سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عمان 2040 OmanVision
نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات

كتاب الطالب ٧

الفصل الدراسي الثاني

الطبعة التجريبية ١٤٤٥هـ - ٢٠٢٣م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

سلطنة عُمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

كتاب الطالب

الصف السابع
الفصل الدراسي الثاني

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية ١٤٤٥هـ – ٢٠٢٣م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.

وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا

وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.

لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠١٩م

طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمَّت مواءمتها من كتاب الطالب – الرياضيات للصف السابع – من سلسلة كامبريدج للرياضيات في المرحلة الثانوية للمؤلفين جريج بيرد ولين بيرد وكريس بيرس.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٥/ ٢٠١٧.

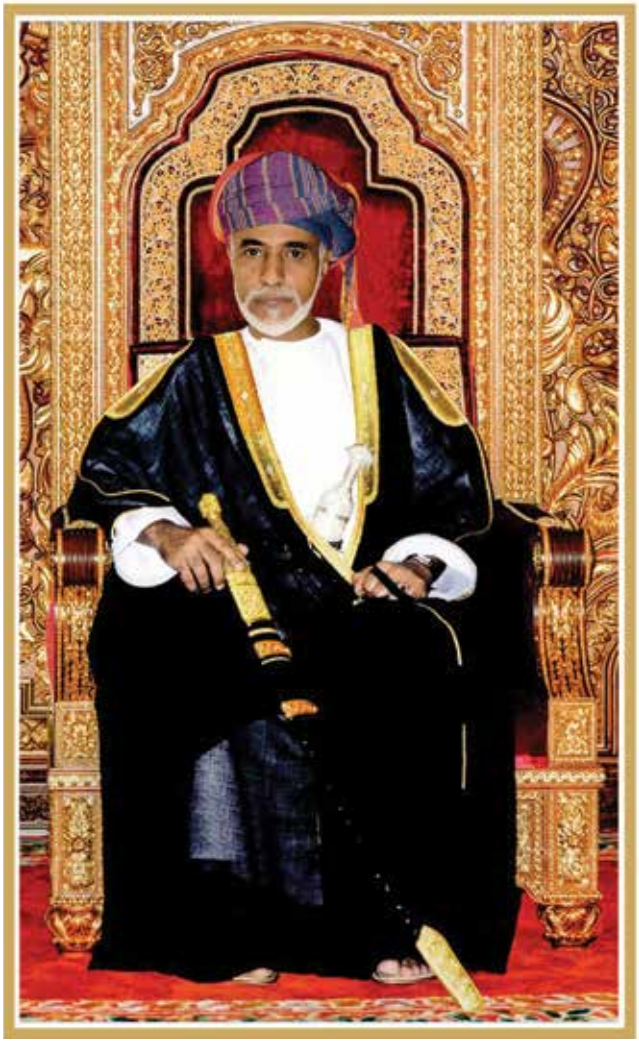
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد بأن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٣٧٠ / ٢٠١٧ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة

لوزارة التربية والتعليم



المغفور لـه
السلطان قابوس بن سعيد
– طيّب اللّه ثراه –

حضـرة صـاحـب الجـلالـة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
–حفظه اللّه ورعاه–

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)

النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يـا رَبَّنـا احْفَـظْ لنـا جَـلالَـةَ الـسُّـلْـطـان
وَالشَّعْـبَ فـي الأَوْطـان بِـالْـعِـزِّ والأَمـان
وَلْـيَـدُمْ مـؤَيَّـدًا عـاهِـلاً مُـمَـجَّـدًا
بِالنُّفـوسِ يُفْتَـدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فـارْتَقـي هـامَ السَّمـاء وَامْلَئي الْكَـوْنَ ضيـاء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخـاء

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد ،،،

حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتلبي متطلبات المجتمع الحالية، وتطلعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المستجدات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة، بما يؤدي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية باعتبارها مكونًا أساسيًّا من مكونات المنظومة التعليمية بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي، ومن هذا المنطلق اتجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقا مع التطور المتسارع في هذا المجال من خلال تبني مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتين المادتين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب بما يحويه من معارف ومهارات وقيم واتجاهات جاء محققًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العُمانية، والخصوصية الثقافية للبلد بما يتضمنه من أنشطة وصور ورسومات، وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلم الطالب بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

متمنية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مخلصة لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

مقدمة كتاب الطالب

مرحبًا بك في مقرر كتاب الرياضيات للصف السابع

يتكون المقرر من ستة محاور:

- الأعداد
- القياس
- الهندسة
- الجبر
- معالجة البيانات
- حل المشكلات

يحتوي هذا الكتاب وكتاب الفصل الدراسي الأول معًا على ١٧ وحدة، وترتبط كل منها بأحد هذه المحاور الخمسة الأولى. ويتم تضمين محور حل المشكلات في كل الوحدات. لا توجد خطوط واضحة تفصل بين المحاور الخمسة في الرياضيات؛ فالمهارات التي يتم تعلمها في إحدى الوحدات عادةً ما تُستخدم في الوحدات الأخرى.

تبدأ كل وحدة بمقدمة، مع سرد المفردات في إطار أزرق اللون؛ ويعمل ذلك على تجهيزك لما سوف تتعلمه في الوحدة. وفي نهاية كل وحدة يوجد إطار يحتوي على ملخص لتذكيرك بما تعلمته.

تنقسم كل وحدة إلى عدة موضوعات؛ ويحتوي كل موضوع على مقدمة تشرح محتوى الموضوع، وعادةً ما يكون ذلك باستخدام أمثلة محلولة. كما تتوفر إرشادات مفيدة في إطارات زرقاء اللون. وفي نهاية كل موضوع هناك تمارين، وتنتهي كل وحدة بتمرين للمراجعة. تشجعك الأسئلة الموجودة في التمارين على تطبيق معرفتك الرياضية وتطوير فهمك للمادة الدراسية.

