سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عُمان 2040
نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات

كتاب النشاط

٩

الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٢ هـ - ٢٠٢٠ م

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

الرياضيات
كتاب النشاط
الصف التاسع
الفصل الدراسي الأول
الطبعة التجريبية ١٤٤٢ هـ - ٢٠٢٠ م

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

كتاب النشاط

الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٢هـ - ٢٠٢٠م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٠ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف التاسع – من سلسلة كامبريدج للرياضيات IGCSE، كتب الأنشطة الأساسية والموسعة للمؤلفَين كارين مورّيسون ونيك هامشاو.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٠ / ٢٠٢٠.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

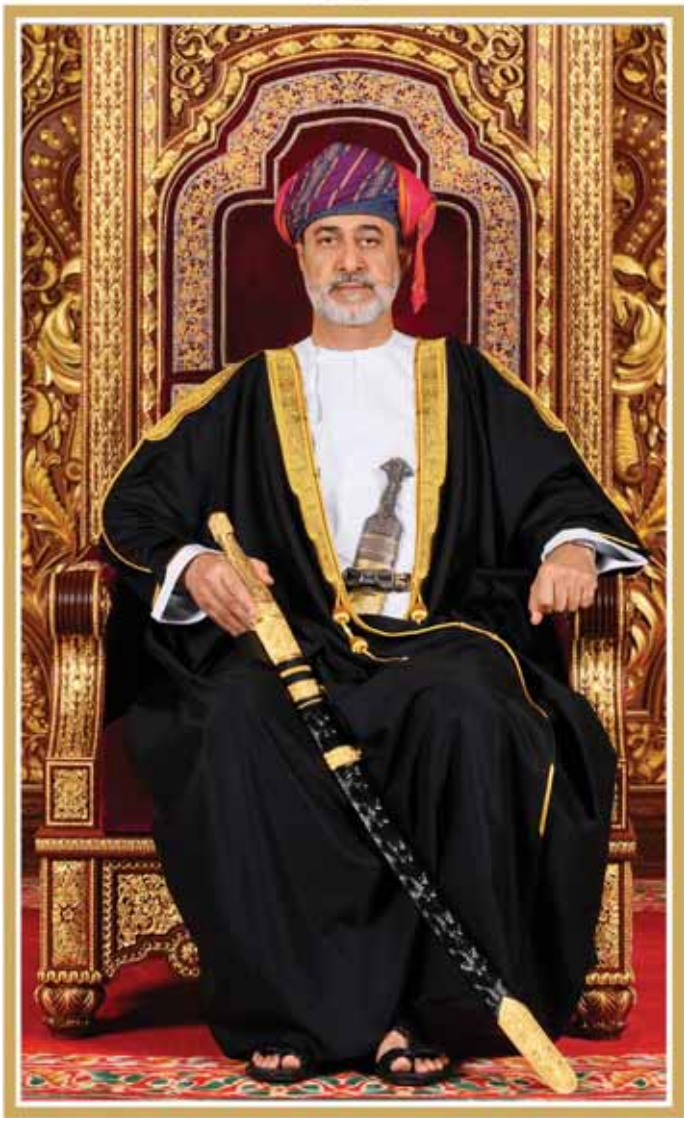
تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٣٠٢ / ٢٠١٩ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

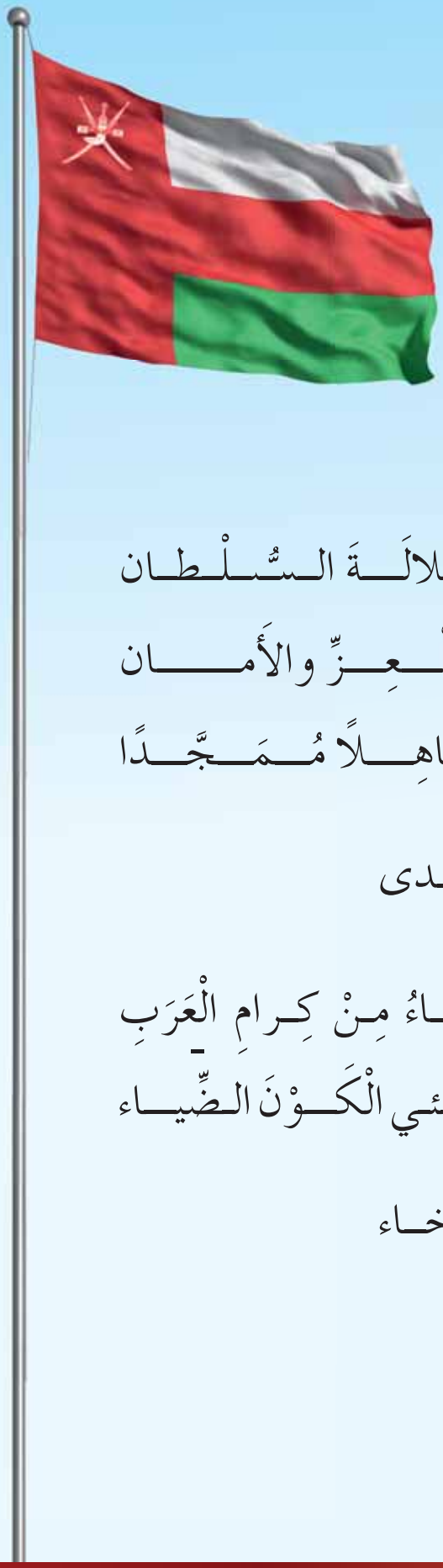
لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.

المغفور له
السلطان قابوس بن سعيد-طيّب اللّه ثراه-



حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم

سلطنـــــة عُمـــــان



النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ الضِّياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

المُقدّمة xiii

الوحدة الأولى: أنواع الأعداد والعمليات عليها

١–١ الأنواع المختلفة من الأعداد ١٥
١–٢ الأعداد الأوّلية ١٧
١–٣ القوى والجذور ٢١
١–٤ الأعداد المُوجَّهة ٢٤
١–٥ ترتيب العمليات الحسابية ٢٥
تمارين مُتنوِّعة ٢٧

الوحدة الثانية: الكُسور والنِّسب المِئويّة

٢–١ الكُسور المُتكافئة ٢٩
٢–٢ العمليات على الكسور ٣١
٢–٣ النِّسب المِئوية ٣٦
٢–٤ الصيغة العلمية ٣٩
٢–٥ الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية ٤٣
تمارين مُتنوِّعة ٤٤

الوحدة الثالثة: فهم الجبر

٣–١ استخدام الحروف (المُتغيِّرات) لتمثيل القيَم المجهولة ٤٧
٣–٢ التعويض ٤٩
٣–٣ تبسيط العبارات الجبرية ٥٤
٣–٤ التعامُل مع الأقواس ٥٦
٣–٥ الأُسس ٥٨
تمارين مُتنوِّعة ٦٦

الوحدة الرابعة: الدوائر والخطوط المستقيمة والزوايا والأشكال الهندسية

٤–١ الدائرة ٧٠
٤–٢ الزوايا ٧٣
٤–٣ الإنشاءات الهندسية ٧٨
٤–٤ المثلَّثات ٨١
٤–٥ الأشكال الرُّباعية ٨٤
٤–٦ مضلَّعات أخرى ٨٨
تمارين مُتنوِّعة ٩٠

الوحدة الخامسة: التقدير والتقريب

٥–١ تقريب الأعداد ٩٣
٥–٢ التقدير ٩٥
٥–٣ الحدود العُليا والحدود الدُّنيا ٩٦
تمارين مُتنوِّعة ٩٨

الوحدة السادسة: المُعادَلات والمُتباينات والصيَغ

٦–١ فكّ الأقواس ٩٩
٦–٢ تحليل العبارات الجبرية إلى عوامل ١٠٢
٦–٣ استخدام الصيَغ وإعادة تنظيمها ١٠٦
٦–٤ حلّ المعادلات ١٠٨
٦–٥ المُعادلات الخطّية الآنيّة ١١٣
٦–٦ كتابة المعادلات لحل المسائل ١٢١
٦–٧ المُتباينات الخطّية ١٢٣
تمارين مُتنوِّعة ١٢٦

الوحدة السابعة: المُستقيمات

٧-١ رسم المستقيمات ١٣٠
تمارين مُتنوِّعة ١٤١

الوحدة الثامنة: التماثُل والتحويلات الهندسية

٨-١ التماثُل في الأشكال ثُنائية الأبعاد ١٤٦
٨-٢ التماثُل في الأشكال ثُلاثيَّة الأبعاد ١٤٨
٨-٣ التحويلات الهندسية ١٥٠
٨-٤ تركيب التحويلات الهندسية ١٥٦
تمارين مُتنوِّعة ١٦٠

الوحدة التاسعة: المُتتاليات والمجموعات

٩-١ المُتتاليات ١٦٣
٩-٢ المجموعات ١٦٦
تمارين مُتنوِّعة ١٧١

المُقدِّمة

ألَّف كتاب النشاط معلمون ذوو خبرة ليتماشى مع كتاب الطالب.

يحتوي الكتاب على العديد من التمارين، إضافة إلى خلاصات مفيدة جاءت على هيئة نقاط للتذكير بالأفكار الرئيسية للوحدة، ونصائح مفيدة وُضعت في إطارات خاصة بها يستخدمها أي طالب بحاجة إلى المزيد من الدعم. تعتمد بنية الكتاب على ربط كل تمرين فيه بتمرين مماثل له في كتاب الطالب.

تتضمّن كل وحدة العديد من التدريبات مُمثَّلة في تمارين 'تطبيقية' مباشرة، تتكوَّن من أسئلة متسلسلة في الصعوبة ومُتكرِّرة، بحيث تتيح للطالب التدرُّب على طرق يمكن تطبيقها على كل موضوع فرعي. وترِد في نهاية كل وحدة 'تمارين متنوِّعة' تجمع مختلف الموضوعات الفرعية للوحدة بطريقة تجعلك تقرّر بنفسك الطرائق التي يجب استخدامها. يتم توفير الإجابات عن كل هذه الأسئلة في دليل المعلم.

تم تأليف الكتاب بتكامل واضح من البداية إلى النهاية، مع بعض الوحدات اللاحقة التي تستدعي المعرفة المُكتسَبة في الوحدات السابقة. وترد إشارات مفيدة تربط محتوى الوحدات، مما يسمح لك بمتابعة المادة التعليمية من خلال الكتاب: فكما تُعرَض فقرة خاصَّة بالمعارف المُتعلِّقة بمحتوى الوحدات السابقة عنوانها 'سابقًا'؛ تُعرَضُ بالمقابل فقرة أخرى تتعلَّق بالمعارف التي ستتم دراستها لاحقًا عنوانها 'لاحقًا'. وفيما يأتي مثالان على الفقرتين:

سابقًا

ستطبِّق العلاقات بين الزوايا في الخطوط المستقيمة المتوازية عندما يتضمَّن الشكل الرباعي أضلاعًا متوازية.

سابقًا

ستتعلم لاحقًا المزيد عن المجموعات في الوحدة التاسعة. والآن، فكِّر في المجموعة على أنها قائمة من الأعداد أو البنود الأخرى التي غالبًا ما توضع بين حاصرتَين.

إذا كان الجزء العددي في الصيغة العلمية عددًا كاملاً، فلا حاجة إلى إضافة فاصلة عشرية.

مُساعَدة

في المسائل اللفظية التي لا تتضمَّن رسمًا، قد يساعدك الرسم التقريبي على إيجاد الإجابات.

تُعدّ القُدرة على ترجمة المسألة اللفظية إلى عبارة جبرية استراتيجية مُفيدة في حل المسائل. تذكّر أنك تستطيع استخدام أي حرف كمُتغيِّر شرط أن توضِّح معناه.

تتضمَّن الإرشادات المفيدة في هوامش الكتاب ما يأتي:

مفاتيح: تحتوي هذه المستطيلات ذات اللون الرمادي الفاتح على تعليقات عامَّة تذكِّرك بالمعلومات أو المفاتيح المهمة والمفيدة عند التعامل مع تمرين ما وأنت بمطلق الأحوال مُستفيدٌ من معرفتها. غالبًا ما تُقدم معلومات أو دعمًا إضافيًا في موضوعات يُحتمل أن تكون مُلتبِسة.

مساعدة: تحتوي هذه المستطيلات على نصائح تتعلَّق بالطريقة الرياضية الجيدة للإجابة عن الأسئلة. وهي تُغطّي الأخطاء الشائعة بناءً على تجارب المؤلفين مع طلّابهم، وتمنحك أشياء يجب أن تتذكَّرها أو أن تكون حذرًا منها لتكون ناجحًا في دراساتك.

الوحدة الأولى: أنواع الأعداد والعمليات عليها

١-١ الأنواع المختلفة من الأعداد

- الأعداد الصحيحة هي الأعداد الكاملة الموجبة والسالبة والصفر.
- يتم إيجاد مُضاعَف عدد عندما تضربه في عدد طبيعي.
- عامل العدد هو عدد يقسمه بدون باقٍ.

تمارين ١-١

١) صنِّف كل عدد في الجدول التالي بوضع إشارة ✓ في العمود الصحيح.

العدد	طبيعي	صحيح	أوّلي	كسر	عشري
$-٠,٢$					
-٥٧					
$٣,١٤٢$					
٠					
$٠,\dot{٣}$					
١					
٥١					
١٠٢٧٠					
$-\frac{١}{٤}$					
$\frac{٢}{٧}$					
١١					
$٥١٢\overline{)٧}$					

مُساعَدة

تأكَّد من أنك تعرف معنى كل مجموعة من مجموعات الأعداد: الأعداد الطبيعية والأعداد الصحيحة والأعداد الفردية والزوجية والأعداد الأوّلية.

٢) اكتب كلًّا مما يأتي:

أ) أربعة أعداد مُربّعة أكبر من ١٠٠ _____

ب) أربعة كسور موجبة أصغر من $\frac{١}{٣}$ _____

٣) في الإطار التالي مجموعة من الأعداد:

٣ ، −٢ ، ٠ ، ١ ، ٩ ، ١٥ ، ٤ ، ٥ ، −٧ ، ١٠ ، ٣٢ ، −٣٢ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٢٩ ، ١٢

أ أيّ منها ليست أعدادًا طبيعية؟ _____

ب أيّ منها ليست أعدادًا صحيحة؟ _____

ج أيّ منها أعداد مُربَّعة؟ _____

٤) اكتب جميع عوامل العدد ٦٠

_____

٥) اكتب المُضاعفات الخمسة الأولى للعدد ١٧

_____

١-٢ الأعداد الأوّلية

- لكل عدد من الأعداد الأوَّلية عاملان فقط، هما ١ والعدد نفسه.
- العوامل الأوَّلية لعدد ما هي عوامل له، وهي أعداد أوَّلية أيضًا.
- يمكنك كتابة أي عدد في صورة ناتج ضرب عوامله الأوَّلية. ولكن تذكَّر أن العدد ١ ليس عددًا أوَّليًّا، أي لا يمكنك استخدامه لكتابة عدد في صورة ناتج ضرب عوامله الأوَّلية.
- المُضاعَف المُشتَرك الأصغر (م م ص) لعددَين أو أكثر، هو أصغر عدد بين المُضاعفات المُشترَكة للعددَين (أو لكل الأعداد).
- العامِل المُشتَرك الأكبر (ع م ك) لعددَين أو أكثر، هو أكبر عدد بين العوامل المُشترَكة لجميع الأعداد المُعطاة.
- يمكنك استخدام تحليل العدد إلى عوامله الأوّليّة لإيجاد العامل المُشترَك الأكبر (ع م ك) والمُضاعَف المُشترَك الأصغر (م م ص) لعددَين أو أكثر.

تمارين ١-٢

١) حدِّد الأعداد الأوَّلية في كل مجموعة ممّا يلي:

أ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠

_____

ب ٥٠ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠

_____

ج ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠ ، ١٠١ ، ١٠٢ ، ١٠٣ ، ١٠٤ ، ١٠٥

_____

٢) اكتب كلًّا مما يلي:

أ عددَيْن أوَّليين < ٨٠ _____

ب الأعداد الأوَّلية > ١٠ _____

٣) أوجِد المُضاعَف المُشتَرك الأصغر (م م ص) في كلّ مما يلي:

أ) ٩ ، ١٨

ب) ١٢ ، ١٨

ج) ١٥ ، ١٨

د) ٩ ، ٣٦

هـ) ٤ ، ٨ ، ١٢

و) ١٢ ، ١٦ ، ٣٢

٤) أوجد العامل المُشترَك الأكبر (ع م ك) في كلّ مما يلي:

أ) ١٢ ، ١٨

ب) ١٨ ، ٣٦

ج) ٢٧ ، ٩٠

د) ١٢ ، ١٥

هـ) ١٩ ، ٤٥

و) ٦٠ ، ٧٢

٥) اكتب كلًّا من الأعداد التالية في صورة ناتج ضرب عوامله الأوَّلية:

أ) ٣٦

ب) ٦٥

ج) ٦٤

د) ٨٤

هـ) ٨٠

و) ١٠٠٠

٦) أوجِد المُضاعَف المُشتَرك الأصغر (م م ص) والعامل المُشتَرك الأكبر (ع م ك) لكل زوج من أزواج الأعداد التالية:

أ) ١٤ ، ٢٧

_____

_____

_____

_____

ب) ١٥ ، ٨٥

_____

_____

_____

_____

ج) ١٦ ، ٥٣

_____

_____

_____

_____

د) ٢٧ ، ٩٦

_____

_____

_____

_____

هـ) ٦٦ ، ٢٣٤

_____

_____

_____

_____

و) ٧٢ ، ٦٧٤

_____

_____

_____

_____

ز) ١٢٨ ، ٥٥٠

_____

_____

_____

_____

ح) ٢٧٥ ، ٣١٥

_____

_____

_____

_____

٧) لدى أميرة لفافتان من الخيوط القطنية، طول اللفافة الأولى ٧٢ مترًا، وطول اللفافة الثانية ٩٠ مترًا. تُريد أميرة قصّ الخيوط لصُنع أكبر عدد مُمكن من القطع المُتساوية الأطوال، فكم يجب أن يكون طول كل قطعة؟

_____

_____

_____

٨) أعلن مركز تجاري عن عرض خاصّ وهو إعطاء قسيمة تسوُّق ووجبة مجّانية وفق الضوابط التالية: كلما دخل المركز ٣٠ مُتسوِّقًا تُعطى القسيمة للمُتسوِّق ٣٠، وكلما دخل المركز ١٢٠ مُتسوِّقًا تُعطى الوجبة المجّانية للمُتسوِّق ١٢٠. كم مُتسوِّقًا يجب أن يدخل المركز قبل أن يتسلَّم أحد المُتسوِّقين قسيمة ووجبة مجّانية؟

_____

_____

_____

٩) تُريد سارة توزيع ٤٠ ثمرة فواكه، و١٠٠ قطعة حلوى على زميلاتها في الصف، بحيث تُعطي كلًّا من الطلاب العدد نفسه من ثمرات الفواكه والعدد نفسه من قِطَع الحلوى. ما أكبر عدد من الطلاب يمكن أن يكون في صفّ سارة؟

١٠) يتنافس كلّ من فهد وأحمد وراشد في الألعاب الأولمبية وأولمبياد ذوي الاحتياجات الخاصة، حيث يبدأون بالدوران على مضمار الجري من نقطة البداية نفسها. فإذا دار فهد دورة كاملة في ٢٠ ثانية، وأكمل أحمد دورته في ٨٤ ثانية، في حين أن راشد على كُرسيّه المُتحرِّك أكمل دورة كاملة في ١٠٥ ثوانٍ، فما المُدّة التي يحتاج إليها اللاعبون الثلاثة ليلتقوا مجدَّدًا عند النقطة نفسها؟ وما عدد الدورات التي سيُكملها كل منهم؟

١١) يُريد سعيد تبليط غرفة مُستطيلة الشكل بُعداها ٣,٢ م ، ٦,٤ م باستخدام عدد كامل من البلاطات المُربَّعة المُتطابِقة. وهو يرغب في اختيار أكبر قياس ممكن من البلاطات.

أ) أوجد أكبر مساحة ممكنة لقطع البلاط بالسنتميتر المُربَّع.

ب) كم بلاطة يحتاج سعيد لتبليط الغرفة إذا كان بُعد البلاطة ٣,٢ م؟

١-٣ القوى والجذور

- يكون العدد مُربَّعًا (ن^{٢}) عندما يكون مضروبًا في نفسه (ن × ن).
- الجذر التربيعي للعدد ن ($\sqrt{ن}$) هو العدد الذي تضربه في نفسه للحصول على العدد ن.
- يكون العدد مُكعَّبًا (ن^{٣}) عندما يكون مضروبًا في نفسه، ثم يتم ضرب الناتج في العدد الأصلي (ن × ن × ن).
- الجذر التكعيبي للعدد ن ($\sqrt[٣]{ن}$) هو العدد الذي تضربه في نفسه مرّتين للحصول على العدد ن.
- يُمكن رفع العدد إلى أي قوى (ن^{س}). تدلّك قيمة س على عدد المرّات التي تضرب فيها العدد في نفسه.
- $\sqrt[س]{ن}$ لعدد ما، هو العدد الذي تمَّ ضربه في نفسه س من المرّات للحصول على العدد ن.

تمارين ١-٣

١) أوجد كل الأعداد المُربَّعة والمُكعَّبة الواقعة بين العددَين ١٠٠ و ٣٠٠

٢) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي:

أ) $\sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$

ب) $\sqrt{٩ + ١٦}$

ج) $\sqrt{٦٤} + \sqrt{٣٦}$

د) $\sqrt{٦٤ + ٣٦}$

هـ) $\sqrt{\frac{٣٦}{٤}}$

و) $\left(\sqrt{٢٥}\right)^{٢}$

ز) $\frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{١٦}}$

ح) $\sqrt{١٦٩ - ١٤٤}$

ط) $\sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt[٣]{١}$

ي $\sqrt{١٠٠ \div ٤}$

ك $\sqrt{١} + \sqrt{\frac{٩}{١٦}}$

ل $\sqrt{١٦} \times \sqrt[٣]{٢٧}$

م $\sqrt{(-٥)^{٢}} \times \sqrt[٣]{-١}$

ن $\sqrt{\frac{١}{٤}} + \sqrt{(\frac{١}{٣})^{٢}}$

س $\sqrt{١} - \sqrt[٣]{-١٢٥}$

٣) أوجد قيمة كلّ ممّا يلي:

أ $١٣^{٣} - ٣^{٥}$

ب $٣^{٣} + ٢^{٧}$

ج $\sqrt[٣]{٦٤} + ٤^{٥}$

د $(٢^{٤})^{٣}$

هـ $٥^{٤} \times \sqrt[٣]{٦٤}$

و $\sqrt[٣]{٧٢٩} \times ٥^{٤}$

ز $\sqrt[٣]{٢١٦} + ٥^{٥}$

٤) مُكعَّب حجمه ١٢١٦٧ سم^{٣}. احسب:

أ ارتفاعه.

ب مساحة وجهه.

١-٤ الأعداد المُوجَّهة

- الأعداد الصحيحة هي أعداد كاملة مُوجَّهة.
- تُكتَب الأعداد الصحيحة السالبة باستخدام الإشارة السالبة (−). يُمكنك أن تكتب الأعداد الصحيحة الموجبة باستخدام الإشارة الموجبة (+)، ولكن العادة جرت ألاّ تُكتَب كذلك.
- في الحياة الواقعية، تُستخدَم الأعداد السالبة لتمثيل درجات الحرارة التي تقع تحت الصفر، والحركة إلى الأسفل أو إلى اليسار، والعمق، والمسافات التي تقع تحت مستوى سطح البحر، والسحوبات من البنوك والقروض المصرفية، وعدّة أشياء أخرى.

تمارين ١-٤

١) إذا كانت درجة الحرارة ٣٤° س عند المساء، وانخفضت بمقدار سبع درجات ابتداءً من مُنتصف الليل إلى الفجر، فكم تكون درجة الحرارة عند الفجر؟

_____

٢) حوِّط درجة الحرارة الأدنى في كل من العبارات التالية:

أ ٠° س ، −٢° س　　ب ٩° س ، −٩° س　　ج −٤° س ، −١٢° س

٣) يتضمّن أحد المباني التجارية ٣ طوابق سفلية (−١، −٢، −٣)، وطابقًا أرضيًّا و١٥ طابقًا فوق الطابق الأرضي (١ إلى ١٥). أين سيكون المصعد في كل من الحالات الآتية؟

ارسم خط أعداد ليساعدك على الإجابة.

أ انطلق المصعد من الطابق الأرضي نزولاً طابقًا واحدًا، ثم صعودًا خمسة طوابق. _____

ب انطلق المصعد من الطابق −٣ صعودًا ١٠ طوابق. _____

ج انطلق المصعد من الطابق ١٢ نزولاً ١٣ طابقًا. _____

د انطلق المصعد من الطابق ١٥ نزولاً ١٧ طابقًا. _____

هـ انطلق المصعد من الطابق −٢ صعودًا ٧ طوابق، ثم نزولاً ٨ طوابق. _____

١-٥ ترتيب العمليات الحسابية

- عند وجود أكثر من عملية حسابية يتوجَّب إجراؤها، عليك حساب ما بداخل الأقواس أوَّلاً. أجرِ بعد ذلك القسمة أو الضرب (من اليمين إلى اليسار) قبل أن تُجري الجمع أو الطرح (من اليمين إلى اليسار).
- شرطة الكسر تعني القسمة (÷).
- تقوم شرائط الكسور ورمزا الجذر التربيعي والتكعيبي بدور الأقواس، للدلالة على الأجزاء التي يجب حسابها أوَّلاً.

تمارين ١-٥

مُساعَدة

تُطبِّق معظم الآلات الحاسبة العصرية قواعد ترتيب العمليات الحسابية آليًّا. فإذا كانت الآلة الحاسبة تتضمّن أقواسًا وكسورًا أو جذورًا، فعليك إدخالها في الحاسبة بطريقة صحيحة. عندما يتضمَّن المقام أكثر من حد واحد، فسوف تقسم الآلة الحاسبة على الحد الأول فقط، إلا إذا أدخلتَ أقواسًا.

تذكّر أن ترتيب العمليات الحسابية كالآتي:

الأقواس والأسس والجذور

القسمة والضرب من اليمين إلى اليسار

الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

١) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي باستخدام الآلة الحاسبة:

أ) $٨ + ٣ \times ٦$

ب) $٦ \times (٨ + ٣)$

ج) $٨ \times ٣ - ٤ \div ٥$

د) $١٢,٦٤ + ٢,٣٢ \times ١,٣$

هـ) $٦,٥ \times ١,٣ - ٥,٠٦$

و) $(٦,٧ \div ٨) + ١,٦$

ز) $١,٤٥٣ + \frac{٧,٦}{٣,٢}$

ح) $\frac{٣,٣١٥ - ٥,٣٤}{٥}$

ط) $١,٠٨ - \frac{٦,٥٤}{٢}$

ي $\frac{٥,٦٧}{١,٣٥ \times ١,٤}$

ك $\frac{١١,٥}{١,٧٥ - ٢,٩}$

ل $\frac{٠,٢٣ \times ٤,٢٦}{٣,١٠٢ + ٣,٤٣}$

م $٨,٩ - \frac{٩,١}{١٠,٤}$

ن $\frac{١٢,٤٥}{٨,٣} - \frac{١,٩٨}{٣,٩٦}$

س $١٢,٩ - (٢,٠٣)^{٢}$

ع $(٢,٦ - ٩,٤)^{٣}$

ف $(١٢,٠٢)^{٢} - (٧,٠٢)^{٢}$

ص $\left(\frac{١٦,٧٤}{٩,٣} - ١,٠١\right)^{٢}$

ق $\frac{(٤,٠٨)^{٢}}{٤,١٢ - ٨,٢}$

ر $٦,٨ + \frac{١,٥}{٦,٩} - \frac{١,٠٨}{٩,٢}$

ش $٤,٣ + \left(١,٢ + \frac{١,٦}{٥}\right)^{٢}$

ت $\sqrt{١٢ \times ٧٥}$

ث $\frac{٢ \times \sqrt{٤٩}}{١٤}$

خ $\frac{\sqrt{٢} + \sqrt{٥٠}}{\sqrt{٨} + \sqrt{١٨}}$

ذ $\sqrt[٣]{٣٠ - ٤}$

ض $\frac{\sqrt{٦٤}}{\sqrt[٣]{٦٤}}$

تمارين مُتنوِّعة

١) صنِّف الأعداد التالية إلى عدد (طبيعي - كسر - صحيح - أوّلي). قد يحمل العدد أكثر من صفة.

أ $-\frac{٣}{٤}$

ب ٢٤

ج ٠,٦٥

د -١٢

هـ $٣\frac{١}{٢}$

و ٠

ز ٠,٦٦

ح ١٧

٢) اكتب عوامل العدد ٣٦، ثم أجب عمّا يلي:

_____

أ كم عاملاً من هذه العوامل هي عوامل أوَّلية؟ _____

ب اكتب ٣٦ في صورة ناتج ضرب عوامله الأوَّلية. _____

ج اكتب عددَيْن هما عاملان للعددَيْن ٣٦ ، ٧٢ _____

د أوجد العامل المُشترَك الأكبر للعددَيْن ٣٦ ، ٧٢ _____

٣) اكتب كلًّا من الأعداد التالية في صورة ناتج ضرب عوامله الأوَّلية:

أ) ١٩٦ ب) ١٨٤٥ ج) ٨٨٢٠

٤) بدأ سليمان ببرنامج رياضي يتضمَّن رياضتَي السباحة والجري في الثالث من شهر مارس. حيث قرّر أن يمارس السباحة كل ثلاثة أيام، وأن يَجري كل أربعة أيام. في أيّ تاريخ من شهر مارس سيقوم سليمان بالسباحة والجري في اليوم نفسه؟

٥) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخطأ، فيما يلي:

أ) $١٨ \div ٦ + (٥ + ٣ \times ٤) = ٢٠$ _____

ب) $٦ \times (٥ - ٤) + ٣ = ٩$ _____

ج) $\frac{٣٠ + ١٠}{٣٠} - ١٠ = ١$ _____

د) $(٦ + ٣)^{٢} = ٤٥$ _____

٦) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي:

أ) $\sqrt{١٠٠} \div \sqrt{٤}$ ب) $\sqrt{١٠٠ \div ٤}$ ج) $(\sqrt[٣]{٦٤})^{٣}$

د) $٣^{٤} + ٢^{٩}$ هـ) $\sqrt[٣]{٣٤٣٦} \times ٢^{٣}$ و) $(-٢)^{٤} \times \sqrt[٣]{٣٤٣}$

الوحدة الثانية: الكُسور والنِّسب المِئويَّة

٢-١ الكُسور المُتكافئة

- متكافئة تعني أنَّ 'لها القيمة نفسها'.
- لتجد كُسورًا مُتكافِئة، اضرب البسط والمقام في العدد نفسه (غير الصفر)؛ أو اقسم البسط والمقام على العدد نفسه (غير الصفر).

تمارين ٢-١

١) اكتب كلًّا من الكسور التالية في أبسط صورة:

أ) $\frac{٦}{١٢}$ _____ ب) $\frac{٤}{١٢}$ _____ ج) $\frac{٣}{٩}$ _____

د) $\frac{٨}{٣٢}$ _____ هـ) $\frac{١٢}{٤٨}$ _____ و) $\frac{١٢٥}{١٠٠٠}$ _____

ز) $\frac{٣}{١٥}$ _____ ح) $\frac{٤}{٦}$ _____ ط) $\frac{٢٤}{٣٢}$ _____ ي) $\frac{٣٧٥}{١٠٠٠}$ _____

يمكنك استخدام الضرب التبادُلي لكتابة مُعادلة وحلّها.

