوال ٧٦

٤–٢ ب الحساب التقديري لمقاييس النزعة المركزية: الوسيط ٧٨

٤–٣ خصائص مقاييس النزعة المركزية ٨٢

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الرابعة ٨٥

الوحدة الخامسة: مقاييس التشتت

٥–١ المدى للبيانات المجمعة وغير المجمعة ٨٧

٥–٢ المدى الربيعي ٨٩

٥–٣ إيجاد القيم الدقيقة والتقديرية للتباين والانحراف المعياري ٩٣

٥–٤ خصائص مقاييس التشتت ٩٥

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الخامسة ٩٧

كيف تستخدم هذا الكتاب؟

سوف تلاحظ خلال هذا الكتاب ميزات خاصة تم تصميمها لتساعدك على التعلم. يؤمن هذا القسم صورة مختصرة لهذه الميزات.

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

١-١ تحلّ المعادلات التربيعية (متضمنة التي تحتاج إلى إعادة ترتيب) باستخدام التحليل إلى عوامل.

٢-١ تحلّ زوجًا من المعادلات الآنية التي تتضمّن معادلة خطّية ومعادلة تربيعية (التحليل إلى عوامل).

٣-١ تجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة التربيعية د: س ↦ أ س^{٢} + ب س + جـ ذات الجذر (الجذور) الحقيقية وباستخدام التماثل.

٤-١ تستخدم القيمة العظمى أو القيمة الصغرى لـ د(س) لرسم المنحنى حيث د(س) دالّة تربيعية.

٥-١ تجد مجموعة الحلول لمتباينات تربيعية.

٦-١ تستخدم المميز لتحديد عدد حلول د(س) = صفر حيث د(س) دالة تربيعية.

الأهداف التعليمية: تدل على المفاهيم المهمة في كل وحدة وتساعدك في تصفح الكتاب بطريقة منهجية.

مساعدة

للحصول على جذور حقيقية، يجب أن يكون
ب^{٢} − ٤أ جـ ⩾ ٠
(لاحظ رمز المتباينة)

مساعدة: مربعات تتضمن نصائح وإرشادات مفيدة حول الحسابات عن الإجابات أو التحقّق منها.

تمارين مراجعة نهاية الوَحدة الأولى

١) أ) حُلّ المتباينة (٢س + ١)(٣س − ١) > ١٤

ب) حُلّ المتباينة س^{٢} − ٣س + ٦ < ١٠

تمارين مراجعة نهاية الوحدة:

تحتوي مراجعة نهاية الوحدة على أسئلة تحاكي الاختبار تغطي جميع الموضوعات في الوحدة. يمكنك استخدام هذه الأسئلة للتحقق من فهمك للموضوعات التي درستها.

توجد في كل وحدة تمارين متعددة تحتوي على أسئلة تدريبية. تم تشفير هذه الأسئلة كالآتي:

- تركز هذه الأسئلة على حل المسائل.
- تركز هذه الأسئلة على البراهين.
- تركز هذه الأسئلة على التمثيل.
- يجب ألا تستخدم الآلة الحاسبة عند حل هذه الأسئلة.

الوحدة الأولى
المعادلات والمتباينات والدوال التربيعية
Equations, inequalities, and quadratic functions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

١-١ تحلّ المعادلات التربيعية (متضمنة التي تحتاج إلى إعادة ترتيب) باستخدام التحليل إلى عوامل.

٢-١ تحلّ زوجًا من المعادلات الآنية التي تتضمّن معادلة خطّية ومعادلة تربيعية (التحليل إلى عوامل).

٣-١ تجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة التربيعية د : س ↦ أ س^{٢} + ب س + جـ ذات الجذر (الجذور) الحقيقية وباستخدام التماثل.

٤-١ تستخدم القيمة العظمى أو القيمة الصغرى لـ د(س) لرسم المنحنى حيث د(س) دالّة تربيعية.

٥-١ تجد مجموعة الحلول لمتباينات تربيعية.

٦-١ تستخدم المميز لتحديد عدد حلول د(س) = صفر حيث د(س) دالة تربيعية.

٧-١ تحدد عدد الحلول لزوج من المعادلات الآنية تتضمّن معادلة تربيعية ومعادلة خطّية (التحليل إلى عوامل).

٨-١ تحدد ما إذا كان خط مستقيم ومنحنى تربيعي يلتقيان عند نقطة أو نقطتين أو لا يتقاطعان.

٩-١ تطبق وتفسر المعادلات والمتباينات والدوال التربيعية كتمثيلات رياضية في مواقف من الحياة اليومية، مثل المواقف الفيزيائية (الحركة)، التطبيقات التجارية (الربح، التكلفة، هكذا) والمواقف الفنّية والتصميم (رسم الأشكال والأنماط باستخدام المعادلات والمتباينات والدوال التربيعية كشكل أساسي).

١-١ حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل

تمارين ١-١

١) حلّ كلّ معادلة من المعادلات الآتية باستخدام التحليل إلى عوامل:

أ) ٣س^{٢} + ٢س = س^{٢} + ٣س + ٦

ب) ٢س^{٢} + ٣ = ١٧س − ٧ − س^{٢}

ج) ٩س^{٢} = ٢٤س − ١٦

د) ١٨س^{٢} = ٢س^{٢} − ٤٠س − ٢٥

هـ (س − ٣)(س + ٢) = ١٤

و (٢س + ٣)(س − ١) = ١٢

ز ٢س = ١١ + $\frac{٦}{س}$

ح ٣س + $\frac{٤}{س}$ = ٧

٢) حلّ كلّ معادلة من المعادلات الآتية (في معظم الحالات، يساعد ضرب المعادلة بالعبارة الجبرية المناسبة على تحويلها في صورة يمكنك التعامل معها):

أ س = ٣ + $\frac{١٠}{س}$

ب س + ٥ = $\frac{٦}{س}$

ج ٢ت + ٥ = $\frac{٣}{ت}$

د س = $\frac{١٢}{س + ١}$

هـ س − $\frac{١٢}{س + ٢}$ = $\frac{١}{٣}$

و $\frac{٢٠}{س + ٢}$ − ١ = $\frac{٢٠}{س + ٣}$

ز $\frac{١٢}{س + ١} - \frac{١٠}{س - ٣} = -٣$

ح $\frac{١٥}{٢س + ١} + \frac{١٠}{س} = \frac{٥٥}{٢}$

٣) حلّ المعادلة $(٢س - ٣)(س - ٥) = (س - ٣)^{٢}$

٤) حلّ المعادلة $\frac{٤٩}{(٥س + ٢)^{٢}} - \frac{١٤}{٥س + ٢} + ١ = ٠$

٥) ناتج ضرب عددَين زوجيّين موجبَين متتاليَين يساوي ١٦٨؛ استخدم هذه المعلومات لتكتب معادلة تربيعية، وحلّها لإيجاد هذَين العددَين الصحيحَين.

٦) ★ ينجز أحمد وسالم معًا مهمّة ما خلال ٤ أيام. إذا أراد سالم إنجاز المهمّة بمفرده، فإنه يحتاج إلى ٦ أيام إضافية أكثر ممّا يحتاج إليه أحمد لإنجاز المهمّة بمفرده. استخدم هذه المعلومات لكتابة معادلة، ثم حلّها لإيجاد الزمن الذي يحتاج إليه أحمد لإنجاز المهمّة بمفرده.

٧) حلّ كلّ معادلة من المعادلات الآتية باستخدام التحليل إلى عوامل:

أ) $\frac{٣س + ٢}{٢س - ١} = \frac{٥س + ٦}{س + ٤}$

ب) $\frac{٢}{٣س + ١} + \frac{٣}{١ - س} = \frac{١}{٢}$

ج) $\frac{٥}{س + ٣} + \frac{٧}{س - ١} = ٨$

د) $\frac{س^{٢} - ٥س - ٦}{س^{٢} - ١} = ٠$

٨) تمثّل المعادلة:

$$ر = ٣س^{٢} - ٢٠س$$

ربح (ر بآلاف الريالات العُمانية) مصنع، حيث س (بالمئات) كمية القطع المنتجة. كم قطعة يجب أن تباع ليكون الربح ٧٠٠٠ ريال عُماني؟

٩) تتمثّل المسافة الرأسية ع (بالأمتار) من سطح الأرض لسقوط حجر بالدالة

$$ع = ٤٠ - ٣ن - ن^{٢}$$

حيث ن الزمن (بالدقائق) منذ لحظة سقوط الحجر. ما الزمن المطلوب قبل أن يسقط الحجر على سطح الأرض؟

١-٢ القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة التربيعية

تمارين ١-٢

١) في كل حالة من حالات الدوال التربيعية الآتية:

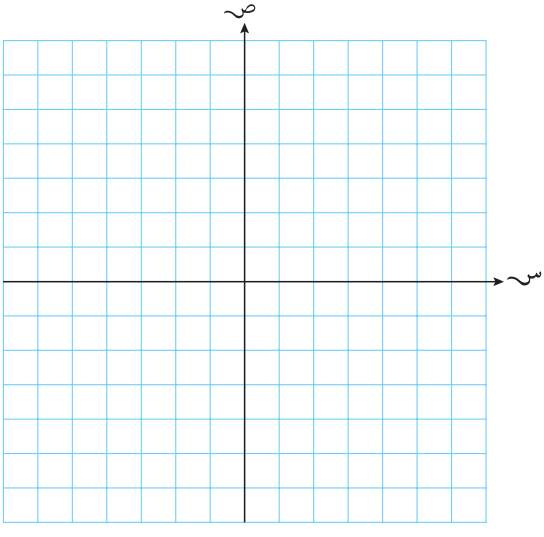
١) احسب الأجزاء المقطوعة من المحورَين السيني والصادي.

٢) حدّد ما إذا كان رأس المنحنى التربيعي قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

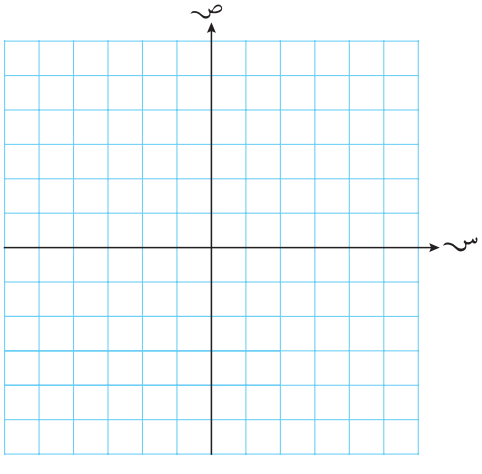
٣) ارسم المنحنى.

٤) احسب إحداثيات نقطة التحوّل وحدّدها على الرسم.

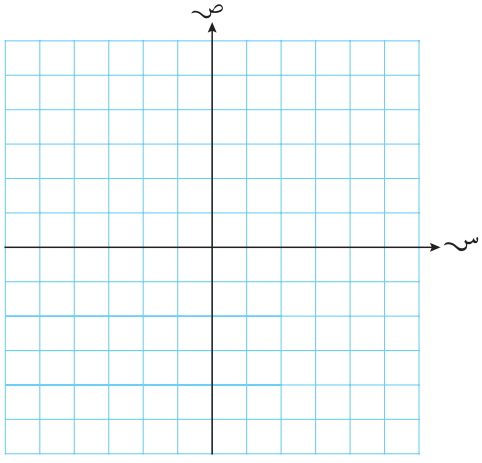
أ) $ص = س^{٢} + ٢س - ٢٤$



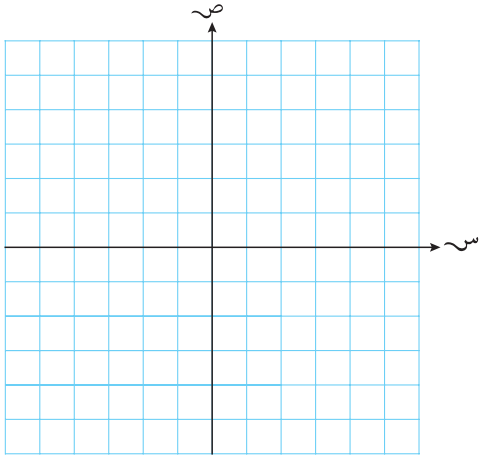
ب) $ص = ٤س - س^{٢}$



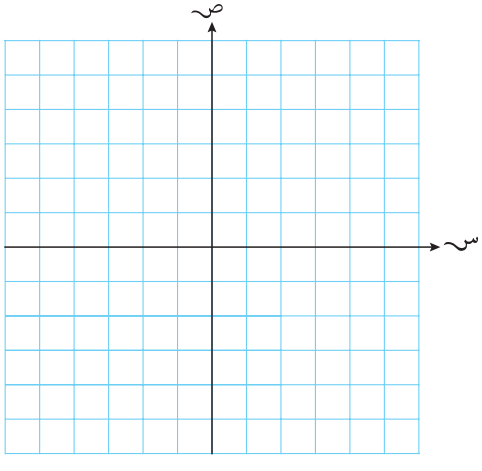
ج ص = (س + ٥)(س − ١)



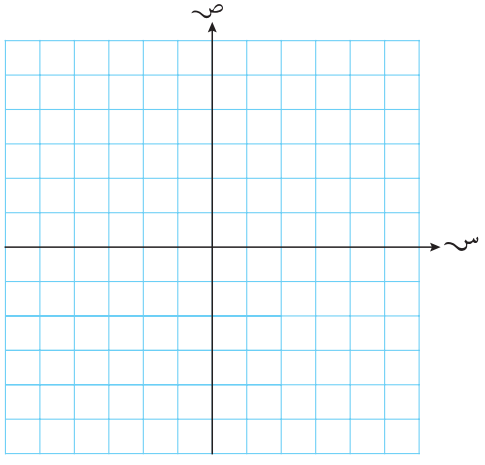
د ص = ٦ + س − س^{٢}



هـ ص = س^{٢} − ٢٥



و ص = ٢س^{٢} + ٣س − ٢



٢) احسب إحداثيات نقطة التحوّل لكل منحنى تربيعي من المنحنيات الآتية، واذكر ما إذا كانت نقطة عظمى أو نقطة صغرى:

أ ص = (س + ٣)(س − ٧)

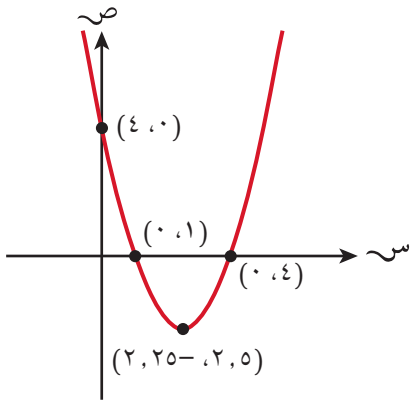
ب ص = س^{٢} + س − ٦

ج ص = س^{٢} − ٤س + ٤

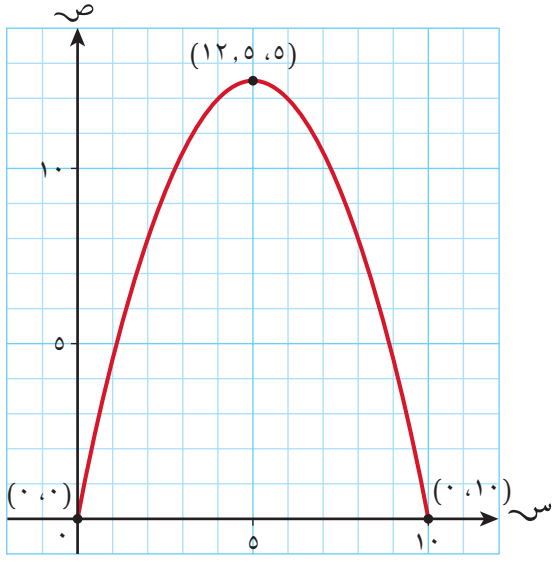
د ص = ٣٦ − س^{٢}

هـ ص = −(س + ٢)(س − ٥)

٣) رسمت إيمان الرسم المجاور (منحنى تربيعي).
ما هي المعادلة التربيعية التي تمثّل المنحنى؟



٤) يمثل الرسم المجاور مسار حجر. يعطي المحور الصادي المسافة الرأسية من سطح الأرض، ويعطي المحور السيني المسافة الأفقية من نقطة إسقاط الحجر. أوجِد معادلة مسار الحجر.