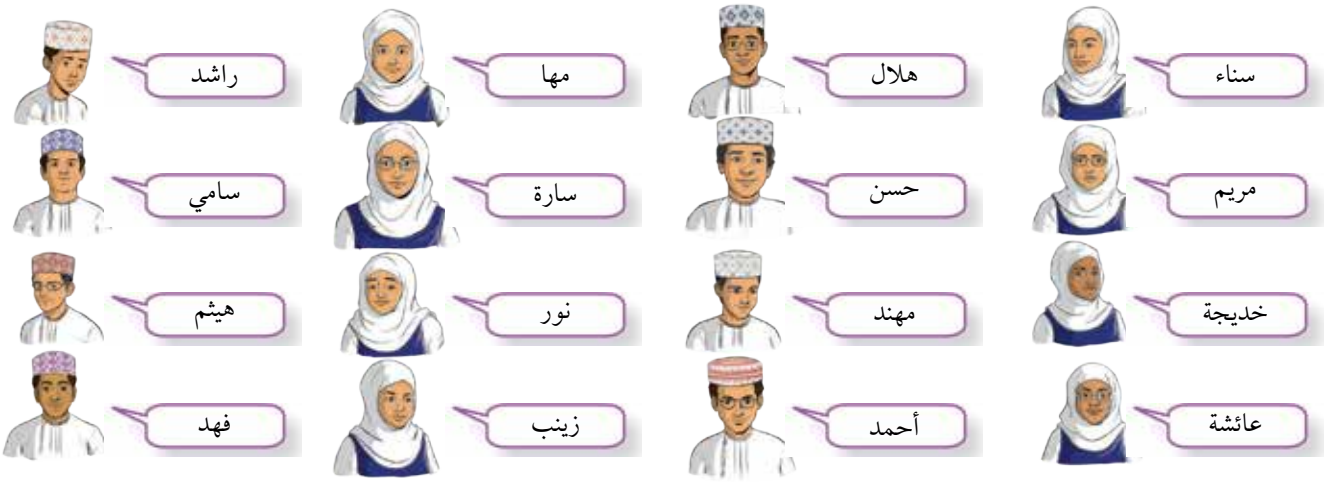
بالإضافة إلى تعلم المهارات الرياضية، فأنت بحاجة إلى تعلّم متى وكيف تستخدمها. وتعد مهارة كيفية حل المشكلات واحدة من أهم المهارات الرياضية التي يجب أن تتعلمها.

عندما ترى هذا الرمز، فإن ذلك يعني أن السؤال سيساعدك على تطوير مهاراتك في حل المشكلات.

أثناء دراسة هذا المقرر، ستتعلم الكثير من الحقائق والمعلومات والتقنيات؛ وستبدأ بالتفكير كعالم رياضيات، وسوف تناقش الأفكار والأساليب مع الطلاب الآخرين وكذلك مع معلّمك.

تعتبر هذه المناقشات جزء مهم من تطوير مهاراتك وفهمك في الرياضيات.

تابع هؤلاء الطلاب أدناه الذين سيطرحون الأسئلة ويقدمون الاقتراحات ويشاركون في أنشطة الوحدات.



في نهاية كل فصل دراسي، قد يطلب إليك معلمك / معلمتك خوض اختبار تقييم المستوى للوقوف على المستوى الذي وصلت إليه. كما سيساعدك هذا الكتاب على معرفة كيفية تطبيق معرفتك في الرياضيات لتؤدي بشكل جيد في هذا الاختبار.

المحتويات

الوحدة التاسعة: التماثُل

٩-١ التعرُّف على الأشكال المتطابقة ١٦

٩-٢ التعرُّف على التماثل الخطي ١٩

٩-٣ التعرف على التماثُل الدورانيِّ ٢٢

٩-٤ خصائص التماثُل في المُثلَّثات والأشكال رباعيَّة الأضلاع الخاصَّة والمُضلَّعات المنتظمة ٢٤

٩-٥ تصنيف الأشكال رباعيَّة الأضلاع ٢٧

تمارين ومسائل عامة ٣٠

الوحدة العاشرة: التخطيط وجمع البيانات

١٠-١ البيانات المنفصلة والبيانات المُتَّصلة ٣٣

١٠-٢ إيجاد البيانات ٣٥

١٠-٣ الدراسات الاستقصائيَّة والتجارب ٣٨

١٠-٤ جمع البيانات ٤١

١٠-٥ استخدام الجداول التكرارية ٤٥

تمارين ومسائل عامة ٤٩

الوحدة الحادية عشرة: الكسور (٢)

١١-١ جمع الكسور وطرحها ٥٢

١١-٢ استخدام الكسور مع الكميَّات ٥٥

١١-٣ ضرب عدد صحيح في كسر ٥٧

١١-٤ قسمة عدد صحيح على كسر ٥٩

١١-٥ ضرب الكسور وقسمتها ٦١

تمارين ومسائل عامة ٦٤

الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات

١٢-١ مقياس الاحتمال ٦٦

١٢-٢ الاحتمالات المرجَّحة بالتساوي ٦٨

١٢-٣ الأحداث المُتنافية ٧١

١٢-٤ تقدير الاحتمال ٧٤

تمارين ومسائل عامة ٧٧

الوحدة الثالثة عشرة: الأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة والنسب المئويَّة

١٣-١ الضرب في الأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة ٨٠
١٣-٢ القسمة على الأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة ٨٢
١٣-٣ حساب النسب المئويَّة ٨٤
١٣-٤ زيادة النسبة المئويَّة وانخفاضها ٨٧
١٣-٥ إيجاد النسب المئويَّة ٩٠
تمارين ومسائل عامة ٩٣

الوحدة الرابعة عشرة: المُخطَّطات الدائريَّة والمقاييس الإحصائية

١٤-١ تفسير المُخطَّطات الدائريَّة ورسمها ٩٦
١٤-٢ المقاييس الإحصائية والمدى ٩٩
١٤-٣ الوسط الحسابي ١٠٢
١٤-٤ مقارنة التوزيعات ١٠٥
١٤-٥ استخلاص النتائج ١٠٨
تمارين ومسائل عامة ١١٢

الوحدة الخامسة عشرة: العبارات الجبريَّة والصيغ

١٥-١ فكُّ الأقواس ١١٥
١٥-٢ استنتاج واستخدام الصيغ ١١٧
تمارين ومسائل عامة ١٢١

الوحدة السادسة عشرة: الرسوم البيانيَّة

١٦-١ تحديد مواضع الإحداثيَّات ١٢٣
١٦-٢ المستقيمات الموازية للمحاور ١٢٦
١٦-٣ رسم مُخطَّطات بيانيَّة للمعادلات ١٢٨
١٦-٤ المُعادلات في صورة ص = م س + جـ ١٣٠
تمارين ومسائل عامة ١٣٣

الوحدة السابعة عشرة: الحجم ومساحة السطح

١٧-١ حساب حجم مُتوازي المُستطيلات ١٣٦
١٧-٢ حساب مساحة سطح المكعب ومتوازي المستطيلات ١٣٨
١٧-٣ حساب مساحة أسطح المجسمات الأخرى ١٤٠
تمارين ومسائل عامة ١٤٣
مراجعة نهاية الفصل الدراسي ١٤٤
قاموس المصطلحات ١٤٧

الوحدة التاسعة: التماثُل

لعب التماثُل دورًا هامًا في حياة الإنسان اليوميَّة على مرِّ التاريخ فمثلًا، يمتلئ قصر الحمراء بغرناطة (الذي يقع في إحدى مدن جنوب إسبانيا وعاصمة إقليم الأندلس) بالتصميمات المتماثلة.