$\frac{١}{٢} = \frac{س}{٢٨}$

٢س = ٢٨

س = ١٤

٢) أوجد قيمة س في كل زوج من أزواج الكسور المُتكافِئة فيما يلي:

أ) $\frac{٢}{٥} = \frac{٢٦}{س}$

ب) $\frac{٥}{٧} = \frac{١٢٠}{س}$

ج) $\frac{٦}{٥} = \frac{٦٦}{س}$

د) $\frac{١١}{٩} = \frac{١٤٣}{س}$

هـ $\frac{٥}{٣} = \frac{٨٠}{س}$

و $\frac{٨}{١٢} = \frac{س}{١٥٦}$

٢-٢ العمليات على الكسور

- لضرب كسر في كسر آخر، اضرب البسط في البسط والمقام في المقام. ويجب إعادة كتابة الأعداد الكسرية في صورة كسور قبل تنفيذ عملية الضرب أو عملية القسمة.
- لجمع الكسور أو طرحها، استخدم الكسور المُتكافِئة لتغيِّر كل كسر منها إلى كسر له المقام نفسه، ثم اجمع (أو اطرح) قيَم البسط فقط.
- لقسمة كسر على كسر آخر، اضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني (ناتج ضرب أي قيمة في مقلوبها هو العدد ١). بلغة أبسط، اقلب الكسر الثاني (اقلبه رأسًا على عقب) وغيِّر الإشارة ÷ إلى الإشارة ×.
- اكتب دائمًا ناتج العمليات الحسابية التي تُجريها في صورة كسر أو كسر غير اعتيادي في أبسط صورة، إلا عندما يُطلب إليك أن تكون الإجابة في صورة عدد كسري.

تمارين ٢-٢

مُساعَدة
إذا كان باستطاعتك تبسيط الجزء الكسري أوّلًا، ستحصل على أعداد أصغر؛ مما يسهّل عملية الضرب للحصول على الكسر غير الاعتيادي.

١) أعِد كتابة كلٍّ من الأعداد الكسرية التالية في صورة كسر غير اعتيادي في أبسط صورة:

أ) $٣\frac{٥}{٤٠}$ _____ ب) $١\frac{١٢}{٢٢}$ _____ ج) $١١\frac{٢٤}{٣٠}$ _____

د) $٣\frac{٧٥}{١٠٠}$ _____ هـ) $١٤\frac{٣}{٤}$ _____ و) $٢\frac{٣٥}{٤٥}$ _____

٢) أوجد ناتج الضرب في كل مما يلي في أبسط صورة:

أ) $\frac{١}{٥} \times \frac{٣}{١٥}$ _____ ب) $\frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٥}$ _____ ج) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{١٠}$ _____

د) $\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٢٩}$ _____ هـ) $\frac{٢}{١١} \times \frac{٨}{٩}$ _____ و) $\frac{٦}{١١} \times \frac{٢}{٣}$ _____

ز) $\frac{١٠}{١٣} \times \frac{٣}{٧}$ _____ ح) $\frac{٢٠}{٥٠} \times \frac{٩}{١٥}$ _____ ط) $\frac{١٠}{١٤} \times \frac{٣}{٤}$ _____

ي) $\frac{٦}{٨} \times \frac{٣}{١١}$ _____

٣) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي:

أ) $١\frac{٤}{٥} \times ١٢$ _____ _____ _____

ب) $\frac{٩}{١٣} \times ٧$ _____ _____ _____

ج) $٣\frac{١}{٢} \times ٤$ _____ _____ _____

تذكَّر: يمكنك الاختصار لتبسيط الكسر عند ضرب الكسور؛ وتذكَّر أيضًا أن الحرف (من) هنا يعني (×)

د) $٢\frac{١}{٣} \times ٢\frac{٢}{٥}$

هـ) $٢ \times ٤\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣}$

و) $\frac{١}{٥} \times \frac{١٢}{١٩} \times ٢\frac{١}{٢}$

ز) $\frac{١}{٣}$ من ٣٦٠

ح) $\frac{٣}{٤}$ من $\frac{٢}{٧}$

ط) $\frac{٨}{٩}$ من ٨١

ي) $\frac{٢}{٣}$ من $٤\frac{١}{٢}$

ك) $\frac{١}{٢}$ من $٩\frac{١٦}{٥٠}$

ل) $\frac{٣}{٤}$ من $٢\frac{١}{٣}$

٤) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي، واكتب الإجابة في أبسط صورة:

أ) $\frac{١}{٥} - \frac{٣}{٤}$

ب) $\frac{١}{٦} + \frac{١}{٥}$

ج) $\frac{١}{٩} - \frac{١}{٥}$

د) $\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٦}$

هـ) $\frac{٧}{١٢} - \frac{٩}{١٠}$

و) $\frac{١}{٣} + \frac{٤}{٧}$

ز) $٣\frac{١}{٣} + ٢\frac{١}{٢}$

ح) $١\frac{١}{٧} + ٢\frac{١}{٨}$

ط) $٣\frac{٣}{٤} + ٤\frac{٣}{١٠}$

مُساعَدة

يمكنك استخدام أي مقام مُشترَك. ولكن يصبح التبسيط أسهل عند استخدام المقام المُشترَك الأصغر.

ي $1\frac{1}{13} - \frac{4}{5}$

ك $3\frac{9}{10} - 2\frac{7}{8}$

ل $2\frac{5}{7} - 1\frac{1}{3}$

م $1\frac{1}{2} - \frac{7}{3}$

ن $2\frac{1}{3} - \frac{17}{3}$

س $1\frac{4}{9} - \frac{13}{3}$

٥) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي:

أ $8 \div \frac{1}{3}$

ب $12 \div \frac{7}{8}$

ج $2 \div \frac{7}{8}$

د $\frac{2}{9} \div \frac{18}{30}$

هـ $\frac{8}{9} \div \frac{4}{5}$

و $1\frac{3}{7} \div 2\frac{2}{9}$

ز $1\frac{14}{26} \div \frac{10}{13}$

ح $3\frac{6}{15} \div 5\frac{2}{3}$

ط $5\frac{1}{5} \div 1\frac{3}{10}$

٦) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي:

أ $4 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$

ب $2\frac{1}{8} - \left(\frac{7}{8} - 2\frac{1}{5}\right)$

سابقًا

تذكَّر أن قواعد ترتيب العمليات الحسابية التي وردت في الوحدة ١ تُطبَّق هنا أيضًا.

ج $\frac{٣}{٧} \times \left(\frac{٢}{٣} + ٦ \div \frac{٢}{٣}\right) + ٥ \times \frac{٢}{٧}$

د $\left(٦\frac{٣}{٨} - ٨\frac{١}{٤}\right) + ٢\frac{٧}{٨}$

هـ $\frac{٥}{٦} \times \frac{١}{٤} + \frac{٥}{٨} \times \frac{١}{٣}$

و $\frac{١}{٦} \times \left(٥ \div \frac{٣}{١١} - \frac{٥}{١٢}\right)$

ز $\left(\frac{١٥}{٤} \div \frac{٥}{٨}\right) - \left(\frac{٥}{٦} \times \frac{١}{٥}\right)$

ح $\frac{٣}{١٧} \times \left(\frac{٣}{١٠} - ٤ \div ٢\frac{٢}{٣}\right)$

ط $\frac{٢}{٣} \times \left(\frac{١}{٣} - \frac{٢}{٩} \div ٧\right)$

٧) يبلغ رصيد سارة في البنك ٩٠٠ ريال عُماني. أنفقت $\frac{٧}{١٢}$ من رصيدها.

أ ما المبلغ الذي أنفقته سارة؟

ب ما المبلغ المُتبقّي من رصيدها في البنك؟

٨) يحتاج أحمد إلى $\frac{٣}{٤}$ الساعة لرصف ٥٠ بلاطة.

أ كم بلاطة يستطيع أن يرصف أحمد في $٤\frac{١}{٢}$ ساعة؟

ب ما المُدّة التي يستغرقها أحمد لرصف أرض مُستخدِمًا ٤٦٢ بلاطة؟

٢-٣ النِّسب المِئوية

- مئوية تعني 'في المئة'. والنسبة المئوية كسر مقامه العدد ١٠٠
- لكتابة كمّية في صورة نسبة مئوية من عدد آخر، اكتبها في صورة كسر، ثم حوِّله إلى نسبة مئوية.
- لإيجاد النسبة المئوية لكمّية مُعطاة، اضرب النسبة المئوية في الكمّية المُعطاة.

تمارين ٢-٣

١) اكتب كلًّا من الأعداد التالية في صورة نسبة مئوية:

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{٥}{٨}$ ج) $\frac{٩٣}{٣١٠}$ د) ٠,٣

هـ) ٠,٠٤ و) ٠,٤٧ ز) ١,١٢ ح) ٢,٠٧

٢) اكتب كلًّا من النسب المئوية التالية في صورة كسر في أبسط صورة:

أ) ٪١٢,٥ ب) ٪٥٠ ج) ٪٩٨

د) ٪٦٠ هـ) ٪٢٢

٣) اكتب كلًّا من الأعداد العشرية التالية في صورة نسبة مئوية:

أ) ٠,٨٣ ب) ٠,٦ ج) ٠,٠٧

د ٠,٣٧٥ _____

_____

هـ ١,٢٥ _____

_____

و ٢,٥ _____

_____

٤) احسب كلًّا مما يلي:

أ ٣٠٪ من ٢٠٠ كغم

_____

ب ٤٠٪ من ٦٠ ريالاً عُمانيًّا

_____

ج ٢٥٪ من ٦٠٠ لتر

_____

د ٢٢٪ من ٢٥٠ مل

_____

هـ ٥٠٪ من ١٢٨ ريالاً عُمانيًّا

_____

و ٦٥٪ من ٣٠ ريالاً عُمانيًّا

_____

ز ١٥٪ من ١٢٠ كم

_____

ح ٠,٥٪ من ٤٠ غم

_____

ط ٢,٦٪ من ٨٠ ريالاً عُمانيًّا

_____

ي ٩,٥٪ من ٥٠٠٠ متر مُكعَّب

_____

مُساعَدة

عند إيجاد النسبة المئوية لكمّية ما، ستكون لإجابتك وحدة قياس وليس رمز النسبة المئوية، لأنك تعمل على إيجاد كمّية.

٥) تتوفَّر ٧٥٢٥٠ تذكرة دخول لإحدى مباريات كرة القدم. تم بيع ٦٢٪ من التذاكر خلال يوم واحد. كم بقي من التذاكر؟

٦) يملك السيد حمد ١٥٪ من أسهم إحدى الشركات. إذا أصدرت الشركة ١٢٠٠٠ سهم، فكم يكون عدد أسهم السيد حمد في الشركة؟

٧) أحرز لاعب كرة سلّة في إحدى المباريات ١٨ نقطة من أصل ٨٢ نقطة. ما النسبة المئوية لعدد النقاط التي أحرزها اللاعب؟

٨) رصدت إحدى الشركات ميزانية قيمتها ٢٤٠٠٠ ريال عُماني للإعلانات، إذا أنفقت دائرة التسويق حتى الآن ٣٤,٦٪ مما رصدته، فكم بقي في الميزانية؟

٩) أعلنت إحدى الشركات أن الجُبن المتوفِّر لديها خالٍ من الدهون بنسبة ٩٩,٥٪. كم غرامًا من الدهون يوجد في قطعة جبن كتلتها ٥٠٠ غرام؟

٢-٤ الصيغة العلمية

- يكون العدد في الصيغة العلمية عندما يكون مكتوبًا في صورة ب × ١٠ن، حيث ب عدد أكبر من أو يساوي ١ وأصغر من ١٠ و ن عدد صحيح.
- لكتابة عدد في الصيغة العلمية:
  - أولًا: ضع فاصلة بحيث تكون على يمين أول رقم معنوي (غير الصفر) من جهة اليسار.
  - ثانيًا: احسب عدد الأرقام إلى يمين الفاصلة (قوى العدد عشرة).
  - ثالثًا: اكتب العدد مضروبًا في قوى العدد ١٠، بناءً على عدد المنازل التي تحرَّكتها الفاصلة العشرية. إذا تحرَّك الرقم المعنوي إلى اليسار (لاحظ أن ذلك يظهر تحرُّك الفاصلة العشرية إلى اليمين) تكون قوى العدد ١٠ موجبة. ولكن إذا تحرَّك الرقم المعنوي إلى اليمين (أو الفاصلة العشرية إلى اليسار) تكون قوى العدد ١٠ سالبة.
- لتحويل العدد من الصيغة العلمية إلى صورته الاعتيادية، اضرب العدد العشري في العدد ١٠ المرفوع إلى القوى المُعطاة.

تمارين ٢-٤-أ

١) اكتب كلًّا من الأعداد التالية في الصيغة العلمية:

أ) ٤٥٠٠٠ ب) ٨٠٠٠٠٠ ج) ٨٠

د) ٢٣٤٥٠٠٠ هـ) ٤١٩٠٠٠٠ و) ٣٢٠٠٠٠٠٠٠٠

ز) ٠,٠٠٦٥ ح) ٠,٠٠٩ ط) ٠,٠٠٠٤٥

ي) ٠,٠٠٠٠٠٠٨ ك) ٠,٠٠٦٧٥ ل) ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٠٤٥

مُساعَدة

تأكَّد من أنك تعرف كيف تعمل آلتك الحاسبة في الصيغة العلمية.

٢) اكتب كلًّا من الأعداد التالية في الصورة الاعتيادية:

أ) $٢,٥ \times ١٠^{٣}$

ب) $٣,٩ \times ١٠^{٤}$

ج) $٤,٢٦٥ \times ١٠^{٥}$

د) $١,٠٤٥ \times ١٠^{-٥}$

هـ) $٩,١٥ \times ١٠^{-٦}$

و) ١×١٠^{-٩}

ز) $٢,٨ \times ١٠^{-٥}$

ح) $٩,٤ \times ١٠^{٧}$

ط) $٢,٤٥ \times ١٠^{-٣}$

إذا كان الجزء العددي في الصيغة العلمية عددًا كاملاً، فلا حاجة إلى إضافة فاصلة عشرية.

تمارين ٢-٤-ب

١) أوجد ناتج كلٍّ ممّا يلي، واكتبه في الصيغة العلمية مُقرِّبًا إلى عدد مُكوَّن من ثلاثة أرقام معنوية:

أ) $(٠,٠٠٠٠٩)^{٤}$

ب) $٠,٠٠٠٢ \div ٣٢٥٠٠$

ج) $٦٥٠٠٠٠٠٠ \div ٠,٠٠٠٠٠٤٥$

د) $(٠,٠٠٢٩)^{٣} \times (٠,٠٠٣٦٥)^{٥}$

هـ) $(٤٨ \times ٩٨٧)^{٤}$

و $\frac{٤٥٢٥ \times ٨٧٦٠}{٠,٠٠٠٠٢}$

ز $\frac{٩٥٠٠}{(٠,٠٠٠٥)^{٤}}$

ح $\sqrt{٥,٢٥} \times ١٠^{٨}$

ط $\sqrt[٣]{٩,١ \times ١٠^{-٨}}$

٢) أوجد ناتج كلٍّ ممّا يلي، واكتب إجابتك في الصيغة العلمية:

أ $(٣ \times ١٠^{١٢}) \times (٤ \times ١٠^{١٨})$

ب $(١,٥ \times ١٠^{٦}) \times (٣ \times ١٠^{٥})$

ج $(١,٥ \times ١٠^{١٢})^{٣}$

د $(١,٢ \times ١٠^{-٥}) \times (١,١ \times ١٠^{-٦})$

هـ $(٠,٤ \times ١٠^{١٥}) \times (٠,٥ \times ١٠^{١٢})$

و $(٨ \times ١٠^{١٧}) \div (٣ \times ١٠^{١٢})$

ز $(١,٤٤ \times ١٠^{٨}) \div (١,٢ \times ١٠^{٦})$

ح $(٨ \times ١٠^{-١٥}) \div (٤ \times ١٠^{-١٢})$

ط $\sqrt{٩,١} \times ١٠^{-٨}$

٣) تبلغ كُتلة الشمس حوالي $١,٩٩٨ \times ١٠^{٢٧}$ طن، وتبلغ كُتلة كوكب عُطارد حوالي $٣,٣٠٢ \times ١٠^{٢٠}$ طن.

أ أيٌّ منهما كتلته أكبر؟

ب كم مرّة يزيد الجسم الأكبر كُتلة على الجسم الأصغر كتلة؟

٤) يقطع الضوء مسافة ٣×١٠^{٨} م في الثانية. ويبلغ مُتوسِّط المسافة بين الأرض والشمس $١,٥ \times ١٠^{١١}$ م، ومُتوسِّط المسافة بين كوكب بلوتو والشمس $٥,٩ \times ١٠^{١٢}$ م. كم مرّة يزيد بُعد كوكب بلوتو عن الشمس على بعد الأرض عن الشمس؟

٢-٥ الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية

- يُمكن تقسيم الأعداد الحقيقية إلى أعداد نسبية وأعداد غير نسبية.
- يمكن التعبير عن أي عدد نسبي في صورة $\frac{ب}{جـ}$ حيث ب ، جـ عددان صحيحان، جـ ≠ ٠
- تُعتبَر الأعداد الكاملة والأعداد الصحيحة والكسور والأعداد الكسرية والأعداد العشرية المنتهية كلّها أعدادًا نسبية.
- يمكن تحويل الأعداد العشرية الدورية إلى الصورة $\frac{ب}{جـ}$.
- لا يمكن كتابة الأعداد غير النسبية في صورة $\frac{ب}{جـ}$. الأعداد غير النسبية هي كل الأعداد العشرية غير الدورية وغير المُنتهية.
- تتكوَّن مجموعة الأعداد الحقيقية من الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية.

تمارين ٢-٥

١) حدِّد الأعداد غير النسبية في كلٍّ من مجموعات الأعداد الحقيقية التالية:

أ) $\frac{٣}{٨}$ ، $\sqrt{١٦}$ ، $\sqrt{١٦\frac{١}{٢}}$ ، $\frac{٢٢}{٧}$ ، $\sqrt{١٢}$ ، ٠,٠٩٠٠٩٠٠٠٩... ، $\frac{٣١}{٣}$ ، ٠,٠٢٠٢٠٢...

ب) ٢٣ ، $\sqrt{٤٥}$ ، ٠,٦ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\sqrt{٩٠\frac{١}{٢}}$ ، π ، $٥\frac{١}{٢}$ ، $\sqrt{٨}$ ، ٠,٨٣٤

في العدد ١,٢، النقطة الموجودة فوق الرقم ٢ في الجزء العشري تعني أنه دوري (أي إن الرقم ٢ يتكرَّر). عند وجود مجموعة من الأرقام الدورية مثل ٠,٢٧٣٢٧٣٢٧٣... ستجد نقطة فوق بداية المجموعة ونقطة فوق نهايتها: ٠,٢٧٣

٢) حوّل كلًّا من الأعداد العشرية الدورية التالية إلى كسر في أبسط صورة:

أ) ٠,٤

ب) ٠,٧٤

ج) ٠,٨٧

د) ٠,١١٤

هـ) ٠,٩٤٣

و) ٠,١٨٥٧

تمارين مُتنوِّعة

١) بسِّط كلًّا ممّا يلي:

أ) $\frac{١٦٠}{٢٠٠}$ _____ ب) $\frac{٤٨}{٧٢}$ _____ ج) $\frac{٣٦}{٥٤}$ _____

٢) أوجد ناتج كلٍّ ممّا يلي في أبسط صورة:

أ) $\frac{٣}{٨} \times \frac{٤}{٩}$

ب) $\frac{٣}{٤} \times ٨٤$

ج) $\frac{١}{٣} \div \frac{٥}{٩}$

د) $\frac{٣}{٤} - \frac{٩}{١١}$

هـ) $\frac{٧}{١٦} + \frac{٥}{٢٤}$

و) $٩\frac{١}{٢} + ٢\frac{١}{٣}$

ز) $\left(٤\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$

ح) $١\frac{٧}{٩} - ٩\frac{١}{٥}$

ط $٢\frac{٥}{٨} \times ١\frac{٧}{٩} - ٩\frac{١}{٥}$

ي $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} + \frac{١٨}{٢٥} \div \frac{٤}{٥}$

٣) خلال فترة الانتخابات، تم رفض ٢,٥٪ من ٢٨٧٦٥ ورقة اقتراع، على أنها أصوات غير مقبولة:

أ ما عدد الأصوات غير المقبولة؟

ب نال المُرشَّح سعيد ٤٢٪ من أصوات الاقتراع المُتبقّية. كم صوتًا نال؟

٤) يبعد كوكب بلوتو مسافة $٥,٩ \times ١٠^{١٢}$ م عن الشمس.

أ اكتب المسافة بالكيلومترات، ثم اكتب الناتج في الصيغة العلمية.

ب في موقع مُعيَّن، تبعد الأرض مسافة $١,٤٧ \times ١٠^{٨}$ كم عن الشمس. إذا كان بلوتو والأرض والشمس على الاستقامة نفسها عند ذاك الموقع (وكان كلا الكوكبَيْن في الجانب نفسه من الشمس)، احسب المسافة التقريبية بالكيلومتر بين الأرض وبلوتو، واكتب إجابتك في الصيغة العلمية.

٥) السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء في سنة واحدة، أي ٩٤٦٣٧٠٠٠٠٠٠٠ كم.

أ اكتب السنة الضوئية في الصيغة العلمية.

ب تبعد الشمس عن الأرض مسافة ٠,٠٠٠٠١٦ سنة ضوئية. اكتب هذه المسافة في الصيغة العلمية.

ج يبعد النجم بروكسيما سينتوري (Proxima centauri) مسافة ٤,٢ سنوات ضوئية عن الأرض. كم كيلومترًا تبلغ هذه المسافة؟ اكتب إجابتك في الصيغة العلمية.

٦) حدِّد من المجموعة التالية الأعداد غير النسبية:

$1\frac{5}{8}$ ، ٠,٢١٣٢٣١٢٣٤... ، $\sqrt{25}$ ، $\frac{7}{17}$ ، ٠,١ ، $-0,654$ ، $\sqrt{2}$ ، $\frac{22}{5}$ ، $\pi 4$

٧) اكتب كلًّا من الأعداد العشرية الدورية التالية في صورة كسر في أبسط صورة:

أ $0,\dot{2}\dot{3}$ ب $0,2\dot{8}\dot{6}$

الوحدة الثالثة: فهم الجبر

٣-١ استخدام الحروف (المُتغيِّرات) لتمثيل القيَم المجهولة

- في الجبر تُسمّى الحروف مُتغيِّرات لأنها تأخذ قيَمًا مختلفة. ويمكن استخدام أي حرف كمُتغيِّر ولكنّ الحرفَين الأكثر شُيوعًا هما الحرفان س، ص.
- يُسمّى العدد الموجود بذاته ثابتًا.
- الحدّ هو مجموعة من الأعداد أو المُتغيِّرات أو كلتيهما تفصل بينها فقط عمليات ضرب أو قسمة أو ضرب وقسمة معًا.
- تربط العبارة الجبرية الحدود باستخدام إشاراتَي العمليات + ، −. ولا تتضمّن العبارة إشارة المساواة (عكس المُعادلة). قد تتضمّن العبارة حدًّا واحدًا فقط.

تمارين ٣-١

١) اكتب العبارات التالية بالرموز بدلالة المُتغيِّر س لتمثيل:

أ ٣ ضرب مجموع عدد مع ٢ _____

ب ٦ ضرب الفرق بين عدد و ١ _____

ج ضعف مجموع ١١ مع عدد _____

د عدد مضروب في الفرق بين ١٢ ، −٦ _____

هـ إضافة ٤ إلى ٣ ضرب مُربّع عدد _____

و إضافة مُربّع عدد إلى ٤ ضرب الفرق بين ٧ ، ٥ _____

ز عدد مطروح من ناتج قسمة ٤ على ٢٠ _____

ح إضافة عدد إلى ناتج قسمة ٣ على ٩ _____

ط مجموع ٨ ضرب $\frac{١}{٢}$ وعدد ضرب ٣ _____

مُساعَدة

العبارة بدلالة س تعني أن الحرف (المُتغيِّر) المُستخدَم في العبارة هو الحرف س.

٢) عُمَر وضّاح ع سنوات.

أ كم سيصبح عُمَر وضّاح بعد خمس سنوات؟

ب كم كان عُمَر وضّاح منذ أربع سنوات؟

ج عُمَر والد وضّاح أربعة أمثال عُمَر وضّاح. كم يبلغ عُمَر والد وضّاح؟

تُعدّ القُدرة على ترجمة المسألة اللفظية إلى عبارة جبرية استراتيجية مُفيدة في حل المسائل. تذكّر أنك تستطيع استخدام أي حرف كمُتغيِّر شرط أن توضِّح معناه.

٣) ربح ثلاثة أشخاص معًا جائزة قيمتها س ريالاً عُمانيًّا.

أ إذا تقاسم الأشخاص الثلاثة الجائزة بالتساوي، فكم سيأخذ كلّ منهم؟

ب إذا وُزّعت الجائزة بحيث يأخذ الشخص الأوَّل نصف المبلغ الذي يأخذه الشخص الثاني، ويأخذ الشخص الثالث ثلاثة أمثال ما يأخذه الشخص الثاني، فكم سيأخذ كلّ منهم؟

٣-٢ التعويض

- يتضمّن التعويض استبدال المُتغيِّرات في العبارة الجبرية بأعداد مُعطاة لإيجاد قيمتها. قد يُطلَب إليك مثلاً إيجاد قيمة ٥س عندما س = -٢: لإجراء ذلك أوجد قيمة ٥ × (-٢) = -١٠

تمارين ٣-٢

١) أوجد قيمة كلّ عبارة من العبارات الجبرية التالية عندما س = ٥:

سابقًا

تذكَّر أن قواعد ترتيب العمليات الحسابية تُطبَّق دائمًا على هذه الحسابات.

أ) ٤س

ب) ١٢س

ج) ٣س – ٤

د) $س^{٢}$

هـ) $-٢س^{٢}$

و) ١٤ – س

ز) $س^{٣}$ – ١٠س

ح) $س^{٣} - س^{٢}$

ط ٣(س – ٢)

ي $\frac{٦س}{٢}$

ك $\frac{٤س}{١٠}$

ل $\frac{٨٠}{س}$

م $\frac{١٢س}{٤}$

ن $\frac{٢س - ٤}{٢}$

س $\sqrt{٩س^{٢}}$

ع $\frac{٣س^{٣}}{٢س^{٢}}$

٢) أوجد قيمة كلّ ممّا يلي عندما أ = ٢، ب = ٥، جـ = –١:

أ أ ب جـ

ب ٢ ب جـ

تعامل باهتمام عند التعويض بأعداد سالبة. إذا استبدلت س بالعدد -٣ في العبارة الجبرية ٤س، فسوف تحصل على ٤ × -٣ = -١٢، ولكن إذا استبدلتها في العبارة الجبرية -٤س، فسوف تحصل على -٤ × -٣ = ١٢

ج $\frac{ب^{٢}+جـ}{أ}$

د ٤ أ جـ – ٣ ب

هـ ٦ جـ – ٢ أ ب

و ٢(أب – ٤جـ)

ز (أ ب جـ)^{٣}

ح ٢(أ^{٢} ب)^{٣}

٣) صيغة مساحة (م) المُثَّلث هي م = $\frac{١}{٢}$ ق ع حيث يُمثّل ق طول القاعدة، ع ارتفاع المُثَّلث. أوجد مساحة المُثلَّث عندما يكون:

أ طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه ٩ سم.

ب طول قاعدته ٢,٥ م وارتفاعه ١,٥ م.

ج طول قاعدته ٢١ سم وارتفاعه نصف طول قاعدته.

د ارتفاعه ٢ سم وطول قاعدته مُكعَّب طول ارتفاعه.

٤) أوجد قيمة ٣س ص − ٤(٢س − ٣ص) عندما س = ٤، ص = -٣

٥) أوجد قيمة (ب + ٢د)^{٢} − ٤ع، حيث ب = ٣، د = -٢، ع = -٤

٦) ما قيمة م^{٣} − $\frac{\text{ن}^{٣}}{\text{م}^{٣}}$ + م ن + ن^{٢} عندما م = ٢، ن = -٣؟

٧) في تحدّيات الشطرنج يتمثّل عدد المباريات التي يمكن أن تُنفَّذ بين س لاعبًا بالعبارة الجبرية $\frac{١}{٢}$ س^{٢} − $\frac{١}{٢}$ س.

أ كم لعبة يمكن أن تُنفَّذ إذا كان عدد اللاعبين ٤؟

ب كم لعبة يمكن أن تُنفَّذ إذا كان عدد اللاعبين ١٤؟

٣-٣ تبسيط العبارات الجبرية

- لتبسيط العبارة الجبرية اجمع أو اطرح الحدود المُتشابِهة.
- الحدود المُتشابِهة هي الحدود التي تتضمَّن المُتغيِّرات نفسها (بما في ذلك أسس المُتغيِّرات).
- يمكنك أيضًا استخدام الضرب والقسمة لتبسيط العبارات الجبرية. يمكن ضرب أو قسمة الحدود المُتشابِهة وغير المُتشابِهة.

تمارين ٣-٣

١) بسِّطْ كلّ عبارة من العبارات الجبرية التالية:

أ) ٦م + ٦ن – ٣م

ب) ٥س + ٤ + س – ٢

ج) أ^{٢} + ٤أ + ٢أ – ٥

د) ص^{٢} – ٤ص – ص – ٢

هـ) ٣س^{٢} + ٦س – ٨س + ٣

و) س^{٢}ص + ٣س^{٢}ص – ٢ص س

ز) ٢أب – ٤أجـ + ٣ب جـ

ح) س^{٢} + ٢س – ٤ + ٣س^{٢} – ص + ٣س – ١

تذكَّر أن للحدود المُتشابِهة المُتغيِّرات نفسها مع الأسس نفسها. لذا يكون الحدّان ٣س ، ٢س متشابهَيْن ولكنَّ الحدَّيْن ٣س^{٢} ، ٢س ليسا مُتشابهَيْن.