٥) تمثّل المعادلة

$$ر = ٢١س - ٧س^{٢}$$

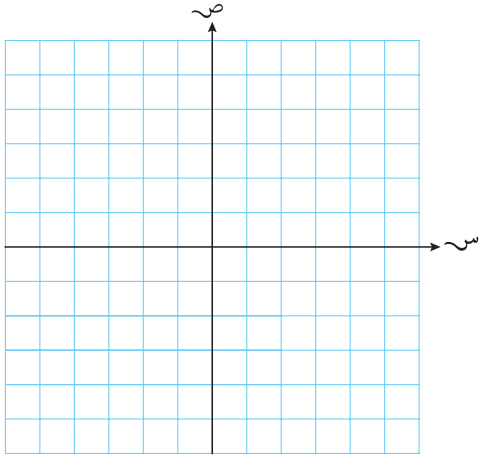
ربح (ر بآلاف الريالات العُمانية) شركة، حيث س (بالآلاف) كمّية القطع المباعة. احسب أكبر ربح ممكن أن تصل إليه الشركة، وعدد القطع التي يجب أن تباع للحصول على هذا الربح.

١-٣ المتباينات التربيعية

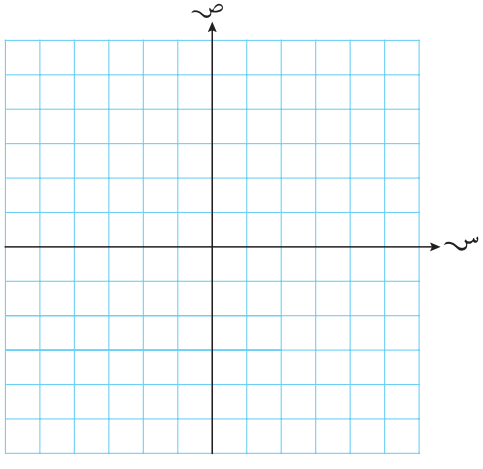
تمارين ١-٣

١) حُلّ كل متباينة من المتباينات الآتية:

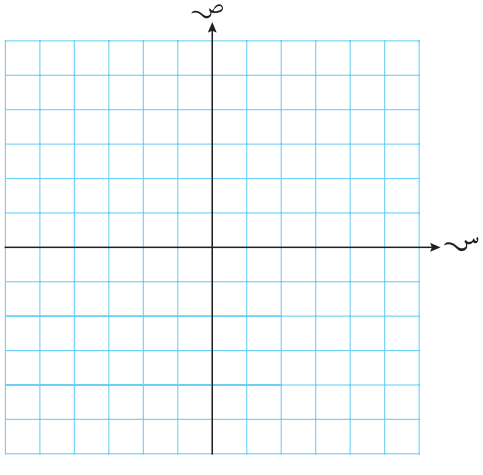
أ) $(س + ٦)(س - ٣) > ٠$



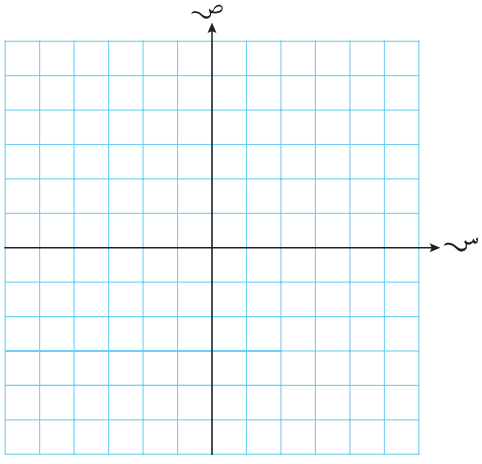
ب) $س(س + ٦) > ٠$



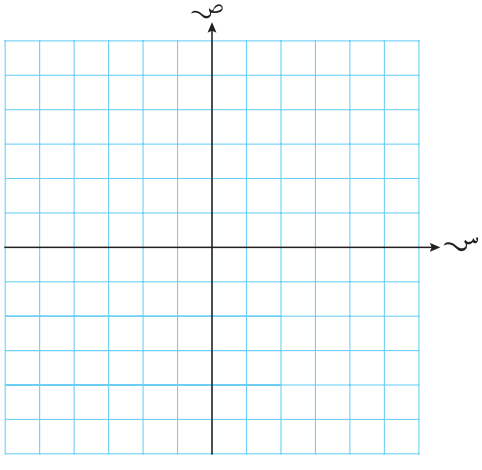
ج) $(٣س - ١)(س + ٤) \leq ٠$



د (٣ − ٢س)(٢س + ١) ⩾ ٠

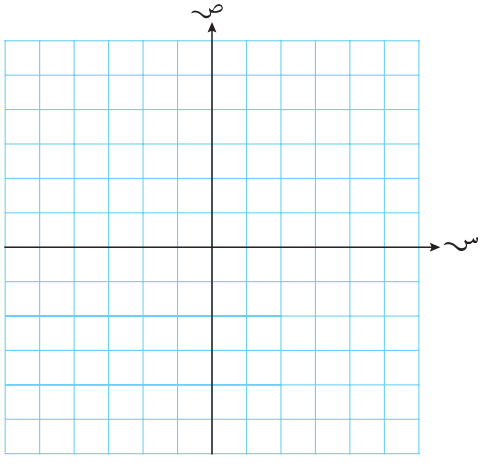


هـ س(٣ − ٤س) ⩽ ٠

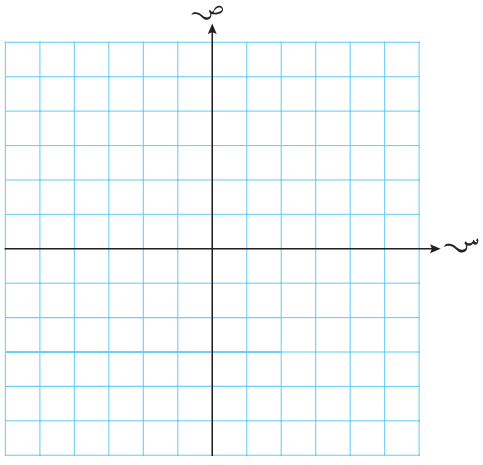


٢) حُلّ كل متباينة من المتباينات الآتية:

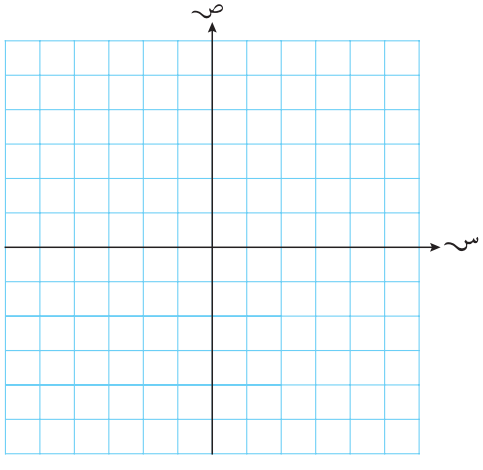
أ ٢س^{٢} − س − ٦ > ٠



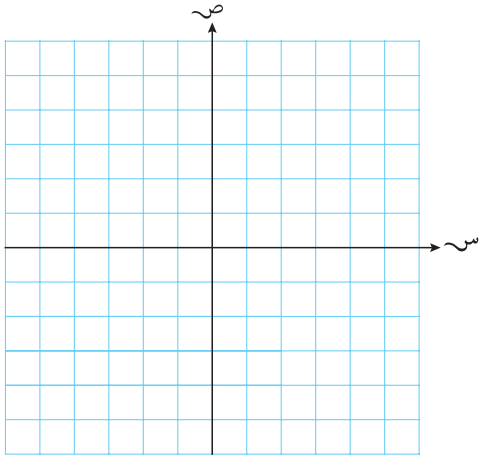
ب $٢س^{٢} - ٧س - ٤ \leqslant ٠$



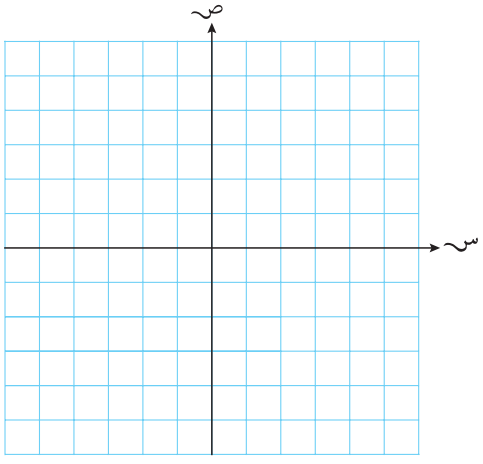
ج $٣س^{٢} + ٥س - ١٢ \geqslant ٠$



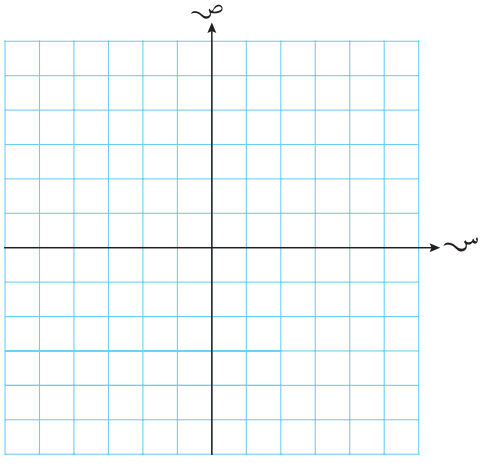
د $س(س + ٥) > ٦$



هـ $٤س^{٢} - ٩س \geqslant -٣ - س$



و $(٦ - س)(٣ - س) \geqslant ٤$



٣) يتمثّل إجمالي ربح شركة ر (بمئات آلاف الريالات العُمانية) بالدالة

$ر = ٢ + ٣س - ٢س^{٢}$

حيث س عدد الأشهر منذ أن بدأت الشركة بالعمل في السنة الأولى. متى بدأت الشركة تجني أرباحًا؟

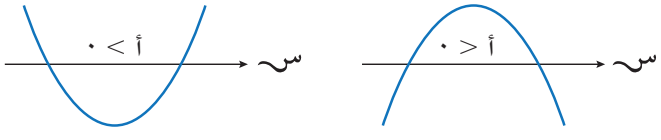
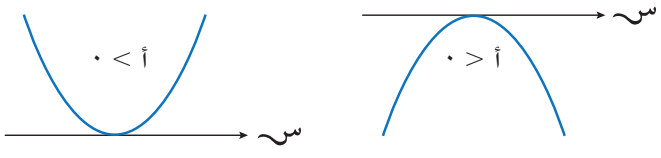
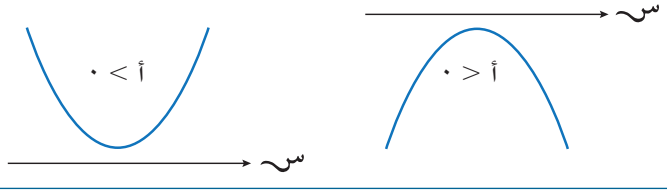
٤) تمثّل الدالة

$$ع = ٩ + ٥ن - ن^{٢}$$

ارتفاع حجر ع (بالمتر) فوق سطح الأرض، حيث ن الزمن بالثواني منذ أن بدأ الحجر بالسقوط. متى كان ارتفاع الحجر فوق ٣ م عن سطح الأرض؟

١-٤ جذور المعادلات التربيعية

- الصيغة التربيعية للمعادلة التربيعية أس^{٢} + ب س + جـ = ٠، س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤جـأ}}{٢أ}$
- المميز = ب^{٢} − ٤أجـ
- تدل إشارة المميز (موجبة أو صفر أو سالبة) على عدد الجذور الحقيقية في المعادلة التربيعية.

المميّز ب^{٢} − ٤أجـ	نوع جذور المعادلة أس^{٢} + ب س + جـ	شكل منحنى الدالة ص = أس^{٢} + ب س + جـ
< ٠	جذران حقيقيّان مختلفان	يقطع المنحنى المحور السيني في نقطتَين مختلفتَين. 
= ٠	جذران حقيقيّان متساويان (جذر حقيقي واحد مكرّر)	يمسّ المنحنى محور السينات في نقطة واحدة. 
> ٠	لا توجد جذور حقيقيّة	يقع المنحنى فوق محور السينات أو تحت محور السينات بشكل كامل. 

تمارين ١-٤

١) حدّد ما إذا كان لكل معادلة من المعادلات الآتية جذران حقيقيان مختلفان، أو جذران حقيقيان متساويان، أو لا توجد جذور لها:

أ) $س^{٢} + ٣س + ٣ = ٠$

ب) $س^{٢} + ٢س - ١١ = ٠$

ج) $س^{٢} + ٢س + ١ = ٠$

د) $س^{٢} - ٣س + ٤ = ٠$

هـ) $٢س^{٢} - ٧س + ٣ = ٠$

و) $٥س^{٢} + ٩س + ٤ = ٠$

ز) $٣س^{٢} + ٤٢س + ١٤٧ = ٠$

ح) $٥س^{٢} - ٣س + ٩ = ٠$

ط) $٤س^{٢} - ٢٠س + ٢٥ = ٠$

مساعدة

للحصول على جذور حقيقية، يجب أن يكون
$ب^{٢} - ٤أجـ \geq ٠$
(لاحظ رمز المتباينة)

٢) أوجِد قيمة ك علمًا بأنه لا يوجد جذور حقيقية لكل معادلة من المعادلات الآتية:

أ) $س^{٢} + ك س + ٩ = ٠$

ب) $ك س^{٢} - ٣س + ٥ = ٠$

ج) $ك س^{٢} - ٥س + ٧ = ٠$

مساعدة

للحصول على جذور حقيقية، يجب أن تكون
$ب^{٢} - ٤أ جـ \leq ٠$
(لاحظ إشارة المتباينة)

٣) أوجد قيمة ك في كل معادلة من المعادلتين الآتيتين علمًا بأن لكل معادلة جذران حقيقيان:

أ) $س^{٢} + ٣س + ك = ٠$

ب) $ك س^{٢} - ٢س - ٧ = ٠$

٤) أوجِد علاقة بين أ و ب إذا كان جذرا المعادلة $أس^{٢} + ب س + ١ = ٠$ متساويَين.

٥) أوجِد قيمة ك إذا كان للمعادلة $٣س^{٢} + ٢س + ك = ٠$ جذران مكرّران (متساويان).

٦) أوجِد قيم العدد ك علمًا أن للمعادلة $(٥ك + ١)س^{٢} - ٨ك س + ٣ك = ٠$ جذرَين حقيقيَّين متساويَين.

٧) إذا علمت أن الفرق بين جذرَي المعادلة $س^{٢} + أس + (أ + ٢) = ٠$ يساوي ٢، فأوجد القيم الممكنة للعدد الثابت أ، ثم أوجِد جذرَي المعادلة.

٨) يتمثّل الربح الإجمالي لشركة ر (بمئات آلاف الريالات العُمانية) بالمعادلة

$$ر = ٢ + ٣س + ٢س^{٢}$$

حيث س عدد الأشهر منذ بدأت الشركة بالعمل في السنة الأولى. هل عانت الشركة خسائر منذ تأسيسها؟

٩) يتمثّل مسار سيارة تسير في اتجاه محدد حول إحدى نقاط التفتيش بالمعادلة

$$ص = س^{٢} - ٦س - ١٠$$

حيث تؤخذ إحداثيات النقاط بالاعتماد على أن نقطة التفتيش هي نقطة الأصل (٠، ٠). يوجد حاجز عند المستقيم ص = -١٩؛ هل تصطدم السيارة بالحاجز؟

١-٥ حل المعادلات الآنية (معادلة خطية ومعادلة تربيعية)

تمارين ١-٥

١) حُلّ كل زوج من أزواج المعادلات الآنية الآتية:

أ) $ص = س^{٢} + ٣س + ٢$

$ص = ٢س + ٨$

ب) $ص = ٣س^{٢} - ٨س$

$ص = ٣س + ٤$

٢) فكّرت سارة في عددين موجبين الفرق بينهما ١٢ ومجموع مربع العدد الأول وضعف العدد الثاني يساوي ٢٠٠ فما هما هذان العددان؟

١-٦ التقاطع بين المستقيم والمنحنى التربيعي

تمارين ١-٦

١) يقطع المستقيم ص − ٢س + ٣ = ٠ المنحنى ص = س^{٢} − ٢س في النقطتَين ا، ب؛ أوجِد إحداثيات ا، ب

٢) يتقاطع المستقيم ص = م س − ١ والمنحنى ص = س^{٢} + ن س − ٥ في النقطتَين ا(٤، −٥)، ب؛ أوجد قيم م، ن وإحداثيات النقطة ب

٣) بيّن أن المستقيم ص = ٣س − ٣ والمنحنى ص = ٣س^{٢} + ٧س + ٢ لا يتقاطعان.