فقد بُني القصر في القرن الثالث عشر؛ وعلى الرغم من أنَّه صُمِّم في الأصل كمنطقةٍ عسكريَّة، إلا أنه أصبح مقرًا لإقامة الملوك ومقرًا لمحكمة غرناطة أيضًا.

المُفردات

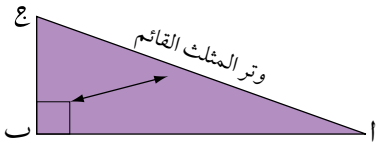
تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمفردات الأساسيَّة التالية:

- وتر المُثلَّث القائم (hypotenuse)
- متطابق (congruent)
- الأضلاع المتناظرة (corresponding sides)
- الزَّوايا المتناظرة (corresponding angles)
- متماثِل (symmetrical)
- خطُّ التماثُل (line of symmetry)
- رتبة التماثُل الدورانيِّ (rotational symmetry order)
- القُطر (diagonal)
- ينصِّف (bisect)

كما يمكنك أن ترى التماثُل في تصميم الحدائق والمباني والنوافذ وتصميمات البلاط، حيث ستلاحظ نماذج الأشكال في الصور التالية:

ستتعرف في هذه الوحدة على تماثُل الأشكال والأنماط.

٩-١ التعرُّف على الأشكال المتطابقة



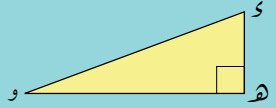
في الشكل المقابل:

ا ب ع مثلث قائم الزاوية في ب، يسمى الضلع ا ع بوتر المثلث القائم، وهو أطول ضلع فيه، ويكون دائمًا هو الضلع المقابل للزاوية القائمة.

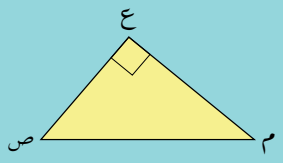
مثال ٩-١أ

حدد وتر المُثلَّث القائم في كل من المثلثات التالية:

(أ)



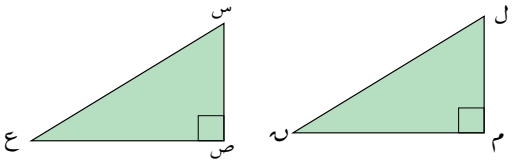
(ب)



الحل

(أ) $\overline{ء و}$ وتر المثلث القائم ء هـ و — $\overline{ء و}$ هو أطول ضلع وهو الضلع المقابل للزَّاوية القائمة هـ.

(ب) $\overline{ص م}$ وتر المثلث القائم م ع ص — $\overline{ص م}$ هو أطول ضلع وهو الضلع المُقابل للزَّاوية القائمة ع.



يوجد على اليسار مُثلَّثان قائما الزَّاوية وهما ل م ن، س ص ع،

فهل يمكنك أن تلاحظ أن المُثلَّثين متساويان في الشكل والمساحة؟

الأشكال المتساوية في الشكل والمساحة تُسمَّى الأشكال **المتطابقة**.

∵ $\overline{ل م}$ ، $\overline{س ص}$ متطابقان — ∴ $\overline{ل م}$ ، $\overline{س ص}$ **أضلاع متناظرة**.

∵ و (م $\hat{ل}$ ن)، و (ص $\hat{ش}$ ع) متساويتان — ∴ (م $\hat{ل}$ ن)، (ص $\hat{ش}$ ع) **زاويتان متناظرتان**.

في الأشكال المتطابقة، الأضلاع المتناظرة متساوية والزَّوايا المتناظرة متساوية.

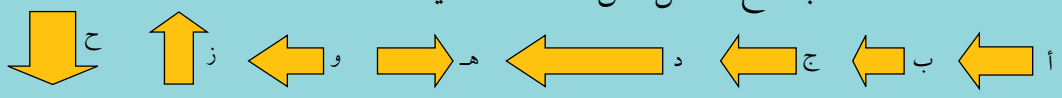
في المُثلَّثين (ل م ن)، (س ص ع):

$\overline{ل م} = \overline{س ص}$ ، $\overline{م ن} = \overline{ص ع}$، $\overline{ل ن} = \overline{س ع}$،

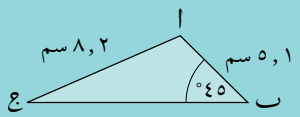
و (م $\hat{ل}$ ن) = و (ص $\hat{ش}$ ع)، و (ل $\hat{ن}$ م) = و (س $\hat{ع}$ ص)، و (ن $\hat{م}$ ل) = و (ع $\hat{ص}$ س)

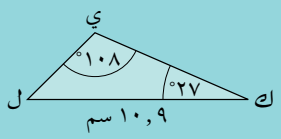
مثال ٩-١ ب

(أ) حدد الأشكال المتطابقة مع الشكل أ من الأشكال الآتية:



(ب) إذا كان المثلثان ب أ ع، ل ي ك متطابقين:





(١) أوجد طولي $\overline{ب ع}$، $\overline{ي ل}$

(٢) أوجد ق(ب $\hat{أ}$ ع)، ق(ك $\hat{ل}$ ي)؟

الحل

(أ) الأشكال (ج)، (هـ)، (ز) على الرغم من أنَّ الشكلين (هـ)، (ز) في اتجاهات مختلفة عن الشكلين (ج)، (أ)، إلا أنهما متطابقان في الشكل والمساحة.