٢) بسِّطْ كلّ عبارة من العبارات الجبرية التالية:

أ) ٤س × ٣ص

ب) ٤أ × ٢ب

ج) س × س

تذكَّر أن بالإمكان كتابة الضرب بأي ترتيب، أي أ ب = ب أ رغم أن من الأفضل وضع الأحرف بالترتيب الأبجدي في الحد. لذا يمكن تبسيط ٣أ ب + ٢ب أ إلى ٥أ ب

د ٣ × −٢س

هـ −٦م × ٥ن

و ٣س ص × ٢س

ز −٢س ص × −٣ص^{٢}

ح −٢س ص × ٢س^{٢}

ط ١٢أب × ٣أ

ي ١٢س ÷ ٤٨س ص

ك $\frac{٣٣أ ب جـ}{١١ جـ أ}$

ل $\frac{٤٥م ن}{٢٠ن}$

٣-٤ التعامُل مع الأقواس

- يمكنك فكّ الأقواس (الضرب خارج الأقواس) بضرب الحد الموجود خارج الأقواس في كلّ حد بداخله.
- يُطلق على التخلُّص من القوسَين أيضًا اسم فكّ الأقواس.
- عندما تتخلَّص من القوسَين في جزء من العبارة الجبرية، قد تنتهي بوجود حدود مُتشابِهة. اجمع أو اطرح أي حدود مُتشابِهة لتبسيط العبارة بشكل كلّي.
- بشكل عام: أ(ب + جـ) = أب + أجـ

تمارين ٣-٤

١) فكّ الأقواس في كلّ من العبارات الجبرية التالية:

أ ٣(س + ٢)

ب ٢(س − ٤)

ج −٢(س + ٣)

د −٣(٣ − ٢س)

هـ س(س + ٣)

و س(٢ − س)

ز −س(٢ + ٢س)

ح ٣س(س − ٣)

ط −٢س(٢ − ٥س)

ي −(س − ٢)

ك −٢س(٢ص − ٣س)

ل −س(٢س − ٤)

تذكَّر قواعد ضرب الأعداد الصحيحة:

(+) × (+) = +

(−) × (−) = +

(+) × (−) = −

إذا كانت الكمّية أمام القَوسَين سالبة فسوف تتغيَّر إشارات الحدود الموجودة داخل القَوسَين عند إجراء عملية الفكّ.

٢) فكّ الأقواس في كلّ من العبارات الجبرية التالية، إن أمكن:

أ ٢س(س − ٢)

ب (ص − ٣)س

ج (س − ٢) − ٣س

د $-٢س + (س - ٢)$

هـ $(س - ٣)(-٢س)$

و $٢(س + ١) + (١ - س)$

ز $س(س^{٢} - ٢س - ١)$

ح $-س(١ - س) + ٢(س + ٣) - ٤$

٣) فكّ الأقواس في كلّ من العبارات الجبرية التالية، إن أمكن:

أ $٢س(\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٤})$

ب $-٣س(س - ص) + ٢س(ص - ٢س)$

ج $-٢(٤س^{٢} - ٢س - ١)س$

د $(س + ص) + (\frac{١}{٢}س - \frac{١}{٢}ص)$

هـ $٢س(٢س - ٢) + س(س + ٢)$

و $س(١ - س) + س(٢س - ٥) + ٢س(١ + ٣س)$

٣-٥ الأُسس

- يُبيِّن الأُسّ (أو القوى) عدد المرّات التي يتم فيها ضرب الأساس في نفسه.
- $س^{٢}$ تعني س × س و $(٣ص)^{٤}$ تعني ٣ص × ٣ص × ٣ص × ٣ص.
- تُستخدَم قوانين الأسس لتبسيط الحدود والعبارات الجبرية. تأكَّد من معرفتك للقوانين وكيفية تطبيقها (انظر إلى الأسفل).
- عندما تتضمّن العبارة أُسسًا سالبة تُطبَّق قوانين الأُسس الأخرى نفسها من أجل تبسيطها.

تمارين ٣-٥-أ

١) بسِّطْ كلّ عبارة من العبارات الجبرية التالية:

أ) $س^{٩} \times س^{٢}$

ب) $ص^{١٠} \times ص^{٣}$

ج) $٢س \times ٣س^{٢}$

د) $-٢س^{٢} \times -٣س^{٦}$

هـ) $س^{٢}ص^{٣} \times س^{٣}ص$

و) $-٢س \times ٨س \times -٣س^{٢}$

ز) $(٢س^{٢}ص)(س\ ص)$

ح) $-٣س^{٤} \times ٩س^{٨}$

مُساعَدة

قوانين الأُسس:

$س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$

$س^{م} \div س^{ن} = س^{م-ن}$

$(س^{م})^{ن} = س^{م ن}$

$س^{٠} = ١$

$س^{-م} = \frac{١}{س^{م}}$

$س^{\frac{م}{ن}} = \left(س^{\frac{١}{ن}}\right)^{م} = \left(\sqrt[ن]{س}\right)^{م}$

٢) بسِّطْ كلّ عبارة من العبارات الجبرية التالية:

أ) $٢س^{٥} \div ٣س^{٣}$

ب) $١٨س^{٣}ص\ ط^{٢} \div ٦س\ ص\ ط^{٢}$

ج $١٢س ص^{٣} \div ١٨س ص^{٢}$

د $-٦س \div -١٢س^{٣}$

هـ $٢١س^{٢}ص \div ١٤س^{٤}ص^{٦}$

و $\frac{١٢س^{٣}ص ط^{٢}}{٦س ص^{٤}ط}$

ز $\frac{١٤س^{٢}}{٢س^{٣}}$

ح $\frac{١٦س^{٢}ص}{٤س ص^{٢}}$

ط $\frac{س^{٢}ص}{٣س ص^{٢}}$

ي $\frac{س^{٧}ص^{٣}}{س^{٤}ص^{٥}}$

ك $\frac{٣٦س^{٢}ص ط^{٤}}{-٢٤س ص ط}$

ل $\frac{٩س^{٣}ص^{-٢}}{١٨س^{-٢}ص^{٤}}$

٣) أعد كتابة كلّ ممّا يلي باستخدام أُسس موجبة فقط:

أ) $٣^{-٢}$

ب) $٣س^{-٢}$

ج) $\frac{س ص^{-١}}{٢}$

د) $(س ص)^{-١}$

هـ) $(٨س ص)^{-٢}$

و) $\frac{١}{(٤س ص)^{-٢}}$

ز) $ص^{-٥} \times ص^{٦}$

ح) $س^{٣}ص^{-١} \times ص^{-٣}$

ط) $س^{٣}ص \times س^{-١}ص^{-٣}$

ي) $ص^{٦}(س^{٣})^{-٤} \times (س^{٣}ص^{-٢})^{٢}$

ك) $(٣س ص^{٣})^{-٢} \times (٢س^{٣}ص)^{٣}$

ل) $\frac{٤ص^{-٢}}{٧س^{-٣}}$

تذكَّر أن الكسر هو القيمة التي في الأعلى مقسومة على القيمة التي في الأسفل. هذا يعني أنك تستطيع كتابة $\frac{س^{م}}{س^{ن}}$ في صورة $س^{م} \div س^{ن}$ واستخدام قانون الأُسس الخاصّ بها لتبسيطها.

٤) بسِّطْ كلًّا ممّا يلي:

أ) $(س^{٣})^{٢}$

ب) $(-٢س^{٣})^{٣}$

ج) $\left(\frac{٢س^{٢}}{س}\right)^{٤}$

د $(س^{٩})^{٣}$

هـ $(-س\ ص^{٢})^{٩}$

و $(س^{٣}ص^{٢})^{٤}$

ز $-٢(س\ ص)^{٣}$

ح $٢س^{٢}(٢س)^{٣}$

ط $\frac{(س\ ص^{٢})^{٣}}{س^{٣}ص^{٦}}$

ي $(س\ ص)^{٤}(س^{٤})^{٣}$

ك $(٣س^{ص})^{ص}$

ل $-(٢س^{٢})^{٣}$

تمارين ٣-٥-ب

١) بسِّطْ كلًّا ممّا يلي:

أ $\frac{س^{٤}ص \times ص^{٢}س^{٦}}{س^{٤}ص^{٥}}$

ب $\frac{٢س^{٢}ص^{٤} \times ٣س^{٣}ص}{٢س\ ص^{٤}}$

ج $\frac{٢س^{٥}ص^{٤} \times ٢س\ ص^{٣}}{٢س^{٢}ص^{٥} \times ٣س^{٢}ص^{٣}}$

د $\frac{س^{٣}ص^{٧}}{س\ ص^{٤}} \times \frac{س^{٢}ص^{٨}}{س^{٣}ص}$

هـ $\frac{٢س^{٧}ص^{٢}}{٤س^{٣}ص^{٧}} \times \frac{١٠س^{٨}ص^{٤}}{٢س^{٣}ص^{٢}}$

و $\frac{س^{٩}ص^{٦}}{س^{٤}ص^{٢}} \div \frac{س^{٣}ص^{٢}}{س^{٥}ص}$

ز $\frac{١٠س^{٥}ص^{٢}}{٩س^{٦}ص^{٦}} \div \frac{٣س^{٣}ص}{٥س^{٧}ص^{٤}}$

ح $\frac{٧ص^{٣}س^{٢}}{٥ص^{٥}س^{٤}} \div \frac{٥س^{٦}ص^{٢}}{٧س^{٥}ص^{٢}}$

ط $\frac{(س^{٥}ص)^{٢} \times (س^{٣}ص^{٤})^{٢}}{(س^{٣}ص^{٣})^{٣}}$

ي $\frac{(٢س^{٤}ص^{٢})^{٣}}{(ص^{٣}س^{٢})^{٣}} \times \frac{(س^{٤}ص^{٤})^{٢}}{٣(س^{٢}ص)^{٢}}$

ك $\left(\frac{س^{٢}}{ص^{٤}}\right)^{٣} \times \left(\frac{س^{٥}}{ص^{٢}}\right)^{٢}$

ل $\frac{(٥س^{٣}ص^{٢})^{٣}}{٤س^{٧}ص^{٦}} \div \left(\frac{٢س ص^{٣}}{٥س^{٢}ص^{٤}}\right)^{٢}$

٢) بسِّطْ كلّ عبارة جبرية فيما يلي، ثم اكتبها باستخدام أُسس موجبة فقط:

أ) $\frac{س^{٥}ص^{-٤}}{س^{-٣}ص^{-٢}}$

ب) $\frac{س^{-٤}ص^{٣}}{س^{٢}ص^{-١}} \times \frac{س^{٧}ص^{-٥}}{س^{-٤}ص^{٣}}$

ج) $\frac{(٢س^{-٣}ص^{-١})^{٣}}{(ص^{٢}س^{-٢})^{٢}}$

د) $\left(\frac{س}{ص^{٣}}\right)^{-١} \div \frac{(س^{٢})^{٤}}{ص^{-٣}}$

هـ) $\frac{س^{-١٠}}{(ص^{-٤})^{٢}} \div \left(\frac{ص^{٢}}{س^{٣}}\right)^{-٤}$

و) $\left(\frac{س^{٤}ص^{-١}}{س^{٥}ص^{-٣}}\right)^{٢} \times \frac{(س^{-٢}ص^{٦})^{٢}}{٢(س ص^{٣})^{-٢}}$

مُساعَدة

يمكنك استخدام عبارات مُبسَّطة تتضمَّن أُسسًا سالبة مثل $٥س^{-٤}$.
ولكن إذا نصّ السؤال على استخدام الأُسس الموجبة فقط، يمكنك استخدام القانون $س^{-م} = \frac{١}{س^{م}}$
للحصول على $٥س^{-٤} = \frac{٥}{س^{٤}}$
ويمكنك أيضًا استخدام الطريقة نفسها للحصول على $\frac{ص}{س^{-٢}} = س^{٢}ص$.

تمارين ٣-٥-ج

١) بسِّطْ كلًّا ممّا يلي:

أ) $س^{\frac{1}{4}} \times س^{\frac{1}{4}}$

ب) $س^{\frac{1}{3}} \times س^{\frac{1}{5}}$

ج) $\frac{س^{\frac{1}{2}}}{س^{\frac{1}{3}}}$

د) $\left(س^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}$

هـ) $\left(٦٤ س^{٦}\right)^{\frac{1}{2}}$

و) $\left(٨ س^{٩} ص\right)^{\frac{1}{3}}$

ز) $\sqrt[٧]{س ص^{٨}}$

ح) $\left(\frac{س^{٦}}{ص^{٢}}\right)^{\frac{1}{2}}$

ط) $\left(س^{\frac{1}{2}}\right)^{٨} \times \frac{س^{٢}}{س^{٣}}$

ي) $\left(س^{٦} ص^{٣}\right)^{\frac{1}{4}} \times \left(س^{-٨} ص^{-١٠}\right)^{\frac{1}{2}}$

ك) $\left(س ص^{٣}\right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{س^{\frac{1}{2}} ص^{\frac{1}{2}}}{س ص^{٤}}$

٢) بسِّطْ كلًّا ممّا يلي:

أ $\left(س^{\frac{٢}{٣}}\right)^{\frac{١}{٢}} \times \frac{س}{س^{\frac{٢}{٣}}}$

ب $\left(س^{\frac{٥}{٦}}\right)^{\frac{٢}{٥}} \times \frac{س}{س^{\frac{١}{٢}}}$

ج $\left(س^{\frac{١}{٢}} ص^{٢}\right)^{\frac{١}{٢}} \times \left(س^{-\frac{٢}{٤}} ص^{٤}\right)^{\frac{١}{٣}}$

د $\left(س^{\frac{٢}{٣}} ص^{\frac{١}{٣}}\right)^{٤} \times \frac{س^{\frac{١}{٣}} ص^{\frac{٢}{٣}}}{س ص^{٢}}$

هـ $\frac{ص^{\frac{١}{٣}}}{س^{\frac{١}{٢}}} \div \left(\frac{س^{\frac{١}{٢}} ص^{\frac{٢}{٣}}}{س^{٣} ص^{٤}}\right)^{\frac{١}{٢}}$

و $\frac{س^{\frac{١}{٤}}}{ص^{\frac{٣}{٢}}} \times \left(\frac{س ص^{\frac{٣}{٤}}}{س^{٣} ص^{٢}}\right)^{\frac{١}{٤}}$

تمارين مُتنوِّعة

١) اكتب كلًّا ممّا يلي في صورة عبارة جبرية. استخدم س لتمثيل 'العدد':

أ عدد تزايد بمقدار ١٢ _____

ب عدد تناقص بمقدار ٤ _____

ج خمسة ضرب عدد. _____

د قسمة عدد على ثلاثة. _____

هـ ناتج ضرب عدد في أربعة. _____

و رُبع عدد. _____

ز عدد ما طُرح من ١٢ _____

ح الفرق بين عدد ومُكعَّبه. _____

٢) أوجد قيمة $س^{٢} - ٥س$ عندما:

أ س = ٢

ب س = -٣

ج س = $\frac{١}{٣}$

٣) أوجد قيمة كلّ عبارة جبرية عندما أ = -١، ب = ٢، جـ = ٠:

أ $\frac{-٢أ + ٣ب}{٢أب}$

ب $\frac{ب(جـ - أ)}{ب - أ}$

ج $\frac{أ - ب^{٢}}{جـ - أ^{٢}}$

د $\frac{٣ - ٢(أ - ١)}{جـ - أ(ب - ١)}$

هـ $أ^{٣}ب^{٢} - ٢أ^{٢} + أ^{٤}ب^{٢} - أجـ^{٣}$

٤) اكتب العبارات الجبرية التالية في أبسط صورة:

أ $٣ب + ٤د + ٦ب - ٣د$

ب $س^{٢} + ٤س - س - ٢$

ج $-٢ب^{٢}د(٢ب^{٢} - ٣د^{٢})$

د $٢س(س - ٣) + (س - ٤) - ٢س^{٢}$

هـ $١٦س^{٢}ص \div ٤ص^{٢}س$

و $\frac{١٠س^{٢} - ٥س ص}{٢س}$

٥) فُكَّ وبسِّطْ العبارات الجبرية التالية، إن أمكن:

أ $٢(٤س - ٣) + ٣(س + ١)$

ب $٣س(٢س + ٣) + ٢(٤ - ٣س)$

ج $س(س + ٢) + ٣س + ٣(س^{٢} - ٤)$

د $س^{٢}(س + ٣) - ٢س^{٣} + (س - ٥)$

٦) بسِّطْ كلًّا مما يلي، ثم اكتب الإجابات باستخدام أُسس موجبة فقط:

أ) $\frac{١٥س^{٧}}{١٨س^{٢}}$

ب) $٥س^{٢} \times \frac{٣س^{٥}}{س^{٧}}$

ج) $\frac{(س^{٣})^{٤}}{(س^{٢})^{٨}}$

د) $(٢س ص^{٢})^{٤}$

هـ) $\left(\frac{٤س^{٣}}{ص^{٥}}\right)^{٣}$

و) $(س^{٣} ص)^{٢} \times \frac{(س^{٢} ص^{٤})^{٣}}{(س ص^{٢})^{٣}}$

ز) $(٢س ص^{٣})^{-٢} \times (٣س^{٢} ص)^{٣}$

ح) $\frac{(س^{-٣} ص^{٢})^{٤}}{٢(س ص^{٢})^{-٣}} \div \left(\frac{س^{-٣} ص^{٣}}{س^{٢} ص^{-١}}\right)^{٢}$

٧) بسِّطْ كلًّا من العبارات التالية:

أ $(١٢٥ س^{٣} ص)^{\frac{١}{٣}}$

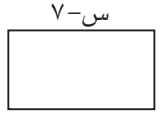
ب $(س^{٦} ص^{٣})^{\frac{١}{٢}} \times \frac{س^{\frac{١}{٢}} ص^{\frac{١}{٢}}}{س^{٣} ص^{٢}}$

ج $(س^{٢} ص^{-٣})^{\frac{١}{٢}} \times (س^{-٤} ص)^{\frac{٥}{٣}}$

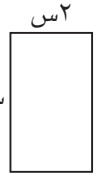
د $\left(\frac{س^{\frac{١}{٢}} ص^{\frac{٢}{٣}}}{س ص^{\frac{١}{٣}}}\right)^{٢} \div \frac{(س^{\frac{١}{٢}} ص)^{٤}}{٢ س^{٣} ص^{٥}}$

٨) اكتبْ عبارة جبرية للتعبير عن مساحة كُلّ من المُستطيلات التالية:

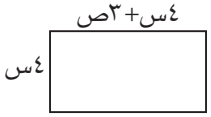
أ



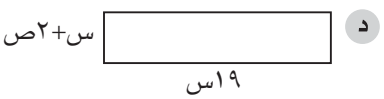
ب



ج



د



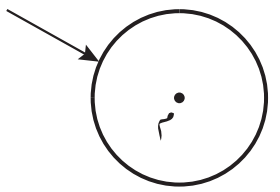
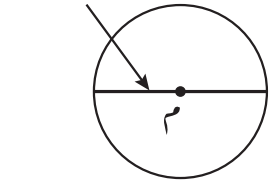
الوحدة الرابعة: الدوائر والخطوط المستقيمة والزوايا والأشكال الهندسية

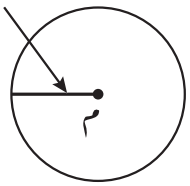
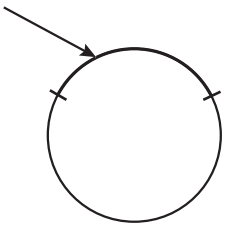
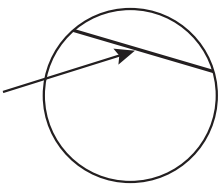
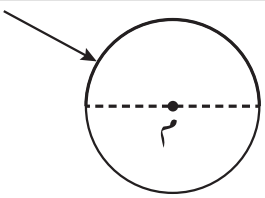
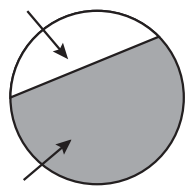
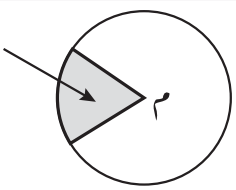
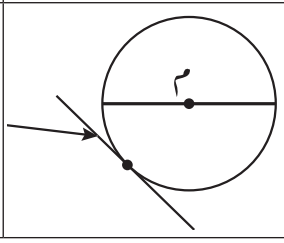
٤-١ الدائرة

- الدائرة هي مجموعة من النقاط المستوية التي تبعد مسافة واحدة عن نقطة ثابتة تُسمّى مركز الدائرة، وعند تقسيم الدائرة إلى قسمَين متساويَين، يُسمّى كل منهما نصف دائرة.
- محيط الدائرة هو المسافة حولها، ويساوي $\pi ٢ \times$ نق
- قُطر الدائرة هو القطعة المستقيمة التي يقع طرفاها على الدائرة وتمرّ في مركزها. يُسمّى نصف هذه القطعة المستقيمة نصف القُطر.
- القوس جُزء من محيط الدائرة. يوجد في الدائرة القوس الأكبر (أكبر من نصف المحيط) والقوس الأصغر (أصغر من نصف المحيط).
- الوتر قطعة مستقيمة تربط بين نقطتين تقعان على محيط الدائرة، وهو يقسم الدائرة إلى منطقتين تُسمّى كل منهما قطعة دائرية.
- القطاع الدائري جزء من الدائرة يتشكَّل من نصفَي قُطر والقوس الواقع بينهما على المحيط.
- المماس مستقيم يمسّ الدائرة في نقطة واحدة فقط.

تمارين ٤-١

١) أكمل الجدول أدناه بكتابة اسم كل جزء من أجزاء الدائرة وكتابة تعريفه.

الشكل	الاسم	التعريف
		
		

الشكل	الاسم	التعريف
		
		
		
		
		
		
		

٢) ارسم دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ٤ سم. ثم حدِّد عليها ما يلي:

أ قطاعًا دائريًّا قياس زاويته ٥٠°

ب وترًا $\overline{ب د}$

ج قُطرًا اسمه $\overline{ه ج}$

د مماسًّا نقطة تماسّه مع الدائرة هي النقطة ج

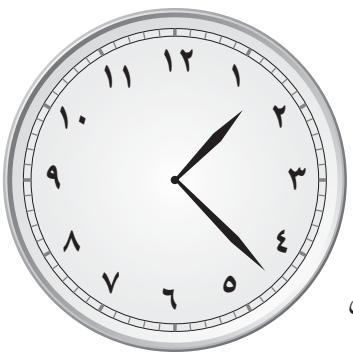
هـ قوسًا أكبر $\overset{\frown}{ل ع}$

٤-٢ الزوايا

- يمكن تصنيف الزوايا بالاستناد إلى قياسها على النحو الآتي:
  - زوايا حادّة قياسها $< ٩٠°$
  - زوايا قائمة قياسها يساوي $٩٠°$
  - زوايا مُنفرِجة قياسها $> ٩٠°$ و $< ١٨٠°$
  - زوايا مُنعكِسة قياسها $> ١٨٠°$ و $< ٣٦٠°$
- الزاويتان المتتامّتان هما زاويتان مجموع قياسيهما $٩٠°$. الزاويتان المُتكامِلتان هما زاويتان مجموع قياسيهما $١٨٠°$.
- مجموع قياسَي الزاويتَين المتجاورتَين اللتين تُشكِّلان خطًّا مستقيمًا $١٨٠°$.
- مجموع قياسات الزوايا حول نقطة $٣٦٠°$.
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس تتشكَّلان عند تقاطع خطَّيْن مستقيمَيْن. (متساويتان في القياس).
- عند قطع خطَّيْن مستقيمَيْن متوازيَين بقاطع، تكون الزاويتان المُتبادلتان متساويتَين، والزاويتان المُتناظِرتان متساويتَين، ومجموع قياسَي الزاويتين المُتحالِفتين $١٨٠°$.
- يكون الخطّان المُستقيمان متوازيين عند تساوي الزاويتَين المتبادلتَين أو الزاويتَين المُتناظِرتين، أو عندما يكون مجموع قياسَي الزاويتَين المُتحالفتين $١٨٠°$.

تمارين ٤-٢-أ

١) انظر إلى الساعة المُقابلة:



أ احسب أصغر زاوية بين عقربَي الساعة عند الساعة:

(١) الخامسة _____ (٢) ١٨:٠٠ _____ (٣) ١:٣٠ _____

ب كم درجةً يقطع عقرب الساعات عندما يتحرَّك من الساعة الرابعة بعد الظهر إلى الساعة ٥:٣٠ بعد الظهر؟ _____

ج احسب زاوية دوران عقرب الدقائق خلال:

(١) $٢\frac{١}{٤}$ ساعة. _____

(٢) ١٢ دقيقة. _____

د تشير الساعة الآن إلى ١٢ ظهرًا. كم سيكون الوقت عندما يتحرَّك عقرب الدقائق بزاوية مقدارها ٢٧٠° مع اتّجاه عقارب الساعة؟ _____

٢) هل تنتج دائمًا زاوية مُنفرِجة عند مضاعفة زاوية حادّة؟ وضِّح إجابتك.

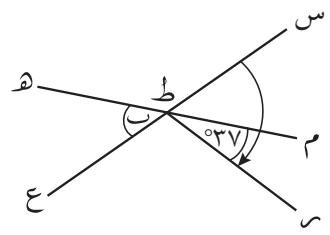
_____

٣) هل تنتج دائمًا زاوية حادّة عند تنصيف زاوية مُنفرِجة؟ وضِّح إجابتك.

_____

تمارين ٤-٢-ب

١) في هذا الرسم، هـ م ، س ع خطّان مُستقيمان. أوجد قيمة ب.



ق(س$\hat{ط}$ر) = ٨٥°

_____

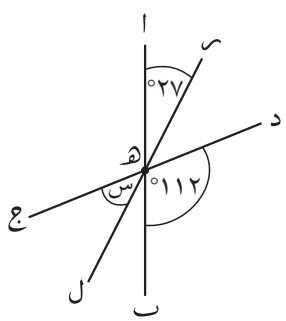
_____

مُساعَدة

عليك أن تعرف كيف تستخدم العلاقات بين الخطوط المستقيمة والزوايا كي تحسب القيَم المجهولة للزوايا.

٢) أوجد قيمة س في كل مما يلي:

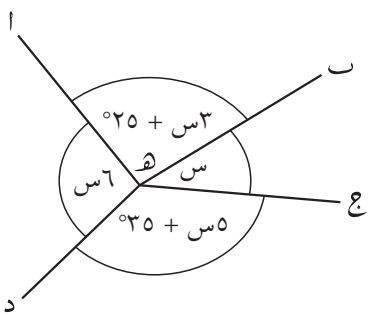
أ



_____

_____

ب



_____

_____

تذكَّر أن تقدِّم التبريرات المناسبة لكل جملة تكتبها. استخدم المصطلحات الآتية:

زاويتان متتامتان

زاويتان متكاملتان

زاويتان على نفس الخط المستقيم

زوايا حول نفس النقطة

زاويتان متقابلتان بالرأس

٣) احسب قياس الزاوية المتتامّة مع كل من الزوايا الآتية:

أ) ٤٥°

ب) س°

ج) (٩٠ – س)°

٤) احسب قياس الزاوية المُتكامِلة مع كل من الزوايا الآتية:

أ) ٤٥°

ب) ٩٠°

ج) س°

د) (١٨٠ – س)°

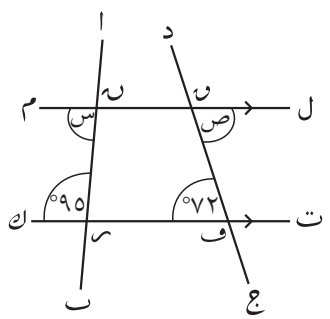
هـ) (٩٠ – س)°

و) (٩٠ + س)°

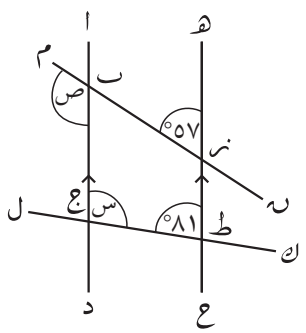
تمارين ٤-٢-ج

١) أوجد قياس الزوايا المشار إليها بالحرفين س ، ص في كل مما يلي:

أ)



ب)



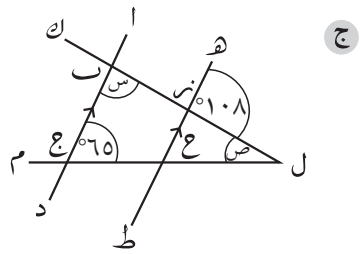
تذكَّر أن تقدِّم التبريرات المناسبة لكل جملة تكتبها. استخدم المصطلحات الآتية:

زاويتان مُتبادلتان

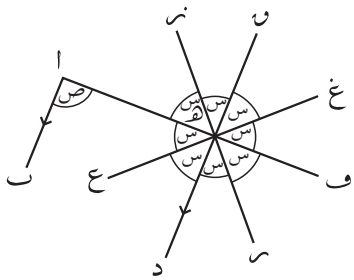
زاويتان مُتناظرتان

زاويتان مُتحالفتان

ج

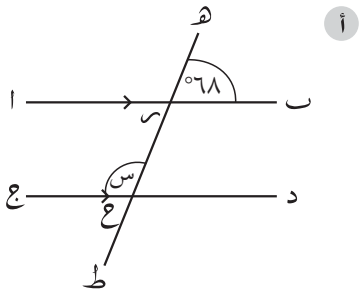


د

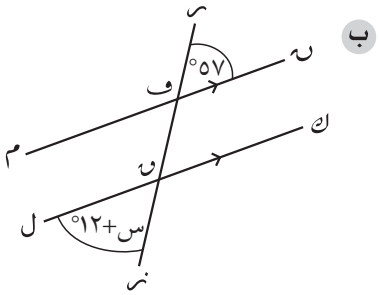


٢) أوجد قيمة س في كل مما يلي. وضّح إجاباتك.

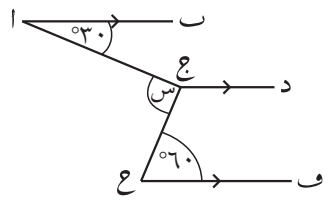
أ



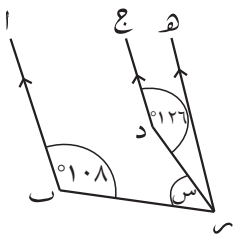
ب



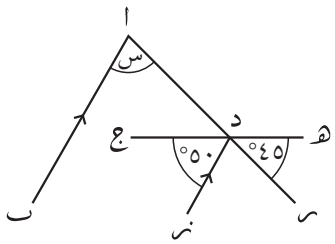
ج



د



هـ



٣-٤ الإنشاءات الهندسية

- يجب أن تكون قادرًا على استخدام المسطرة والفرجار لإنشاء المثلَّثات (بمعلومية أطوال الأضلاع الثلاثة).
- يجب أن تعرف كيف تُنشِئ المُنصِّف العمودي لقطعة مُستقيمة ومنصِّف الزاوية.
- يجب أن تكون قادرًا على رسم مضلَّع مُنتظم مؤلَّف من ٣ أضلاع أو ٤ أو ٦ أو ٨ في دائرة.

تمارين ٣-٤

مُساعَدة
ابدأ دائمًا برسم تقريبي. سمِّ الرسم التقريبي لكي تعرف الأطوال التي تحتاج إلى قياسها.

١) فيما يلي خطوات إنشاء مثلَّث أطوال أضلاعه ٩ سم و ٧ سم و ١٥ سم باستخدام مسطرة وفرجار فقط.

(١) ارسم من طرف القطعة المستقيمة قوسًا طول نصف قطره ٧ سم.

(٢) ارسم قطعة مستقيمة طولها ١٥ سم.

(٣) ارسم خطًّا مستقيمًا من نقطة التقاطع إلى كل طرف.

(٤) ارسم من الطرف الآخر للقطعة المستقيمة قوسًا طول نصف قطره ٩ سم.

(٥) حدِّد نقطة تقاطع القوسَين.

أ أعد ترتيب الخطوات ترتيبًا صحيحًا.

_____

_____

ب لماذا يوجد أكثر من طريقة لترتيب الخطوات؟

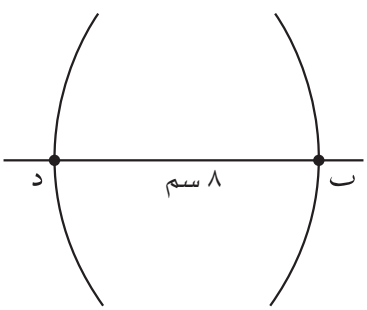
_____

٢) أنشئ المثلَّث ب ج د علمًا بأن ب د = ٧ سم، د ج = ٦ سم، ب ج = ٨ سم.