٤) أوجد نقاط تقاطع المنحنى ص = س^{٢} − ٤س + ٣ مع محور السينات.

٥) أوجِد قيم ك عندما يكون المحور السيني مماسًا للمنحنى ص = س^{٢} + (٢ − ك)س − (٢ك − ١).

٦) أوجِد قيم العدد الثابت جـ حيث يكون المستقيم ص = س + جـ مماسًا للمنحنى ص = ٢س + $\frac{٤}{س}$

٧) المستقيم ص = س + ك مماس للمنحنى س^{٢} + ٣س ص + ٩ = ٠

أ أوجِد القيم الممكنة للعدد ك

ب لكل قيمة من القيم التي وجدتها في الجزئية (أ)، أوجِد إحداثيات نقطة اتصال المماس مع المنحنى.

٨) أوجِد مجموعة قيم ك حيث يتقاطع المستقيم ص = ك − ٢س مع المنحنى ص = س^{٢} − ٨س + ٤ في نقطتَين مختلفتَين.

٩) أوجِد مجموعة قيم م حيث لا يتقاطع المستقيم ص = م س − ٣ مع المنحنى ص = س^{٢} − ٥س + ٦

١٠) أوجِد القيم الممكنة للعدد م عندما يكون المستقيم ص = م س + ٤ مماسًا مع المنحنى ص = س^{٢} − ٣س + ٥

تمارين مراجعة نهاية الوَحدة الأولى

١) أ حُلّ المتباينة (٢س + ١)(٣س − ١) > ١٤

ب حُلّ المتباينة س^{٢} − ٣س + ٦ > ١٠

٢) أوجِد مجموعة قيم س حيث ٢س^{٢} + ١٤س + ٢٠ ≥ (س − ٣)(س + ٢).

٣) أوجد مجموعة قيم س حيث جذور المتباينة ٢س^{٢} + ١٤س + ٢٠ ≥ (س − ٣)(س + ٢) حقيقية ومختلفة.

٤) أوجِد مجموعة قيم س حيث ٢س(س + ٣) > (س + ٢)(س + ٣).

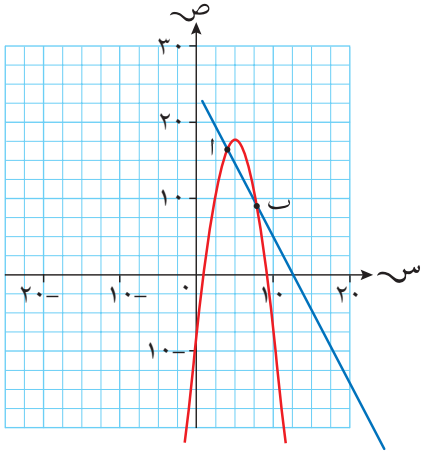
٥) إذا علمت بأن د(س) = ٤س^{٢} − ٧س + ٣، س ∈ ع:

أ فأوجِد الأجزاء المقطوعة من المحور السيني.

ب اكتب قيمة س حيث د(س) قيمة صغرى، وحدّد القيمة الصغرى لـ د(س).

ج فأوجِد مجموعة قيم س حيث د(س) > ٥

٦) يبيّن الشكل المجاور جزءًا من المنحى ص = ف + ١٠س – س^{٢} (حيث ف عدد ثابت) والمستقيم ص = ل س + ٢٥ (حيث ل عدد ثابت). الإحداثيان السينيان للنقطتَين ا، ب هما ٤، ٨ على التوالي. أوجِد قيمة كل من ف، ل



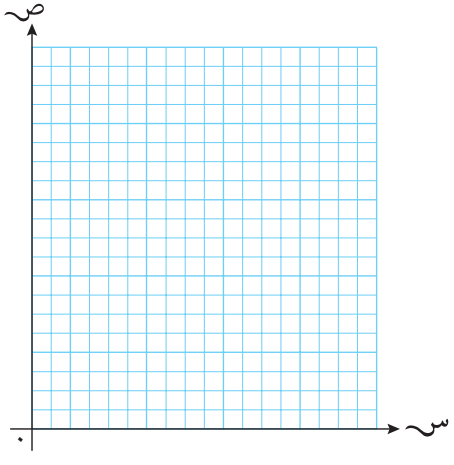
٧) إذا علمت أن للمعادلة ٤س^{٢} – ك س + (ك – ٣) = ٠، حيث ك عدد ثابت جذور حقيقية:

أ فأوجِد مجموعة القيم الممكنة للعدد ك

ب إذا تساوى جذور المعادلة، فأوجِد القيم الأصغر للعدد ك

ج حُلّ المعادلة ٤س^{٢} – ك س + (ك – ٣) = ٠ باستخدام قيمة ك التي حصلت عليها في الجزئية (ب).

٨) إذا علمت ان الدالة د(س) = ٦ + ٥س – س^{٢}



أ ارسم على المستوى الإحداثي المجاور منحنى ص = د(س) مبينًا إحداثيات النقاط حيث يتقاطع المنحنى مع المحورَين.

ب أوجد إحداثيات نقطة التحول واذكر نوعها.

٩) يعتمد الربح ر (بآلاف الريالات العُمانية) في إحدى الشركات على كمّية الإنتاج جـ (بالمئات) المبيعة ويتمثّل بالمعادلة

ر = ١٣جـ – جـ^{٢}

تريد الشركة تحقيق أرباح لا تقلّ عن ٤٢٠٠٠ ريال عُماني. أوجِد كمّية الإنتاج التي يجب بيعها للحصول على هذا الربح.

١٠) تمّ رمي كرة في الهواء. يمكن تمثيل ارتفاعها ع (بالأمتار) بالمعادلة

$$ع = ١٠ + ٣ن - ن^{٢}$$

حيث ن الزمن بالدقائق منذ رمي الكرة في الهواء. ما أعلى ارتفاع يمكن أن تصل إليه الكرة؟

١١) تمّ بناء غرفة مساحتها (م) وتتمثّل بالمعادلة

$$م = ٢٤س - س^{٢}$$

حيث س، (٢٤ – س) بُعدا الغرفة بالأمتار. أوجِد أكبر مساحة ممكنة للغرفة، ثم أوجِد بُعدَي الغرفة.

الوحدة الثانية
الدوال
Functions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٢-١ تفهم المصطلحات الدالة، المجال، المدى، الدالة واحد إلى واحد، واحد إلى متعدد، متعدد إلى واحد، الدالة العكسية، تركيب دالتَين.

٢-٢ تستخدم الصيغ د(س) = أس^{٢} + ب س + جـ، د : س ← أس^{٢}، د$^{-١}$(س) و (هـ ○ س)(س) = هـ(د(س)).

٢-٣ تحدّد مدى دالة معطاة في حالات بسيطة حيث مجالها محدّدٌ مثل الدوال الخطية والتربيعية والدوال التبادلية البسيطة (التي يكون فيها البسط والمقام دوال خطية).

٢-٤ تشكّل الدوال المركّبة (باستخدام الدوال الخطّية والتربيعية والدوال الجذرية مثل د(س) = $\sqrt{(\text{أس} + \text{جـ})}$ والدوال النسبية).

٢-٥ تتذكّر وتستخدم ويفسّر وجود الدالة العكسية د$^{-١}$(س) في حالة أنّ الدالة د(س) هي دالة واحد إلى واحد.

٢-٦ تجد الدالة العكسية للدالة واحد إلى واحد (الدوال الخطّية والتربيعية والدوال الجذرية مثل د(س) = $\sqrt{(\text{أس} + \text{جـ})}$ والدوال النسبية).

٢-٧ تستخدم التمثيلات البيانية لتبين العلاقة بين الدالة ودالتها العكسية.

٢-٨ تطبق وتفسر الدوال (باستخدام كثيرات الحدود الخطّية والتربيعية، الجذور التربيعية والدوال النسبية) كتمثيلات رياضية في مواقف من الحياة اليومية، مثل التمويل والطقس والأسواق العالمية والتصنيع.

٢-١ تعريف الدوال ومجالها ومداها

تمارين ٢-١ أ

١) حدّد ما إذا كانت كل علاقة من العلاقات الآتية واحدًا إلى واحد، أو متعدّدًا إلى واحد، أو واحدًا إلى متعدّد:

أ) س ← ٢س + ٥، س ∈ ع

ب) س ← ٢س^{٢} − ٤، س ∈ ع

ج) س ← ٣س^{٣} + ١، س ∈ ع

د) س ← ٢$^{\text{س}}$ + ٢، س ∈ ع

هـ) س ← $\frac{٥}{\text{س}}$، س < ٠

و) س ← س^{٢} + ٣، س ⩽ ٠

ز) س ← $\frac{١٤}{١ - \text{س}}$، س ∈ ع، س ≠ ١

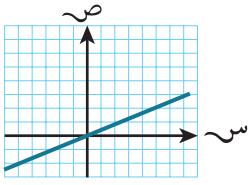
ح) س ← ± س، س ∈ ع، س ⩽ ٦

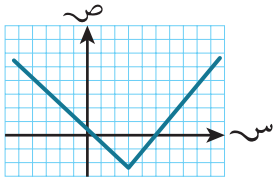
مساعدة

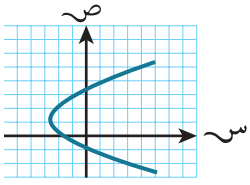
إذا رسمنا كل المستقيمات الرأسية الممكنة على منحنى العلاقة، يمكن للعلاقة أن:

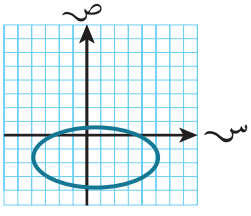
- تكون دالة إذا تقاطع كل مستقيم مع المنحنى مرّة واحدة على الأكثر.
- لا تكون دالة إذا تقاطع أحد المستقيمات مع المنحنى أكثر من مرّة.

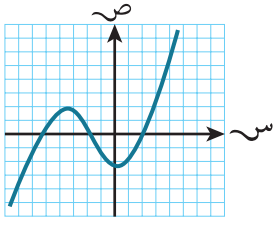
٢) لكل منحنى من المنحنيات الآتية، اكتب ما إذا كان يمثّل دالة أم لا:

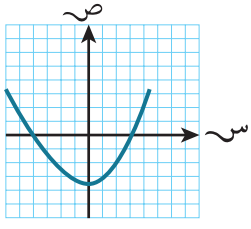
أ 

ب 

ج 

د 

هـ 

و 

٣) مجال كل دالة من الدوال الآتية هو مجموعة الأعداد الحقيقية ع
حدّد أيًّا منها دالة واحد إلى واحد:

أ د: س ← ٣س + ٤

ب د: س ← س^{٢} + ١

ج د: س ← س^{٢} − ٣س

د د: س ← ٥ − س

هـ د: س ← جتا(س°)

و د: س ← س^{٣} − ٢

ز د: س ← $\frac{١}{٢}$س − ٧

ح د: س ← $\sqrt{٧س^{٢}}$

ط د: س ← س(س − ٤)

ي د: س ← س^{٣} − ٣س

ك د: س ← س^{٩}

ل د: س ← $\sqrt{٧س^{٢} + ١}$

مساعدة

قد ترغب في استخدام برمجيات الرسم لتكتشف الدوال في التمارين ٢، ٣، ٤

٤) حدد فيما إذا كانت كل دالة من الدوال الآتية واحدًا إلى واحد أم لا:

أ د: س ← س^{٢}، س > ٠

ب د: س ← جتا(س°)، −٩٠° ≤ س ≤ ٩٠°

ج د: س ← ١ − ٢س، س > ٠

د د: س ← س(س − ٢)، ٠ < س < ٢

هـ د : س ← س(س − ٢)، س > ٢

و د : س ← س(س − ٢)، س < ١

ز د : س ← $\sqrt{س}$، س < ٠

ح د : س ← س^{٢} + ٦س − ٥، س < ٠

ط د : س ← س^{٢} + ٦س − ٥، س > ٠

ي د : س ← س^{٢} + ٦س − ٥، س < −٣

٥) ارسم مخطط العلاقة لكل موقف من المواقف الآتية، وصف العلاقة:

أ الأشخاص الذين حجزوا مقاعدهم على الحافلة، والمقاعد في الحافلة.

ب مشاهدة السيارات التي تمر في الطريق، ولون السيارات.

تمارين ٢-١ ب

١) حدّد أيًّا من هذه العلاقات هي دوال، وما نوع هذه الدوال:

أ) س ← ٣س − ١، س ∈ ع

ب) س ← ٢س^{٢} + ٢، س ∈ ع

ج) س ← ٢ − س^{٣}، س ∈ ع

د) س ← ٣^{س}، س ∈ ع

هـ) س ← $\frac{-٤}{س}$، س ∈ ع، س > ٠

و) س ← $\sqrt[٣]{س}$، س ∈ ع، س ⩽ ٠

مساعدة

قد ترغب في استخدام برمجيات الرسم لتكتشف الدوال في التمرين ١

٢) أوجِد مدى كل دالة من الدوال الآتية:

أ) د(س) = (س − ٢)(س + ٦) حيث س ∈ ع

ب) د(س) = ٢س^{٢} − ٧س + ٥ حيث س ∈ ع

ج) د(س) = (س − ٤)^{٢} حيث −١ ⩾ س > ٦

د) د(س) = ٦س^{٢} + ٧س − ٣ حيث س ⩽ ٢

٣) إذا كانت د(س) = س^{٢} − ٤، س ∈ ع، أ ⩾ س ⩾ ب

فأوجِد قيمة أ، إذا علمت أن مدى الدالة د هو −٤ ⩾ د(س) ⩾ ٥

٤) أوجد مدى كل دالة من الدوال الآتية:

أ) د(س) = س − ٩ حيث −٢ ⩽ س ⩽ ٨

ب) د(س) = ٢س − ٢ حيث ٠ ⩽ س ⩽ ٦

ج) د(س) = ٧ − ٢س حيث −٣ ⩽ س ⩽ ٥

د) د(س) = ٢س^{٢} حيث −٤ ⩽ س ⩽ ٣

هـ) د(س) = ٣^{س} حيث −٤ ⩽ س ⩽ ٣

و) د(س) = $\frac{-١}{س}$ حيث ١ ⩽ س ⩽ ٦

٥) تعتمد شركة سيارات أجرة (تاكسي) على دفع مبلغ ثابت قيمته ١,٥٠ ريال عُماني إضافة إلى ٠,٢٠ ريال عُماني عند كل اجتياز مسافة كيلومتر واحد.

أ) اكتب دالة الكلفة ك لإيجار السيارة إذا اجتازت مسافة س كيلومتر.

ب) اكتب مجال الدالة ك(س) ومداها.

٦) يبيّن التمثيل البياني المجاور الضريبة الجديدة التي يدفعها أحمد الآن.

أ ما مجال الدالة؟ وما مداها؟

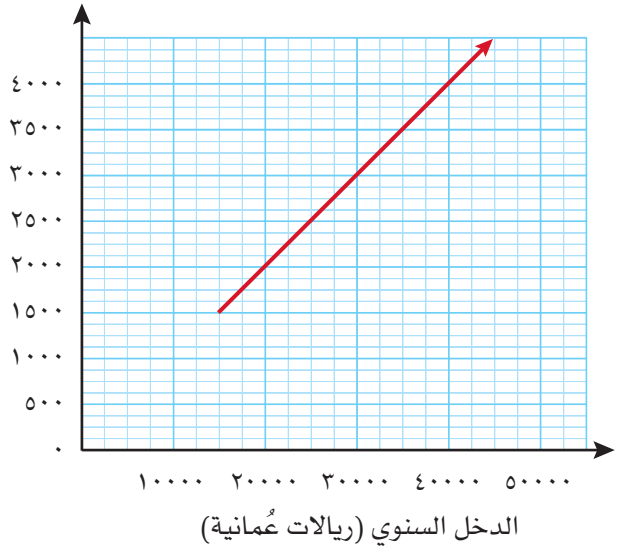
_____

_____

ب فسّر المجال في سياق المسألة.