(ب) (١) طول $\overline{ب ع}$ = ١٠,٩ سم ∵ $\overline{ب ع}$ ، $\overline{ك ل}$ ضلعان متناظران ∴ طول $\overline{ب ع}$ = طول $\overline{ك ل}$

طول $\overline{ي ل}$ = ٥,١ سم ∵ $\overline{ي ل}$ ، $\overline{أ ب}$ ضلعان متناظران ∴ طول $\overline{ي ل}$ = طول $\overline{أ ب}$

(٢) ق(ب $\hat{أ}$ ع) = ١٠٨° ∵ (ب $\hat{أ}$ ع)، (ل $\hat{ي}$ ك) زاويتان متناظرتان

∴ ق(ب $\hat{أ}$ ع) = ق(ل $\hat{ي}$ ك)

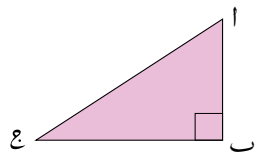
ق(ك $\hat{ل}$ ي) = ٤٥° ∵ (ك $\hat{ل}$ ي)، (ع $\hat{ث}$ أ) زاويتان متناظرتان

∴ ق(ك $\hat{ل}$ ي) = ق(ع $\hat{ث}$ أ)

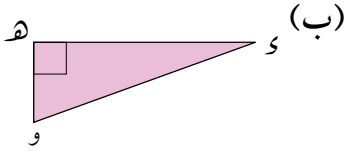
تمارين ٩-١

١) حدد وتر المُثلَّث القائم في كلٍّ من المثلثات التالية:

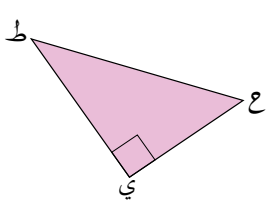
(أ)



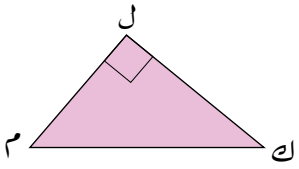
(ب)



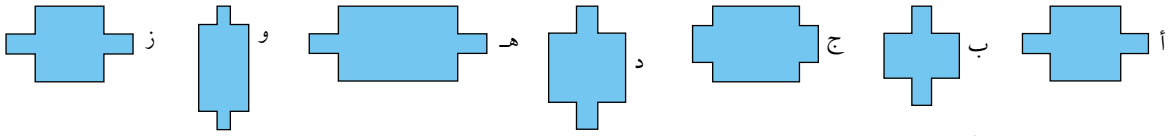
(ج)



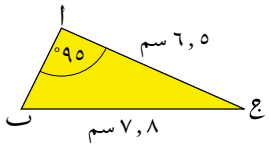
(د)

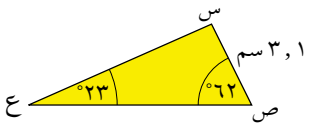


٢) حدد الأشكال المتطابقة مع الشكل أ في كل مما يلي:



٣) إذا كان المثلثان أ ب ع ، س ص ع متطابقين:





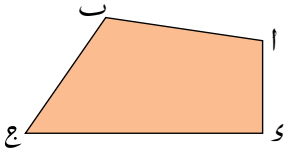
(أ) أوجد طول كلِّ ضلعٍ فيما يلي:

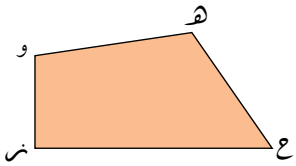
(١) $\overline{أب}$ (٢) $\overline{س ع}$ (٣) $\overline{ص ع}$

(ب) أوجد قياس كل زاوية فيما يلي:

(١) (أ ث ع) (٢) (أ ع ب) (٣) (ص ش ع)

٤) إذا كان الشكلان أ ب ع ى ، و هـ ع نـ متطابقين:





(أ) حدد الضلع المتناظر مع كلٍّ من:

(١) $\overline{أى}$ (٢) $\overline{ب ع}$

(٣) $\overline{هـ و}$ (٤) $\overline{نـ ع}$

(ب) حدد الزاوية المتناظرة مع كلٍّ من:

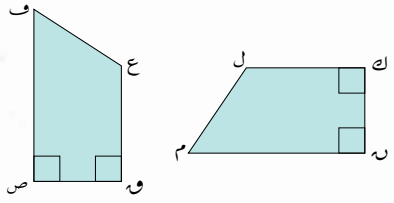
(١) (أ ى ع) (٢) (ب أ ى) (٣) (ع هـ و) (٤) (هـ ع نـ)

٥) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بفهد.

السؤال إذا كان الشكلان ك ل م ب ، و ص ف ع متطابقين:

(أ) اكتب زوجًا واحدًا من الزَّوايا المتناظرة.

(ب) اشرح سبب تناظر هذه الزَّوايا.



الإجابة (أ) (ل ك ب)، (و ص ف) متناظرتان.

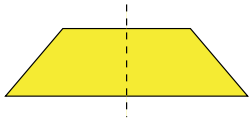
(ب) الزَّاويتان متناظرتان لأنَّ قياسهما يساوي ٩٠°

هل كانت إجابات فهد على الواجب المنزليِّ صحيحة؟ اشرح إجابتك.

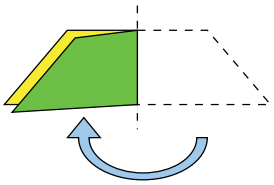
٦) اقرأ ما تقوله مريم، هل هي على صواب؟ اشرح إجابتك.

في المُثلَّث متطابق الأضلاع قياس كل زاوية من زواياه يساوي ٦٠°، ويعني هذا أنَّ كلَّ المُثلَّثات متطابقة الأضلاع يجب أن تكون مُثلَّثات متطابقةً؛ لأنَّ كلَّ الزَّوايا بنفس القياس.

٩-٢ التعرُّف على التماثل الخطي



شبه المُنحرف المقابل **متماثلٌ**،
ويحتوي على **خطِّ تماثُلٍ** واحدٍ،

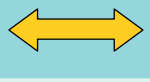


وتُستخدم الخطوطُ المنقطة لتوضيح خطوط التماثُل على شكل ما، فإذا طُوِيَ شكل على طول خط التماثُل، فسيتطابق نصف الشكلِ تمامًا مع النصفِ الآخر.

مثال ٩-٢

كم عدد خطوط التماثُل الموجودة في الأشكال الآتية؟

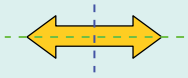
(أ)



(ب)

الحل

(أ) ٢ هذا الشكل له خطُّ تماثُل **رأسيٌّ** وخطُّ تماثُل **أفقيٌّ**.



(ب) ٠ هذا الشكل ليس له خط تماثُل.