٣) أنشئ المثلَّث س ع ص علمًا بأن س ع = ٤,٥ سم، ع ص = ٥,٥ سم، س ص = ٨ سم.

٤) أنشئ المثلَّث هـ م ن علمًا بأن هـ م = ١٠٠ مم، م ن = ٧٠ مم، هـ ن = ٥٠ مم. ما نوع المثلَّث هـ م ن؟ _____

٥) يحاول هلال رسم مُثلَّث ب ع د أطوال أضلاعه ب ع = ٧ سم، ع د = ٣ سم، ب د = ٨ سم. بدأ برسم قطعة مستقيمة طولها ٨ سم، ثم استخدم الفرجار لرسم قوسين كما هو مُبيَّن في الرسم المُقابِل.



أ ما الخطأ الذي وقع فيه هلال؟ _____

ب أنشئ المُثلَّث بطريقة صحيحة.

٦) ارسم زاوية قياسها ٧٨° ثم نصِّفِ الزاوية باستخدام الفرجار والحافة المستقيمة.

٧) ارسم قطعة مستقيمة طولها ٧ سم، ثم أنشئ مُنصِّفًا عموديًّا لها باستخدام الفرجار والحافة المستقيمة.

٨) ارسم دائرة طول نصف قطرها ٤ سم، ثم ارسم مُضلّعًا ثُمانيًّا بداخلها.

٤-٤ المثلَّثات

- المثلَّث مختلف الأضلاع مثلَّث لا يوجد فيه أضلاع متساوية ولا زوايا متساوية.
- المثلث مُتطابِق الضلعَين مثلَّث فيه ضلعان متساويان في الطول والزاويتان الواقعتان عند قاعدة الضلعَيْن المتساويين لهما نفس القياس.
- المثلَّث متطابق الأضلاع مثلَّث أطوال أضلاعه الثلاثة متساوية، وزواياه الثلاث متساوية في القياس (قياس كل زاوية ٦٠°).
- مجموع قياس زوايا المُثلَّث الداخلية ١٨٠°.
- قياس أي زاوية خارجية في المثلَّث يساوي مجموع قياس الزاويتَين الداخليتَين المُقابلتَين لها.

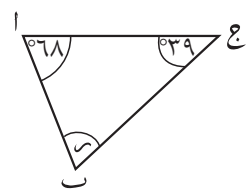
تمارين ٤-٤

١) أوجد قياس كل زاوية أُشير إليها بحرف. برِّر إجاباتك.

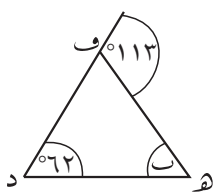
سابقًا

لإيجاد الزوايا المجهولة في المُثلَّثات، قد تحتاج إلى تطبيق العلاقات بين الزوايا في النقاط والخطوط المستقيمة والخطوط المستقيمة المتوازية.

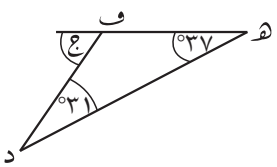
أ)



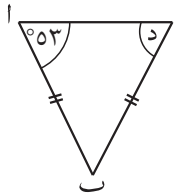
ب)



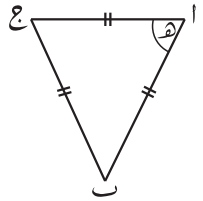
ج)



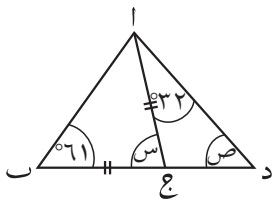
د)



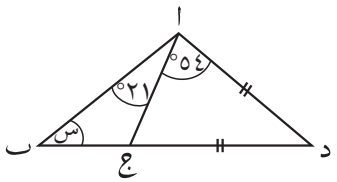
هـ)



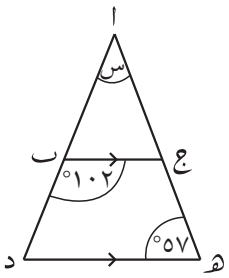
و)



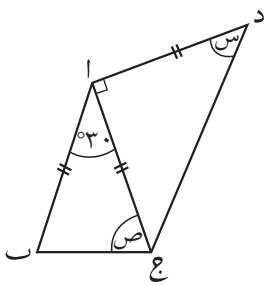
ز



ح

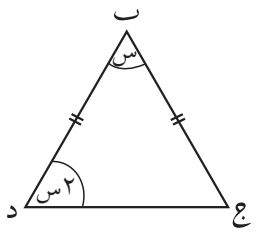


ط

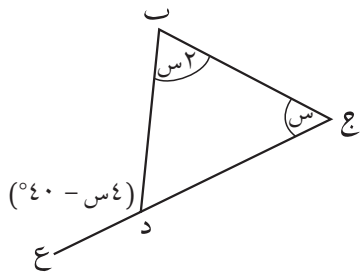


٢) أوجد قيمة س، ثم أوجد قياس كل زاوية فيما يلي:

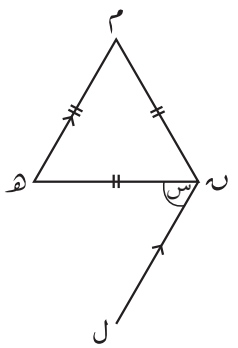
أ



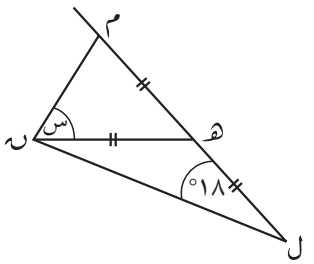
ب



ج



د



٣) في المثلَّث ب ج د، ق(ج $\hat{ث}$ د) = ٧٨°، و ق(ب $\hat{ج}$ د) = س، و ق(ب $\hat{د}$ ج) = ٢س
أوجد ق(ب $\hat{ج}$ د) و ق(ب $\hat{د}$ ج).

مُساعَدة
في المسائل اللفظية التي لا تتضمَّن رسمًا، قد يساعدك الرسم التقريبي على إيجاد الإجابات.

٤-٥ الأشكال الرُّباعية

- الشكل الرُّباعي شكل هندسي له أربعة أضلاع.
  - يوجد في شبه المُنحرِف زوج واحد من الأضلاع المتوازية.
  - يوجد في الطائرة الورقية (الدالتون) زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية في الطول. يتقاطع القُطران في زاوية قياسها ٩٠° وينصِّف القطر الأكبر القطر الأصغر. يوجد في الطائرة الورقية زوج واحد من الزوايا المتقابلة المُتساوية في القياس.
  - يوجد في متوازي الأضلاع أضلاع متقابلة متوازية ومتساوية في الطول. للزوايا المُتقابِلة القياس نفسه وينصِّف القُطران كل منهما الآخر.
  - يوجد في المستطيل أضلاع مُتقابِلة مُتوازية ومُتساوية في الطول. الزوايا الداخلية مُتساوية في القياس، وقياس كل منها ٩٠°. القُطران مُتساويان في الطول، وينصِّف كل منهما الآخر.
  - المُعيَّن متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متساوية في الطول. يُنصِّف قُطراه كل منهما الآخر ويتقاطعان في زاوية قياسها ٩٠°، كما أنّهما يُنصِّفان الزوايا المُتقابِلة.
  - يوجد في المُربَّع أربعة أضلاع متساوية في الطول، وأربع زوايا متساوية في القياس قياس كل منها ٩٠°. أضلاعه المتقابلة متوازية. وقُطراه مُتساويان في الطول، وينصِّف كل منهما الآخر ويتقاطعان بزوايا قائمة، وينصِّفان الزوايا المتقابلة.
- مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي الداخلية ٣٦٠°.

تمارين ٤-٥

١) تنطبق كل عبارة من العبارات الآتية على شكل رُباعي واحد أو أكثر. سمِّ في كل عبارة الأشكال الرُّباعية التي تنطبق عليها دائمًا.

سابقًا

ستطبِّق العلاقات بين الزوايا في الخطوط المستقيمة المتوازية عندما يتضمَّن الشكل الرباعي أضلاعًا متوازية.

أ كل الأضلاع متساوية في الطول.

ب كل الزوايا متساوية في القياس.

ج القُطران مُتساويان في الطول.

د ينصِّف القُطران كل منهما الآخر.

_____

هـ قياس كل زاوية من الزوايا ٩٠°، وينصِّف القُطران كل منهما الآخر.

_____

و الزوايا المتقابلة مُتساوية في القياس.

_____

ز يتقاطع القُطران في زوايا قائمة.

_____

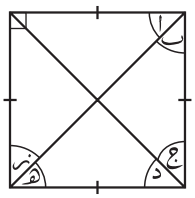
ح ينصِّف القُطران الزوايا المتقابلة.

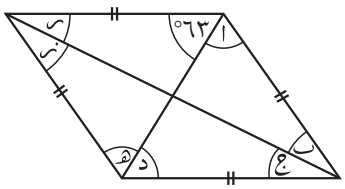
_____

ط يقسِّم أحد القطرَين الشكل الرباعي إلى مُثلَّثين متطابقَي الضلعَين.

_____

٢) أوجد قياس كل الزوايا المشار إليها بأحرف في الشكلَين الآتيَين.





_____ _____

_____ _____

_____ _____

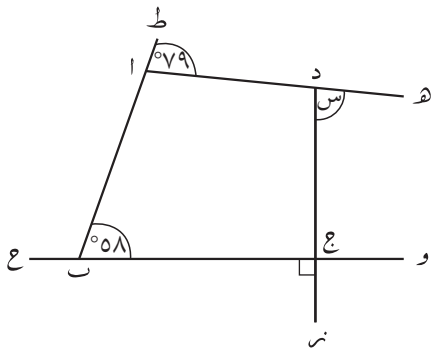
_____ _____

_____ _____

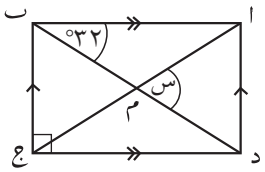
_____ _____

٣) أوجد قياس كل الزوايا المُشار إليها بأحرف في كل مما يأتي:

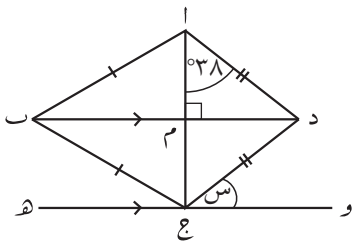
أ



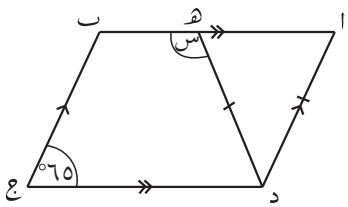
ب



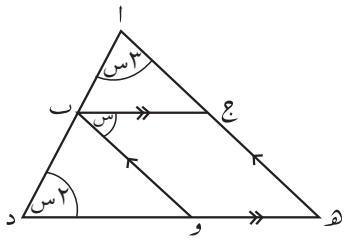
ج



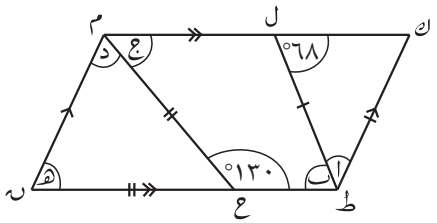
د



هـ



و



٤) ك ل م ن شكل رُباعي، فيه ق(∠ك) = ق(∠ن) =٧٥°، و ق(∠م) = ٢ ق(∠ل).

احسب:

أ ق(∠م) + ق(∠ل)

ب ق(∠م)

ج ق(∠ل)

٥) ف ء ك ل طائرة ورقية (دالتون)، فيها ء ل محور تناظر وفيها ف ك، ء ل قُطران يتقاطعان في النقطة ع. ق(∠ع ء ك) = ٤٨° و ق(∠ف ك ل) = ٤٢°. أوجد:

أ ق(∠ء ك ف)

ب ق(∠ء ك ل)

ج ق(∠ف ل ك)

٤-٦ مضلَّعات أخرى

- المُضلَّع شكل هندسي ثُنائي الأبعاد له ثلاثة أضلاع أو أكثر. تُسمّى المُضلَّعات بالاستناد إلى عدد أضلاعها:
  - المُثلَّث (٣)
  - السُّباعي (٧)
  - الرُّباعي (٤)
  - الثُّماني (٨)
  - الخُماسي (٥)
  - التُّساعي (٩)
  - السُّداسي (٦)
  - العُشاري (١٠)
- المُضلَّع المُنتظِم مضلَّع جميع أضلاعه مُتساوية في الطول، وجميع زواياه مُتساوية في القياس.
- يمكن إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المُضلَّع باستخدام الصيغة (ن – ٢) × ١٨٠°، حيث ن عدد أضلاع المُضلَّع. كما يمكنك الحصول على قياس كل زاوية منها في المُضلَّع المُنتظِم، بقسمة المجموع الكلّي على عدد الزوايا.
- مجموع قياس الزوايا الخارجية في أي مُضلَّع محدَّب ٣٦٠°.

تمارين ٤-٦

١) شعار على شكل مُضلَّع مُنتظِم له ٧ أضلاع. أوجد قياس كل زاوية من زواياه الداخلية.

_____

_____

٢) قياس الزاوية الداخلية في مُضلَّع مُنتظِم ١٦٢°. ما عدد أضلاعه؟

_____

٣) قياس إحدى الزوايا الخارجية في مُضلَّع مُنتظِم ١٤,٤°.

أ) ما قياس كل زاوية من زواياه الداخلية؟

_____

_____

ب) ما عدد أضلاعه؟

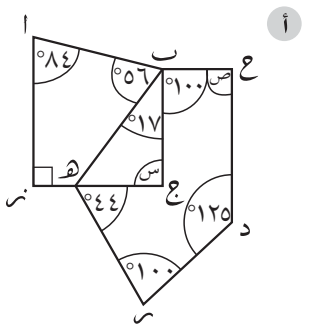
_____

مُساعَدة

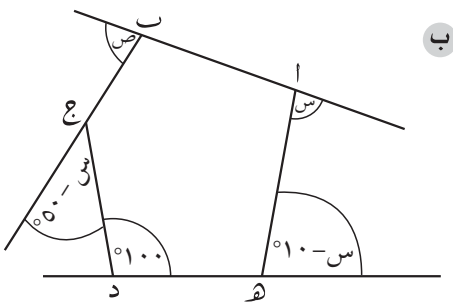
إذا لم تستطع تذكّر الصيغة، يمكنك إيجاد قياس إحدى الزوايا الداخلية في المُضلَّع المُنتظِم باستخدام حقيقة أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية هو ٣٦٠°. اقسم ٣٦٠ على عدد الزوايا لتجد قياس إحدى الزوايا الخارجية. بعد ذلك، استخدم حقيقة أن الزاويتين الخارجية والداخلية تُشكّلان معًا خطًّا مستقيمًا (١٨٠°)، وذلك لإيجاد قياس الزاوية الداخلية.

٤) أوجد قيم س ، ص في كل من المُضلّعات التالية. (الرسوم المعروضة غير دقيقة).

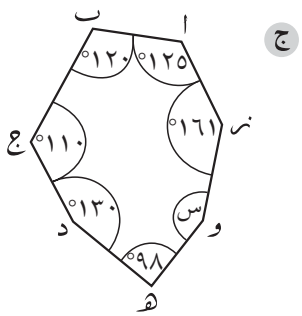
أ



ب



ج



أ

_____

_____

_____

_____

ب

_____

_____

_____

_____

ج

_____

_____

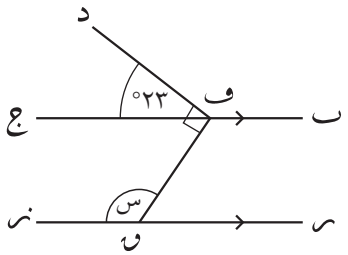
_____

_____

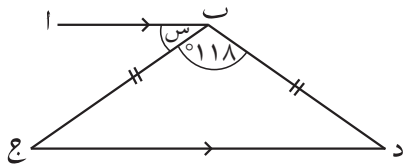
تمارين مُتنوِّعة

١) أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المُشار إليها بحرف في كل شكل:

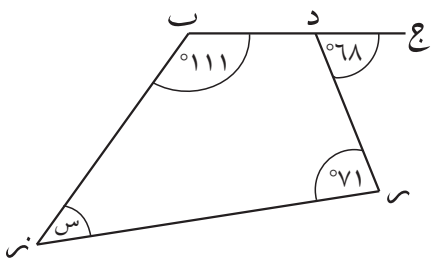
أ



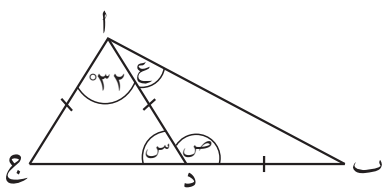
ب



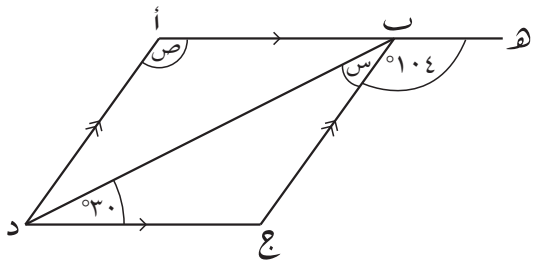
ج



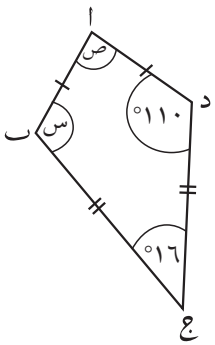
د



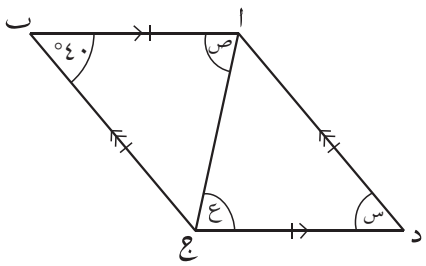
هـ



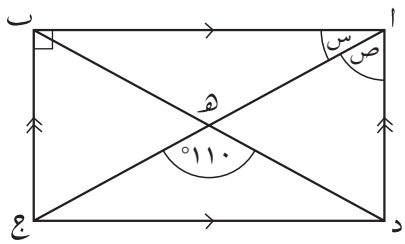
و



ز

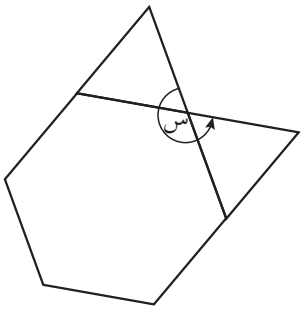


ح



٢) أوجد قيمة س في كل شكل مُركَّب. علمًا بأن الأشكال الواردة في الجزئيتين أ و ب مُضلَّعات مُنتظِمة والزاوية س زاوية منعكسة.

أ



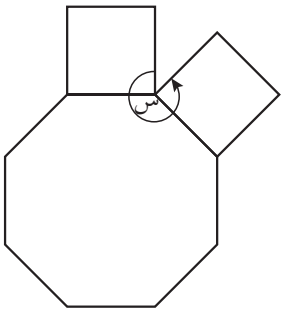
_____

_____

_____

_____

ب



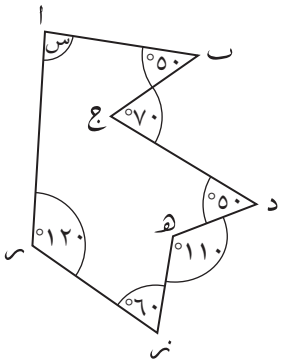
_____

_____

_____

_____

ج



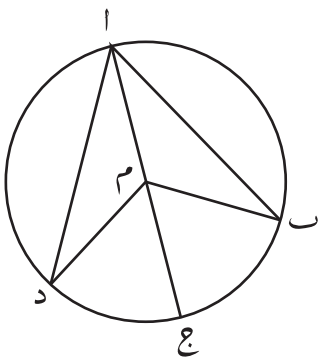
_____

_____

_____

_____

٣) يُمثِّل الشكل المقابل دائرة مركزها م:



أ اكتب الأسماء الرياضية الصحيحة لكلّ من:

(١) $\overline{دم}$ _____ (٢) $\overline{اب}$ _____ (٣) $\overline{اج}$ _____

ب يُبيّن الرسم أربعة أنصاف أقطار. اكتبها.

_____ _____ _____ _____

ج إذا كان م ب = ١٢,٤ سم، فما طول $\overline{اج}$؟

_____

د ارسم مماسّ الدائرة الذي يمرّ بالنقطة ب.

٤) أنشئ المُثلَّث ب ج د، بحيث يكون ب ج = ج د = ب د = ٦,٥ سم.

الوحدة الخامسة: التقدير والتقريب

٥-١ تقريب الأعداد

- قد تُسأل عن تقريب الأعداد إلى عدد مُحدَّد من المنازل العشرية، أو إلى عدد مُحدَّد من الأرقام المعنوية.
- للتقريب إلى منزلة عشرية ما:
  - انظر إلى قيمة الرقم الذي يقع إلى يمين المنزلة التي تقرِّب إليها.
  - إذا كانت تلك القيمة ⩽ ٥، قرّب إلى الأعلى (زيادة ١ على الرقم المطلوب تقريبه).
  - إذا كانت تلك القيمة > ٥، دع الرقم المطلوب تقريبه كما هو.
- للتقريب إلى رقم مُحدَّد من الأرقام المعنوية:
  - الرقم المعنوي الأوَّل في العدد هو أوَّل رقم غير صفري فيه (قبل المنزلة العشرية في العدد أو بعدها)
  - أوجد الرقم الصحيح، ثم قرّب ذلك العدد باستخدام القاعدتَين المذكورتَين.

تمارين ٥-١

١) قرِّب كلّ عدد من الأعداد الآتية إلى أقرب:

(١) منزلتَين عشريَّتَين

(٢) منزلة عشريَّة واحدة

(٣) أقرب عدد كامل

أ ٥,٦٥٤٣ ب ٩,٨٧٧٤ ج ١٢,٨٧٠٦

_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

د ٠,٠٠٩٨ هـ ١٠,٠٩٩ و ٤٥,٤٣٩

ز ١٣,٩٩٩ ح ٢٦,٠٠١

٢) قرِّب كلّ عدد من الأعداد التالية إلى عدد مُكوَّن من ثلاثة أرقام معنوية:

أ ٥٣٢١٧ ب ٧١٢٩٨٤

ج ١٧,٣٦٤ د ٠,٠٠٧٢٧٩

إذا حُدِّدت درجة الدقَّة المطلوبة، فمن المُهِمّ التقريب إلى تلك الدرجة. إذا لم تُحدِّد درجة الدقَّة، يمكنك التقريب إلى عدد مُكوَّن من ٣ أرقام معنويّة.

٣) قرِّب كلّ عدد من الأعداد التالية إلى عدد مُكوَّن من رقمَين معنويَّين:

أ ٣٥,٨٠٠ ب ٥,٢٣٤ ج ١٢٣٤٥ د ٠,٠٠٨٧٥

هـ ٤٣٢١٢٨ و ١٢٠,٠٩ ز ٠,٠٠٤٥٦ ح ١٠,٠٠٢

٥-٢ التقدير

- يتطلَّب التقدير تقريب القيَم الموجودة في الحسابات إلى أعداد يمكن التعامُل معها بسهولة (عادة من دون الحاجة إلى استخدام الآلة الحاسبة).
- يسمح لك التقدير بأن تتحقَّق من أن نتائج العمليات الحسابية منطقية.

تمارين ٥-٢

١) استخدِمْ التقريب للأعداد الكاملة لتُثبِت صحَّة التقديرات التالية:

تذكَّر أن الرمز ≈ يعني 'يساوي تقريبًا'.

أ) ٣,٩ × ٥,١ ≈ ٢٠

ب) ٦٨ × ٥,٠٣ ≈ ٣٥٠

ج) ٩٩٩ × ٦,٩ ≈ ٧٠٠٠

د) ٤٢,٠٢ ÷ ٥,٩٦ ≈ ٧

٢) قدِّر نتائج العمليات الحسابية التالية إلى أقرب عدد كامل:

أ) ٥,٢ + ٨,٩ − ١٦,٩ + ٧,١

ب) (٢٣,٨٦ + ٩,٠٧) ÷ (١٥,٩٩ − ٤,٥٩)

ج) $\frac{٩,٣ \times ٧,٦}{٥,٩ \times ٠,٩٥}$

د) $٨,٩^{٢} \times \sqrt{٨,٩٨}$

٥-٣ الحدود العُليا والحدود الدُّنيا

- تكون كل القياسات التي نتعامل معها مُقرَّبة وفقًا لدرجة مُحدَّدة من الدقَّة. تسمح درجة الدقَّة (إلى أقرب متر مثلاً، أو إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين) بالتعامل مع أعلى أو أدنى قيمة ممكنة للقياسات. تُسمّى أعلى قيمة ممكنة: الحدّ الأعلى للقياس، وتُسمّى أدنى قيمة ممكنة: الحدّ الأدنى للقياس.
- عندما تتعامل مع أكثر من قيمة مُقرَّبة واحدة، عليك استخدام الحدّ الأعلى والحدّ الأدنى لكل منها.

تمارين ٥-٣ -أ

١) تمّ تقريب كلّ عدد من الأعداد التالية وفقًا لدرجة الدقَّة المُحدَّدة بين قوسَين. أوجد الحدّ الأعلى والحدّ الأدنى في كل حالة:

أ ٤٢ (أقرب عدد كامل)

ب ١٣٣٢٥ (أقرب عدد كلّي)

ج ٤٠٠ (رقم معنوي واحد)

د ١٢,٢٤ (منزلتَين عشريَّتَين)

هـ ١١,٤٩ (منزلتَين عشريَّتَين)

و ٢,٥ (أقرب جُزء من عشرة)

ز ٣٩٠ (أقرب عشرة)

ح ١,١٣٢ (أربعة أرقام معنوية)

٢) إذا كان ارتفاع بناء مُقرَّبًا إلى أقرب متر هو ٧٢ م:

أ فما الحدّ الأعلى والحدّ الأدنى لارتفاع البناء؟

_____

ب هل ٧٢,٤٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩ مترًا هو ارتفاع ممكن للبناء؟ وضّح إجابتك.

_____

_____

تمارين ٥-٣-ب

١) إذا كان طول مستطيل وعرضه مُقرَّبين إلى أقرب منزلة عشريّة طوله ١٠,٦ سم وعرضه ٧,٢ سم، احسب أكبر وأصغر قيَم ممكنة لمُحيط المستطيل.

_____

_____

٢) إذا علمت أن عدد الأوراق في معمل مُقرَّبًا إلى أقرب ٥٠٠ يبلغ ١٢٠٠٠٠ ورقة، وإنّ إحدى الآلات تصفّ الورق في حزم سعة الحزمة مُقرَّبة إلى أقرب ١٠ تبلغ ٢٥٠ ورقة، احسُب أكبر وأصغر عدد ممكن من الحزم التي يمكن ملؤها بالأوراق.

_____

_____

٣) يمكن احتساب مُؤشِّر كتلة الجسم (BMI) للرجل من خلال قسمة كتلته (بالكيلوجرام) على مُربَّع طوله (بالمتر).
يُصنَّف الرجل الذي يتراوح مُؤشِّر كتلة جسمه بين ١٨ و ٢٥ بصاحب الوزن الطبيعي، والأقلّ من ١٨ بصاحب الوزن الناقص، والأكثر من ٢٥ بصاحب الوزن الزائد.
إذا علمت أن كتلة أحمد مقرَّبة إلى أقرب منزلة عشريّة واحدة تساوي ٨٣,٢ كجم، وطوله يساوي ١,٨٢ م مُقرَّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين، فماذا ستقول عن مُؤشِّر كتلة جسم أحمد؟ هل يُعدّ من أصحاب الوزن الناقص أم الوزن الطبيعي أم الوزن الزائد؟ فسّر إجابتك.

_____

_____

_____

_____

تمارين مُتنوِّعة

١) قرّب كل عدد فيما يلي إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين:

أ) ٣,٤٦٢٣ ب) ٣,٢٤٤٩٨ ج) ٢٩,٢٩٧٤ د) ٠,٠٢٩٥٤

٢) قرّب كل عدد فيما يلي إلى أقرب عدد مُكوَّن من رقمَيْن معنويَّين:

أ) ٢٦,٤٨٥ ب) ٠,٠٤٥٦٨ ج) ٨٩٥,٣٨ د) ٠,٤٠٥٣٢

٣) قدّر ناتج كل عملية حسابية فيما يلي:

أ) ٣٧,٢ ÷ ٤,٨٥ ب) (١,٧٤ + ٥,٢٣)(٩,١٣ − ٢,٨٦) ج) $\frac{٤,٩١٢ \times ٣٨,١}{٣١,٣٢ - ١٩,٧}$

٤) إذا كان طول سامر مُقرَّبًا إلى أقرب سنتيمتر (أقرب منزلتَين عشريّتَن) ١,٦٢ م، احسب أصغر طول ممكن لسامر وأكبر طول ممكن له.

٥) إذا كان عدد الأشخاص المشاركين في أحد الاجتماعات، مُقرَّبًا إلى أقرب ١٠ يساوي ٥٠ شخصًا:

أ) هل يمكن أن يكون عدد المشاركين ٤٤ شخصًا؟ وضّح إجابتك.

ب) هل يمكن أن يكون عدد المشاركين ٥٤ شخصًا؟ وضّح إجابتك.

الوحدة السادسة: المُعادَلات والمُتباينات والصيَغ

٦-١ فكّ الأقواس

- فكّ العبارة الجبرية يعني التخلُّص من الأقواس باستخدام الضرب.
- يجب ضرب كل حدّ داخل القوسين في الحدّ الموجود خارجهما.
- تؤثِّر الحدود السالبة الموجودة خارج القوسين في إشارات الحدود المفكوكة.