_____

_____



٢-٢ الدوال المركبة

تمارين ٢-٢

١) أوجِد كل قيمة من القيم الآتية، علمًا أن د: س ← ٥ − س، هـ: س ← $\frac{٤}{\text{س}}$ ، حيث س ∈ ع، س ≠ ٠ أو ٥:

أ (د ○ د)(٧)

ب (د ○ د)(−١٩)

ج (هـ ○ هـ)(١)

د (هـ ○ هـ)$\left(\frac{١}{٢}\right)$

مساعدة

لإيجاد هـ ○ د، يجب أن يكون مدى الدالة د مجموعة جزئية من مجال الدالة هـ

٢) أوجِد كل دالة مركّبة من الدوال الآتية، علمًا أن د: س ← ٢س + ٥، هـ: س ← س^{٢}، ع: س ← $\frac{١}{\text{س}}$، حيث س ∈ ع، س ≠ ٠ أو $-\frac{٥}{٢}$:

أ د ○ هـ

ب هـ ○ د

ج د ○ ع

د ع ○ د

هـ د ○ د

و ع ○ ع

٣) إذا كانت د: س ← س + ٤، هـ: س ← ٣س، ع: س ← س^{٢}، حيث س ∈ ع؛ اكتب كل دالة من الدوال الآتية بدلالة الدوال د، هـ، ع إن أمكن:

أ س ← س^{٢} + ٤

ب س ← ٣س + ٤

ج س ← س^{٤}

د س ← ٩س^{٢}

هـ س ← ٣س + ١٢

و س ← س^{٢} + ٨س + ١٦

٤) إذا كانت د : س ← س^{٢}، هـ : س ← ٣س − ٢، حيث س ∈ ع؛ في كل حالة من الحالات الآتية، أوجِد كلًّا من أ، ب، جـ:

أ (د ○ هـ)(أ) = ١٠٠ ب (هـ ○ هـ)(ب) = ٥٥ ج (د ○ هـ)(جـ) = (هـ ○ د)(جـ)

_____ _____ _____

_____ _____ _____

_____ _____ _____

٥) أوجِد القيم الممكنة للعددَين أ، ب علمًا أن د : س ← أس + ب، د(٢) = ١٩، (د ○ د)(٠) = ٥٥

_____

_____

٦) إذا كانت الدالتان د، هـ معرفتَين لكل قيم س الحقيقية:

هـ(س) = س^{٢} + ٧ ، (هـ ○ د)(س) = ٩س^{٢} + ٦س + ٨

فأوجد العبارات الممكنة للدالة د(س).

_____

_____

٧) تمثّل الدالة أدناه دالة الكلفة ك(ن) لإنتاج ن سلعة: ك(ن) = ١,٨ + ٢ن

لكل س ريال عُماني تمّ صرفه، يتمّ احتساب الربح باستخدام الدالة ر(س) = ٠,٤ س

أوجِد (ر ○ ك)(ن).

_____

_____

٨) تمثّل الدالة المعطاة الارتفاع فوق مستوى سطح البحر ع (بالأمتار) لمتسلق جبال حيث كان يتسلق لمدة ن ساعة: ع(ن) = ٢٠ن + ٥٠٠؛ كما أن درجة الحرارة د (بالدرجة السيليزية) لكل س متر فوق سطح البحر تتمثّل بالدالة:

$$د(س) = \frac{٢س}{٣٠٠} - ٢٢$$

أوجِد (د ○ ع)(ن).

_____

_____

_____

٢-٣ الدوال العكسية

مساعدة

- لتتواجد الدالة العكسية د$^{-١}$، يجب أن تكون الدالة د واحدًا إلى واحد.
- قبل إيجاد الدالة العكسية للدالة، تأكد من الشروط المتوجبة على مجال الدالة ومداها ودالتها العكسية.

تمارين ٢-٣

١) أوجِد الدالة العكسية لكل دالة من الدوال الآتية:

أ) د: س ← ٦س + ٥، س ∈ ع

ب) د: س ← $\frac{\text{س} + ٤}{٥}$ ، س ∈ ع

ج) د: س ← ٤ − ٢س، س ∈ ع

د) د: س ← $\frac{٢\text{س} + ٧}{٣}$ ، س ∈ ع

هـ) د: س ← ٢س^{٣} + ٥، س ∈ ع

و) د: س ← $\frac{١}{\text{س}}$ + ٤، س ∈ ع، س ≠ ٠

ز) د: س ← $\frac{٥}{\text{س} - ١}$ ، س ∈ ع، س ≠ ١

ح) د: س ← (س + ٢)^{٢} + ٧، س ∈ ع، س ≤ −٢

ط) د: س ← (٢س − ٣)^{٢} − ٥، س ∈ ع، س ≤ $\frac{٣}{٢}$

٢) أوجِد الدالة العكسية لكل دالة من الدوال الآتية:

أ) د: س ← $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٢}$ ، س ∈ ع ، س ≠ ٢

ب) د: س ← $\frac{٢\text{س} + ١}{\text{س} - ٤}$ ، س ∈ ع، س ≠ ٤

ج) د: س ← $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س} - ٥}$ ، س ∈ ع، س ≠ ٥

د) د: س ← $\frac{٣\text{س} - ١١}{٤\text{س} - ٣}$ ، س ∈ ع، س ≠ $\frac{٣}{٤}$

٣) أوجد في كل موقف من المواقف الآتية، قيمة ك التي تعطي أكبر قيمة ممكنة للمجال علمًا بأن الدالة العكسية موجودة. أوجد الدالة العكسية في هذا المجال:

أ) ص = س^{٢}، س ⩾ ك

ب) ص = (س + ١)^{٢} + ٢، س < ك

٤) تتمثّل كلفة ك (بمئات الريالات العُمانية) إنتاج س سلعة بالدالة ك(س) = ٢ + ٨, ٠س؛ أوجِد دالة لإيجاد عدد السلع المنتجة ع التي يجب إنتاجها لكمّية من الأموال م

٥) يُملأ خزان مياه حتى ارتفاع ع سم بواسطة صنبور ماء جارٍ بكمّية ضخّ ثابتة. تمثّل الدالة أدناه ارتفاع الماء في الخزان في الزمن ن (ثانية) منذ تشغيل الصنبور: ع(ن) = ٦, ١ن

أ) أوجِد ع$^{-١}$(ن).

ب) فسّر المقصود من الدالة ع$^{-١}$ في سياق المسألة واذكر الصيغة المناسبة لها.

٤-٢ منحنى الدالة ومنحنى دالتها العكسية

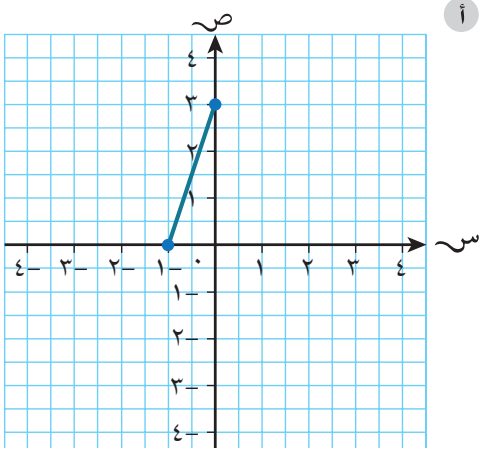
مساعدة

الدالة العكسية لنفسها هي الدالة التي يكون عندها د(س) = د$^{-١}$(س) لكل قيم س في المجال.

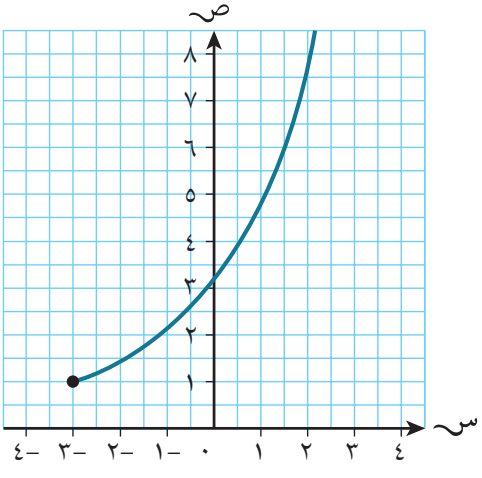
تمارين ٢-٤

١) ارسم منحنى الدالة العكسية لكل دالة من الدوال الآتية على المستوى الإحداثي نفسه:

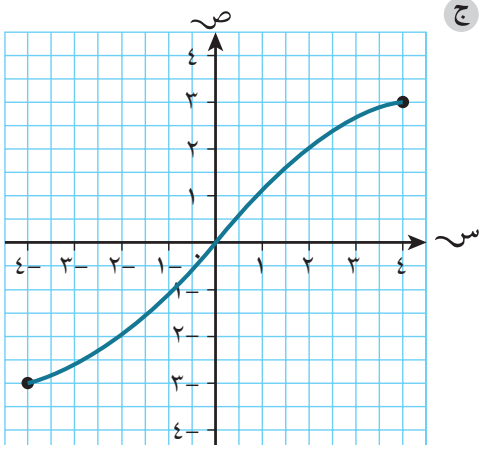
أ



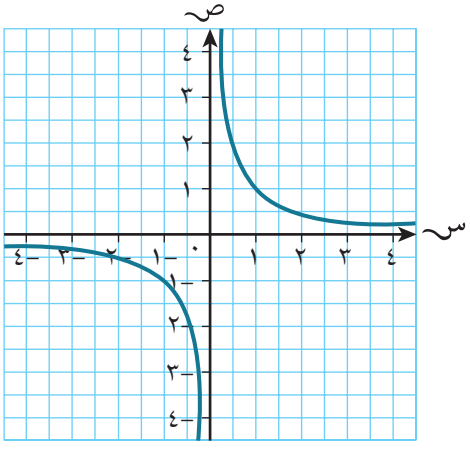
ب



ج



د



٢) إذا كان مجال الدالة د. س ← $\sqrt{\text{س} - ٢}$ + ٣ هو س ∋ ع، س > ٢، فأوجد:

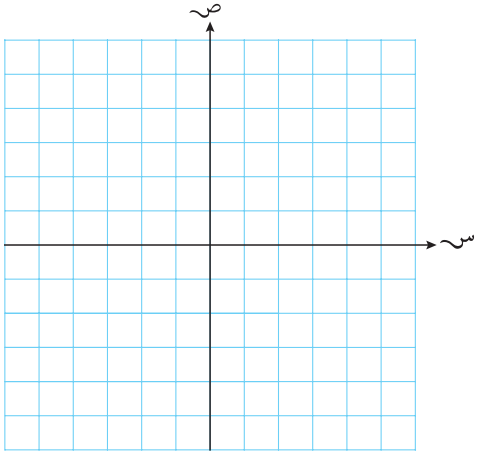
أ) مدى الدالة د

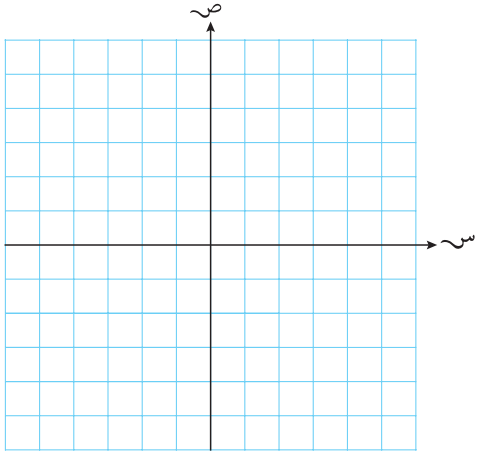
ب) الدالة العكسية $د^{-١}$ وحدّد مجالها ومداها.

مساعدة

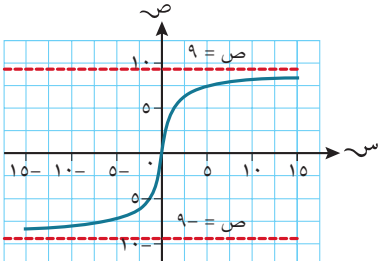
الانعكاس حول المستقيم ص = س يبادل بين مجال الدالة ومداها.

ج) ارسم منحنيَي الدالتَين ص = د(س)، ص = $د^{-١}$(س).





٣) يبين الرسم المجاور منحنى ص = د(س). يمثّل المستقيمان ص = −٩، ص = ٩ خطَّي تقارب للمنحنى.

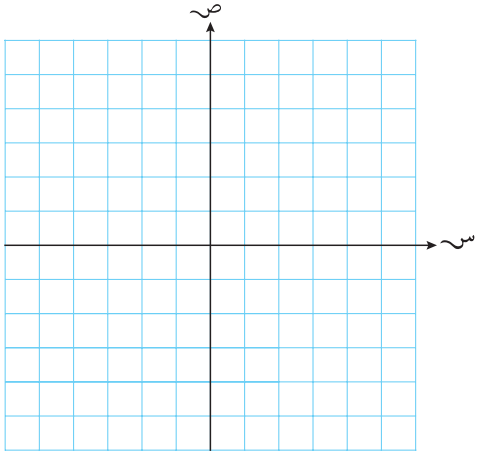


أ) ارسم منحنى الدالة العكسية ص = $د^{-١}$(س) على المستوى الإحداثي نفسه.

ب) حدّد مجال ومدى $د^{-١}$

ج) حلّ المعادلة د(س) = $د^{-١}$(س).

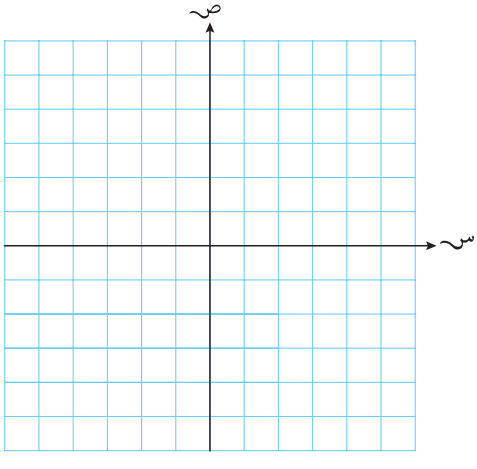
٤) إذا كانت هـ(س) = س^{٢} − ٤ حيث س ⩽ ٠ فارسم في المستوى الإحداثي نفسه منحنيَي ص = هـ(س)، ص = هـ$^{-١}$(س)، محددًا إحداثيات النقاط التي يتقاطع فيها المحوران.



٥) إذا كانت الدالة د معرّفة كالآتي: د(س) = ٣س − ٦ لكل قيم س الحقيقية:

أ أوجِد الدالة العكسية د$^{-١}$(س).

ب ارسم منحنيَي د(س)، د$^{-١}$(س) في المستوى الإحداثي نفسه.



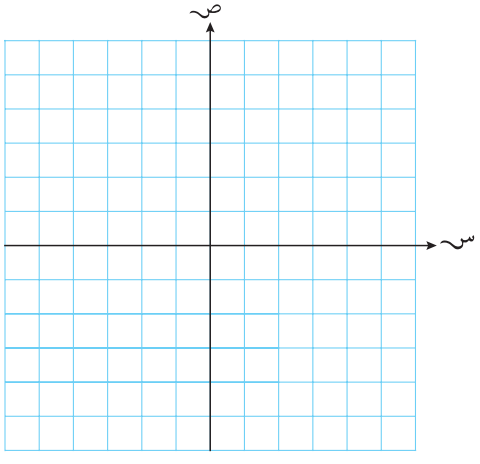
ج اكتب إحداثيات نقطة التقاطع بين المنحنيَين.

٦) إذا كانت د(س) = س^{٢} − ٢س حيث س ⩽ ١

أ فسّر سبب وجود الدالة د$^{-١}$ وأوجِد د$^{-١}$(س).

ب حدّد مدى د$^{-١}$(س).

ج ارسم منحنيَي د(س)، د$^{-١}$(س) في المستوى الإحداثي نفسه.



د اكتب إحداثيات النقطة حيث يتقاطع منحنى د$^{-١}$ مع المحور الصادي.