تمارين ٩-٢

١) انسخ الأشكال الآتية، ثم ارسم خط التماثل لكل شكل منها:

(أ)

(ب)

(ج)

(د)

٢) ارسم خطوط التماثل لكل شكل من الأشكال الآتية:

(أ)

(ب)

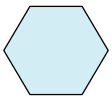
(ج)

(د)

٣) اكتب عدد خطوط التماثُل لكلِّ شكلٍ من الأشكال التالية:

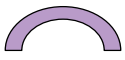
(أ)

(ب)



(ج)

(د)



٤) انسخ وأكمل الجدولَ الخاصَّ بالمثلثات التالية، كما في المثال:

	نوع المُثلَّث				عدد خطوط التماثُل
	متطابق الضلعين	متطابق الأضلاع	مختلف الأضلاع	قائم الزَّاوية	
(أ)	✔			✔	١
(ب)					
(ج)					
(د)					
(هـ)					

٥) فيما يلي بعض إشارات الطرق النموذجية:

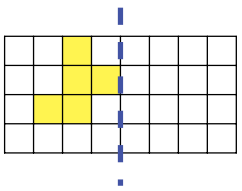
في الجزئية هـ خطوط التماثُل ليست أفقيَّة أو رأسيَّة ولكنَّها قطريَّة عند زاويةٍ ما كما هو مُوضَّح.

أكمل الجدولَ التالي لتحديد نوع خطوط التماثُل للإشارات السابقة، (قد تمَّ حلُّ الجزئيتين أ، ب للتوضيح):

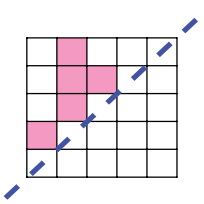
نوع خطِّ التماثُل	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	ي	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص
خطٌّ تماثُل أفقيٌّ																		
خطٌّ تماثُل رأسيٌّ	✔	✔																
خطٌّ تماثُل قُطريٌّ																		
لا يوجد خط تماثُل																		

٦) إذا علمت أن الخطوط المنقطة الزرقاء تمثل خطوطَ تماثُل في الأشكال الآتية، فأكمل تظليل المربعات ليكون الشكل متماثلًا:

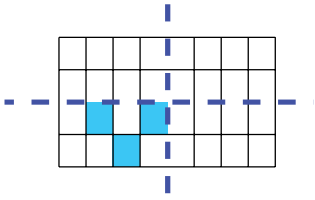
(أ)



(ب)



(ج)



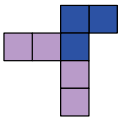
٧) انسخ الأشكال التالية على ورقة مُربَّعات ثم أجب عن الأسئلة التي تليها:

١

٢

٣

٤



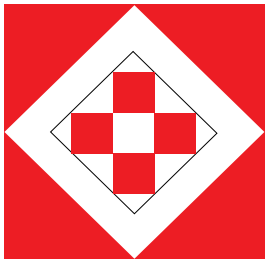
(أ) أضِف مُربَّعًا أزرقَ واحدًا لكل شكل لتكوين شكل جديد يكون له خطُّ تماثُل.

(ب) ارسُم خطَّ تماثُل لكلِّ شكل خاص بك.

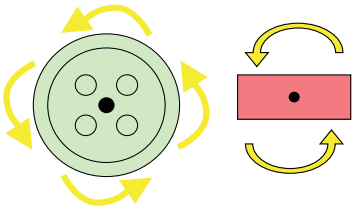
(ج) حدِّد نوع خط التماثل.

٨) تستخدم صفاء أربع قطعٍ من البلاط المرسوم في الشكل المقابل:

لتكوين شكل له أربعة خطوط تماثُل، ارسُم شكلين مُختلفين يُمكن لصفاء تكوينهما.



٩-٣ التعرف على التماثُل الدورانيِّ



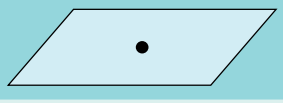
التماثل الدوراني هو: دوران الشكل حول نقطة ما وصولًا إلى موضع آخر يكون فيه الشكل مطابقًا لوصفه الأصلي.

أما رتبة التماثُل الدورانيِّ فهي: عدد المرَّات التي يكون فيها الشكل مطابقًا لوصفه الأصلي خلال دورة واحدة كاملة، ففي الشكل المقابل للمُستطيل رتبة تماثل دوراني قدرها ٢، أما الزر فيكون له رتبة تماثل دوراني قدرها ٤

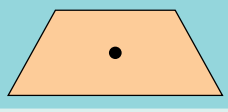
مثال ٩-٣

اكتب رتبة التماثُل الدورانيِّ لكلٍّ شكل من الأشكال الآتية:

(أ)



(ب)



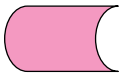
الحل

(أ) رتبة قدرها ٢ يكون متوازي الأضلاع مطابقًا لوصفه الأصلي مرتين خلال دورة كاملة، إذن رتبة التماثل الدوراني له قدرها ٢

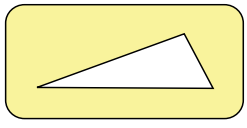
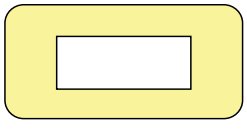
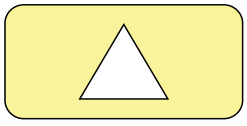
(ب) رتبة قدرها ١ يكون شبه المُنحرف مطابقًا لوصفه الأصلي مرة واحدة خلال دورة كاملة، إذن رتبة التماثل الدوراني له قدرها ١

تمارين ٩-٣

١) اكتب رتبة التماثُل الدورانيِّ لكل شكل من الأشكال الآتية:

(أ)
(ب)
(ج)
(د) 
(هـ)
(و)

٢) صل بين كل بطاقة من العمود الأول بالبطاقتين المناسبتين لها من العمودين الثاني والثالث:

مستطيل		رتبة التماثل الدوراني قدرها ٣
مثلث متطابق الأضلاع		رتبة التماثل الدوراني قدرها ٢
مثلث مختلف الأضلاع		رتبة التماثل الدوراني قدرها ١

٣) اكتب رتبة التماثُل الدورانيِّ لكل إشارة من إشارات الطرق الآتية:

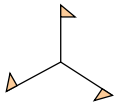
أ
ب
ج
د
هـ
و

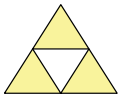
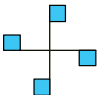
ز
ح
ط

ي

ك
ل

٤) اكتب حرف كلِّ شكلٍ من الأشكال التالية في موقعه الصحيح في الجدول، كما هو مُوضَّح في الشكل (أ):

(أ) 
(ب)
(ج)
(د)

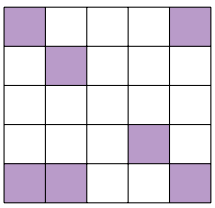
(هـ)
(و)
(ز) 
(ح) 

رتبة التماثُل الدورانيِّ / عدد خطوط التماثُل	٠	١	٢	٣	٤
١					
٢					
٣	أ				
٤					

٥) لدى سمير خمس قطع من البلاط الأحمر وأربع قطع من البلاط الأبيض:

ارسُم طريقتين مختلفتين يُمكن لسمير أن يرتِّبَ بها البلاط حتى يكون لديه شكلٌ له رتبة تماثُل دورانيٍّ قدرها ٤

٦) ارسُم نسختين من الشكل المقابل:

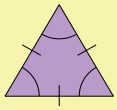
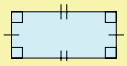
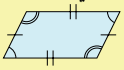
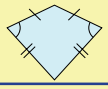


(أ) في الشكل الأوَّل، لوِّن مُربَّعًا واحدًا إضافيًّا حتى يكون للشكل الجديد رتبة تماثل دوراني قدرها ٢

(ب) في الشكل الثاني، لوِّن خمسة مُربَّعات إضافيَّة حتى يكون للشكل الجديد رتبة تماثل دوراني قدرها ٤

٩-٤ خصائص التماثُل في المُثلَّثات والأشكال رباعيَّة الأضلاع الخاصَّة والمُضلَّعات المنتظمة

تعرف على خصائص المُثلَّثات والأشكال رباعيَّة الأضلاع الخاصَّة وبعض المُضلَّعات المنتظمة:

المُثلَّثات	المُثلَّث مختلف الأضلاع: • أطوال أضلاعه مختلفة • قياس زواياه مختلفة • لا يوجد له أيُّ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	المُثلَّث متطابق الضلعين: • له ضلعان متطابقان • له زاويتان متساويتان • له خطُّ تماثُل واحد • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	المُثلَّث متطابق الأضلاع: • كلُّ أضلاعه متطابقة • كلُّ زواياه متساوية • له ٣ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٣ 
الأشكال رباعيَّة الأضلاع	المُربَّع: • كلُّ أضلاعه متطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • قياس كلِّ زواياه يساوي ٩٠° • له ٤ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٤ 	المُستطيل: • له زوجان من الأضلاع المتطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • قياس كلِّ زواياه يساوي ٩٠° • له خطا تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢ 	المُعيَّن: • كلُّ أضلاعه متطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • الزَّوايا المتقابلة فيه متساوية • له خطا تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢
	مُتوازي الأضلاع: • له زوجان من الأضلاع المتطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • الزَّوايا المتقابلة فيه متساوية • لا يوجد له أيُّ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢ 	شبه المُنحرف: • أطوال أضلاعه مختلفة • له زوج من الأضلاع المتوازية • قياس زواياه مختلفة • لا يوجد له أيُّ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	شبه المُنحرف متطابق الضلعين: • له ضلعان متطابقان • له زوج من الأضلاع المتوازية • له زوجان من الزَّوايا المتساوية • له خطُّ تماثُل واحد • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١
	شكل الطائرة الورقيَّة (الدالتون): • له زوجان من الأضلاع المتطابقة • لا توجد به أضلاع متوازية • له زوج من الزَّوايا المتساوية في القياس • له خطُّ تماثُل واحد • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 		
المُضلَّعات المنتظمة	المُضلَّع الخماسيُّ المنتظم: • له ٥ أضلاع متطابقة • له ٥ زوايا متساوية القياس • له ٥ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٥ 	المُضلَّع السداسيُّ المنتظم: • له ٦ أضلاع متطابقة • له ٦ زوايا متساوية القياس • له ٦ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٦ 	المُضلَّع المنتظم ثُمانيُّ الأضلاع: • له ٨ أضلاع متطابقة • له ٨ زوايا متساوية القياس • له ٨ خطوط تماثُل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٨

مثال ٩-٤

(أ) مُضلَّع رباعيٌّ له خط تماثُل واحد ورتبة تماثل دوراني قدرها ١، ويحتوي هذا المُضلَّع على زوجين من الأضلاع المتطابقة ولا يوجد له أضلاع متوازية وله زوج واحد من الزَّوايا المتساوية، فما هذا الشكل؟

(ب) صف أوجه التشابُه والاختلاف بين المُربَّع والمُعيَّن.

الحل

(أ) شكل الطائرة الورقيَّة (الدالتون) يُمكن للشكل الذي له خط تماثُل واحد ورتبة تماثل دوراني قدرها ١ أن يكون طائرة ورقيَّة (دالتون) أو شبه مُنحرف متطابق الضلعين، وتوضِّح المعلومات الأخرى أنَّ هذا الشكل لا يُمكن أن يكون إلَّا شكل طائرة ورقيَّة (دالتون).

(ب)

أوجه التشابُه	أوجه الاختلاف
الزَّوايا المُتقابلة متساوية في القياس	كلُّ زوايا المُربَّع قياسها ٩٠° لا ينطبق ذلك على المُعيَّن.
كلُّ الأضلاع متطابقة	المُربَّع له أربعة خطوط تماثل. المُعيَّن له خطا تماثُل.
زوجان من الأضلاع المتوازية	المُربَّع له رتبة تماثل دوراني قدرها ٤ المُعيَّن له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢

تمارين ٩-٤

١) اذكر أسماء الأشكال التالية حسب وصفها:

(أ) «لي ثلاثة أضلاع متطابقة، وثلاث زوايا متساوية القياس، كما أنه لي ثلاثة خطوط تماثُل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٣»

(ب) «لي أربعة أضلاع، زوجان منهما متطابقان، ولي أربع زوايا اثنتان منهما متساويتان في القياس، ولي خط تماثل واحد، ورتبة تماثل دوراني قدرها ١»

(ج) «لي ستة أضلاع جميعها متطابقة، ولي ستة خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٦»

٢) صِف أوجه التشابُه بين المُستطيل ومُتوازي الأضلاع.

٣) صِف أوجه الاختلاف بين شبه المُنحرف متطابق الضلعين وشكل الطائرة الورقيَّة (الدالتون).