تمارين ٦-١

١) فكَّ الأقواس وبسِّطْ العبارة الجبرية في كلّ مما يلي:

أ $-٢(س + ص)$

ب $-٥(ب - د)$

ج $-٣(-٢س + ص)$

د $٢س(٤ - ٢ص)$

هـ $-٢س(س + ٣ص)$

و $-٩(س - ١)$

ز $٣(٤ - ٢ب)$

ح $٣ - (٤س + ص)$

ط $٢س - (٢س - ٣)$

ي $-(٣س + ٧)$

ك $٢س(س - ص)$

ل $-٣س(س - ٢ص)$

تذكَّر:

$(+) \times (-) = -$

$(-) \times (+) = -$

$(+) \times (+) = +$

$(-) \times (-) = +$

م $-٣(٥س + ٧)$

ن $-٣(ك - ١٢)$

س $-٥, ١(٨ع - ٤)$

ع $-٦(٤ب + ٥ك)$

ف $-٢(٥ح + ٥ك - ٨ل)$

ص $-٦(س^{٢} + ٦ص^{٢} - ٢ص^{٣})$

٢) فكَّ الأقواس وبسِّطْ العبارة الجبرية في كلّ مما يلي:

أ $٢(س - ص) + ٣س(٤ - ٣)$

ب $-٤س(ص - ٣) - (٢س - س ص)$

ج $-٢(س + ٣ص) - ٢س(ص - ٤)$

د $-\frac{١}{٢}(٤ - ٢ص) - ٢ص(٣ + س)$

هـ $١٢س ص - (٢ + ص) - ٣(٤ - س)$

و $٢س^{٢}(٢ - ٢ص) - ص(٣ - ٢س^{٢})$

ز $-\frac{١}{٤}س(٤س - ٨) + ٢ - (س^{٢} - ٣)$

ح $-٣(س^{٢} - ٢ص) + ٤س(٢س - ٢ص)$

ط $-\frac{١}{٢}(٨س - ٢) + ٣ - (س + ٧)$

ك $-٧(ف + ٣) - (٢ف - ٧)$

م $١٤س(س + ٧) - ٣س(٥س + ٧)$

ن $٥ك^{٢} - ٢ك(ك - ١٢) - ٣ك^{٢}$

س $١٢م(٢ن - ٤) - ٢٤ن(م - ٢)$

ع $١١س - (٦ - ٢س)$

ف $٧ - ٢(س - ٣) + ٣س$

ص $٤س - ٢(١ - ٣س) - ٦$

ق $س(س - ٣) - ٢(س - ٤)$

ر $٢س(٣ + س) - ٣(س - ٢)$

ي $٢ - ٥(س - ٢)$

ل $٦(٣ص - ٥) - ٢(٣ص - ٥)$

٦-٢ تحليل العبارات الجبرية إلى عوامل

- الخطوة الأولى في التحليل إلى عوامل هي تحديد كل العوامل المُشترَكة وسحبها إلى الخارج.
- قد تكون العوامل المُشترَكة أعدادًا أو متغيِّرات أو أقواسًا أو مزيجًا من كل ما سبق.
- التحليل إلى عوامل هو العملية العكسية لفك الأقواس، وعندما تحلِّل إلى عوامل فإنك تعيد وضع الأقواس في العبارة الجبرية.

تمارين ٦-٢

١) أوجد العاملِ المُشترَك الأكبر لكلّ زوجٍ من الأزواج الآتية:

تذكَّر أن س^{٢} تعني س × س، أي أن س هو أحد عوامل س^{٢}

أ) ٣س ، ٢١

ب) ٤٠ ، ٨س

ج) ١٥ب ، ٥د

د) ٢ب ، ب د

هـ) ٣س ص ، ١٢ص ز

و) ٥ب^{٢}د ، ٢٠ب د^{٢}

ز) ٨س ص ، ٢٨س ص ز

ح) ٩س ع ، س^{٢}ع^{٢}

ط) ١٤ب جـ د ، ٧ب^{٢}د

ي) س^{٢}ص^{٣}ط ، ٢س ص^{٢}ط^{٢}

ك) ٢ب^{٢}د^{٤} ، ب د^{٢}

ل) ٣س^{٣}ص^{٢} ، ١٥س ص

٢) حلّل كلًّا ممّا يلي إلى عوامل:

أ) ١٢س + ٤٨

ب) ٢ + ٨ص

ج) ٤ب – ١٦

د) ٣س – س ص

هـ) ب د + ٥ب

و) ٣س – ١٥ص

ز) ٢٤س ص ط – ٨س ط

ح) ٩ب د – ١٢ د جـ

ط) ٦س ص – ٤ص ز

ي) ١٤س – ٢٦س ص

أوجد أولًا العامل المُشترَك الأكبر (ع م ك) للأعداد. بعد ذلك، أوجد العامل المُشترَك الأكبر (ع م ك) للمُتغيّرات، إن وجدت، واكتبها بالترتيب الأبجدي.

٣) حلّل كلًّا ممّا يلي إلى عوامل:

أ) $س^{٢}$ + ٨س

ب) ١٢ب – $ب^{٢}$

ج) ٩$س^{٢}$ + ٤س

د) ٢٢س – ١٦$س^{٢}$

تذكَّر التالي: إذا كان أحد الحدود مساويًا للعامِل المُشترَك الأكبر يجب أن تضع العدد ١ في المكان الذي يظهر فيه الحد داخل القوسين.

هـ ٦ب د^{٢} + ٨د

و ١٨س ص – ٣٦س^{٢}ص

ز ٦س – ٩س^{٢}

ح ١٤س^{٢}ص^{٢} – ٦س ص^{٢}

ط ٩ب د جـ^{٣} – ٣ب^{٢}د^{٢}جـ^{٢}

ي ٤س^{٢} – ٧س ص

ك ٣ب د^{٢} – ٤د^{٢}جـ

ل ١٤ب^{٢}د – ٢١ب د^{٢}

٤) خذ عاملًا مُشترَكًا لتُحلِّل كل عبارة من العبارات الجبرية الآتية إلى عوامل:

أ س(٣ + ص) + ٤(٣ + ص)

ب س(ص – ٣) + ٥(ص – ٣)

ج ٣(ب + ٢د) – ٢ب(ب + ٢د)

د ٤ب(٢ب – د) – ٣(٢ب – د)

هـ س(٢ – ص) + (٢ – ص)

و س(س – ٣) + ٤(س – ٣)

ز ٩(٢ + ص) - س(ص + ٢)

ح ٤ب(٢د - جـ) - (جـ - ٢د)

ط ٣س(س - ٦) - ٥(س - ٦)

ي س(س - ص) - (٢س - ٢ص)

ك ٣س(٢س + ٣) + ص(٣ + ٢س)

ل ٤(س - ص) - س(٣س - ٣ص)

٦-٣ استخدام الصيَغ وإعادة تنظيمها

- لإعادة تنظيم الصيغة بدلالة مُتغيِّر ما:
  - فكّ كل الأقواس.
  - استخدم العمليات العكسية لكتابة الصيغ بدلالة المُتغيِّر المطلوب.
- عندما تتضمّن الصيغة حدودًا مربَّعة أو جذورًا تربيعية، تذكَّر أن لمُربَّع العدد جذرَيْن أحدهما موجب والآخر سالب.

تمارين ٦-٣

١) اكتب الصيغ التالية بدلالة المُتغيِّر المطلوب:

أ) ي + ت = ف + د (ف)

ب) ٣(ف + د) = ي − ت^{٢} (ف)

ج) أ = $\frac{ج}{ب}$ (ب)

د) أ = $\frac{ب}{ج}$ (ب)

هـ) ٢ب = ق^{٢} (ق)

و) ب = ٢ق^{٢} (ق)

ز) ب = ق^{٢} ر (ق)

ح) ق = $\sqrt{٢ب}$ (ب)

ط ق = $\sqrt{ب ر}$ (ب)

ي ق = $\sqrt{(ب - ر)}$ (ب)

ك ب ق = $ر^{٢}$ (ق)

٢) قانون أوم هو صيغة تربط بين الجهد (ج) والتيار (ت) والمقاومة (ق). علمًا بأن ج = ق × ت:

أ اكتب الصيغة بدلالة المُتغيِّر (ت).

ب أوجد قيمة التيّار (بالأمبير) لجهد قيمته ٥٠ فولتًا ومقاومة قيمتها ٢,٥ أوم.

٣) يمكن إيجاد مساحة الدائرة باستخدام الصيغة م = π $نق^{٢}$

أ أعد كتابة الصيغة بدلالة المُتغيِّر (نق).

ب أوجد نصف قطر دائرة مساحتها ١٠٠ $مم^{٢}$. اكتب الإجابة مقرّبة إلى ثلاثة أرقام معنوية.

٤) صيغة إيجاد درجات الحرارة بالدرجات السيليزية (س) من درجات الحرارة بالفهرنهايت (ف) هي: س = $\frac{٥}{٩}$(ف − ٣٢).

أ اكتب الصيغة بدلالة المُتغيِّر (ف).

ب أوجد درجة الحرارة بالفهرنهايت عندما تكون درجة الحرارة ٢٧° س.

ج يمكن إيجاد درجات الحرارة بالكلڤن من خلال الصيغة ك = س + ٢٧٣، حيث (ك) درجة الحرارة بالكلڤن و (س) درجة الحرارة بالدرجة السيليزية. استخدم عند الحاجة هذه المعلومة والصيغة السابقة لتجد درجة الحرارة بالكلڤن المكافئة لدرجة الحرارة ١٢٢° ف.

٦-٤ حلّ المعادلات

- لتحلّ معادلة جِد قيمة الحرف المجهول (المُتغيِّر) الذي يجعل المُعادَلة صحيحة.
- إذا جمعت العدد (أو الحدّ) نفسه مع طرفَي المعادلة أو طرحته منهما، تنتج معادلة مُكافئة ويبقى الحلّ من دون تغيير.
- إذا ضربتَ طرفَي المُعادَلة في العدد غير الصفري (أو الحد) نفسه أو قسمتهما عليه، تنتج معادلة مُكافئة ويبقى الحلّ من دون تغيير.

تمارين ٦-٤

١) حلّ كلًّا من المعادلات التالية:

في هذا التمرين اترك الإجابات في صورة كسور بدلًا من كتابتها في صورة أعداد عشرية عند الضرورة.

أ) $س + ٥ = ٢١$

ب) $س - ١٠ = ١٤$

ج) $٤س = ٣٢$

د) $\frac{س}{٦} = ٩$

هـ) $٩س = ٦٣$

و) $س - ٢ = -٤$

ز) $س + ٧ = -٩$

ح) $\frac{س}{٥} = -١٢$

ط) $س - ٤ = -١٣$

ي) $-٤س = ٦٠$

ك) $-٢س = -٢٦$

ل) $-٣س = -٤٥$

٢) حلّ كلًّا من المعادلات التالية موضحًا خطوات الحلّ:

أ) ٢س + ٣ = ١٩

ب) ٣س − ٩ = ٣٦

ج) ٢س + ٩ = ٤

د) ٤ − ٢س = ٢٤

هـ) -٤س + ٥ = ٢١

و) -٢س − ٩ = ١٥

٣) حلّ كلًّا من المعادلات التالية موضحًا خطوات الحلّ:

أ) ٢س + ٧ = ٣س + ٤

ب) ٤س + ٦ = س + ١٨

ج) ٥س − ٢ = ٣س + ٧

د) ٩س − ٥ = ٧س + ٣

هـ) ١١س − ٤ = س + ٣٢

و) ٢س − ١ = ١٤ − س

قد يظهر المُتغيِّر في طرفَي المعادلة. يمكنك جمع مُتغيِّرات مع طرفَي المعادلة، أو طرحها منهما، تمامًا كما تجمع الأعداد أو تطرحها.

ز ٢٠ – ٤س = ٥س + ٢

ح ٣ + ٤س = ٢س – ٧

ط ٤س + ٥ = ٧س – ٧

ي ٢س – ٦ = ٤س – ٣

ك ٣س + ٢ = ٥س – ٩

ل س + ٩ = ٥س – ٣

٤) حلّ كلًّا من المعادلات التالية:

أ ٣(س – ٢) = ٢٤

ب ٥(س + ٤) = ١٠

عندما تتضمَّن المعادلة أقواسًا يكون من الأفضل فكّها أولاً.

ج ٣(٣س + ١٠) = ٦

د ٣(٢س – ١) = ٥

هـ -٣(س – ٦) = -٦

و ٤(٣ – ٥س) = ٧

ز ٤(س + ٣) = س

ح ٦(س + ٣) = ٤س

ط ٣س + ٢ = ٢(س − ٤)

ي س − ٣ = ٢(س + ٥)

ك ٤(س + ٧) − ٣(س − ٥) = ٩

ل ٢(س − ١) − ٧(٣س − ٢) = ٧(س − ٤)

٥) حُلَّ كلاًّ من المعادلات التالية:

للتخلُّص من مقامات الكسور في المعادلة، اضرب كلّ حد من طرفَي المُعادَلة في المقام المشترك.

أ $\frac{س}{٢} - ٣ = ٦$

ب $\frac{س}{٣} + ٢ = ١١$

ج $\frac{٤س}{٦} = ١٦$

د $\frac{٢٨ - س}{٦} = ١٢$

هـ $\frac{س - ٢}{٣} = ٥$

و $\frac{س + ٣}{٢} = ١٦$

ز) $\frac{٢س + ٥}{٣} = ٩$

ح) $\frac{١٢س - ١}{٥} = ٩$

ط) $\frac{٥س + ٢}{٣} = -١$

ي) $\frac{٥ - ٢س}{٤} = -١$

ك) $\frac{٢س - ١}{٥} = س$

ل) $\frac{٢س - ٣}{٥} = س - ٦$

م) $\frac{١٠س + ٢}{٣} = ٦ - س$

ن) $\frac{س}{٢} - \frac{س}{٥} = ٣$

س) $\frac{٢س}{٣} - \frac{س}{٢} = ٧$

ع) $-٢\left(\frac{(س + ٤)}{٢}\right) = (س + ٧)$

٦-٥ المُعادلات الخطّية الآنيّة

- آنيًّا تعني 'في الوقت نفسه'.
- هناك طريقتان جبريّتان لحلّ المعادلات آنيًّا هما: التعويض والحذف.
  - قد تحتاج أحيانًا إلى المُعالَجة أو إعادة التنظيم لمُعادَلة واحدة أو للمُعادلتَين قبل أن تتمكّن من حلّهما جبريًّا.
  - في طريقة التعويض، يتم التعويض بإحدى المُعادلتَين في المُعادَلة الأخرى.
  - في طريقة الحذف، تحتاج إلى مُعامِل المُتغيِّر (س) نفسه أو مُعامِل المُتغيِّر (ص) نفسه في المُعادلتَين.
  - إذا كان للمُتغيِّر الذي يتضمَّن المُعامِل نفسه الإشارة نفسها في المُعادلتَين يجب عندها طرح إحدى المُعادلتَين من المُعادَلة الأخرى. وإذا كانت الإشارتان مختلفتَيْن فعليك عندئذ بجمع المُعادلتَين.
  - إذا تضمّنَت إحدى المُعادلتَين كسورًا يمكنك تسهيل العمل عبر 'التخلُّص' من تلك الكسور. اضرب كل حدّ في عدد مُناسب (مقام مشترك) و'تخلَّص' من مقامات الكسور.

تمارين ٦-٥-أ

١) حلّ المعادلتين الخطّيتَين الآنيتين في كلّ مما يلي باستخدام التعويض. ثم تحقّق من صحّة الحلّ:

أ) ص = ٢
س + ص = ٦

ب) ص – س = ٣
ص – ٣س = ٥

ج) س + ص = ٤
٢س + ٣ص = ١٢

د) ٢س + ص = ٧
٣س – ص = ٨

هـ ص = ١ – س
س – ٥ = ص

و س – ٨ = ٢ص
س + ص = ٢–

ز ٣س + ص = ٦
٩س + ٢ص = ١

ح ٣س – ٤ص = ١
٢س = ٤ – ٣ص

٢) حلّ المعادلتين الخطّيتَين الآنيتين في كلّ ممّا يلي باستخدام الحذف. ثم تحقّق من صحّة الحلّ:

أ س + ص = ٥
س – ص = ٧

ب ٣س – ص = ١
٢س + ص = ٤

ج ٢س + ٣ص = ١٢
٣س + ٣ص = ٣٠

د ٢س + ٣ص = ٦
٤س – ٦ص = ٤–

هـ ٢س – ٥ص = ١١
٣س + ٢ص = ٧

و ص – ٢س = ١
٢ص – ٣س = ٥

ز ٤س + ص = ٢٧
٣س – ص = ١٥

ح ٤س – ص = ١٦
٦س – ص = ٢٦

ط ٦س – ٥ص = ٩
٢س + ٥ص = ٢٢

ي س – ص = ١٨
٤س – ص = ١٠

ك س + ص = ١٢
٥س – ص = ٢٤

ل ٤س + ٣ص = ٢٢
٤س + ص = ١٨

٣) حلّ آنيًّا:

أ) ٣س + ص = ٧
٣س – ص = ٥

ب) ٤س + ٢ص = ١٢
س + ٢ص = ٦

تذكَّر أنك قد تحتاج إلى إعادة تنظيم إحدى المعادلتين أو كلتيهما قبل الحلّ.

ج) ٣س + ٢ص = ٤
٢س + ص = ٣

د) ٢س + ٣ص = ١٢
س + ٤ص = ١١

هـ) ٥س + ٢ص = ٢٠
س + ٤ص = ١٣

و) ٣س + ٢ص = ١٦
٢س + ٣ص = ١٤

ز) ٧س – ٦ص = ١٧
٢س + ٣ص = ١٩

ح) $\frac{٣س + ص}{٢} = \frac{١}{٢}$
$\frac{٥س - ٧ص}{٣} = ٢$

ط) ٢س = ٩ص
$\frac{س}{٣}$ = ٦ص + ٩

ي) ٦س + ٢ص = ٩
٧س + ٤ص = ١٢

ك) ١٢س – ١٣ص = ٣٤
٣س – ٢٦ص = ١٩

ل) ٥س − ١٧ص = −٣
٢٥س − ١٩ص = −٤٥

م) ٣س − ٣ص = ١٣
٤س − ١٢ص = −٦

ن) ١٠س = ٢ − ٢ص
٢ص = −٧س − ١

س) −٢ص = ١ − ٧س
٤س = ٤ + ٢ص

٤) حلّ آنيًّا:

أ) ٣س + ٧ص = ٣٧
٥س + ٦ص = ٣٩

ب) ٢س − ٥ص = −٦
٣س − ٥ص = −١٤

ج) −٧س + ٤ص = ٤١
−٥س + ٦ص = ٤٥

د) ٧س + ٤ص = ٤٥
٢س + ٣ص = ٢١

هـ) ٢س – ص = ١
٣س + ٥ص = ٣٤

و) ٣س – ٤ص = ٢٥
س – ٣ص = ١٥

ز) ٧س – ٤ص = ٢٣
٤س + ٥ص = ٣٥

ح) ٣س – ص = ٢
٣س + ٥ص = ٢٦

ط) ٢س + ٧ص = ٢٥
س + ص = ٥

ي) س + ٣ = ص
٤س + ص = -٧

ك) ٣س + ١١ = $-$ص
-٢س + ص = ٤

ل) ص = ٦س – ١
٤س – ٣ص = -٤

م) ٢س + ٣ص – ٨ = ٠
٤س + ٥ = ص

ن) ص = $\frac{١}{٣}$س + ٦
٢ص – ٤س = ٢٠

س) ٨س – ٥ص = ٠
١٣س = ٨ص + ١

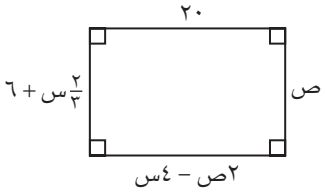
٥) اشترت سارة عُلبتَين من الشوكولاتة وكوبًا واحدًا من العصير مُقابل ٣,١٥٠ ريالات عُمانية. ودفع أحمد ٢,٧٠٠ ريال عُماني مقابل علبة واحدة من الشوكولاتة وكوبين من العصير. إذا اشتريا النوع نفسه والحجم نفسه من المُنتَجات، فكم تكون تكلفة كلّ من علبة الشوكولاتة الواحدة وكوب العصير الواحد؟

٦) يدفع المُقيم في سلطنة عُمان ريالَين عُمانيَّين رسوم دخول إلى المُتحف الوطني. ويدفع غير المقيم ٥ ريالات عُمانية. ويُعفى الأطفال دون السادسة من أي رسوم. إذا دخل المُتحَف مجموعة من ٣٠ مقيمًا وغير مقيم، من بينهم ٥ أطفال دون السادسة، ودفع أفراد المجموعة كلّهم ١٠٤ ريالات عُمانية، فكم فردًا غير مقيم في السلطنة يكون ضمن المجموعة؟

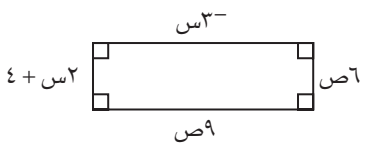
تمارين ٦-٥-ب

١) كوّن مُعادلتَين باستخدام المعلومات المعطاة على كل شكل فيما يلي، ثم حلَّهما آنيًّا:

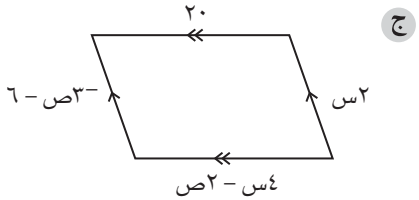
أ



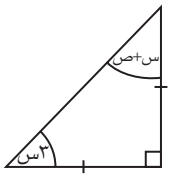
ب



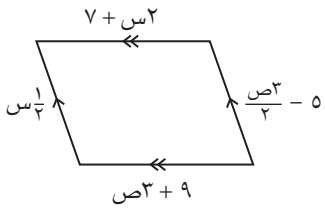
ج



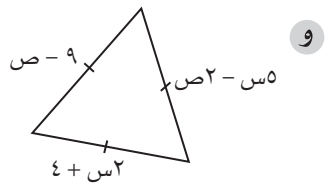
د



هـ



و



٢) بلغت المبيعات اليوميّة لمحلّ تجاري ٩٦٠ ريالاً عُمانيًّا ثمن ١٥ قطعة من طاولات وكراسي. حيث تم بيع الطاولة الواحدة بمبلغ ١٢٠ ريالاً عُمانيًّا والكرسي الواحد بمبلغ ٥٠ ريالاً عُمانيًّا.

أ عبِّر عن المعلومات المعطاة في صورة مُعادلتَين. سمِّ (ط) عدد الطاولات و (ك) عدد الكراسي.

ب حلّ المُعادلتَين آنيًّا لإيجاد عدد القطع المبيعة من كل نوع.

٦-٦ كتابة المُعادلات لحل المسائل

- يمكنك التعبير عن موقف ما جبريًّا، وغالبًا ما ينتج عن ذلك معادلة أو عبارة جبرية.

تمارين ٦-٦

١) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم. إذا علمت أن طول المستطيل س سم، أوجد:

أ عرض المستطيل (بدلالة س).

ب صيغة تساعد على إيجاد محيط المستطيل (ح).

ج صيغة تساعد على إيجاد مساحة المستطيل (م).

٢) إذا كان لديك ثلاثة أعداد: س، ٣س، س + ٢

أ اكتب صيغة لإيجاد مجموع الأعداد الثلاثة (م) بدلالة س

ب اكتب صيغة لإيجاد مُتوسِّط الأعداد الثلاثة (ط).

٣) ثلاثة أعداد متتالية، أصغرها س:

أ اكتب العددَين الآخرين بدلالة س

ب اكتب صيغة لإيجاد مجموع الأعداد الثلاثة (م). بدلالة س

٤) إذا علمت أنّ عُمْر أحمد أكبر من عُمْر محمود بسنتَين، وعُمْر حمد أصغر من عُمْر محمود بثلاث سنوات، وعُمْر محمود س سنوات، اكتب:

أ عُمْر أحمد بدلالة س

ب عُمْر حمد بدلالة س

ج صيغة لإيجاد عُمْر الفتيان الثلاثة معًا بدلالة س

٦-٧ المُتباينات الخطّية

- حلّ المُتباينة الخطّية هو مجموعة من الأعداد وليست قيمة واحدة.
- يمكن تمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.
  - الدائرة المُمتلئة على خط الأعداد تعني أن القيمة مُتضمِّنَة في مجموعة الحلّ.
  - الدائرة المُفرَغة على خطّ الأعداد تعني أن القيمة غير مُتضمِّنَة في مجموعة الحلّ.

تمارين ٦-٧

١) ارسمْ خطّ أعداد لتمثيل القيَم المُمكنة للمُتغيِّر في كل حالة من الحالات الآتية:

أ) س ≥ ٤

ب) ص ≤ −٢

ج) ف > −٣,٥

د) ١,٢ ≤ ب ≤ ٢,٦

هـ) −٤ ≤ ن

و) −م < ٣

ز) −٣,٥ ≤ ب ≥ −٢

ح) ٠,٢٥ < ب ≤ ١,٥

ط) ٤ ≤ ب < ٦

مُساعَدة

يتم حلّ المُتباينات بنفس طريقة حل المُعادلات، ولكن عندما تضرب طرفَي المُتباينة بعدد سالب أو تقسمهما عليه، تذكَّر أن تعكس اتّجاه المُتباينة.

٢) اكتب كل الأعداد الصحيحة التي تُحقّق كلًّا من المُتباينات التالية:

أ) $٢ < س \leqslant ٤$

ب) $-٢,٥ \leqslant ش \leqslant ٣$

ج) $\sqrt{٢} < ب < ٣$

د) $-١,٥ \leqslant ر \leqslant ٣,٥$

هـ) $-\frac{١}{٣} \leqslant د < ٥$

و) $\pi < ب \leqslant \pi ٣$

٣) حلّ كلًّا من المُتباينات التالية. اكتب إجابتك في أبسط صورة:

أ) $٢س \geqslant -٤$

ب) $س - ٤ > ٧$

ج) $٣س - ٥ \leqslant ٧$

د) $\frac{س}{٤} \geqslant ١٣$

هـ) $\frac{س}{٣} + ٨ \leqslant ١١$

و) $\frac{س - ٥}{٤} < ١٧$

ز) $٤(س - ٥) > ١٧$

ح) $\frac{٢}{٣}هـ \geqslant هـ + ١$

ط $\frac{ب}{٤} + \frac{١}{٨} < ٣$

ك $٣غ - ٢٣ > ٥١ - ٥غ$

م $\frac{٣ن - ٦}{٣} - ٨ > ٢١$

س $\frac{٣}{٨}\left(٢س - \frac{١}{٣}\right) - \frac{٢}{٩}(٣س + ٣٣) \leq \frac{٥س - ٣}{٤} + \frac{١}{٣}$

ي $٥(٢س - ١٣) \leq ٧(س + ١٠)$

ل $\frac{ص + ٤}{١٢} \leq ص - \frac{١}{٢}$

ن $٦(ن - ١) - ٢(٣ - ن) > ٣(٧ن + ٤) + ٢$

تمارين مُتنوِّعة

١) أوجد قيمة س في كل من المعادلات التالية:

أ) $٤س - ٩ = -٢١$

ب) $٥س + ٤ = -٢٦$

ج) $\frac{٢س - ٤}{٧} = ٢$

د) $٥ = \frac{١ - ٤س}{٥}$

هـ) $٤س - ٦ = ١٢ - ٥س$

و) $٤س - ٨ = ٣(٢س + ٦)$

ز) $\frac{٣س - ٧}{٤} = \frac{١ - ٤س}{٨}$

ح) $\frac{٢٣س - ٥}{٥} = \frac{س + ١}{٢}$

٢) اكتب الصيغ التالية بدلالة المُتغيِّر (س):

أ) م = ن س ب − ر

ب) $م = \frac{ن س + ب}{ق}$

٣) بسِّط العبارات الجبرية في كل ممّا يلي:

أ ٣(س − ١) + ٥

ب −٤س(٣س − ٢)

ج −٢(٤س − ٢ص + ٣)

د −٢ص(٧ − ص) − ٢ص

هـ ٤(٢س − ١) + ٣(س + ٣)

و س(٥س − ١) + ٢(٤س − ٢)

ز −٢س(س − ٤) + ٣س

ح ٦س(٢س + ٣) − ٢س(س − ٣)

٤) حلِّل كلًّا ممّا يلي إلى عوامل:

أ ٤س − ٨

ب ١٢س − ٣ص

ج −٢س − ٤

د ٣س ص − ٢٤س

هـ ١٤س^{٢}ص^{٢} + ٧س ص

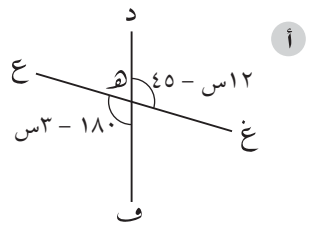
و ٢(س − ص) + س(س − ص)

ز س(٤ + ٣س) − ٣(٣س + ٤)

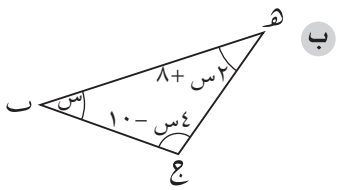
ح ٤س^{٢}(س + ص) − ٨س(س + ص)

٥) استخدم المُعطيات في كل شكل فيما يلي لكتابة معادلة، ثم قم بحلّها لإيجاد قياس كل زاوية:

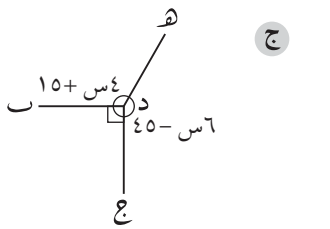
أ



ب



ج



٦) حلّ المعادلتَين الخطّيتَين آنيًّا: إذا كان ٣س + ص = ١، س − ٢ص = ١٢

٧) حلّ المعادلتَين الخطيتين آنيًّا: إذا كان ٣ص + ٤س = ٧، ٢ص + ٣س − ٤ = ٠

٨) حُلّ كلًّا من المُتباينات الآتية:

أ $-٣ < س + ٢$

ب $٥ - ٢س \leqslant ٧$

٩) مثِّل $-٢ < س \geqslant ٣$ على خطّ الأعداد.

الوحدة السابعة: المُستقيمات

١-٧ رسم المُستقيمات

- يمكن وصف موقع النقطة في المستوى الإحداثي باستخدام أزواج مُرتَّبة (س، ص) من الإحداثيات.
- يمكنك استخدام المُعادلات بدلالة س، ص لتكوين جدول قيم لأزواج تتضمَّن س، ص. يمكنك رسم تلك الأزواج في المُستوى الإحداثي والربط بينها لتحصل على رسم بياني. لإيجاد قيَم ص، عوِّض بالقيَم المُعطاة (المختارة) للمُتغيِّر س في المعادلة.
- يصف مَيل المُستقيم مدى انحداره. يمكن تعريف المَيل في صورة:

$$\text{م} = \frac{\text{التغيُّر في الإحداثي ص}}{\text{التغيُّر في الإحداثي س}}$$

  - المُستقيمات التي تميل إلى الأعلى، كلّما اتّجهت نحو اليمين يكون مَيلها موجبًا.
  - المُستقيمات التي تميل إلى الأسفل، كلّما اتّجهت نحو اليمين يكون مَيلها سالبًا.
  - مَيل المُستقيمات المُوازية للمحوَر السيني (المُستقيمات الأفقية) يساوي الصفر.
  - مَيل المُستقيمات المُوازية للمحوَر الصادي (المُستقيمات الرأسية) غير مُعرَّف.
  - مَيل المُستقيمات المُتوازية متساوٍ.
- ناتج ضرب مَيلي المُستقيمين المُتعامدَين يساوي -١
- يمكن كتابة مُعادلة المُستقيم في صورة ص = م س + جـ، حيث (س) و (ص) إحداثيات النقاط الواقعة على المُستقيم، و (م) مَيل المُستقيم، و (جـ) الجزء المقطوع من المحور الصادي (النقطة التي يتقاطع فيها المُستقيم مع المحور الصادي).
- لإيجاد مُعادلة المُستقيم، أوجد الجزء المقطوع من المحور الصادي، وعوِّضه عن (جـ). بعد ذلك، أوجد مَيل المُستقيم وعوِّضه عن (م).
- يمكنك إيجاد إحداثيات نقطة مُنتَصف القطعة المُستقيمة، من خلال جمع الإحداثيَّين س لطرفَيها وقسمة المجموع على ٢، للحصول على قيمة (س) لمُنتصف القطعة المُستقيمة، ثم تكرار الخطوات مع الإحداثيين ص للحصول على قيمة (ص) لمُنتَصف القطعة المُستقيمة.
- يمكنك استخدام نظرية فيثاغورث لإيجاد طول قطعة مُستقيمة.