تمارين مراجعة نهاية الوَحدة الثانية

١) أوجِد المجال والمدى المناظر له لكل دالة من الدوال الآتية:

أ) د: س ← ٤ − س^{٢}

ب) د: س ← $\sqrt{س + ٢}$

ج) د: س ← ٥س + ٦

د) د: س ← (٢س + ٣)^{٢}

هـ) د: س ← ٢ − $\sqrt{س}$

٢) إذا كانت الدالتان د، هـ معرفتَين كالآتي: د: س ← س^{٣}، س ∈ ع، هـ: س ← ١ − ٢س، س ∈ ع، فأوجِد معادلة كل دالة من الدوال الآتية:

أ) د ∘ هـ

ب) هـ ∘ د

ج) هـ ∘ هـ

د) هـ$^{-١}$

٣) أوجِد كل قيمة من القيم الآتية علمًا أن د: س ← ٢س^{٣} − ٦، س ∈ ع:

أ) د(٣)

ب) د$^{-١}$(٤٨)

ج) د$^{-١}$(−٨)

د) (د$^{-١}$ ∘ د)(٤)

هـ) (د ∘ د$^{-١}$)(٤)

٤) إذا كانت د : س ← ١٠ − س، س ∈ ع ، فأوجد قيمة د(٧):

٥) إذا كانت الدالتان د، هـ معرفتَين كالآتي:

د : س ← $\frac{١}{س}$ ٠ < س ⩽ ٣

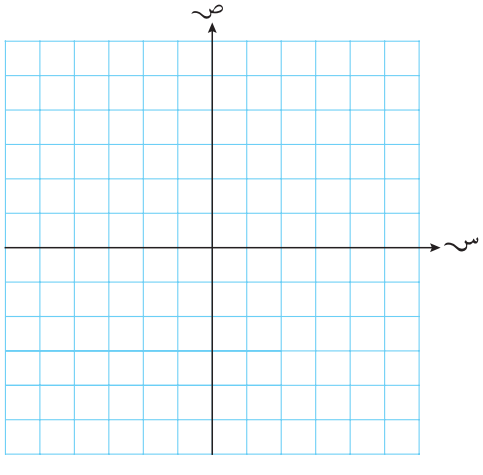
هـ: س ← ٢س − ١ س ∈ ع

أ أوجِد مدى الدالة د مستخدمًا طريقة بيانية أو أية طريقة أخرى.

ب احسب (هـ ○ د)(٢).

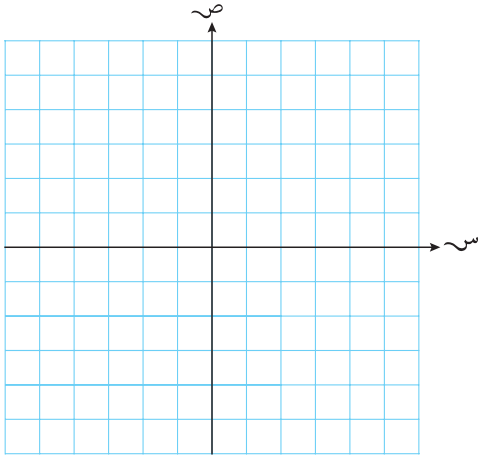
ج أوجِد هـ$^{-١}$(س) بدلالة س

د ارسم في المستوى الإحداثي نفسه للمنحنيَين ص = هـ(س)، ص = هـ$^{-١}$(س) واذكر العلاقة الهندسية بين المنحنيَين.



٦) إذا كانت الدالة د معرفة في المجال س ⩽ ٠ كالآتي:

د : س ← ٤ − س^{٢}



أ ارسم منحنى الدالة د وحدّد مداها.

ب د$^{-١}$ تمثّل الدالة العكسية للدالة د؛ أوجِد د$^{-١}$(س) واذكر مجال د$^{-١}$

٧) يتمثّل ارتفاع كرة ع (متر) فوق سطح الأرض عندما تسقط على الأرض في الزمن ن (ثانية) بالدالة

ع(ن) = ٥ − ٥ن^{٢}

ما مجال الدالة ع في سياق المسألة؟ وما ومداها؟

٨) كلفة استئجار سيارة أجرة معطى بالدالة

ك(م) = ٢ + ٠,١٢٥ م

حيث م عدد الكيلومترات التي اجتازتها.

أ أوجِد ك$^{-١}$(م).

ب فسّر المقصود من الدالة ع$^{-١}$ في سياق المسألة. أعِد كتابة ك$^{-١}$ مستخدمًا متغيّرات مناسبة تصلح في سياق المسألة.

الوحدة الثالثة
المتتاليات والمتسلسلات Sequences and series

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٣-١ تحدّد المتتاليات والمتسلسلات الحسابية وتتعرّف على الفرق بينهما.

٣-٢ تجد الحدّ الأول والأساس في المتتالية الحسابية.

٣-٣ تجد الحدّ النوني (الحد العام) ومجموع الحدود حتى الحدّ النوني في المتتالية الحسابية.

٣-٤ تستخدم صيغ الحدّ النوني (الحد العام) وصيغة مجموع الحدود من الحدّ الأول حتى الحدّ النوني لتحلّ مسائل تتضمّن متتاليات حسابية.

٣-٥ تحدّد المتتاليات والمتسلسلات الهندسية وتتعرّف على الفرق بينهما.

٣-٦ تجد الحدّ الأول والأساس في المتتالية الهندسية.

٣-٧ تجد الحدّ النوني (الحد العام) ومجموع الحدود حتى الحدّ النوني في المتتالية الهندسية.

٣-٨ تستخدم صيغ الحدّ النوني (الحد العام) وصيغة مجموع الحدود من الحدّ الأول حتى الحدّ النوني لتحلّ مسائل تتضمّن متتاليات هندسية.

٣-٩ تتذكّر وتستخدم شرط التقارب في المتتالية الهندسية غير المنتهية لتحدّد المتتاليات المتقاربة.

٣-١٠ تستخدم صيغة المجموع حتى اللانهاية في متتالية هندسية متقاربة.

٣-١١ تطبق وتفسر المتتاليات والمتسلسلات الحسابية والهندسية كتمثيلات رياضية في مواقف من الحياة اليومية، مثل التمويل والنموّ السكّاني، والفنون والتصميم، والسياقات العلمية (الأحياء).

٣-١ المتتاليات الحسابية

مساعدة

الحد العام (الحد النوني) = أ + (ن − ١)د

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(أ + ل) = \frac{١}{٢}ن(٢أ + (ن − ١)د)$

تمارين ٣-١

١) متتالية حسابية حدّها الأول (أ) وأساسها (د)؛ عبّر عن الحدّين السابع والثاني عشر بدلالة أ، د

٢) اكتب مجموع كل متسلسلة حسابية من المتسلسلات الآتية:

أ ٢ + ٦ + ١٠ + ... (١٢ حدًّا)

ب ٧ + ٣ − ١ + ... (٢٠ حدًّا)

٣) عبّر عن الحدّ العام في صورة أ + ب ن لكل متسلسلة حسابية من المتسلسلتَين الآتيتَين:

أ ٧ + ٩ + ١١ + ١٣ + ...

ب ١٧ + ٩ + ١ − ٧ − ...

٤) متتالية حسابية حدّها الثاني ٧٩ وحدّها الخامس ٥٨؛ أوجِد:

أ الحدّ الأول وأساس المتتالية.

ب مجموع أول ٢٥ حدًّا في المتتالية.

٥) متتالية حسابية مجموع حدودها العشرة الأولى يساوي ١٢٠ ومجموع حدودها العشرين الأولى يساوي ٨٤٠؛ أوجِد مجموع أول ثلاثين حدًّا في المتسلسلة.

٦) متتالية حسابية حدودها الثلاثة الأولى هي (٣ك + ١)، (ك)، −٣ على الترتيب؛ أوجد قيمة ك

٧) متتالية حسابية حدّها الخامس هو ٢٣ ومجموع حدودها العشرة الأولى هو ٢٤٠؛ أوجِد:

أ الحدّ الأول وأساس المتتالية.

ب مجموع أول ستّين حدًّا في المتسلسلة.

٨) أوجِد مجموع الأعداد الزوجية من ٢ حتى ١٦٠

٩) أوجِد مجموع جميع الأعداد الصحيحة الموجبة الأصغر من ٥٠٠ والقابلة للقسمة على ٣

١٠) متتالية حسابية حدّها الأول هو -١٢ وحدّها الأخير هو ٤٠؛ إذا كان مجموع حدود المتسلسلة ١٩٦، فأوجِد عدد حدود المتتالية وأساسها.

١١) متتالية حسابية مجموع أول ن حدًّا فيها هو جـ$_{ن}$ = ٢ن^{٢} - ن؛ أوجد مجموع الحدود من الحد الثالث إلى الحدّ الثاني عشر.

١٢) أوجِد مجموع الأعداد الصحيحة من ١ حتى ٢٠٠ غير القابلة للقسمة على ٥

١٣) وضعت عائلة عماد هدفًا تمثّل في توفير ٥٠٠٠ ريال عُماني. بدأوا في الادخار بمبلغ ٦٥٠ ريال عُماني كل شهر. ولكن مع ارتفاع تكلفة المعيشة، قللوا المبلغ الذي سيدّخرونه بمقدار ٥٠ ريالاً عُمانيًّا كل شهر. هل سيحققون الهدف؟

١٤) يشكّل ارتفاع الدرجات في السلم متتالية حسابية. ترتفع الدرجة الثالثة ٧٠ سم فوق سطح الأرض، وترتفع الدرجة العاشرة ٢١٠ سم فوق سطح الأرض. إذا كان ارتفاع أعلى درجة ٣٥٠ سم فوق سطح الأرض، فكم عدد درجات السلم؟

١٥) كتاب صفحاته مرقّمة بالتدريج من الصفحة ١ حتى آخر صفحة.

أ) بيّن أن أرقام الصفحات الإحدى عشرة الأولى تحتوي على ثلاثة عشر رقمًا.

ب) العدد الإجمالي للأرقام المستخدمة في جميع أرقام الصفحات هو ١٢٦٠؛ كم عدد صفحات الكتاب؟

١٦) قرص دائري قسّم إلى ١٢ قطاعًا دائريًّا تشكل مساحتها متتالية حسابية. قياس زاوية القطاع الأكبر تعادل ضعف قياس زاوية أصغر قطاع. أوجِد قياس زاوية أصغر قطاع.

٣-٢ المتتاليات الهندسية

مساعدة

$جـ_ن = \frac{أ(١ - ر^ن)}{١ - ر}$ أو $جـ_ن = \frac{أ(ر^ن - ١)}{ر - ١}$ ، $ر \neq ١$

حالة خاصة عندما ر = ١، فإن $جـ_ن$ = أ × ن

تمارين ٣-٢

١) حدّد ما إذا كانت كل متتالية من المتتاليات الآتية هندسية أم لا. إذا كانت المتتالية هندسية، فاكتب أساسها وحدّها الثامن:

أ) ٢، ٦، ١٨، ٥٤، ...

ب) ١، ٢ ، -٤، -٨، ١٦، ٣٢، ...

ج) ١، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٩}$، $\frac{١}{١٢}$، ...

د) ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$، $\frac{١}{١٦}$، ...

هـ) ١ ، ١,١ ، ١,١١ ، ١,١١١ ، ...

و) ١، أ، أ^٢، أ^٣، ...

٢) متتالية هندسية حدّها الثاني -١٢ وحدّها الخامس ٧٦٨؛ أوجِد أساسها وحدّها الأول.

٣) متتالية هندسية حدّها السابع ٨ وحدّها التاسع ١٨؛ أوجِد القيم الممكنة لأساس المتتالية.

٤) متتالية هندسية حدّها السادس ٢٤ وحدّها الحادي عشر ٧٦٨؛ أوجِد حدّها العام.

٥) متتالية هندسية تحتوي على الحدود الثلاثة المتعاقبة (ن − ٢)، (ن)، (ن + ٣) على الترتيب؛ أوجِد ن والحدّ الذي يلي الحدّ (ن + ٣) مباشرة.

٦) متتالية هندسية حدّها الأول هو ١٦ وحدّها الخامس هو ٩؛ ما قيمة الحدّ السابع؟

٧) تشكل الأعداد (س − ٤)، (س + ٢)، (٣س + ١) متتالية هندسية. أوجِد القيمتَين الممكنتَين للأساس.

٨) الحدّ العام في متتالية يساوي $ح_ن = ٦\left(\frac{١}{٢}\right)^{ن-١}$.

أ) بيّن أن المتتالية هندسية.

ب) أوجِد الحدّ الأول وأساس المتتالية.

ج) أوجِد الحدّ الخامس.

٩) في متتالية هندسية، مجموع الحدّ الثاني والحدّ الثالث ٩ والحدّ السابع يعادل ٨ أمثال الحدّ الرابع. أوجِد الحدّ الأول للمتتالية وأساسها وحدّها الخامس.

١٠) أوجِد مجموع كل متسلسلة من المتسلسلات الهندسية الآتية:

أ) $٤ - ١٢ + ٣٦ - \ldots - ٩٧٢ + \ldots$

ب) $٣٦ + ١٢ + ٤ + \ldots + \frac{٤}{٢٧} + \ldots$

ج) $\frac{١}{٣} - \frac{١}{٩} + \frac{١}{٢٧} - \ldots - \frac{١}{٧٢٩} + \ldots$

د) $١ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} + \ldots + \frac{١}{ن^{٢}} + \ldots$

١١) أوجِد مجموع أول عشرة حدود في المتسلسلة الهندسية التي حدّها السادس $\frac{٣٢}{٣٣}$ وحدّها السابع $\frac{٦٤}{٣٣}$

١٢) متتالية هندسية حدّها السادس ٢٤ وحدّها الحادي عشر ٧٦٨؛ أوجِد مجموع الحدود الخمسة عشر الأولى.

★ **١٣)** يقال إن مخترع لعبة الشطرنج طُلب إليه اختيار الجائزة الخاصة التي يريد، فأشار إلى وضع حبة أرز واحدة في المربّع الأول من لوحة الشطرنج (تتضمن ٦٤ مربعًا)، وحبّتَين في المربّع الثاني، و٤ حبّات في المربّع الثالث، وهكذا باتباع متتالية هندسية حتى تغطية جميع المربّعات؛ احسب العدد الإجمالي لحبوب الأرز التي كان سيحصل عليها.

٣-٣ المتسلسلات الهندسية غير المنتهية

تمارين ٣-٣

١) أوجِد المجموع إلى مالانهاية في كل متسلسلة هندسية من المتسلسلات الآتية:

أ) $١٦ + ١٢ + ٩ + \ldots$

ب) $٢ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{٣٢} + \ldots$

ج) $٠,٥ + ٠,٠٥ + ٠,٠٠٥ + \ldots$

د) $٨٤ - ٤٢ + ٢١ - ١٠\frac{١}{٢} + \ldots$

٢) أوجِد الحدّ الأول في متتالية هندسية أساسها $٠,٤$ ومجموع حدودها إلى مالانهاية ٢٠

٣) أوجِد أساس المتتالية الهندسية التي حدّها الأول ٦ ومجموع حدودها إلى مالانهاية ٦٠

٤) أ) اكتب الكسر العشري الدوري $٠,\dot{٤}\dot{٥}$ في صورة مجموع حدود لمتتالية هندسية.

ب استخدم الناتج في الجزئية (أ) لتبيّن أنه يمكن كتابة $٠,\dot{٤}\dot{٥}$ في صورة $\frac{٥}{١١}$

٥) متتالية هندسية حدّها الثاني ٦ ومجموع حدودها إلى مالانهاية ٢٤؛ أوجِد أساس المتتالية ومجموع أول ثلاثة حدود فيها.

٦) متتالية هندسية حدّها الثاني ٦ ومجموع حدودها إلى مالانهاية ٢٧، أوجِد أساس المتتالية والقيم الممكنة لأول ثلاثة حدود فيها.

٧) متتالية هندسية حدّها السادس $\frac{٢٥٦}{٣}$ وحدّها العاشر $\frac{١٦}{٣}$؛ أوجِد:

أ الحدّ العام (الحدّ النوني).

ب مجموع حدود المتتالية إلى مالانهاية.

٨) متتالية هندسية حدّها الأول ٢٧ وحدّها الرابع ٨؛ أوجِد:

أ أساس المتتالية.

ب مجموع حدود المتتالية إلى مالانهاية.

٩) متتالية هندسية حدودها الثلاثة الأولى هي (ك – ٨)، (ك + ٤)، (٣ك + ٢) على الترتيب، حيث ك عدد ثابت موجب. أوجِد:

أ قيمة ك

ب أساس المتتالية.

ج فسّر سبب عدم إمكانية إيجاد مجموع حدود هذه المتتالية إلى مالانهاية.

١٠) متسلسلة هندسية أساسها (ر) والحدّ الأول فيها ٦٤؛ الفرق بين الحدَّين الثالث والثاني ٢٠

أ أوجِد القيمتَين الممكنتَين للأساس ر

ب أوجِد مجموع الحدود إلى مالانهاية حيث قيمة ر هي القيمة التي تقود إلى متسلسلة متقاربة.