٤) صِل كلَّ وصفٍ بالشكل الصحيح من الإطار المقابل:

(أ) «لي خمسة خطوط تماثُل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٥»

(ب) «ليس لي أيُّ خطوط تماثُل، ولكن لي رتبة تماثل دوراني قدرها ٢»

(ج) «ليس لي أيُّ خطوط تماثُل، ولكن لي رتبة تماثل دوراني قدرها ١»

(د) «لي ٨ خطوط تماثل خطوط تماثُل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٨»

(هـ) «لي خط تماثل واحد ورتبة تماثل دوراني قدرها ١»

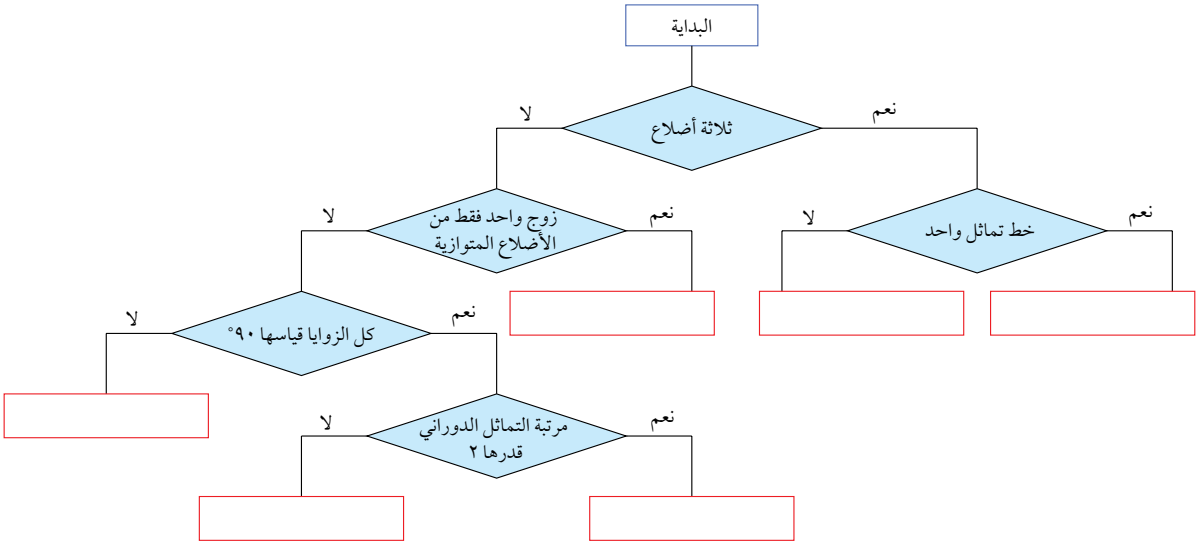
(و) «لي أربعة خطوط تماثُل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٤»

(ز) «لي خطا تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٢»

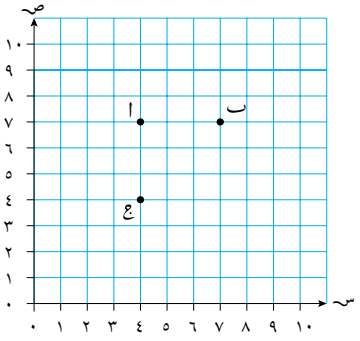
مُربَّع
مُثلَّث متطابق الضلعين
مُضلَّع خماسيٌّ منتظم
مُتوازي الأضلاع
مُستطيل
مُثلَّث مختلف الأضلاع
مُضلَّع منتظم ثمانيُّ الأضلاع

٥) تَتبّع خصائص الأشكال في المخطط التالي، ثم اختر اسم الشكل المناسب مما يلي لتكتبه في الإطارات الحمراء:

شبه المُنحرف	المُربَّع	المُثلَّث مختلف الأضلاع
المُستطيل	المُعيَّن	المُثلَّث متطابق الضلعين



٦) أ، ب، ج ثلاث نقاط على الشبكة المقابلة، و نقطة أخرى على الشبكة، عندما تكون النقطة و (٧، ٤)، يكون الشكل رباعيُّ الأضلاع أ ب ج و مُربَّعًا.



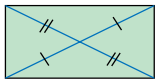
(أ) تحركت النقطة و ليتغير الشكل رباعيُّ الأضلاع أ ب ج و إلى مُتوازي أضلاع، فما إحداثيَّات النقطة و؟

(ب) تحركت النقطة و ليتغير الشكل رباعيُّ الأضلاع أ ب ج و إلى شكل طائرة ورقيَّة (دالتون)، اكتب مجموعتين محتملتين لإحداثيَّات النقطة و.

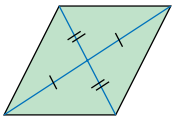
٩-٥ تصنيف الأشكال رباعيَّة الأضلاع

الشكل رباعي الأضلاع هو شكل ثنائي الأبعاد له أربعة أضلاع وأربع زوايا، وله قطران يتقاطعان مع بعضهما.
في بعض الأشكال رباعية الأضلاع لا يتقاطع القطران عموديًا ولكن ينصف كل منهما الآخر مثل:

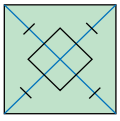
المستطيل

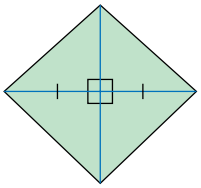


متوازي الأضلاع

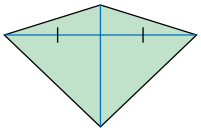


أما في المربع والمعين فإن القطران يتقاطعان عموديًا وينصف كلٌّ منهما الآخر.





لكن في شكل الطائرة الورقية (الدالتون) يتقاطع القطران عموديًا وينصف قطر واحد فقط منهما.



مثال ٩-٥

لدينا شكل رباعي الأضلاع بلا خطوط تماثُل، ولا يتقاطع قطراه عموديًا ولا ينصف بعضهما البعض، فما هذا الشكل؟

الحل

شبه مُنحرف عدم وجود خطوط تماثُل يعني أنَّ الشكل يُمكن أن يكون مُتوازي أضلاع أو شبه مُنحرف، ولكن عدم تنصيف القطرين لبعضهما البعض فهذا يعني أنه شبه مُنحرف.

تمارين ٩-٥

١) سمِّ كل شكل من الأشكال رباعية الأضلاع الخاصة التالية حسب وصفه:

(أ) «جميع أضلاعي متطابقة، ولي أربعة خطوط تماثل، وقطران متعامدان ينصف كل منهما الآخر»

(ب) «لي رتبة تماثل دوراني قدرها ٢، وليس لي خط تماثل»