تمارين ٧-١-أ

١) كوِّن جدول قيم لكلّ من المُعادلات الآتية، مُستخدِمًا قيَم س التالية: -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

أ) ص = س + ٥

ب) ص = -٢س − ١

ج) ص = ٧ − ٢س

د) ص = $-$س − ٢

هـ) س = ٤

و) ص = -٢

ز) ص = -٢س − $\frac{١}{٢}$

ح) ٤ = ٢س − ٥ص

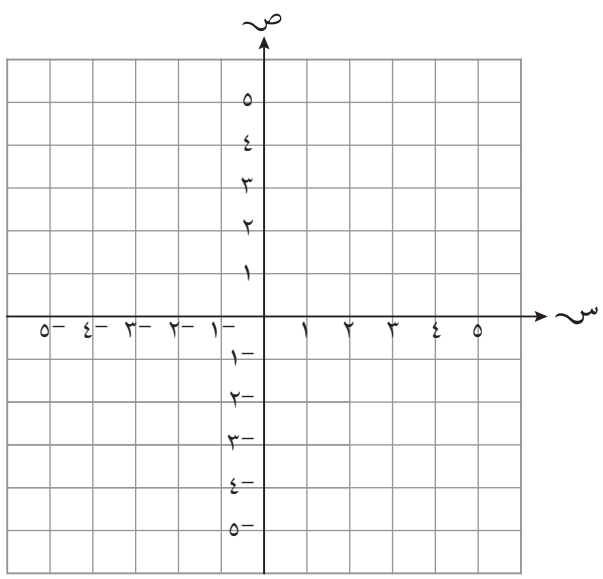
ط) ٠ = س − ٢ص − ١

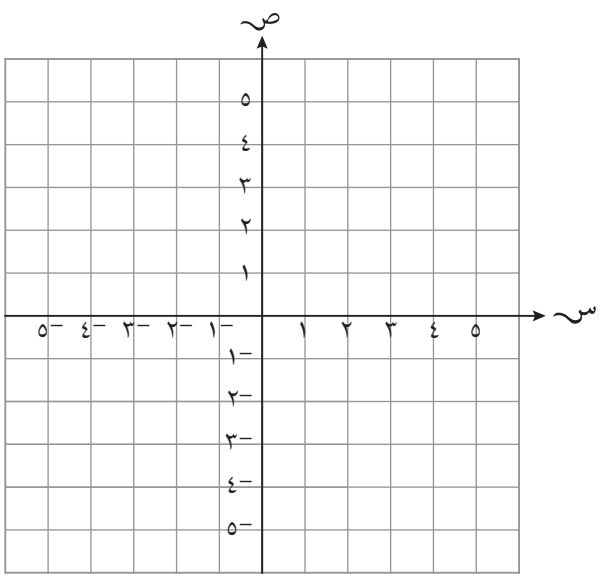
ي) س + ص = $-\frac{١}{٢}$

مُساعَدة

تعطى قيَم (س) في العادة. وإن لم يكن كذلك، فاختر قيَمًا صغيرة للمُتغيِّر س (مثل -٢، ٠، ٢). تحتاج على الأقلّ إلى نقطتَين لرسم المُستقيم. يجب تسمية كل المستقيمات بوضوح مع مُعادلاتها.

٢) مثِّل بيانيًّا المعادلات في التمرين ١، من الجزئية (أ) إلى الجزئية (هـ)، في المستوى الإحداثي نفسه، والمُستقيمات، من الجزئية (و) إلى الجزئية (ي)، في المستوى الإحداثي الآخر.





٣) أكمل جدول القيَم لكلّ من المُعادلات التالية:

أ ص = س + ٢

س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

ب ص = ٥س − ٤

س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

ج ص = −٢س − ٢

س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

د ص = $\frac{١}{٢}$ + ٣س

س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

هـ ص = ٤س

س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

و ص = −١ − س

س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

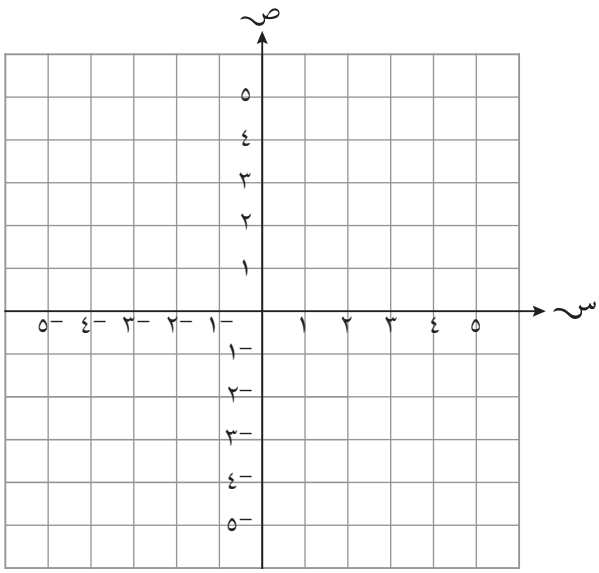
ز س − ص = ٢

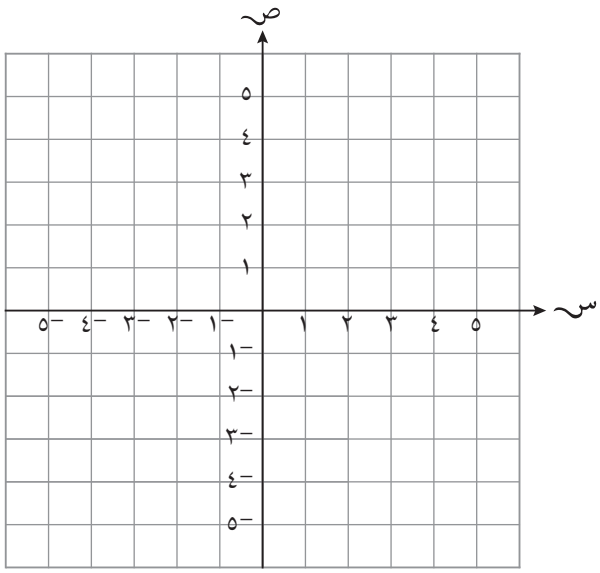
س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

ح ص = −س

س	−١	٠	١	٢	٣
ص					

٤) مثِّل بيانيًّا المُعادلات في التمرين ٣، من الجزئية (أ) إلى الجزئية (د)، في المستوى الإحداثي نفسه، والمُستقيمات، من الجزئية (هـ) إلى الجزئية (ح)، في المستوى الإحداثي الآخر.

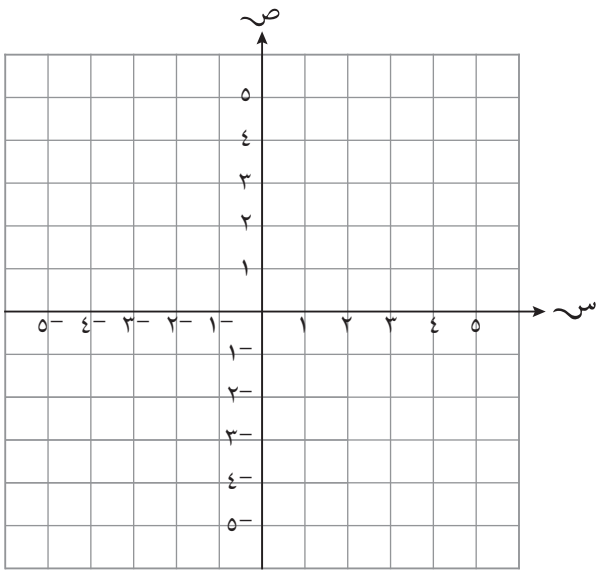




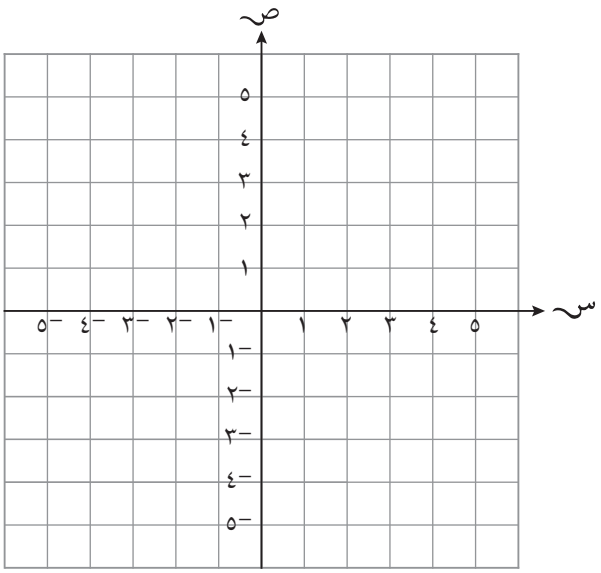
تمارين ٧-١-ب

١) مثِّل بيانيًّا كلًّا من المُستقيمات التالية:

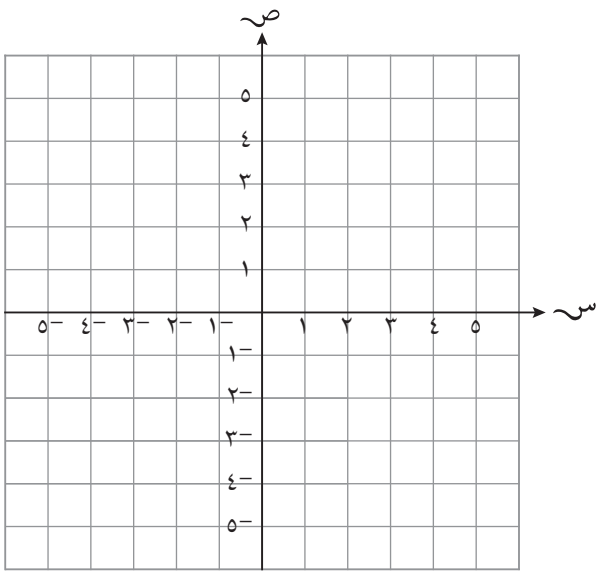
أ ص = ٢



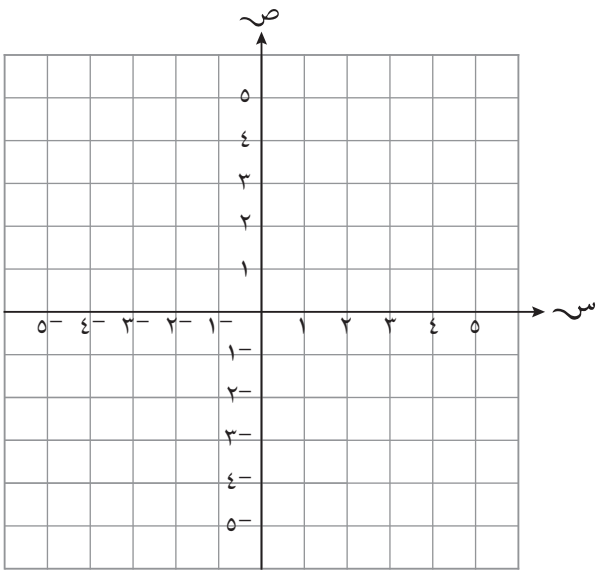
ب س = ٣



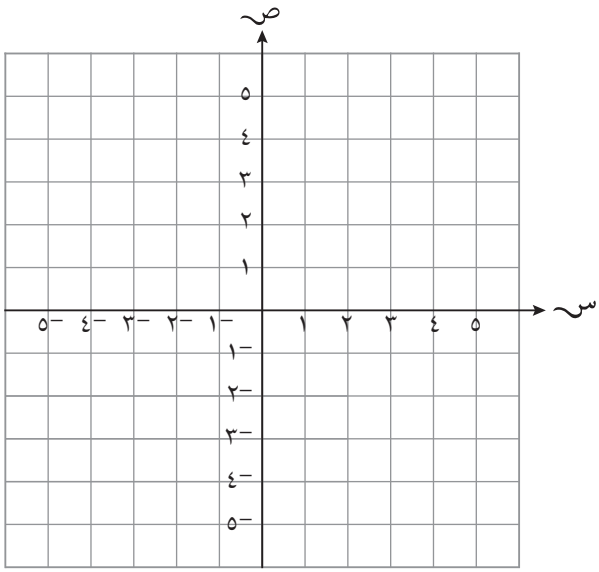
ج س = -٢



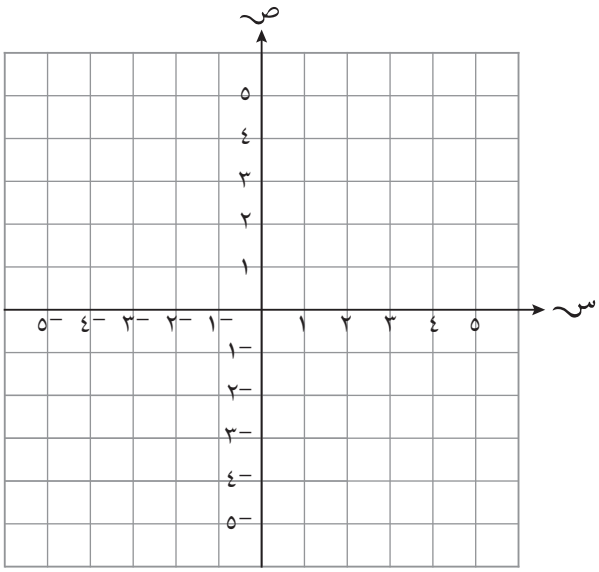
د ص = -٥, ٠



هـ س = ٠



و ص = ١,٥



٢) أوجد مُعادلة المُستقيم الذي يقع في مُنتصف المسافة بين أزواج المُستقيمات التالية:

أ س = ٢ ، س = ٤

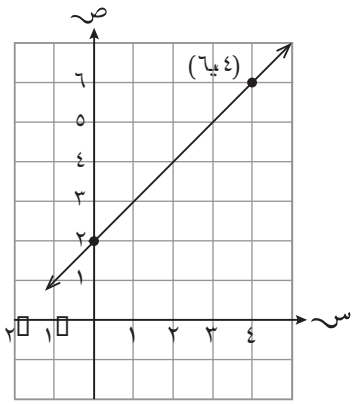
ب ص = ٣ ، ص = -١

ج س = ٧ ، س = -٢

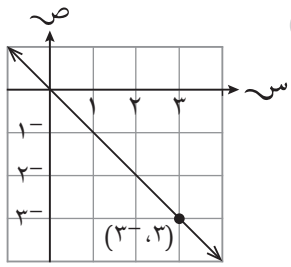
تمارين ٧-١-ج

١) أوجد مَيل كل مُستقيم فيما يلي:

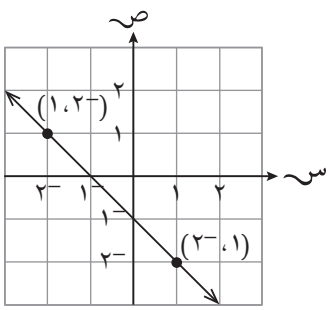
أ



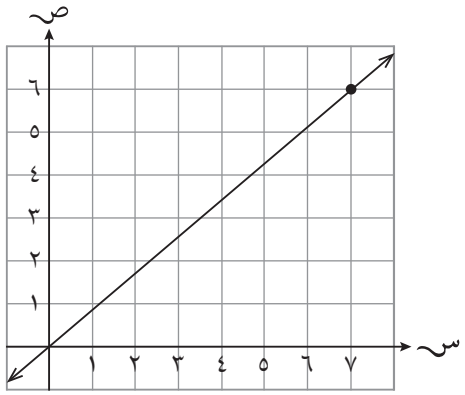
ب



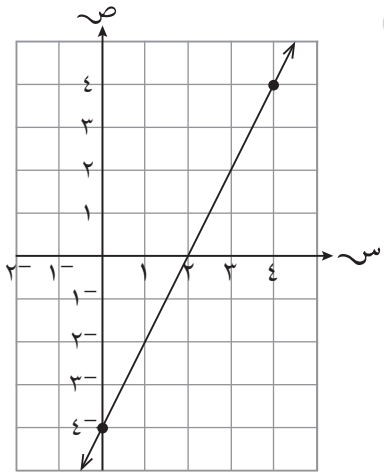
ج



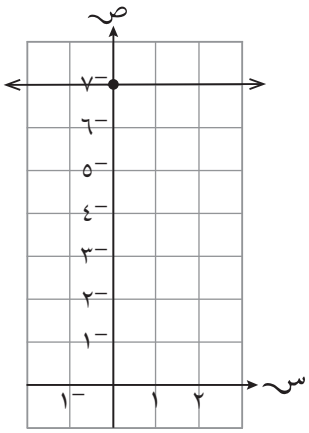
د



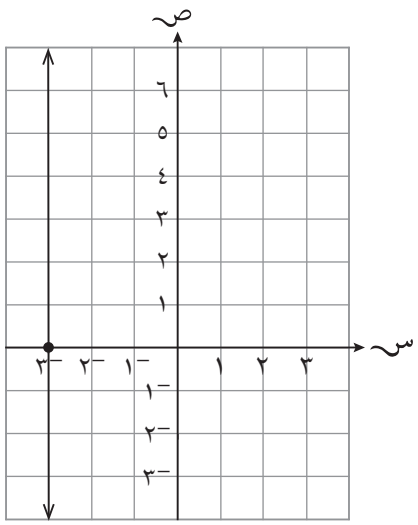
هـ



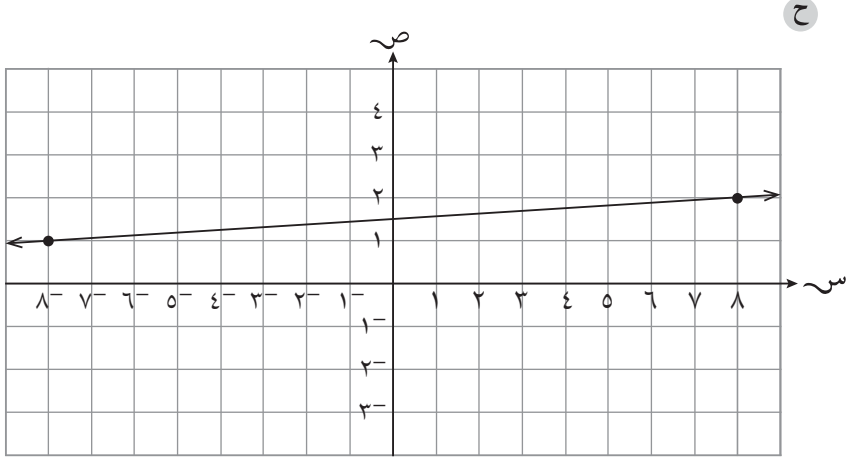
و



ز



ح



تمارين ٧-١-د

١) أوجد المَيل (م) والجزء المقطوع من المحور الصادي (جـ)، لكلّ معادلة فيما يلي:

أ) ص = ٣س − ٤

ب) ص = −س − ١

ج) ص = $-\frac{١}{٢}$س + ٥

د) ص = س

هـ) ص = $\frac{س}{٢} + \frac{١}{٤}$

و) ص = $\frac{٤س}{٥} - ٢$

مُساعَدة

قد تحتاج إلى إعادة كتابة المُعادلات في صورة ص = م س + جـ قبل تنفيذ المطلوب منك.

ز ص = ٧

ح ص = -٣س

ط س + ٣ص = ١٤

ي س + ص + ٤ = ٠

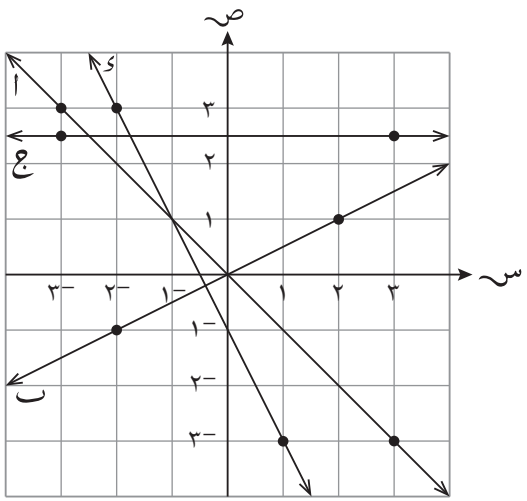
ك س − ٤ = ص

ل ٢س = ٥ − ص

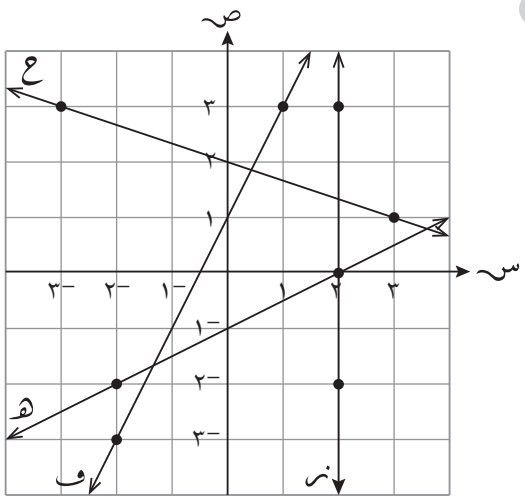
م س + $\frac{\text{ص}}{٢}$ = -١٠

٢) أوجد مُعادلة كل مُستقيم في التمثيلات البيانية التالية:

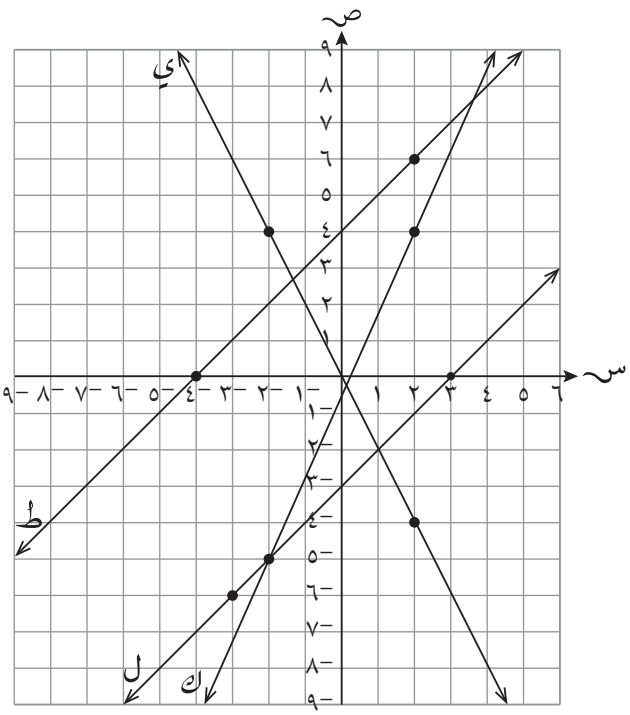
أ



ب



ج



تمارين ٧-١-هـ

١) أ أوجد مُعادلة المُستقيم المُوازي للمُستقيم ص = س + ٥، والذي يمرّ بالنقطة (٠ ، -٢).

ب أوجد مُعادلة المُستقيم المُتعامِد مع المُستقيم ص = -٢س − ١، والذي يمرّ بالنقطة (٠ ، ٤).

٢) هل المُستقيمان في كلّ مما يلي مُتوازيان أم لا؟

أ ص = ٣س + ٣ ، ص = س + ٣ _____

ب ص = $\frac{١}{٢}$س − ٤ ، ص = $\frac{١}{٢}$س − ٨ _____

ج ص = -٣س ، ص = -٣س + ٧ _____

د ص = ٨, ٠س − ٧ ، ص = ٨س + ٢ _____

هـ ٢ص = -٣س + ٢ ، ص = $\frac{٣}{٢}$س + ٢ _____

و ٢ص − ٣س = ٢ ، ص = -٥, ١س + ٢ _____

ز ص = ٨ ، ص = -٩ _____

ح س = -٣ ، س = $\frac{١}{٢}$ _____

تمارين ٧-١-و

١) أوجد الجزء المقطوع من المحور السيني، والجزء المقطوع من المحور الصادي، لكلّ مستقيم فيما يلي:

أ) ص = ٣س − ٦

ب) ص = $-\frac{١}{٢}$س + ٣

ج) ٢ص − ٣س = ١٢

د) $\frac{س+ص}{٢}$ = ٥

هـ) ٢س + ص + ٥ = ٠

تمارين ٧-٢

١) أوجد مَيل المُستقيم الذي يمرّ بالنقاط في كلّ ممّا يلي:

أ) (−٢، −٢) ، (٢، ٢)

ب) (−٣، −١) ، (٠، ٢)

ج) (−٤، ٥) ، (٠، ١)

د) (٢، ٤) ، (٨، ١٦)

هـ) (−١، −٣) ، (٢، −٣)

و) (−٢، ٠) ، (٤، ٣)

٢) استخدم مجموعة النقاط المُعطاة في التمرين ١، لإيجاد إحداثيات نقطة مُنتَصف كل قطعة مُستقيمة.

أ) _____

ب) _____

ج) _____

د) _____

هـ) _____

و) _____

٣) أوجد المسافة بين النقطتَين (٢، ٢) ، (١٠، −٤).

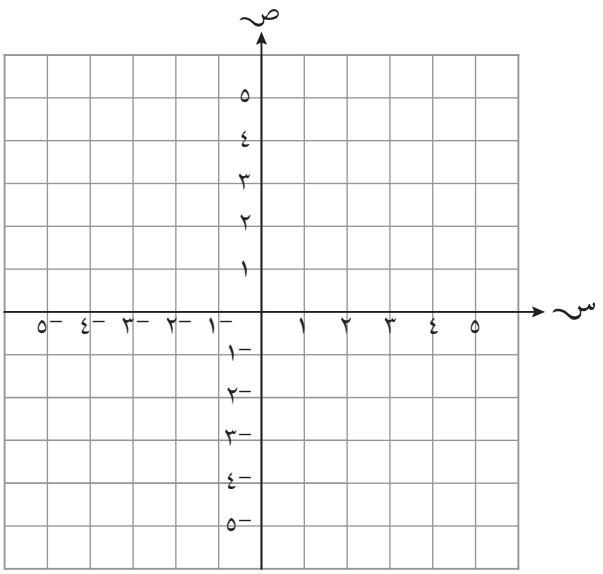
_____

تمارين مُتنوِّعة

١) أكمل جدول القيَم في كلّ ممّا يلي، ثمّ مثِّل كل مُستقيم بيانيًّا.

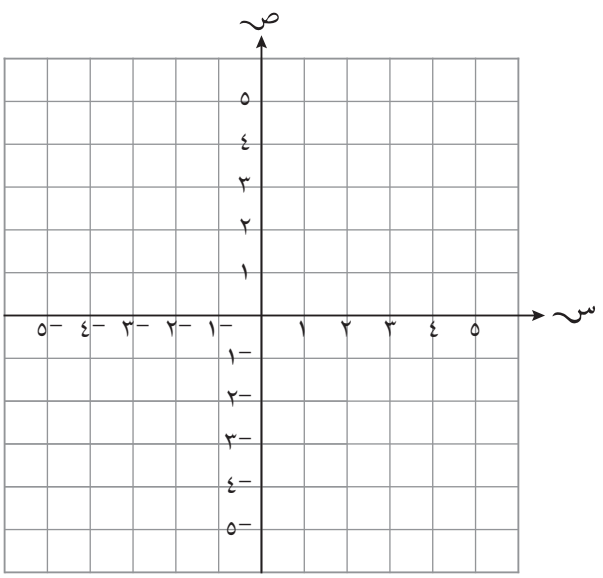
أ) ص = $\frac{١}{٢}$س

س	−١	٠	١	٢
ص				



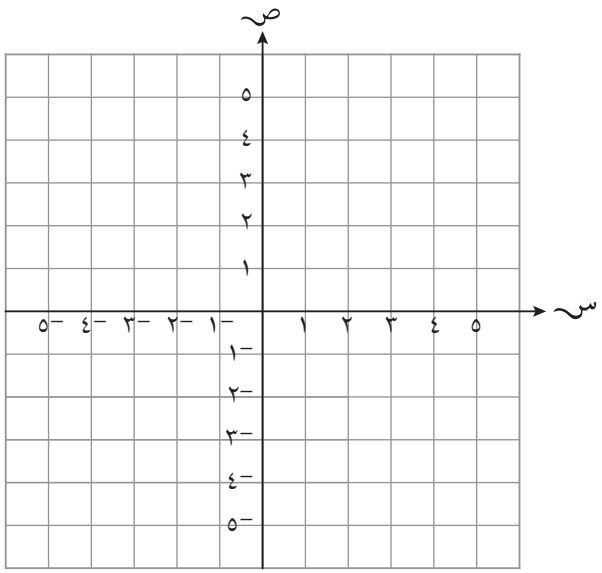
ب) ص = $-\frac{١}{٢}$س + ٣

س	−٢	٠	٢	٤
ص				



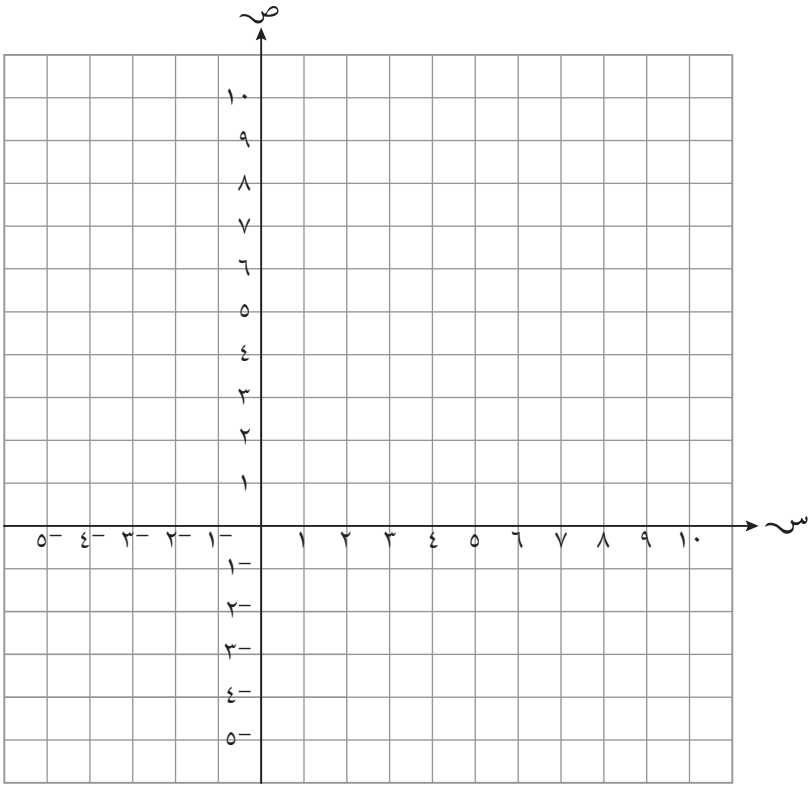
ج ص = ٢

س	−١	٠	١	٢
ص				



د ص − ٢س − ٤ = ٠

س	٠	١	٢	٣
ص				



٢) أوجد معادلة كل مُستقيم باستخدام المعلومات المعطاة.

أ مُستقيم مَيله ١، والجزء المقطوع من المحور الصادي -٣

ب مُستقيم مَيله $-\frac{٢}{٣}$، والجزء المقطوع من المحور الصادي $\frac{١}{٢}$

ج مُستقيم مُوازٍ للمُستقيم الذي مُعادلته ص = $-$س + ٨، والجزء المقطوع من المحور الصادي -٢

د مُستقيم مُوازٍ للمُستقيم الذي مُعادلته ص = $-\frac{٤}{٥}$س، ويمرّ بالنقطة (٠، -٣)

هـ مُستقيم مُوازٍ للمُستقيم الذي مُعادلته ٢ص − ٤س + ٢ = ٠، والجزء المقطوع من المحور الصادي -٣

و مُستقيم مُوازٍ للمُستقيم الذي مُعادلته س + ص = ٥، ويمرّ بالنقطة (١، ١).