١١) متسلسلة هندسية حدّها الأول ١٢ وأساسها $\frac{٢}{٣}$؛ أوجِد:

أ الحدّ الخامس.

ب مجموع أول ثمانية حدود في المتتالية.

ج مجموع الحدود إلى مالانهاية. أعطِ الناتج مقرّبًا إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية عند الضرورة.

١٢) أوجِد مجموع أول ن حدًّا في كل متسلسلة من المتسلسلات الآتية، وأوجِد مجموع الحدود إلى مالانهاية عندما تكون المتسلسلة متقاربة:

أ $\frac{٣}{١٠} + \frac{٣}{١٠٠} + \frac{٣}{١٠٠٠} + \ldots$

ب $١٦ - ٨ + ٤ - \ldots$

ج $٨ - ١٢ + ١٨ - \ldots$

١٣) مجموع حدود متسلسلة هندسية إلى مالانهاية ٥ وحدّها الأول ٧؛ أوجِد أساس المتسلسلة ومجموع أول خمسة عشر حدًّا.

١٤) بحلول نهاية كل عام، تزداد قيمة ما بناء بنسبة ٣٪ من قيمته في بداية العام. في بداية العام ٢٠٠٤م بلغت قيمة البناء ٤٥٠٠٠ ريال عُماني. قدّر إلى أقرب ١٠٠ ريال عُماني قيمة المبنى في نهاية العام ٢٠١٠م

١٥) تمّ إسقاط كرة من ارتفاع ١ م على طاولة مستوية. كلما ارتطمت الكرة في الطاولة، تعاود ارتفاعها إلى ارتفاع يساوي ٠,٩ من الارتفاع الذي سقطت منه. ما المسافة الإجمالية التي تتخطّاها الكرة قبل أن تتوقّف عن الارتداد؟

١٦) يجلس ضفدع على أحد طرفَي طاولة طولها ٢ م. في القفزة الأولى، يقطع الضفدع مسافة ١ م على طرف الطاولة، وفي القفزة الثانية، يقطع $\frac{١}{٢}$ م، وفي القفزة الثالثة $\frac{١}{٤}$ م وهكذا.

أ ما الموقع الأخير للضفدع؟

ب بعد كم قفزة سيكون الضفدع داخل السنتيمتر الأخير من نهاية الطاولة؟

١٧) تمّ إسقاط كرة من ارتفاع ٥ م. المسافة الرأسية التي تخطّتها الكرة ٢٥ م. ما الارتفاع الذي تصل إليه الكرة بعد الارتداد الأول؟

تمارين مراجعة نهاية الوَحدة الثالثة

١) تمّ رمي كرة رأسيًا من ارتفاع ١٠ م وارتدّت إلى ارتفاع ٨ م. عند كل ارتطام بالأرض كانت ترتدّ إلى ارتفاع ٠,٨ الارتفاع الذي كانت عليه في الارتطام السابق مباشرة. أوجِد المسافة الكلية التي اجتازتها الكرة قبل توقّفها.

٢) أوجِد قيمة س حيث الأعداد (س + ١)، (س + ٣)، (س + ٧) أعداد متعاقبة في متتالية هندسية.

٣) متسلسلة هندسية حدّها الثاني $\frac{١}{٢}$ ومجموع الحدود إلى ما لانهاية في المتسلسلة ٤؛ أوجِد الحدّ الأول وأساس المتسلسلة.

٤) مجموع ن حدًّا في متسلسلة يساوي $٤^{ن} - ١$

أ) أوجِد أول ثلاثة حدود والحدّ العام في المتسلسلة.

ب) بيّن أن المتسلسلة هي متتالية هندسية.

٥) تؤمّن باسمة المال كل شهر لتسديد الدفعات المالية الشهرية. بدأت باسمة بتوفير ٢٠٠ ريال عُماني، وتزيد على هذا المبلغ ٢٠ ريالًا عُمانيًّا كل شهر. كم من الوقت تتطلّب لتسديد ١٠٣٢٠ ريالًا عُمانيًّا؟

الوحدة الرابعة:
مقاييس النزعة المركزية Measures of central tendency

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٤-١ تحسب مقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال لبيانات أولية غير مجمعة وكذلك البيانات الممثلة في الرسوم البيانية والمخططات مثل جداول التكرار ومخططات الساق والورقة والأعمدة البيانية.

٤-٢ تحسب تقديرات مقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي والفئة التي تحتوي على الوسيط والفئة المنوالية، للبيانات الممثلة في الرسوم البيانية والمخططات مثل جداول التكرار، وجداول التكرار التراكمية، ومخططات التكرار.

٤-٣ تحسب تقديرات مقاييس النزعة المركزية في البيانات المجمعة: الوسيط للبيانات الممثلة في جداول التكرار التراكمية.

٤-٤ تفهم ميزات كلّ مقياس من مقاييس النزعة المركزية وتحدّد المقياس المناسب في السياق.

٤-٥ تحسب وتفسّر مقاييس النزعة المركزية في سياقات من الحياة الواقعية.

٤-١ مقاييس النزعة المركزية

تمارين ٤-١

١) في كل توزيع من التوزيعات الآتية، اذكر المنوال إن أمكن:

أ)

س	٠	١	٢	٣	٤
ت	٧	٤	٢	٥	١

المنوال = _____

ب)

س	٧٠	٧٥	٨٠	٨٥	٩٠
ت	٥	٥	٥	٥	٥

المنوال = _____

ج)

لون العيون	أزرق	بني	أخضر
ت	٢٣	٣٩	٣

المنوال = _____

٢) يبيّن الجدول الآتي إجمالي الزمن الذي يُمضيه مجموعة من ٨٠ طالبًا في واجباتهم المنزلية، خلال أسبوع. أوجِد الفئة المنوالية للزمن المستغرق في الواجبات المنزلية:

الزمن المستغرق (ساعة)	٤–	٨–	١٢–	١٦–
عدد الطلبة (ت)	١٧	٣٣	٣٠	٠

٣) ★ في صفحة من كتاب معيّن، الكلمة المنوالية التي ترد ٢٨ مرة هي 'كتب'، علمًا أن الصفحة تحتوي على ٤٨٧ كلمة، وأن كلمة 'قرأ' تظهر ٢٧ مرة: حدّد أقل عدد وأكبر عدد ممكن من المرات التي تظهر فيها الكلمة الثالثة الأكثر شيوعًا 'سمع'.

٤) تمّ تسجيل عدد الطائرات التي هبطت في أحد المطارات خلال ٣٠ يومًا متتاليًا:

عدد الطائرات	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد الأيام (ت)	٢	٤	٨	٧	٦	٣

أ) أوجِد العدد الإجمالي للطائرات التي هبطت في المطار خلال هذه المدّة الزمنية.

ب) احسب الوسط الحسابي الدقيق لعدد الطائرات التي هبطت في اليوم.

٥) لدى صائغ ٣٢ قطعة من الفضة، الوسط الحسابي لكتلتها يساوي $٥٣\frac{٢}{٥}$ غرامًا؛ ولديه عدد من القطع الفضية، الوسط الحسابي لكتلتها يساوي $٤٩\frac{٢}{٥}$ غرامًا. الوسط الحسابي لكتلة كل هذه القطع معًا يساوي $٥١\frac{٨}{١١}$ غرامًا. ما عدد القطع الفضية التي يملكها الصائغ؟

٦) أوجِد وسيط الكتل المقدرة بالكيلوغرام (كغم) ٦,٦ ، ٣,٢ ، ٤,٨ ، ٧,٦ ، ٥,٤ ، ٧,١ ، ٢,٠ ، ٦,٣ ، ٤,٣. إذا تمّ إضافة الكتلة ٦,٠ كغم إلى مجموعة البيانات. ما وسيط الكتل العشر؟

٧) تحتوي قائمة من الأعداد على ١٠ خمسات، و ٦ ستات، و ٩ سبعات، و ٨ ثمانيات. أوجِد المنوال والوسط الحسابي والوسيط لهذه البيانات.

٤-١٢أ الحساب التقديري لمقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي والمنوال

تمارين ٤-١٢أ

١) تمّ تجميع ثلاث فئات من البيانات المتصلة في الفئات ٥–٨، ٩–١٣، ١٤–١٩، حيث لكل فئة التكرار نفسه. وضّح كيف تعرف أن الفئة المنوالية هي ٥–٨

_____

_____

٢) اذكر الفئة المنوالية للتوزيع الآتي:

س	٢–٣	٤–٥	٦–٧	٨–٩	١٠–١١
ت	٧	٤	٤	٤	١

الفئة المنوالية = _____

٣) يبيّن جدول التكرار المجمّع هذا الزمن اللازم (بالدقيقة) المطلوب لتثبيت برنامج مكافحة الفيروسات على ٥٠ جهاز حاسوب:

الزمن (ن بالدقيقة)	٨ ≤ ن < ١٠	١٠ ≤ ن < ١٢	١٢ ≤ ن < ١٤	١٤ ≤ ن < ٢٠
عدد الحواسيب (ت)	١٣	٢٢	١٠	٥

أ اكتب مركز كل فئة للزمن من الفئات الأربع.

_____

ب احسب الوسط الحسابي التقديري للتثبيت، أعطِ الناتج الدقيق بالدقائق.

_____

_____

ج أعطِ الوسط الحسابي التقديري للتثبيت، مقرّبًا الناتج إلى أقرب ثانية.

_____

_____

٤) يقوم موظفو المطبخ في إحدى الكليات الجامعية بإعداد الحساء في أوعية سعة كل منها ١٠ لترات لتقديمها للطلبة عند الغداء. يبيّن جدول التكرار المجمّع الآتي عدد الأوعية الكاملة المستهلكة كل يوم في الفصل الدراسي السابق. (٣–٥ أوعية كاملة تعني من ٣ حتى ٥، ولكن لا تشمل ٦):

عدد الأوعية الكاملة	٣–٦	٦–٩	٩–١١	١١–١٦
عدد الأيام (التراكمي)	٢	٥	٤٩	١٤

احسب الوسط الحسابي التقديري لكمّية الحساء التي يستهلكها الطلبة كل يوم، مقرّبًا الناتج إلى أقرب ١٠٠ مللتر.

٥) يبيّن جدول التكرار المجمّع الآتي أطوال، (ل) سم، ٢٠٠ قطعة:

الطول (ل سم)	٩,٠ ≤ ل < ١٠,٢	١٠,٢ ≤ ل < ١١,٤	١١,٤ ≤ ل < ١٥,٠	١٥,٠ ≤ ل < ١٦,٤
التكرار	٣٠	٤٤	٥٦	٧٠

أ) أوجِد الوسط الحسابي التقديري للأطوال.

ب) تمّ زيادة طرف قيمة ١١,٤ إلى ١٢,٠ سم. إحدى تداعيات ذلك أن الوسط الحسابي التقديري انخفض. أوجِد أقل عدد ممكن من القيم الأقل الواقعة في الفئة ١١,٤ ≤ ل < ١٢,٠ سم.

٦) يبيّن الجدول الآتي الكتلة (س كغم) لمحتويات ٢٥٠ كيسًا من بذور الطيور:

الكتلة (كغم)	٢,٤٨ ≤ س < ٢,٤٩	٢,٤٩ ≤ س < ٢,٥١	٢,٥١ ≤ س < ٢,٥٦	٢,٥٦ ≤ س < م
عدد الأكياس (ت)	١٩	٤٨	٩٨	٨٥

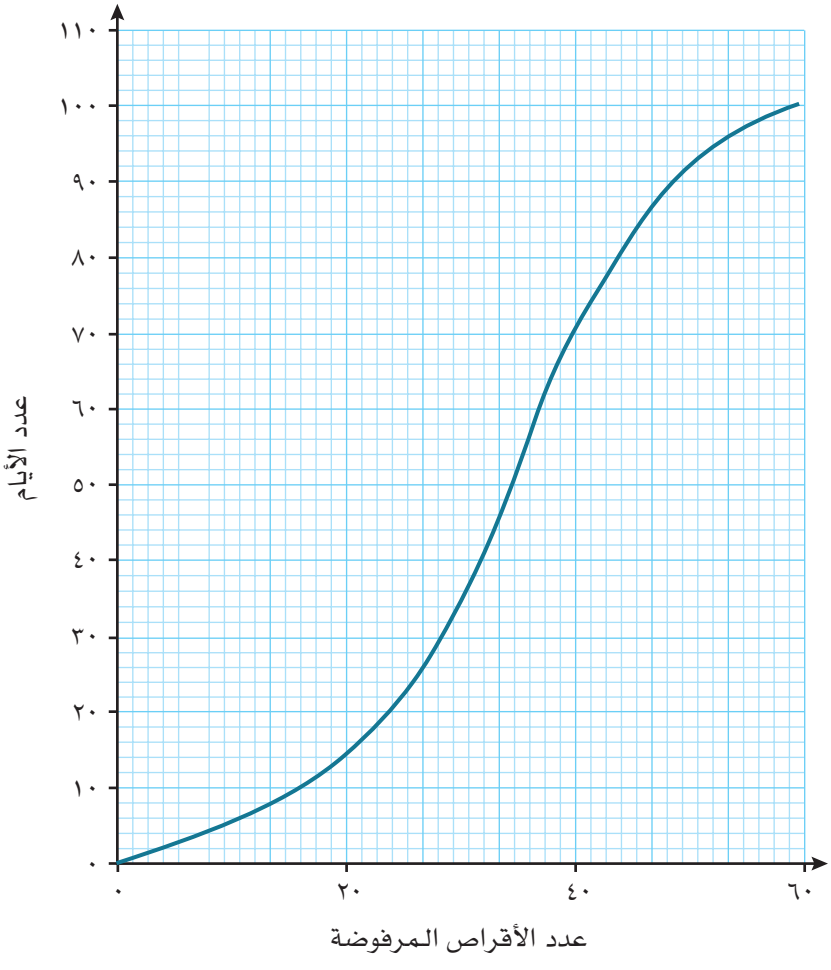
إذا علمت أن الفئة المنوالية هي ٢,٤٩ ≤ س < ٢,٥١، فأوجِد أقل قيمة ممكنة للعدد م مقرّبًا كل الإجابة إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

٤-٢ ب الحساب التقديري لمقاييس النزعة المركزية: الوسيط

تمارين ٤-٢ ب

١) تمّت مراقبة عدد الأقراص المدمجة المرفوضة التي تنتجها إحدى الآلات لمدة ١٠٠ يوم. وقد لخّصت النتائج في الجدول والمنحنى التكراري التراكمي أدناه. أوجد وسيط عدد الأقراص المرفوضة.

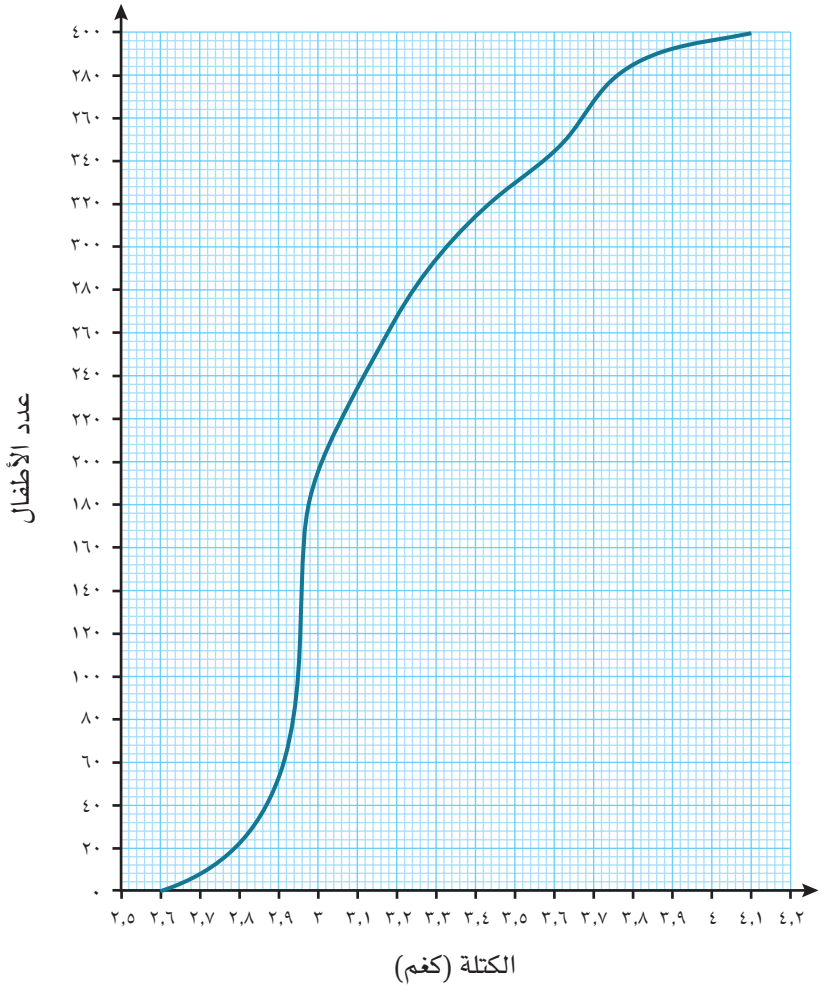
عدد الأقراص المرفوضة	٩-٠	١٩-١٠	٢٩-٢٠	٣٩-٣٠	٤٩-٤٠	٥٩-٥٠
عدد الأيام	٥	١٣	٣٤	٧٢	٩٢	١٠٠



٢) يبيّن الجدول والمنحنى التكراري التراكمي أدناه كتل ٤٠٠ طفل حديثي الولادة في إحدى مراكز التوليد العام الماضي.

الكتلة (ك كغم)	ك < ٢,٦	ك < ٢,٩	ك < ٣,٠	ك < ٣,٢	ك < ٣,٥	ك < ٣,٧	ك < ٣,٩	ك < ٤,١
عدد الأطفال	٠	٥٦	١٩٢	٢٦٦	٣٣٠	٣٦٤	٣٨٢	٤٠٠

استخدم التمثيل البياني الآتي لتقدّر الوسيط.



٣) يبيّن الجدول الآتي درجات الحرارة اليومية القصوى في متنزّهَين خلال شهري يوليو وأغسطس ٢٠١٧

درجة الحرارة (درجة سيلزية)	١٨,٠–١٩,٩	٢٠,٠–٢١,٩	٢٢,٠–٢٣,٩	٢٤,٠–٢٥,٩	٢٦,٠–٢٧,٩	٢٨,٠–٢٩,٩
تكرار المتنزّه (١)	٩	١٣	١٨	١٠	٧	٥
تكرار المتنزّه (٢)	٦	٢١	٢٣	٨	٣	١

أ) اذكر الفئتَين المنواليتَين لكل متنزّه من المتنزّهَين.

_____ _____

ب) قام أحد الطلبة بتحليل البيانات، وتوصل إلى نتيجة مفادها أن حرارة المتنزّه (١) بشكل عام أكبر من حرارة المتنزّه (٢) خلال شهري يوليو وأغسطس ٢٠١٧؛ هل هذا الاستنتاج مدعوم بإجابتك في الجزئية (أ)؟ إذا لم يكن كذلك، فأوجِد بعض الأدلة التي تدعم الاستنتاج.

_____

_____

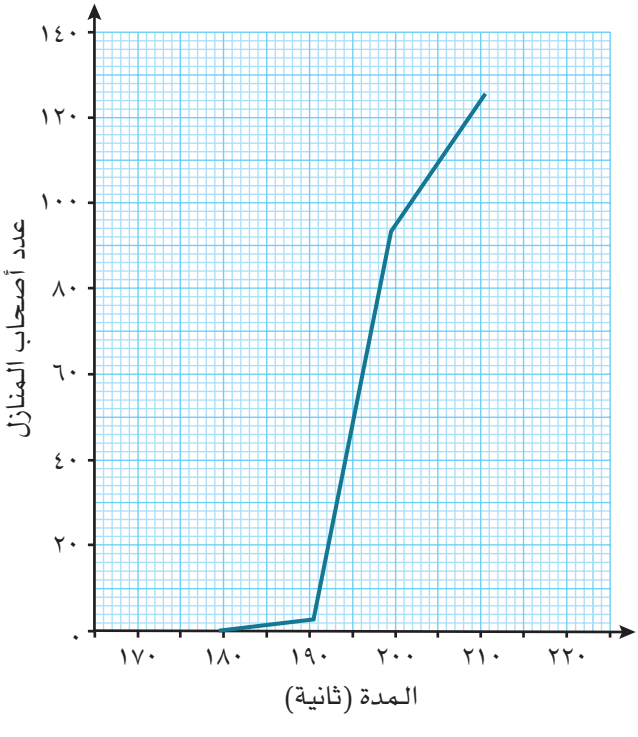
٤) في بعض الاستطلاعات، طُلب إلى ١٢٥ صاحب منزل في مواقع مختلفة تسجيل المدة التي يستغرقها غليان لتر واحد من الماء باستخدام الوسائل الكهربائية الخاصة بكل منهم. يبيّن الجدول الآتي المدد الزمنية وعدد أصحاب المنازل مقرّبًا الإجابة إلى أقرب ثانية:

المدة (ثانية)	١٨٠–١٩٠	١٩١–١٩٩	٢٠٠–٢١٠
عدد أصحاب المنازل (ت)	٣	٩٠	٣٢

أ) استخدم التمثيل البياني الآتي لتقدّر وسيط المدة لغليان لتر واحد من الماء.

_____

_____



ب) بيّن أن الوسط الحسابي التقديري للمدة يساوي ١٩٧,٣٢ ثانية.

_____

_____

_____

_____

ج اكتُشف لاحقًا أن المرات الثلاث في الفئة ١٨٠–١٩٠ كانت ١٨٧، ١٨٨، ١٨٩ ثانية بالضبط. من دون إجراء المزيد من الحسابات، اذكر كيف ستتأثر تقديرات الوسيط والوسط الحسابي إذا تمّ أخذ هذه المعلومات بالاعتبار.

٤-٣ خصائص مقاييس النزعة المركزية

تمارين ٤-٣

١) أ) أوجد وسيط قيم ن المعطاة في الجدول الآتي:

ن	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
ت	٤	٧	٩	١٤	١٦	٤١	٩

ب) ما الميزة في البيانات التي تؤدي إلى أن الوسط الحسابي أقل من الوسيط؟ أكد ما إذا كانت هذه هي الحالة أم لا.

٢) أ) أوجد وسيط ومنوال قيم س المعطاة في الجدول الآتي:

س	٤	٥	٦	٧	٨
ت	١٤	١٣	٤	١٢	١٥

ب) أعطِ جانبًا إيجابيًّا وآخر سلبيًّا لاستخدام كل من الوسيط والمنوال كمقياس إحصائي لـ س

ج) تم تسجيل بعض القيم في الجدول بشكل غير صحيح، مثل ٨ بدلًا من ٤؛ أوجد عدد القيم المسجلة بشكل غير صحيح، علمًا أن الوسيط الحقيقي لـ س هو ٥,٥

٣) سُجّل على عبوة للبطاريات أنها يفترض أن تشغل ساعة مسجد بشكل مستمر 'لمدة ١٥٠ يومًا على الأقل'. تم إجراء الاختبارات لمعرفة الزمن ن (ساعة)، التي تعمل فيه ساعة المسجد باستخدام إحدى هذه البطاريات. يبين الجدول الآتي النتائج:

الزمن (ن ساعات)	٣٠٠٠ ≤ ن < ٣٠٩٦	٣٠٩٦ ≤ ن < ٣٥٧٦	٣٥٧٦ ≤ ن < ٣٧٦٨	٣٧٦٨ ≤ ن < ٣٨٤٩
عدد البطاريات (ت)	٣٤	٦٦	١١٧	٣٣

ماذا يمكن أن تعني الكلمات الموجودة على العبوة؟ تحقق من الافتراض المكتوب على العبوة بإيجاد الوسط الحسابي والوسيط والفئة المنوالية. ما الاستنتاجات، إن وجدت التي يمكن أن تتوصل إليها بشأن الافتراض؟

٤) سيتم تمثيل قيم س المبينة في الجدول الآتي في أعمدة بيانية:

س	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
التكرار	٢	٥	٩	١٠	٩	٥	٢

أ) أوجد المنوال، الوسط الحسابي، الوسيط للبيانات.

ب) تم تغيير أصغر قيمتين لـ س (أي ٥، ٥ إلى ٢١، ٣١)؛ تحقق من تأثير ذلك على المنوال والوسط الحسابي والوسيط وعلى شكل المنحنى.

ج بدلًا من ذلك، إذا تم تغيير أكبر قيمتين لـ س (أي ١١، ١١ إلى −٩، ب)، بحيث ينخفض الوسط الحسابي لـ س بمقدار ١، فأوجد قيمة ب وتحقق من تأثير ذلك على المنوال والوسيط.

تمارين مراجعة نهاية الوَحدة الرابعة

١) الوسط الحسابي لخمسة وعشرين عددًا يساوي ١٦ والوسط الحسابي لأصغر عشرة أعداد يساوي ٧؛ أوجِد الوسط الحسابي لأكبر خمسة عشر عددًا.

٢) الوسط الحسابي للأعداد ٦٩، ١٢٣، ٢٣٤، ٣٤١، ٣٨٨ يساوي ٢٣١

أ) بكم يجب أن يزيد أصغر الأعداد الخمسة حتى يصبح الوسط الحسابي ٢٣٣؟

ب) بكم يجب أن يتغيّر العدد الأكبر بين الأعداد الخمسة بحيث يصبح الوسط الحسابي ٢١١؟

٣) تمّ إجراء اختبار في الرياضيات يتألف من ثمانية أسئلة لفصل من ٣٢ طالبًا. وقد لخّصت النتائج في الجدول الآتي:

عدد الإجابات الصحيحة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
عدد الطلبة	١	٢	١	٤	٤	٦	٧	٤	٣

أوجِد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لعدد الإجابات الصحيحة، مفسّرًا الوسيط والمنوال في سياق المسألة.

٤) يبيّن الجدول الآتي عدد الطلبة في ٤٠ فصلًا في مدرسة:

عدد الطلاب	٢٤–٢٨	٢٩	٣٠	٣٢
عدد الفصول (ت)	٥	١٥	١٢	٨

أ) اذكر وسيط البيانات ومنوالها.

ب احسب الوسط الحسابي لعدد الطلبة في أكبر ٢٠ فصلًا.

ج احسب الوسط الحسابي التقديري لعدد الطلبة في فصول هذه المدرسة.

٥) يبيّن الجدول الآتي كتل بعض حاويات الشحن، مقرّبة إلى أقرب طن:

الكتلة (طن)	٧–٥	١٠–٨	١٤–١١	٢٠–١٥	٢٥–٢١
عدد الحاويات	٢١	ك	٢٧	٥٠	٣١

أ أوجِد أقل قيمة ممكنة لـ ك علمًا أن الفئة المنوالية الوحيدة هي ٨–١٠ أطنان.

ب أوجِد أكبر قيمة ممكنة لـ ك علمًا أن الوسط الحسابي المقدّر أكبر من ١٤,٥ طنًّا.

الوحدة الخامسة
مقاييس التشتت
Measures of dispersion

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٥-١ تحسب مقاييس التشتّت: المدى في البيانات الأولية غير المجمّعة وكذلك البيانات الممثلة في جداول التكرارومخططات الساق والورقة.

٥-٢ تحسب تقديرات مقاييس التشتّت: مدى البيانات المجمّعة الممثلة في الجداول التكرارية ذات الفئات.

٥-٣ تحسب مقاييس التشتّت: المدى الرُبيعي في البيانات غير المجمّعة. وكذلك البيانات الممثلة في جداول التكرار ومخططات الساق والورقة ومخططات الصندوق والمؤشر.

٥-٤ تحسب مقاييس التشتّت: التباين والانحراف المعياري لبيانات غير مجمّعة وكذلك البيانات الممثلة في الجداول التكرارية.

٥-٥ تحسب تقديرات مقاييس التشتّت: التباين والانحراف المعياري لبيانات مجمّعة ممثلة في الجداول التكرارية ذات الفئات.

٥-٦ تحسب وتفسر مقاييس التشتت في سياقات من الحياة الواقعية.

٥-١ المدى للبيانات المجمعة وغير المجمعة

تمارين ٥-١

١) أوجِد مدى كل مجموعة من مجموعات البيانات الآتية:

أ) ٧ ٤ ١٤ ٩ ١٢ ٢ ١٩ ٦ ١٥

المدى = _____

ب) ٧,٦ ٤,٨ ١,٢ ٦,٩ ٤,٨ ٧,٢ ٨,١ ١٠,٣ ٤,٨ ٦,٧

المدى = _____

ج) ٥ ٨ ١٣ ١٧ ٢٢ ٢٥ ٣٠

المدى = _____

د) ٧ ١٣ ٢١ ٢ ٣٧ ٢٨ ١٧ ١١ ٢

المدى = _____

هـ) ٤٢ ٤٧ ٣٩ ٥١ ٧٣ ١٨ ٨٣ ٢٩ ٤١ ٦٤

المدى = _____

و ١١٣ ٩٧ ٣٦ ٨١ ٤٩ ٤١ ٢٠ ٦٦ ٢٨ ٣٢ ١٧ ١٠٧

المدى = _____

ز ٤,٦ ٠ -٢,٦ ٠,٨ -١,٩ -٣,٣ ٥,٢ -٣,٢

المدى = _____

٢) يبيّن الجدول الآتي عدد المرات التي تعطلت فيها آلة المصنع في الأسبوع على مدى ٥٠ أسبوعًا متتاليًا:

عدد الأعطال	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد الأسابيع	٢	١٢	١٤	٨	٨	٤	٢

أوجِد مدى عدد الأعطال الأسبوعي.

المدى = _____

٣) مدى الأعداد السبعة س، ١١، ٢٩، ٥٦، ٤٤، ٢١، ٣٢ هو ٤٩ أوجِد القيمتَين الممكنتَين لـ س

_____ _____

٤) تمّت مراقبة عدد الجمهور في المسرح على مدار عام واحد. يبيّن الجدول الآتي أعداد الجمهور وتكرارات ليالي الإثنين والأربعاء من كل أسبوع:

أعداد الجمهور	٥٠ – ٩٩	١٠٠ – ١٩٩	٢٠٠ – ٢٩٩	٣٠٠ – ٣٩٩	٤٠٠ – ٤٩٩	٥٠٠ – ٥٩٩
الإثنين (التكرار)	١٢	٢٠	١٢	٥	٣	٠
الأربعاء (التكرار)	٢	٣	٢٠	١٨	٥	٤

قارن بين عدد الجمهور ليلة الإثنين وعدد الجمهور ليلة الأربعاء.

_____

_____

_____

٥-٢ المدى الربيعي

تمارين ٥-٢

١) أوجِد المدى الربيعي لكل مجموعة من مجموعات القيم الآتية:

أ) ٧ ٤ ١٤ ٩ ١٢ ٢ ١٩ ٦ ١٥

ب) ٧,٦ ٤,٨ ١,٢ ٦,٩ ٤,٨ ٧,٢ ٨,١ ١٠,٣ ٤,٨ ٦,٧

٢) يبيّن الجدول الآتي عدد المرات التي تعطلت فيها آلة المصنع أسبوعيًّا على مدى ٥٠ أسبوعًا متتاليًا:

عدد الأعطال	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد الأسابيع	٢	١٢	١٤	٨	٨	٤	٢

أوجِد المدى الربيعي لعدد الأعطال.

٣) مدى الأعداد السبعة س، ١١، ٢٩، ٥٦، ٤٤، ٢١، ٣٢ هو ٤٩ أوجِد القيمتَين الممكنتَين للمدى الربيعي.

٤) تبيّن الأعداد الآتية أطوال (بالسنتيمتر) ١٩ ورقة شجرة بلّوط:

٢,٣ ، ٢,٦ ، ٢,٧ ، ٢,٨ ، ٣,٠ ، ٣,١ ، ٣,٢ ، ٣,٥ ، ٣,٦ ، ٣,٨ ، ٤,٣ ، ٤,٤ ، ٤,٩ ، ٤,٩ ، ٥,٦ ، ٥,٩ ، ٦,٤ ، ٦,٨ ، ٧,٢

احسب المدى الربيعي.

٥) يبيّن جدول التكرار الآتي أطوال (س سم) ٩٩ جسمًا:

الطول (س سم)	٠ ≤ س < ٨	٨ ≤ س < ١٦	١٦ ≤ س < ٢٤	٢٤ ≤ س < ٣٠
عدد الأجسام (ت)	٢٤	٢٩	٢١	٢٥

أ) فسّر كيف تعلم أن الربيع الأدنى للطول يقع في الفئة ٨ ≤ س < ١٦ سم.