ز مُستقيم مُوازٍ للمحور السيني، ويمرّ بالنقطة (١، ٢).

ح مُستقيم مُوازٍ للمحور الصادي، ويمرّ بالنقطة (-٤، -٥).

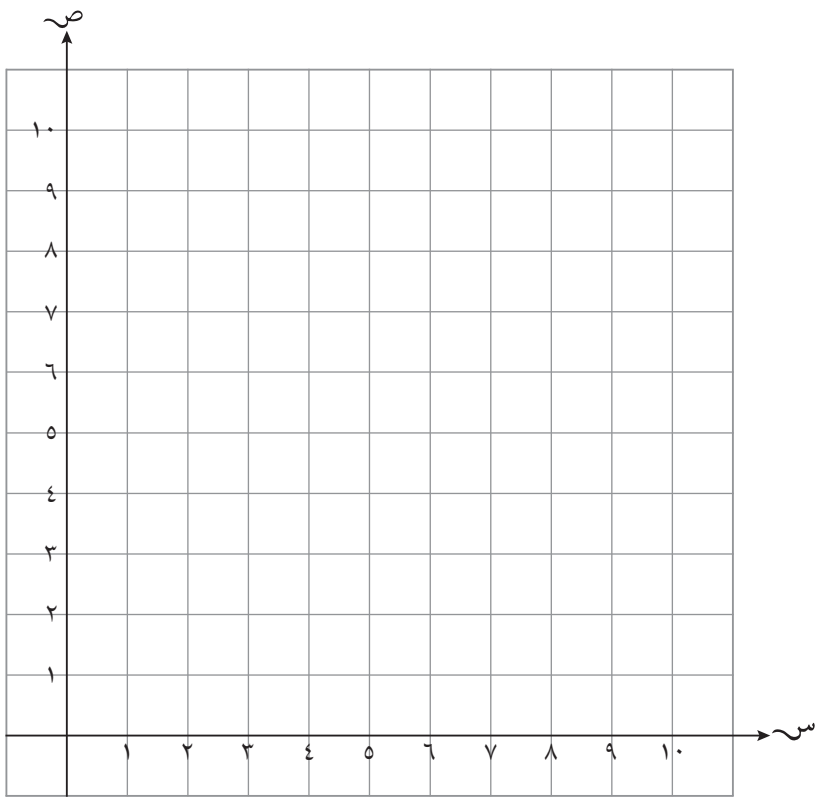
٣) يحب فهد رياضة الجري، حيث يبلغ مُتوسِّط سرعته في الجري ٧ كم/ساعة. يمكن التعبير عن هذه العلاقة في صورة م = ٧ن، حيث (م) المسافة المقطوعة (بالكيلومتر)، و (ن) الزمن (بالساعة) الذي يركضه فهد.

مُساعَدة

يتمّ عادة رسم الزمن على المحور الأفقي أو المحور السيني، لأنه المُتغيِّر المُستقلّ في معظم العلاقات. وأنت في الرسم البياني هنا ستعمل فقط في الربع الأول. لن تكون لديك قيَم سالبة، لأن فهد لا يمكنه الركض لأقلّ من صفر ساعات، وسرعته لا يمكن أن تكون أقلّ من صفر كيلومتر في الساعة.

أ استخدم الصيغة م = ٧ن لتكوين جدول يتضمَّن قيَم الساعات: ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦

ب مثِّل بيانيًّا العلاقة بين المُتغيِّرَين (م) ، (ن).



ج اكتب مُعادلة المُستقيم في صورة ص = م س + جـ.

د أوجد مَيل المُستقيم.

هـ من خلال التمثيل البياني، أوجد الزمن الذي استغرقه فهد لقطع مسافة ٢١ كم.

و استخدمِ التمثيل البياني لإيجاد المسافة التي قطعها فهد خلال ٥ ساعات.

ز شاركَ فهد في سباق الجري المركزي في الولاية، على طريق طوله ٤٢ كم. إذا علمت أن الطريق يتضمَّن العديد من الهضاب، وأن فهد قد توقَّع أن ينخفض مُتوسِّط سرعته في الجري إلى حوالي ٦ كم/ساعة، فكم من الزمن سيستغرق فهد كي يُكمِل السباق، إذا ركض بسرعة ٦ كم/ساعة؟

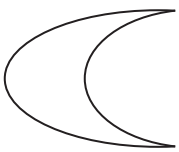
الوحدة الثامنة: التماثُل والتحويلات الهندسية

٨-١ التماثُل في الأشكال ثُنائية الأبعاد

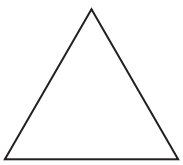
- يتماثل الشكل ثُنائي الأبعاد (المستوي) حول محور (خط)، عندما يمكن طي الشكل ليتطابق أحد النصفين تمامًا مع النصف الآخر. يمكن إيجاد أكثر من خطّ تماثل واحد في الشكل الهندسي.
- إذا قمت بتدوير شكل هندسي حول نقطة ثابتة، ووقعت صورته عليه تمامًا، يكون للشكل الهندسي تماثُل دوراني. يُسمّى عدد المرات التي تكون فيها صورة الشكل الهندسي مطابقة لوصفه الأصلي برتبة التماثُل الدوراني.

تمارين ٨-١

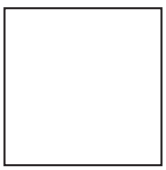
١) ارسم خط التماثُل لكل شكل فيما يلي وحدِّد رتبة تماثُله الدوراني:

أ) 

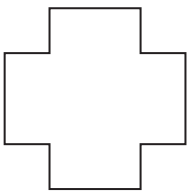
_____

ب) 

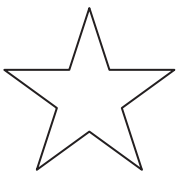
_____

ج) 

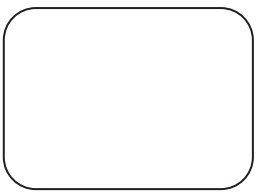
_____

د) 

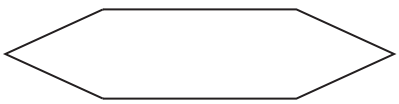
_____

هـ) 

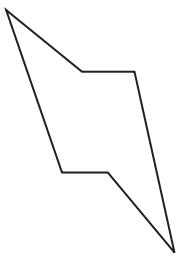
_____

و) 

_____

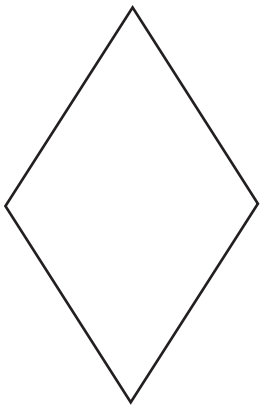
ز) 

_____

ح) 

_____

٢) أ ما عدد محاور التماثُل في المُعيَّن؟



ب ما رُتبة التماثُل الدوراني للمُعيَّن؟ _____

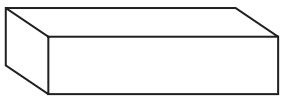
٣) ارسم شكلاً رُباعيًّا ليس له محاور تماثُل ولا تماثُل دورانيّ.

٨-٢ التماثُل في الأشكال ثُلاثية الأبعاد

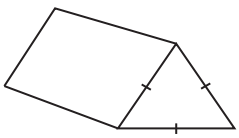
- يمكن للأشكال الهندسية ثُلاثية الأبعاد أن تكون مُتماثِلة.
- مستوى التماثُل هو مستوى وهمي يقسم الشكل الهندسي ثلاثي الأبعاد إلى قسمَين كل منهما صورة مرآة للآخر.
- إذا أخضعتَ مُجسَّمًا لدوران حول محور مطابقًا لوصفه الأصلي في مواقع مختلفة خلال الدوران، يكون للمجسَّم تماثُل دوراني. يُسمّى ذلك المحور بمحور التماثُل.

تمارين ٨-٢

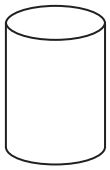
١) اكتب عدد مُستويات التماثُل لكل مُجسَّم فيما يلي:

أ) 

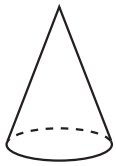
_____

ب) 

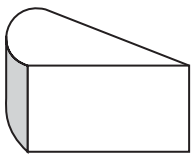
_____

ج) 

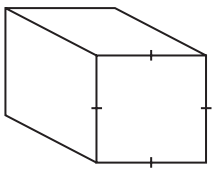
_____

د) 

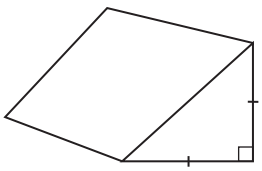
_____

هـ) 

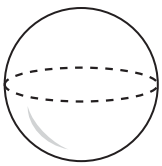
_____

و) 

_____

ز) 

_____

هـ) 

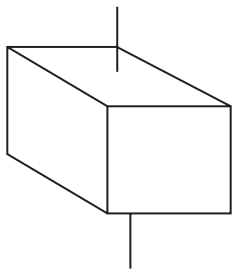
_____

مُساعَدة

فكّر في *مُستوى التماثُل* وكأنه شريحة أو مقطع في المجسَّم، يقسمه إلى نصفَين كل منهما صورة مرآة للآخر.

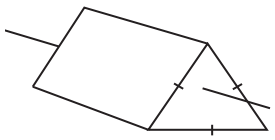
٢) حدِّد رتبة التماثُل الدوراني حول محور التماثُل المُعطى، في كل مُجسَّم من المُجسَّمات التالية:

أ



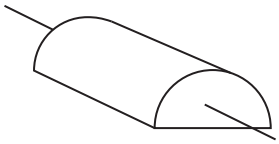
_____

ب



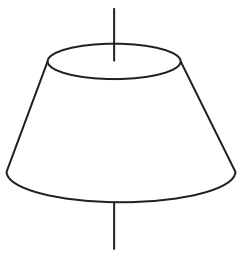
_____

ج



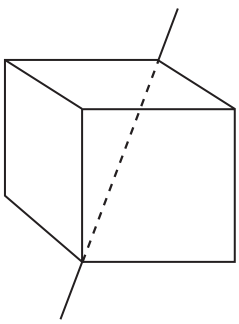
_____

د



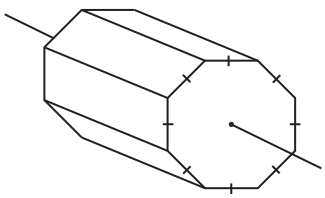
_____

هـ



_____

و



_____

مُساعَدة

فكّر في محور *التماثُل* كأنه عصا أو محور في المُجسَّم. عندما يدور المُجسَّم حول هذا المحور ويصل إلى موقعه الأصلي خلال دورة واحدة كاملة، يكون لديه تماثُل دورانيٌّ.

٣-٨ التحويلات الهندسية

- التحويل الهندسي هو التغيُّر في موقع أو أبعاد الشكل الأصلي (أو النقطة).
- هناك أربعة تحويلات هندسية أساسية هي: الانعكاس والدوران والانسحاب والتكبير.
  - يُسمّى الشكل الناتج من التحويل الهندسي للشكل الأصلي بالصورة.
- الانعكاس هو قلب الشكل حول محور أو خطّ مستقيم.
  - في الانعكاس، يتمّ انعكاس كل نقطة واقعة على الشكل الأصلي من خلال خطّ مرآة يُمثّل محور الانعكاس لإنتاج صورة الشكل. تبعد النقاط الواقعة على الشكل، وصورها الناتجة، المسافة نفسها عن خطّ المرآة، عند قياس المسافة العمودية مع محور الانعكاس.
  - لوصف الانعكاس، عليك إعطاء مُعادلة محور الانعكاس.
- الدوران هو دوران الشكل حول نقطة.
  - تُسمّى النقطة التي يدور حولها الشكل الأصلي مركز الدوران. يمكن للشكل الأصلي أن يدور مع اتِّجاه عقارب الساعة، أو عكس اتِّجاه عقارب الساعة.
  - لوصف الدوران، عليك إعطاء مركز الدوران وزاويته واتِّجاهه.
- الانسحاب هو حركة إزاحة.
  - في الانسحاب، تتحرّك كل نقطة واقعة على الشكل الأصلي المسافة نفسها، وبالاتِّجاه، نفسه لإنتاج صورته. يتطلَّب الانسحاب حركة أفقية للشكل (إلى اليمين أو إلى اليسار)، وحركة رأسية إلى (الأعلى أو إلى الأسفل). بناءً على ذلك، يمكن وصف الانسحاب باستخدام المُتَّجه الرأسي $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$، حيث يُمثِّل س الحركة الجانبية للشكل (حول المحور السيني)، ويُمثِّل ص حركة الشكل إلى الأعلى أو إلى الأسفل. تُعطي إشارة س، ص اتِّجاه الانسحاب. تعني الإشارة الموجبة أن الحركة إلى اليمين أو إلى الأعلى، وتعني الإشارة السالبة أن الحركة إلى اليسار أو إلى الأسفل.
- التكبير هو تغيير أبعاد الشكل الأصلي، لإنتاج صورة مشابهة له.
  - مُعامِل التكبير = $\frac{\text{طول أحد أضلاع الصورة}}{\text{طول الضلع المُناظِر له في الشكل الأصلي}}$. عند تكبير الشكل الأصلي من مركز ثابت، يكون له مركز تكبير. يُحدِّد مركز التكبير موقع الصورة.
  - عندما يتقاطع الخط المُستقيم الذي يمرّ في إحدى نقاط الشكل الأصلي وصورتها، مع الخط المُستقيم الذي يمرّ في نقطة أخرى على الشكل الأصلي وصورتها، فإنهما يتقاطعان عند مركز التكبير.
  - عندما يكون مُعامِل التكبير سالبًا، تظهر الصورة مقلوبة، وعند الطرف الآخر من مركز التكبير.
  - عندما يكون مُعامِل التكبير بين ٠ و ١ تكون الصورة أصغر من الشكل الأصلي.

تمارين ٨-٣-أ

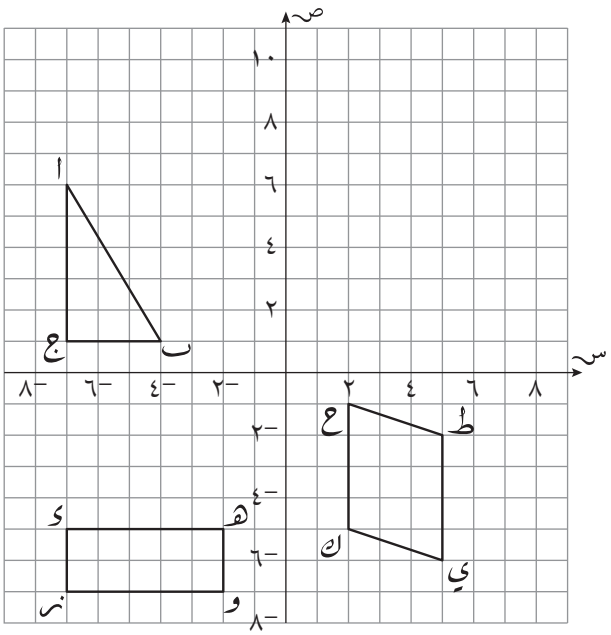
١) ارسم مُستطيلاً وسمّه ا ب ج ء حيث أ ب = ٦ ، ب ج = ٣

مُساعَدة
يُغيِّر الانعكاس والدوران موقع الشكل الأصلي واتِّجاهه، في حين أن الانسحاب يُغيِّر موقع الشكل الأصلي فقط. كما يُغيِّر التكبير قياس أبعاد الشكل الأصلي لإنتاج الصورة.

أ ارسم صورة المُستطيل بدوران حول النقطة د بزاوية قياسها ٩٠° مع اتِّجاه عقارب الساعة. سمّ الصورة ا′ ب′ ج′ ء′

ب ارسُم انعكاس المُستطيل ا′ ب′ ج′ ء′ حول الخط المستقيم ب′ ء′.

٢) نفّذ التحويلات الهندسية التالية، مُستخدمًا الرسوم المعروضة في الشكل المجاور:



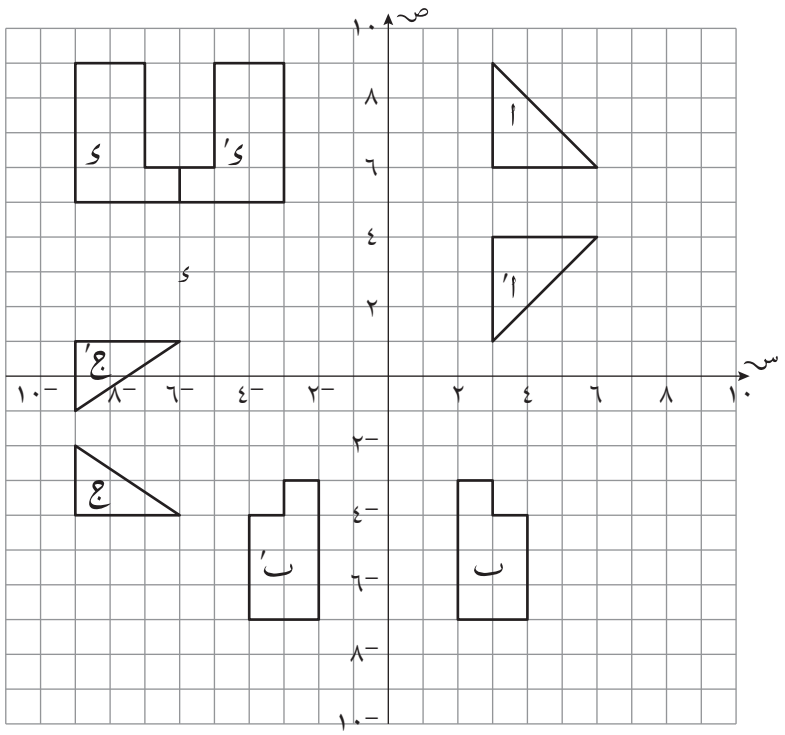
أ ارسم انسحاب المُثلَّث ا ب ج ثلاث وحدات إلى اليمين وأربع وحدات إلى الأعلى، وسمّ الصورة بطريقة صحيحة.

ب ارسم انعكاس المُستطيل ء هـ و ز حول الخط المستقيم ص = −٣، وسمّ الصورة بطريقة صحيحة.

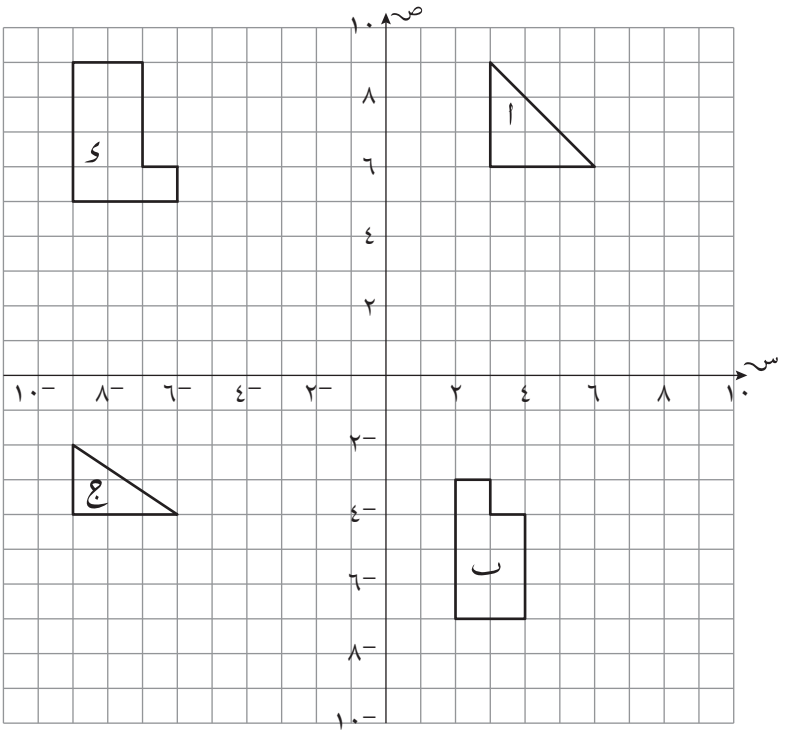
ج (١) ارسم صورة متوازي الأضلاع ع ط ي ك بدوران عكس اتِّجاه عقارب الساعة، وبزاوية قياسها ٩٠° حول الرأس ع (٢، −١).

(٢) ارسم انسحاب الصورة ع′ ط′ ي′ ك′ وحدة واحدة إلى اليسار، وخمس وحدات إلى الأسفل.

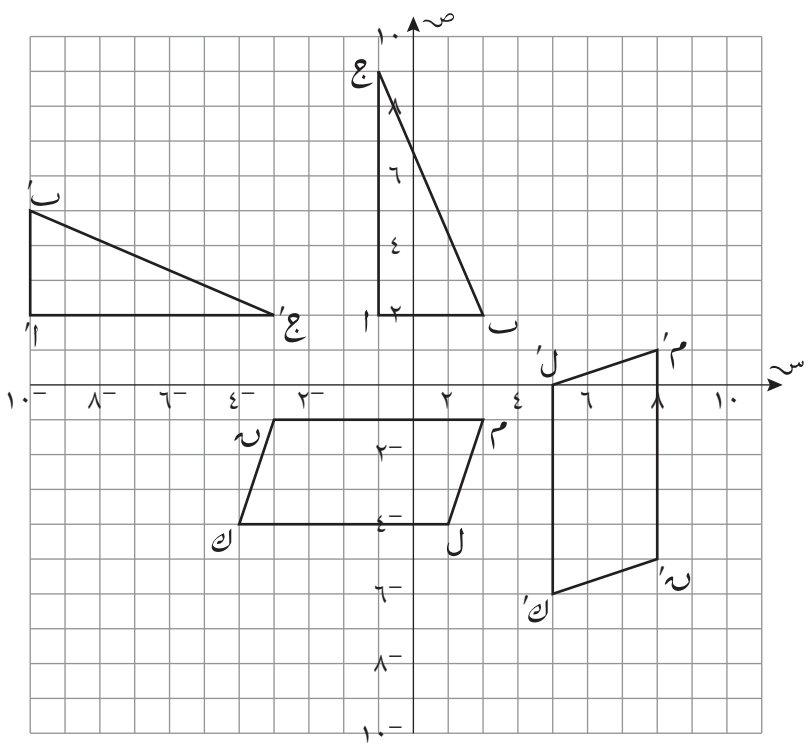
٣) اكتب مُعادَلة محور الانعكاس في كل من الانعكاسات التالية:



٤) ارسم انعكاس الأشكال ا ، ب ، ج ، ك حول المحور السيني:



٥) صف التحويل الهندسي للشكلَين ا ب ج، م ن ك ل

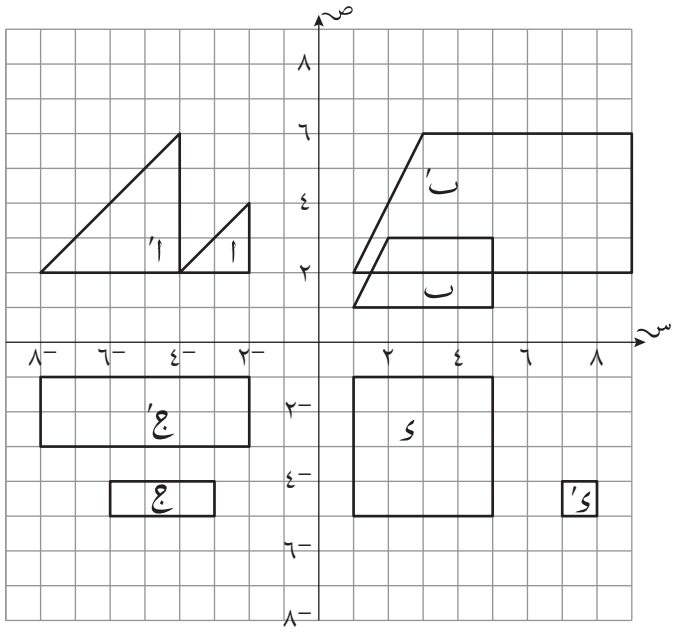


تمارين ٨-٣-ب

١) حدِّد إحداثيات مركز التكبير، ومُعامِل التكبير، في كلّ ممّا يلي:

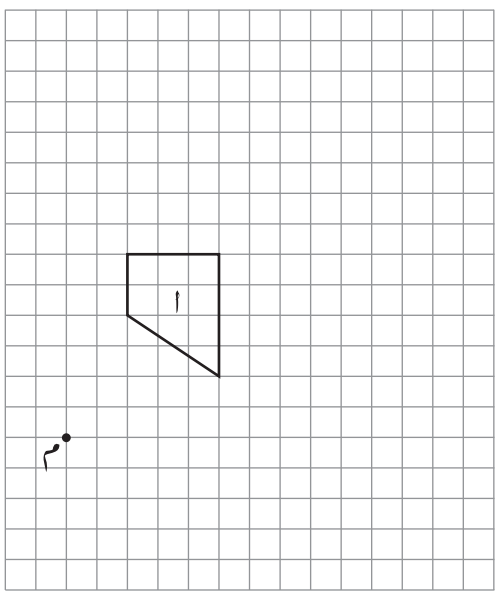
تستطيع إيجاد مركز التكبير من خلال رسم خطَّين مُستقيمَين يمرّانِ بالرؤوس المُتناظِرة للشكلَين الهندسيَّين. سوف يتقاطع الخطّان المُستقيمان في مركز التكبير.

عندما تكون الصورة أصغر من الشكل الأصلي، سيكون مُعامِل التكبير كسرًا اعتياديًّا .

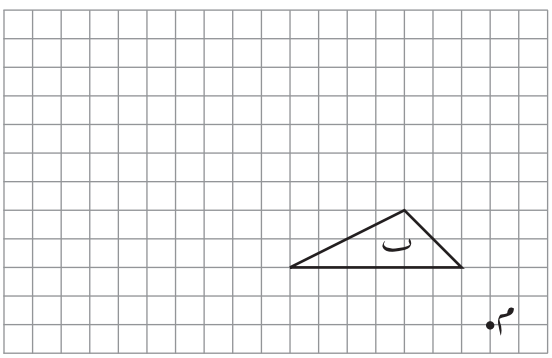


٢) ارسم صورة كل شكل فيما يلي بتكبير مُعامِله ٢ ومركزه النقطة م.

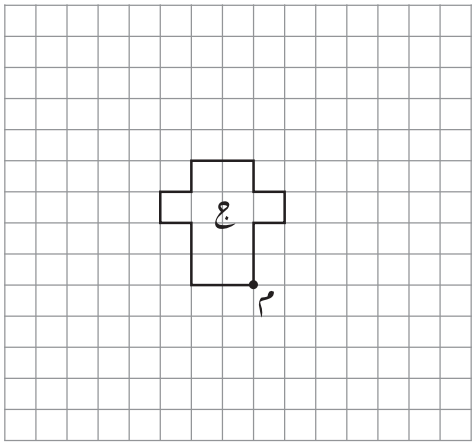
أ



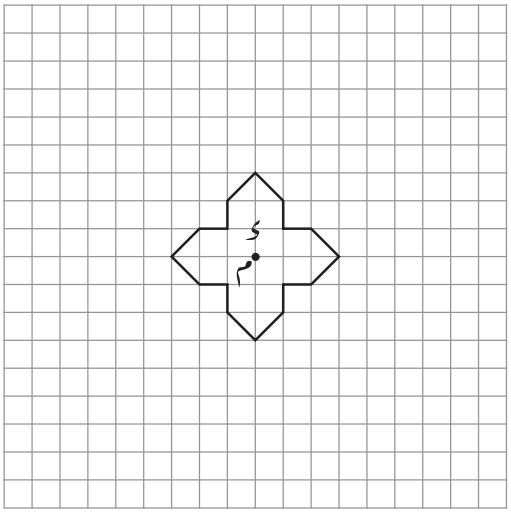
ب



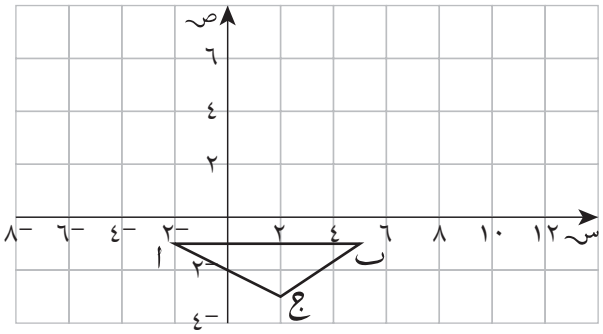
ج



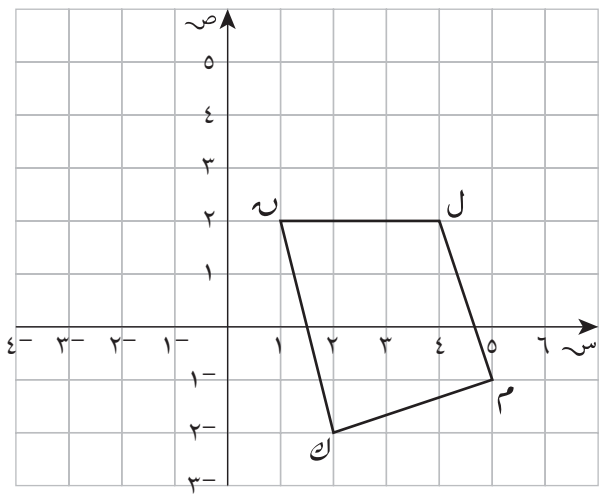
د



٣) ارسم صورة المُثلَّث ا ب ج بتكبير مُعامِله −٢ ومركزه النقطة (٢، −١). سمّ الصورة.



٤) ارسم صورة الشكل الرباعي ك ب ل م بمُعامِل تكبير مقداره $-\frac{١}{٢}$، ومركزه النقطة (−١، ١).