_____

ب) في أيّة فئة يقع الربيع الأعلى للطول؟

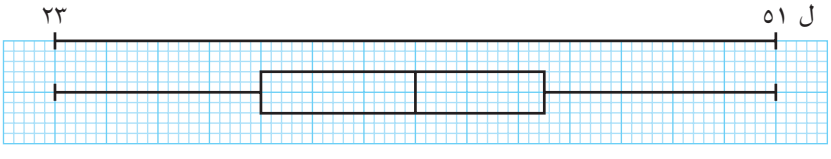
_____

ج) أوجِد أصغر وأكبر قيم ممكنة للمدى الربيعي للطول.

_____

_____

٦) يلخّص المخطط الصندوقيّ الأتي قيم ل:



أوجِد المدى والوسيط والمدى الربيعي لهذه القيم للعدد ل

_____

_____

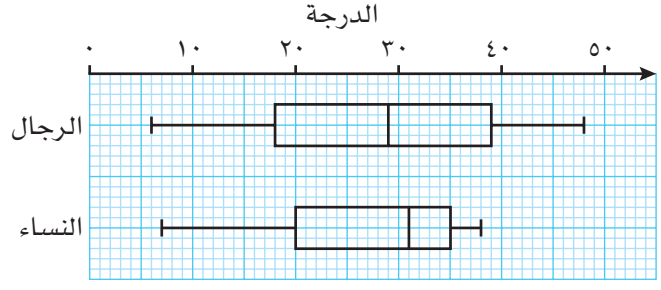
_____

★ **٧)** تمّ رسم المخطط الصندوقيّ لتلخيص مجموعة من البيانات. تقع أقل قيمة في مجموعة البيانات على مسافات ٦,٢ ، ٨,٨ ، ١٠,٧ ، ١٣,٥ سم من القيم الأربع في المخطط. أوجِد المدى الربيعي للبيانات إذا علمت أن المدى يساوي ١١٧ وحدة.

_____

_____

٨) يوضح مخطّطا الصندوق الآتيان الدرجات في اختبار القدرات الذي خضع له مجموعة من الأشخاص تقدموا للعمل. يتمّ التعبير عن الدرجات باستخدام مقياس من ٠ إلى ٥٠ ، ويتمّ عرض النتائج للرجال والنساء بشكل منفصل:



أ) بالنسبة إلى الرجال الذين خضعوا للاختبار، أوجِد قيمة كل من:

١) الوسيط للدرجات. _____

٢) المدى للدرجات. _____

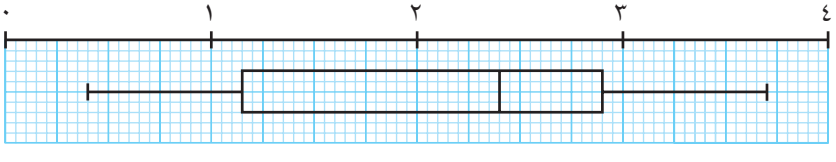
٣) المدى الربيعي للدرجات. _____

ب) قارن باختصار الدرجات التي حصل عليها الرجال والنساء، ذاكرًا وجهًا واحدًا للتشابه ووجهًا آخر للاختلاف.

_____

_____

٩) أوجِد المدى والمدى الربيعي لمجموعة البيانات الممثلة في المخطط الصندوقيّ الآتي:



_____

_____

١٠) يبيّن مخطط الساق والورقة الآتي درجات (من ٥٠) ١٥ طالبًا في اختبار العلوم:

٠	٩
١	٤
٢	٥ ٨
٣	٠ ١ ١ ٧ ٩
٤	٣ ٥ ٦ ٨
٥	٠ ٠

المفتاح: ٥ | ٢
يمثل درجة ٢٥
من ٥٠

أ) أوجِد المدى والمدى الربيعي للدرجات.

_____

_____

ب) اكتب $ر_٣$ بدلالة $ر_١$، $ر_٢$ لهذه المجموعة من البيانات.

_____

_____

١١) يبيّن مخطط الساق والورقة المزدوج الآتي عدد الأخطاء التي تمّ ارتكابها في ثماني مباريات هوكي، وفي ثماني مباريات كرة قدم:

كرة هوكي (٨)		كرة قدم (٨)
٤ ٢ ١	١	٠
٩ ٨ ٦	١	٨ ٩ ٩
٤ ١	٢	١ ٢ ٣ ٣

المفتاح: ٨ | ١ | ٦
يمثل ١٦خطأ في الهوكي و١٨خطأ في كرة القدم

هل يصح القول إن عدد الأخطاء في اللعبتَين متفاوت بشكل متساوٍ؟ اشرح إجابتك.

_____

_____

٥-٣ إيجاد القيم الدقيقة والتقديرية للتباين والانحراف المعياري

تمارين ٥-٣

١) أوجِد الانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات من المجموعات الآتية:

أ ٢ ، ١ ، ٥,٣ ، −٤,٢ ، ٦,٧ ، ٣,١

ب ١٥,٢ ، ١٢,٣ ، ٥,٧ ، ٤,٣ ، ١١,٢ ، ٢,٥ ، ٨,٧

٢) كتل خمسة أشخاص (بالكغم) في صف اللياقة البدنية تساوي ٧٠,٨ ، ٦٨,٧ ، ٧٣,٢ ، ٧٩,٧ ، ٨٢,٦ مقرّبة إلى أقرب ٠,١ كغم:

أ أوجِد الوسط الحسابي للكتل، شارحًا باختصار سبب اعتبار إجابتك تقديرًا.

ب احسب تقديرًا للانحراف المعياري للكتل.

٣) يرسم موظف تصميمًا على الأطباق في المصنع. في نهاية كل يوم، يتمّ فحص الأطباق، فيُرفض بعضها. يبيّن الجدول الآتي عدد الأطباق المرفوضة خلال ٣٠ يومًا:

عدد الأطباق المرفوضة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد الأيام	١٨	٥	٣	١	١	١	١

بيّن أن الانحراف المعياري لعدد الأطباق المرفوضة يوميًّا يساوي ربع المدى تقريبًا.

٤) تمّ قياس كتلة القهوة في كل عبوة من ٨٠ عبوة من نوع معيّن، مقرّبًا إلى أقرب غرام. يبيّن الجدول الآتي النتائج. قدّر الوسط الحسابي والانحراف المعياري للكتل، واضعًا عملك في جدول.

الكتلة (غم)	٢٤٤–٢٤٦	٢٤٧–٢٤٩	٢٥٠–٢٥٢	٢٥٣–٢٥٥	٢٥٦–٢٥٨
عدد العبوات	١٠	٢٠	٢٤	١٨	٨

٥) يبيّن الجدول الآتي الأعمار، بالسنوات الكاملة، لـ ١٠٤ عاملًا في شركة ما:

العمر (بالسنوات)	١٦–٢٠	٢١–٢٥	٢٦–٣٠	٣١–٣٥	٣٦–٤٠	٤١–٥٠	٥١–٦٠	٦١–٧٠
التكرار	٥	١٢	١٨	١٤	٢٥	١٦	٨	٦

أ قدّر الوسط الحسابي والانحراف المعياري لأعمار العمال.

ب عدد العمال في شركة ثانية هو عدد العمال نفسه في الشركة الأولى، ولكن الوسط الحسابي للعمر يساوي ٢٨,٤ سنة والانحراف المعياري يساوي ٩,٩ سنوات. قارن باختصار توزيع العمر في الشركتَين.

٥-٤ خصائص مقاييس التشتت

تمارين ٥-٤

١) أ) أعطِ سببًا يجعل المدى الربيعي بين مقاييس التشتت أنسب مقياس لمجموعة قيم البيانات التالية:

٥ ١- ٧ ٤٥ ٢- ٣ ٩ ١١ ١

ب) احسب المدى الربيعي لهذه المجموعة من قيم البيانات.

٢) قام أحد المعلمين بقياس طول ٤٠ طالبًا في الصف (أ) و٤٠ طالبًا في الصف (ب) مقرّبًا إلى أقرب سنتيمتر.

ثم أعدّ الجدول التالي، يبيّن فيه أطوال الطلاب.

الطول، م بالسنتمتر	طلاب الصف (أ)، ت	طلاب الصف (ب)، ت
١٣٠ < م ≤ ١٣٥	٢	٠
١٣٥ < م ≤ ١٤٠	٣	١
١٤٠ < م ≤ ١٤٥	٧	٥
١٤٥ < م ≤ ١٥٠	١١	٨
١٥٠ < م ≤ ١٥٥	٩	١١
١٥٥ < م ≤ ١٦٠	٨	٩
١٦٠ < م ≤ ١٦٥	٠	٤
١٧٠ < م ≤ ١٧٥	٠	٢

قال المعلم للطلاب أن مدى أطوال طلاب الصف (أ) أكبر من مدى أطوال طلاب الصف (ب).

أ) هل أخطأ المعلم، أم أن ما قاله للطلاب صحيح؟

ب) اشرح إجابتك عن الجزئية أ.

٣) قام أحد الطلبة بكتابة مجموعة من ٢٠ قيمة بيانات في دفتر الملاحظات الخاص به.

لسوء الحظ، سكب شقيق الطالب شرابه على دفتر الملاحظات، ما أدى إلى عدم إمكانية قراءة ثلاث قيم من قيم البيانات.

أ اشرح سبب عدم تمكن الطالب من حساب الانحراف المعياري للمجموعة الكاملة من قيم البيانات.

_____

_____

ب اذكر سبب احتمال قدرته على حساب المدى أكثر من المدى الربيعي.

_____

_____

٤) بالنسبة إلى مجموعة معيّنة من البيانات، تقرر أن المنوال هو المقياس الوحيد المناسب للنزعة المركزية الذي يمكن استخدامه، ما مقياس التشتت الذي تعتقد أنه سيكون الأنسب لاستخدام هذه المجموعة من البيانات؟ أعطِ سببًا لاختيارك.

_____

_____

_____

٥) في سباق للسيارات السريعة بطول ٨٠٠ كم، كان معدل سرعة السيارات التي احتلت المراكز الأولى والثانية والثالثة والرابعة ١٦٠ و ١٥٨ ، ١٥٢ ، ١٥٠ كم/ساعة.

أ أيّ من مقاييس التشتت الثلاثة لهذه السرعات (المدى والمدى الربيعي والانحراف المعياري) له أصغر قيمة؟ ما هذه القيمة؟ (الانحراف المعياري = ٤,٢١ كم/ ساعة).

_____

_____

ب إذا كان المدى الربيعي لهذه السرعات الأربع س كم/ساعة، بيّن أن المدى الربيعي للأوقات التي تستهلكها هذه السيارات الأربع يبلغ نحو ٢س دقيقة.

_____

_____

تمارين مراجعة نهاية الوَحدة الخامسة

١) يبيّن الجدول الآتي أطوال أجنحة، سبعة صقور وسبعة نسور البالغة بالسنتيمتر:

الصقور	٢٢,٧	٢٢,٥	٢١,٩	٢٤,١	٢٣,٤	٢٠,٧	٢٤,٩
النسور	٢٢,٦	٢٤,١	٢٣,٥	٢١,٨	٢١,٠	٢٤,٤	٢٢,٨

أوجِد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لجناحَي كل من الصقور والنسور، واستخدم نتائجك لمقارنة مجموعتَي البيانات.

٢) أجرى رياض وسالم الاختبارات السبعة نفسها في الرياضيات، وكانت درجات كل منهما تتحسّن اختبارًا تلو الآخر. وقد جاءت درجاتهما المئوية على النحو الآتي:

درجات رياض	درجات سالم
١٥ ٢٤ ٢٨ ٣٣ ٣٩ ٤٢ ٥٠	٥١ ٦٥ ٦٩ ٧٢ ٧٨ ٨٣ ٨٦

اشرح سبب انتفاء الفائدة من استخدام المدى أو المدى الربيعي وحده كمقياسَين لمقارنة درجات الطالبَين.

٣) أوجِد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لمجموعتَي القيم الآتيتَين:

أ) ٢٧، ٤٣، ٢٩، ٣٤، ٥٣، ٣٧، ١٩، ٥٨

ب) ٦,٢، −٨,٥، ٧,٧، −٤,٣، ١٣,٥، −١١,٩

٤) في الفصل الدراسي الأول، أجرت عائشة ثلاثة اختبارات في كل مادة من المواد العلمية. يبيّن الجدول الآتي النسبة المئوية للدرجات في الاختبارات الثلاثة التي تمّ إجراؤها:

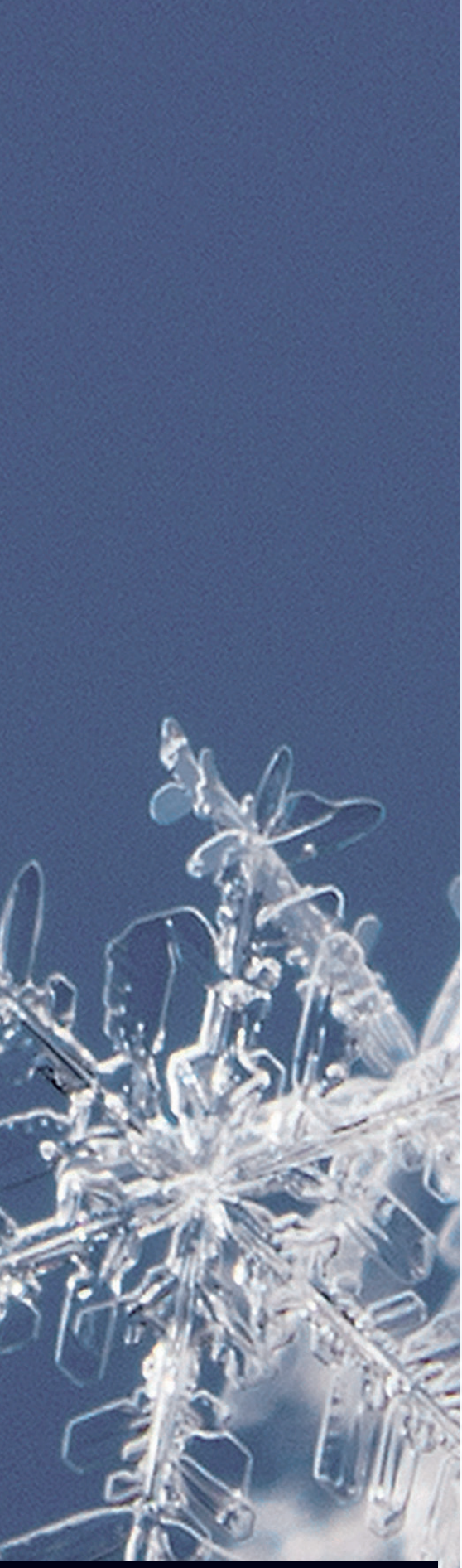
الأحياء	الكيمياء	الفيزياء
٢١ ٣٣ ٤٥	٤١ ٥٣ ٦٥	٥١ ٦٣ ٧٥

أ احسب تباين درجات عائشة في كل مادة من المواد الثلاثة.

ب علّق على القيم الثلاث التي تمّ الحصول عليها في الجزئية (أ). هل تنطبق التعليقات نفسها على الوسط الحسابي لدرجات عائشة في الاختبارات في المواد الثلاثة؟ برّر إجابتك.

رقم الإيداع: ٢٠٢٣/٦٣٧٧

طُبع بمطابع النهضة ش.م.م
هاتف : ٢٤٥٦٣١٠٤، فاكس : ٢٤٥٦٥٧٤٧
البريد الإلكتروني : admin@anpressoman.com



الرياضيات الأساسية

الصف الحادي عشر

كتاب النشاط

يتميز كتاب النشاط بمحتوى سهل يمكن استخدامه إلى جانب كتاب الطالب لمنهاج الرياضيات المتقدمة للصف الحادي عشر .

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة تتبع ترتيب الدروس الموجودة في كتاب الطالب.
- تمارين مراجعة نهاية الوحدة تحتوي على أسئلة تحاكي الاختبار، وتغطي جميع موضوعات الوحدة، ويمكن استخدامها للتحقق من فهم الطالب للموضوعات التي درسها.
- فقرات مساعدة تزودك بالنصائح والإرشادات لحل الأسئلة والتحقق من الإجابات.

يشمل منهج الرياضيات الأساسية للصف الحادي عشر أيضًا:

- كتاب الطالب.
- دليل المعلّم.

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

www.moe.gov.om