٨-٤ تركيب التحويلات الهندسية

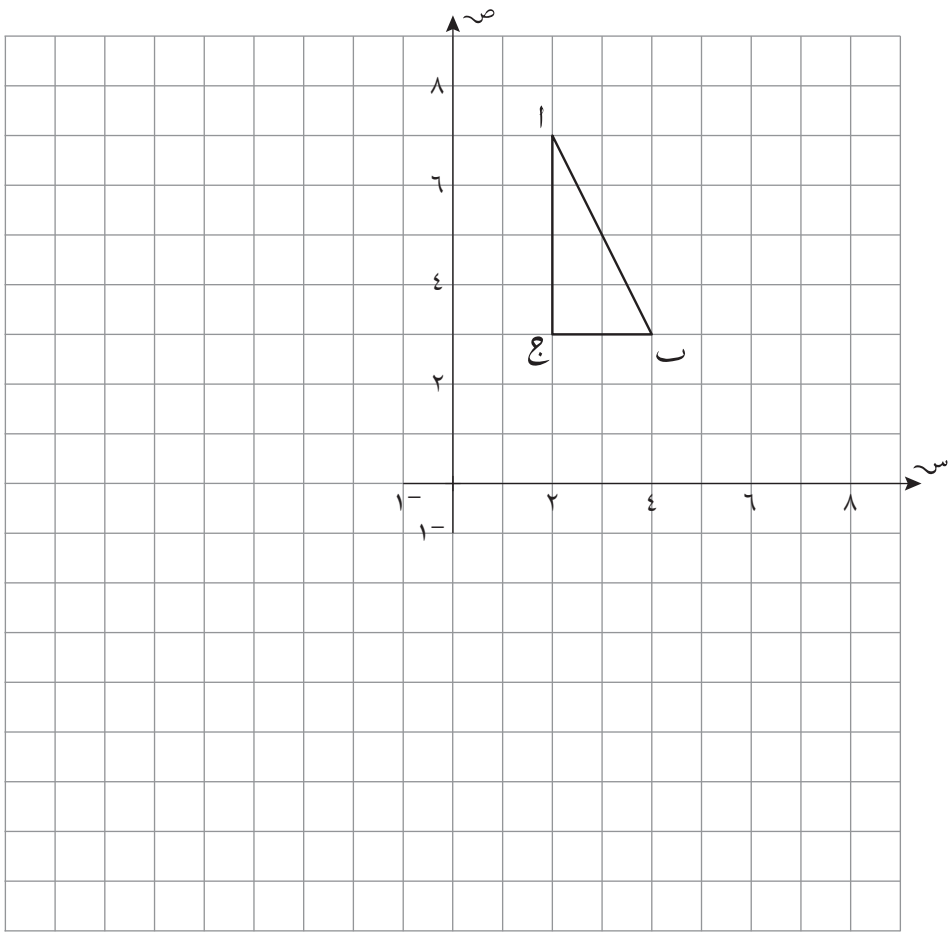
- يمكنك تدريجيًّا تطبيق تحويلَيْن هندسيَّين أو أكثر على الأشكال الأصلية.
- يمكنك أحيانًا وصف التحويلات المُركَّبة باستخدام تحويل هندسي مُكافئ وحيد يُحوِّل الشكل الأصلي إلى صورته.

تمارين ٨-٤

١) حدث انعكاس للمُثلَّث ا ب ج أدناه حول المحور الصادي، ثم حدث انعكاس للصورة الناتجة ا′ ب′ ج′ حول المحور السيني ليتشكّل المثلث ا″ ب″ ج″.

أ مدّ المحورَيْن السيني والصادي في الاتِّجاه السالب، ثم ارسم التحويلَيْن الهندسيَّين المطلوبَيْن.

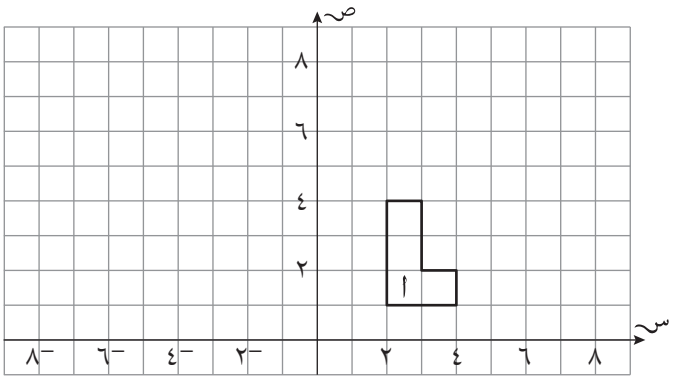
ب صف التحويل الهندسي الوحيد الذي يُحوِّل المثلث ا ب ج إلى المثلث ا″ ب″ ج″ بطريقة مباشرة.



٢) أ قم بتكبير الشكل ا بمُعامِل تكبير ٢، مستخدمًا نقطة الأصل كمركز للتكبير، وسمّ صورة الشكل بعد التكبير ب.

ب نفِّذ انسحابًا على ب مُستخدِمًا المُتَّجه $\begin{pmatrix} -٨ \\ ١ \end{pmatrix}$، وسمّ الصورة بعد الانسحاب ع.

ج ما التحويل الهندسي الوحيد الذي يُعطي نفس النتائج التي أعطاها تركيب التحويلَين الهندسيَّين؟

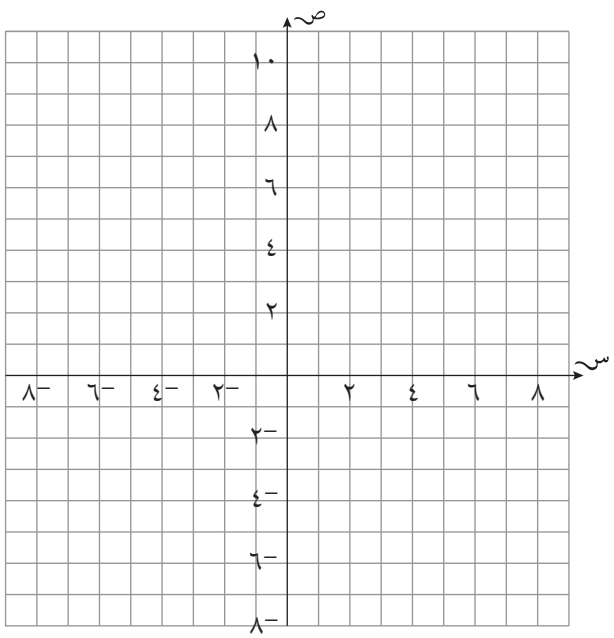


٣) ارسم شبه مُنحرِف إحداثيات رؤوسه هي ا(٢، ٤)، ب(٤، ٤)، ع(٤، ١)، ء(١، ١).

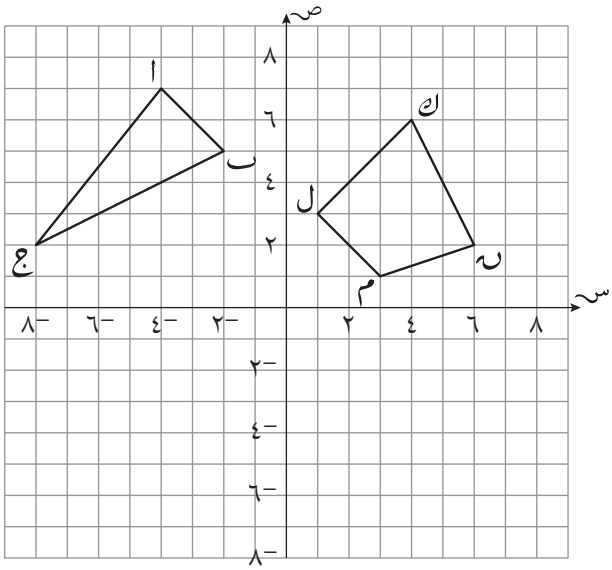
أ ارسم صورة الشكل تحت تأثير انعكاس حول المحور س = ٤، وسمِّها ل.

ب ارسم صورة ل تحت تأثير انعكاس حول المحور ص = ٥، وسمِّها ف.

ج صف التحويل الهندسي الوحيد الذي يمكنك استخدامه لتحويل اب ع ء إلى ف.



٤) نفّذ التحويلات الهندسية التالية، مُستخدِمًا الشكلَين المعروضَين أدناه:

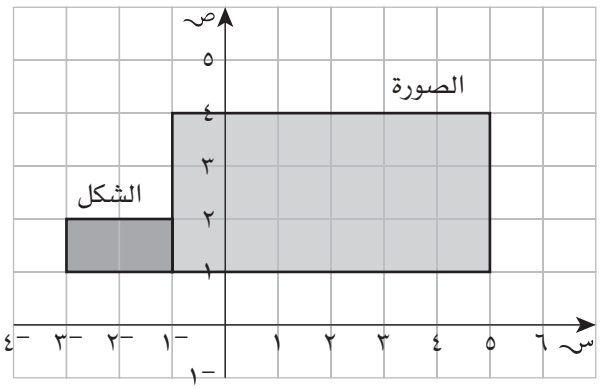


أ) انسحاب المُثلَّث ا ب ج باستخدام المُتَّجه $\begin{pmatrix} ١٠ \\ ٩- \end{pmatrix}$ لتتشكَّل الصورة ا′ ب′ ج′. ارسم الصورة وسمّها.

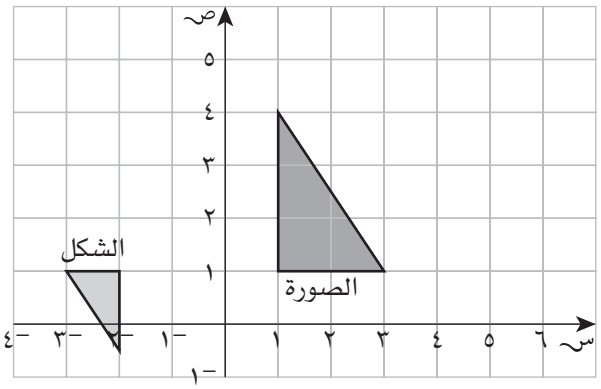
ب) انعكاس الشكل الرباعي ك ل م ن حول المحور الصادي، ثم انسحاب الصورة باستخدام المُتَّجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٦- \end{pmatrix}$. ارسم الصورة الناتجة النهائية ك′ ل′ م′ ن′.

٥) اكتب مُعامِل التكبير ومركزه في كلّ ممّا يلي:

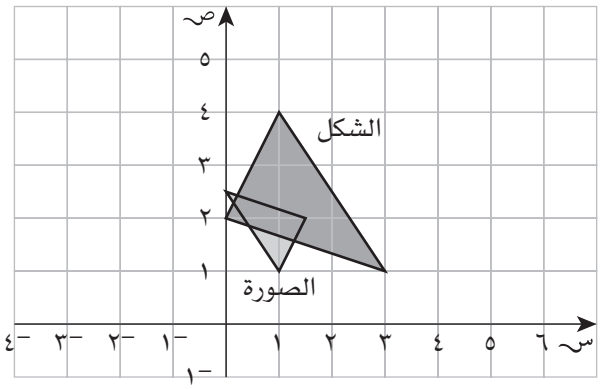
أ)



ب)



ج



تمارين مُتنوِّعة

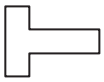
١) حدِّد في كل شكل من الأشكال الهندسية أدناه، محاور التماثُل، واذكر رُتبة التماثُل الدوراني لها:

أ

ب

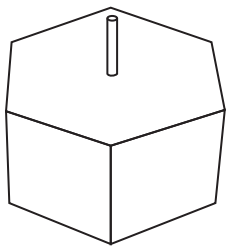
ج

د

هـ 

_____ _____ _____ _____ _____

٢) انظر إلى المُجسَّم المرسوم في الشكل المُقابِل، وأجب عن الأسئلة التالية:



أ ما اسم هذا المُجسَّم؟ _____

ب ما الاسم الرياضي الصحيح للعصا الواقعة داخل المُجسَّم؟ _____

ج ما رُتبة التماثُل الدوراني لهذا المُجسَّم؟ _____

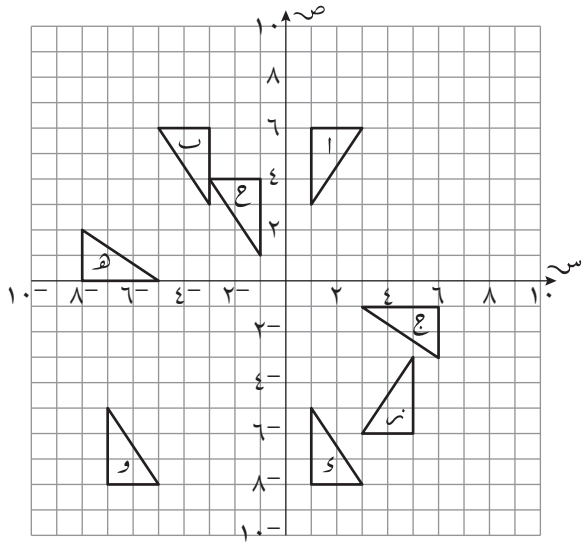
د ما عدد مُستويات التماثُل التي يملكها هذا المُجسَّم؟ _____

٣) أ صف تحويلاً هندسيًّا واحدًا يُحوِّل المُثلَّث ا إلى:

(١) المُثلَّث ب _____

(٢) المُثلَّث ع _____

(٣) المُثلَّث ى _____



ب صف زوجًا من التحويلات الهندسية يمكنك استخدامه لتحويل المُثلَّث ا إلى:

(١) المُثلَّث هـ _____

(٢) المُثلَّث و _____

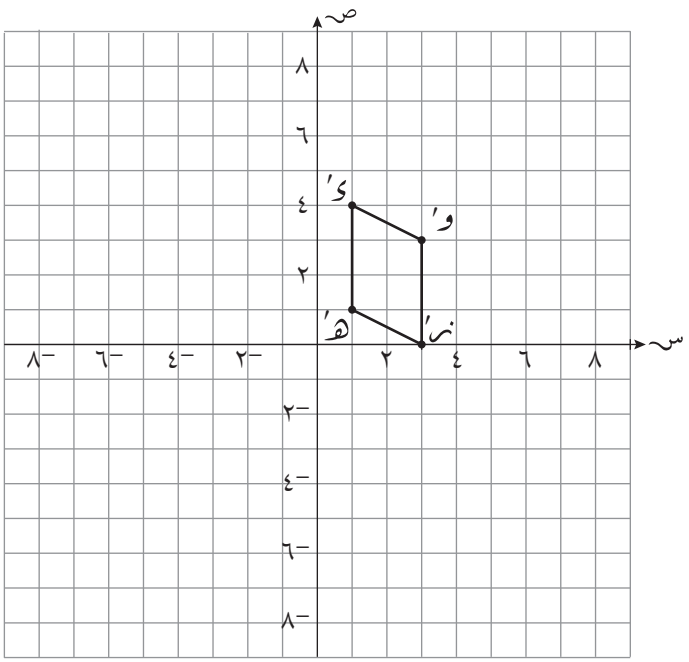
(٣) المُثلَّث ز _____

(٤) المُثلَّث ع _____

٤) قامت سعاد بالتحويلات الهندسية التالية على متوازي الاضلاع ك هـ ن و:

- انسحاب باستخدام المُتَّجه $\begin{pmatrix} -٤ \\ ٥ \end{pmatrix}$.
- دوران بزاوية قياسها ٩٠° مع اتِّجاه عقارب الساعة، حول نقطة الأصل.

وحصلت على الصورة ك′ هـ′ ن′ و′ الموضَّحة في الشكل التالي:



مُساعَدة

لعكس التحويلات الهندسية، يجب تنفيذها بالترتيب المُعاكس.

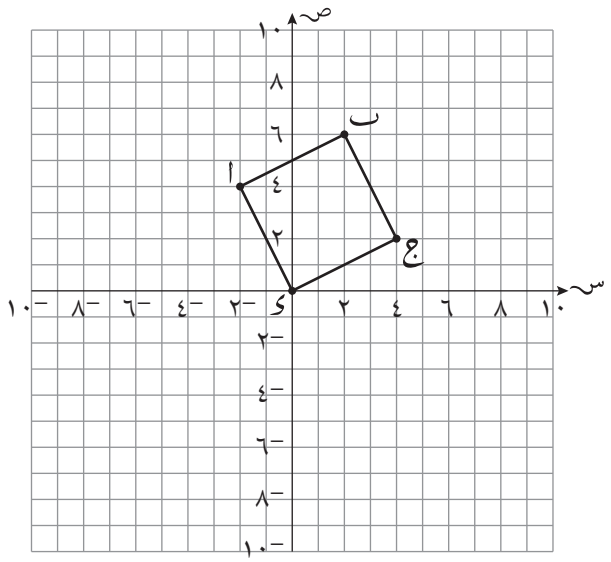
لعكس دوران، عليك تنفيذه بالاتجاه المُعاكس.

لعكس الانسحاب، عليك التحرُّك بالاتِّجاه المُعاكِس (اليمين بدلاً من اليَسار والأسفل بدلاً من الأعلى).

أ اعكس التحويلَيْن الهندسيَّين اللذَيْن نفّذتهما سُعاد على الشكل الهندسي لتُبيّن الموقع الأصلي لمُتوازي الأضلاع ك هـ ن و.

ب قم بتكبير متوازي الأضلاع ك هـ ن و بمُعامِل تكبير مقداره ٢، ومركزه نقطة الأصل، وسمّ الصورة الناتجة ك″ هـ″ ن″ و″.

٥) يعرض الشكل المُقابِل المُربَّع ا ب ج ﻙ:
ارسم التحويلات الهندسية التالية، واكتب (في كل حالة) إحداثيات الموقع الجديد للرأس ب:



أ انعكاس ا ب ج ﻙ حول الخط المستقيم س = −٢

_____

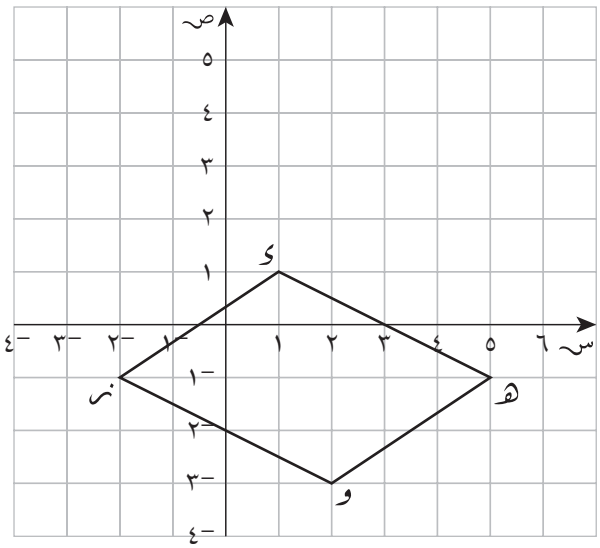
ب دوران ا ب ج ﻙ بزاوية قياسها ٩٠° مع اتِّجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. _____

ج انسحاب ا ب ج ﻙ باستخدام المُتَّجه $\begin{pmatrix} -٣ \\ ٢ \end{pmatrix}$.

_____

د تكبير ا ب ج ﻙ بمُعامِل تكبير مقداره ١,٥، باستخدام نقطة الأصل مركز تكبير. _____

٦) ارسم الصورة الناتجة من تكبير الشكل ﻙ هـ و ز بمُعامِل تكبير مقداره $-\frac{١}{٢}$، ومركزه النقطة (٢، ٢).



٧) مُثلَّث ا ب ج رؤوسه ا(٦، ٣)، ب (٣، ٢)، ج (٤، ٦). اكتب إحداثيات رؤوس صورة المُثلَّث بعد إجراء التحويلات الهندسية التالية:

أ انسحاب باستخدام المُتَّجه $\begin{pmatrix} ٥ \\ ٢ \end{pmatrix}$. _____

ب دوران بزاوية قياسها ٩٠° مع اتِّجاه عقارب الساعة حول النقطة (٢، ٢). _____

ج انعكاس حول الخطّ المُستقيم ص = ٢ _____

الوحدة التاسعة: المُتتاليات والمجموعات

٩-١ المُتتاليات

- المُتتالية العددية هي قائمة من الأعداد التي تتَّبع نمطًا معيّنًا. يُسمّى كل عدد في المُتتالية حدًّا. $ح_1$ هو الحد الأول، و $ح_{10}$ هو الحد العاشر، و $ح_ن$ هو الحد النوني أو الحدّ العام.
- عندما تعرف قانون الحد العام للمُتتالية، يمكنك إيجاد قيمة أي حدّ من حدودها.

تمارين ٩-١

١) أكمل الحدود الثلاثة التالية في كل مُتتالية فيما يلي، وصفْ قانونها العام:

أ ١١، ١٣، ١٥، ... _____ _____

ب ٨٨، ٩٩، ١١٠، ... _____ _____

ج ٦٤، ٣٢، ١٦، ... _____ _____

د ٨، ١٦، ٢٤، ٣٢، ... _____ _____

هـ −٢، −٤، −٦، −٨، ... _____ _____

و $\frac{1}{4}$، $\frac{1}{2}$، ١، ... _____ _____

ز ١، ٢، ٤، ٧، ... _____ _____

ح ١، ٦، ١١، ١٦، ... _____ _____

٢) اذكر الحدود الأربعة الأولى لكل مُتتالية فيما يلي:

أ ابدأ بالعدد سبعة، وزد اثنَين كل مرّة. _____

ب ابدأ بالعدد ٣٧، واطرح خمسة كل مرّة. _____

ج ابدأ بالعدد واحد، واضرب في العدد $\frac{1}{2}$ كل مرّة. _____

د ابدأ بالعدد خمسة، واضرب في العدد اثنَين، وزد واحدًا كل مرّة. _____

هـ ابدأ بالعدد ١٠٠، اقسم على اثنَين، واطرح ثلاثة كل مرّة. _____

يجب أن تدرك هذه المُتتاليات العددية:

مُربّعات الأعداد:
١، ٤، ٩، ١٦ ...

مُكعّبات الأعداد:
١، ٨، ٢٧، ٦٤ ...

الأعداد المُثلَّثة:
١، ٣، ٦، ١٠ ...

أعداد فيبوناتشي:
١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨ ...

٣) اكتب الحدود الثلاثة الأولى لكل من المُتتاليات الآتية. بعد ذلك أوجد الحدّ ٣٥:

أ $ح_ن = ٢ن + ٣$

ب $ح_ن = ن^٢$

ج $ح_ن = ٦ن - ١$

د $ح_ن = ن^٣ - ١$

هـ $ح_ن = ن^٢ - ن$

و $ح_ن = ٣ - ٢ن$

٤) انظر إلى هذه المُتتالية:

٢، ١٠، ١٨، ٢٦، ٣٤، ٤٢، ٥٠ ...

أ أوجد حدّها النوني (الحد العام).

ب أوجد حدّها الـ ٢٠٠

ج ما رُتبة الحد الذي قيمته ٢٣٤؟ وضِّح خطوات الحل.

د أثبت أن ١٣٩ ليس حدًّا من حدود المُتتالية.

٥) أوجد الحدّ العام، والحد الـ ٥٠، في كل من المُتتاليات الآتية:

أ ٧، ١١، ١٥، ١٩ ...

ب −٥، −١٣، −٢١، −٢٩ ...

ج ٢، ٨، ١٤، ٢٠، ٢٦ ...

د ٤، ٩، ١٦، ٢٥ ...

هـ ٣,٢، ٥,٣، ٧,٤، ٩,٥ ...

٩-٢ المجموعات

- المجموعة هي قائمة أو تجمّع من الأشياء التي تتشارك في إحدى الخواص.
- الرمز (∋) معناه أن العنصر هو أحد عناصر المجموعة.
- تُسمّى المجموعة التي لا تحتوي على أي عُنصر بالمجموعة الخالية ∅.
- تحتوي المجموعة الشاملة (***ش***) على كل العناصر المُمكنة لمسألة مُحدَّدة.
- تقع كل عناصر المجموعة الجُزئية (⊂) في مجموعة أكبر.
- يمكن دمج عناصر مجموعتَين (دون تكرار العناصر) لتُشكِّل اتِّحاد (∪) المجموعتَين.
- تُسمّى العناصر المُشتركة في مجموعتَين بتقاطُع (∩) المجموعتَين.
- المجموعة المُتمِّمة للمجموعة، ا هي المجموعة ا′ المحتوية على كل العناصر التي تنتمي إلى المجموعة الشاملة لتلك المسألة، ولكن لا تنتمي إلى المجموعة ا.
- مُخطَّط ڤن هو طريقة لعرض عناصر المجموعات.
- صيغة الصفة المُميَّزة هي طريقة مختصرة لوصف عناصر المجموعة.
مثلاً، {س:س عدد صحيح، ٤٠ < س < ٥٠}.

تمارين ٩-٢-أ، ٩-٢-ب

١) ضع علامة صح أو خطأ أمام كلّ عبارة فيما يلي:

أ) ٢ ∋ {الأعداد الفردية} _____

ب) ٨ ∋ {الأعداد المُكعَّبة} _____

ج) {١، ٢، ٣} ⊂ {الأعداد الأوَّلية} _____

د) {١} ∋ {الأعداد الأوَّلية} _____

هـ) {١، ٢، ٣} ∩ {٣، ٦، ٩} = {١، ٢، ٣، ٦، ٩} _____

و) {١، ٢، ٣} ∪ {٣، ٦، ٩} = {١، ٢، ٣، ٦، ٩} _____

ز) ا = {١، ٢، ٣}، ب = {٣، ٦، ٩}. إذن، ا = ب _____

ح) إذا كانت ***ش*** = {حروف الأبجدية العربية}، ا = {الحروف الصحيحة}، فإن ا′ = {أ، و، ي}. _____

الحروف الصحيحة هي جميع الحروف ما عدا أحرف العلَّة.

٢) لتكن ا مجموعة الأعداد {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢}.

أ أعط وصفًا للمجموعة ا

_____

ب أوجد ع(ا). _____

ج اكتب عناصر المجموعة ب المُحتوية على الأعداد الأوَّلية في المجموعة ا. _____

د اكتب عناصر المجموعة ع المُحتوية على الأعداد التي تتضمَّن أعدادًا تتكوَّن من رقمٍ واحدٍ في المجموعة ا.

_____

هـ أوجد ب ∩ ع _____

و أوجد ع′ _____

٣) ش = {جميع الأعداد الصحيحة من ١ إلى ٢٠}، ا = {الأعداد الزوجية من ١ إلى ١٢}،
ب = {الأعداد الفردية من ١ إلى ١٥}، ع = {مُضاعفات العدد ٣ من ١ إلى ٢٠}.

اكتب عناصر المجموعات الآتية:

أ ا ∩ ب _____ ب ب ∪ ع _____

ج ا′ ∩ ب _____ د (ب ∩ ع)′ _____

هـ ا ∩ ب′ _____ و ا ∪ ب ∪ ع _____

تمارين ٩-٢-ج

١) ارسم مُخطَّط فن لعرض المجموعات الآتية، واكتب كل عُنصر في مكانه الصحيح.

ش = {حروف الأبجدية العربية}

ر = {أحرف كلمة رياضيات}

ج = {أحرف كلمة جغرافيا}

مُساعَدة

يمكنك استخدام أي شكل هندسي لرسم مُخطَّط فن، ولكن السائد هو رسم مُستطيل لعرض المجموعة الشاملة وبداخله دوائر لعرض المجموعات.

٢) استخدم مُخطَّط ڤن الذي رسمته في التمرين ١ لإيجاد:

أ ع(ج) _____

ب ع(ر′) _____

ج ع ∩ ر _____

د ر ∪ ج _____

هـ (ر ∪ ج)′ _____

٣) إذا علمت أن ع(ش) = ٣٠، ع(ا) = ١٨، ع(ب) = ١٢، ع(ا ∩ ب) = ٤،

ارسم مُخطَّط ڤن لعرض البيانات السابقة.

مُساعَدة

ع(ا) = ١٨ ويوجد ٤ عناصر في منطقة التقاطع بين المجموعتين ا ، ب. هذا يعني أنه يوجد ١٤ عنصرًا في المجموعة ا غير المتقاطعة مع المجموعة ب.

٤) إذا علمت أن ش = {س:س جميع الأعداد الصحيحة من ١ إلى ٢٠}

المجموعة ا = {الأعداد المُربَّعة}

المجموعة ب = {عوامل العدد ١٢}

المجموعة ج = {مُضاعفات العدد ٣}،

ارسم مُخطَّط ڤن لعرض البيانات السابقة.

٥) في مصنع للقُمصان، تمّ اختبار ١٠٠ قميص. أظهرت النتائج أن ١٢ قميصًا منها تحتوي على عُيوب في الشعارات المطبوعة، و١٥ قميصًا منها تحتوي على عُيوب في الحياكة، و٤ قمصان منها تحتوي على عيوب في الشعارات المطبوعة والحياكة.

أ اعرض البيانات السابقة مستخدمًا مُخطَّط ڤن.

ب ما عدد القمصان التي تحتوي على عيب واحد على الأقلّ؟ _____

ج ما عدد القمصان التي لا تحتوي على أي عيب؟ _____

٦) أُجريَ استطلاع للرأي شمل ١٠٠ طالب. أجاب فيه سبعة طلاب أنَّهم لا يُفضِّلون الرياضيات والعُلوم. وأجاب ٧٨ طالبًا من بين الطلاب الباقين بأنهم يُفضِّلون الرياضيات، و٣٦ طالبًا يُفضِّلون العُلوم.

أ ارسُم مُخطَّط ڤن لعرض البيانات السابقة.

ب أوجد عدد الطلاب الذين يُفضِّلون الرياضيات والعُلوم معًا. _____

تمارين ٩-٢-د

١) اذكر عناصر كل مجموعة من المجموعتَين التاليتَين:

أ {س:س ∋ الأعداد الصحيحة، −٢ ⩽ س ⩽ ٣} _____

ب {س:س ∋ الأعداد الطبيعية، س ⩾ ٥} _____

٢) اكتب كل مجموعة فيما يلي بذكر الصفة المُميّزة:

أ {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠} _____

ب {١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥} _____

تمارين مُتنوِّعة

١) أوجد الحدّ النوني (الحدّ العام)، والحدّ ١٢٠ لكلٍّ من المُتتاليات التالية:

أ ١، ٦، ١١، ١٦ ...

ب ٢٠، ١٤، ٨، ٢ ...

ج ٢، ٥، ٨، ١١ ...

٢) إذا علمت أن $ح_ن = ٢(ن - ٣)$

أ اكتب الحدود الستَّة الأولى في المُتتالية.

ب ما الحدّ الذي رتبته ٩٠ في المُتتالية؟

ج أي حدّ في المُتتالية يُساوي ٨٦؟

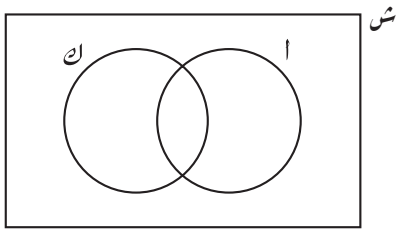
٣) أوجد أوَّل ثلاثة حدود في المُتتالية التي حدّها النونيّ $ح_ن = -٢ن + ٤$

٤) أوجد $ح_{١٥}$ اذا علمت أن الحدّ العام للمُتتالية هو $ح_{ن} = ن - ٧$

---

٥) تضمّ كلّية علميّة ٨٠ طالبًا. يدرس ٤١ طالبًا منهم مادة الأحياء، ويدرس ٣٤ طالبًا منهم مادة الكيمياء، ويدرس ١٦ طالبًا منهم المادَّتَين معًا.

ا = أحياء
ك = كيمياء



أ) أكمل مُخطَّط فن لعرض البيانات السابقة.

ب) ما عدد الطلّاب في المجموعة الذين لا يدرسون الأحياء، ولا يدرسون الكيمياء؟ _____

ج) أوجد ع(ا ∩ ك). _____

تم بحمد الله

الرياضيات

كتاب النشاط ٩

يتميّز كتاب النشاط بمحتوى سهل وممتع يمكن استخدامه، إلى جانب كتاب الطالب، ضمن منهج الرياضيات للصفّ التاسع.

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة لتنمية المهارات الرياضية وممارستها، واستخدام التقنيات الرياضية لحلّ المسائل.
- مُلخَّصات للنقاط الرئيسية التي تحتاج إلى معرفتها في بداية كل موضوع للوصول إلى التمارين.
- فقرات مساعدة تُزوّدك بالنصائح والدعم في حلّ التمارين.

ترد الإجابات الخاصّة بالتمارين في دليل المُعلّم.

يشمل منهج الرياضيات للصف التاسع من هذه السلسلة أيضًا:

- كتاب الطالب
- دليل المُعلّم

الطبعة التجريبية ١٤٤٢هـ - ٢٠٢٠م

www.moe.gov.om