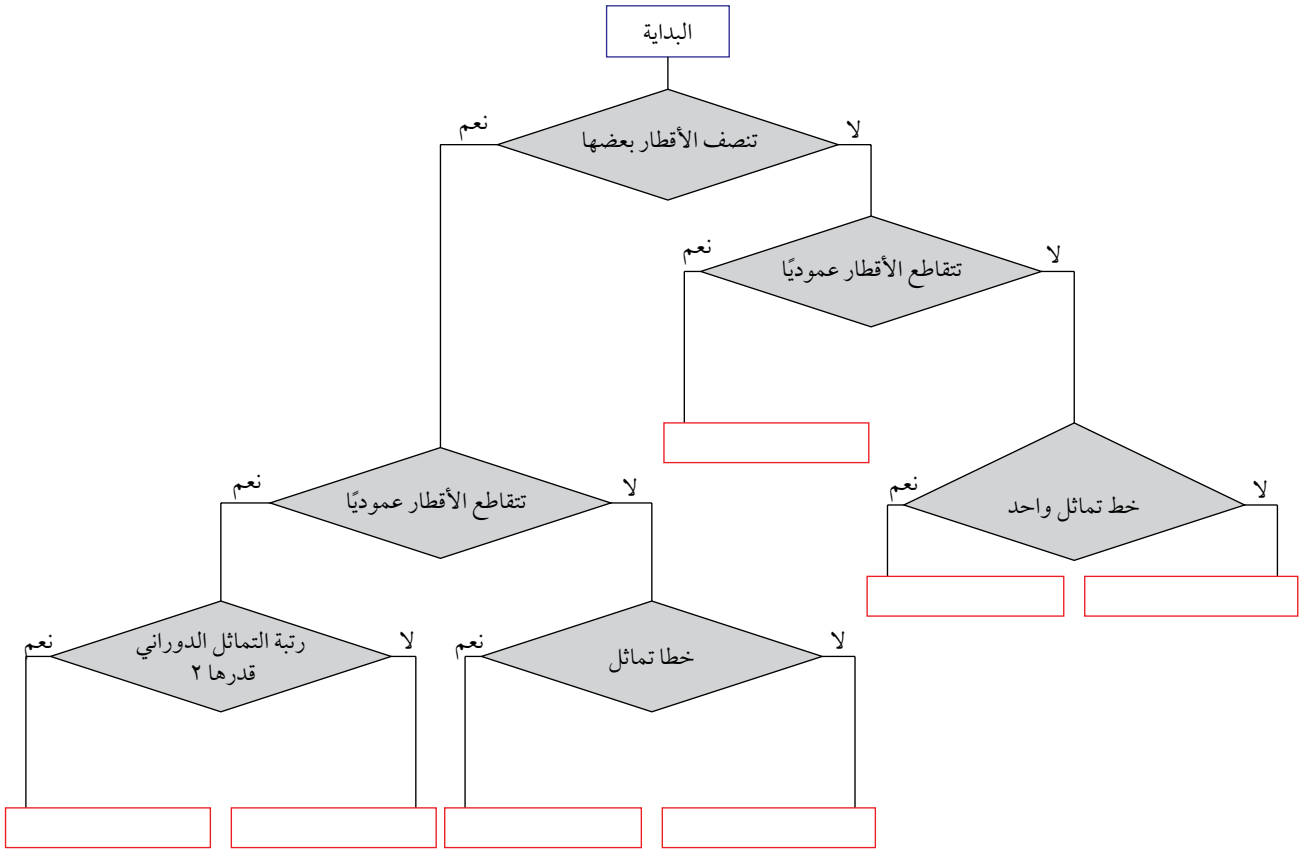
(ج) «لي زوجان من الأضلاع المتطابقة، وزوج واحد فقط من الزَّوايا متساوية القياس»

(د) «أقطاري تنصِّف بعضها، ولكنها ليست متعامدة»

(هـ) «لي زوج واحد من الأضلاع المتوازية، ولي رتبة تماثل دوراني قدرها ١؛ وخطُّ تماثُل واحد»

٢) تَتَبّع خصائص الأشكال في المخطط التالي، ثم اختر اسم الشكل المناسب مما يلي لتكتبه في الإطارات الحمراء في المخطط:

(أ) المُربَّع	(ب) المُعيَّن
(ج) شكل الطائرة الورقيَّة (الدالتون)	(د) مُتوازي الأضلاع
(هـ) شبه المُنحرف	(و) شبه المُنحرف متطابق الضلعين
(ز) المُستطيل	



٣) حدِّد موضع النقاط التالية على شبكة الإحداثيَّات:

أ(٢، ٥)، ب(٤، ٥)، ع(٤، ٣)، ى(٢، ٣)، هـ(١، ٣)، و(٣، ٥)، ز(٧، ٣)، ع(٣، ١)، ط(٥، ٣)، ي(٧، ١)

(أ) صِل النقاط لرسم الأشكال التالية:

أ) أ ب ع ى ب) هـ و ز ع ج) هـ ط ي ع

(ب) حدد خصائص كل شكل في الجزئية أ.

ملخص

يجب أن تعرف أن:

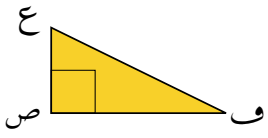
- ★ في الأشكال المتطابقة، الأضلاع المتناظرة متساوية والزوايا المتناظرة متساوية.
- ★ إذا طُويَ الشكل بطول خطِّ التماثُل، سيتطابق نصف الشكل تمامًا مع النصفِ الآخر.
- ★ رتبة التماثُل الدورانيِّ هي عدد المرَّات التي يكون فيها الشكل مطابقًا لوصفه الأصلي خلال دورة واحدة كاملة.
- ★ يمكن وصف المُثلَّثات والأشكال رباعيَّة الأضلاع والمُضلَّعات باستخدام خصائص الأضلاع والزَّوايا والتماثُل.
- ★ القُطر هو الخطُّ الذي يصل بين زاويتين متقابلتين لرباعيِّ الأضلاع.

يجب أن تكون قادرًا على:

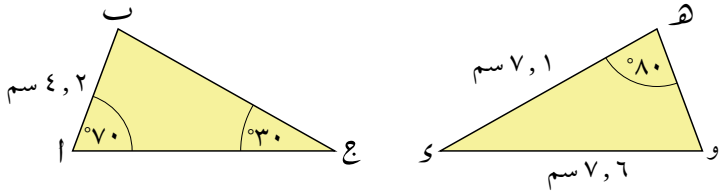
- ★ تحديد وتر المُثلَّث القائم (أطول ضلع في المثلث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة).
- ★ تحديد الأضلاع والزَّوايا المتناظرة في الأشكال المتطابقة ومعرفة أنَّها متساوية.
- ★ التعرُّف على خط التماثُل في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- ★ رسم خطوط التماثُل للأشكال.
- ★ تحديد رتبة التماثُل الدورانيِّ للأشكال.
- ★ تسمية وتحديد خصائص الأضلاع والزَّوايا والتماثُل للأشكال رباعيَّة الأضلاع الخاصَّة والمُثلَّثات والمُضلَّعات المُنتظمة الخماسية والسداسية والثمانية.
- ★ تصنيف الأشكال رباعيَّة الأضلاع وفقًا لخصائصها بما في ذلك خصائص الأقطار.

تمارين ومسائل عامة

١) في الشكل المقابل حدد وتر المثلث.



٢) إذا علمت أن المثلثين التاليين متطابقان:



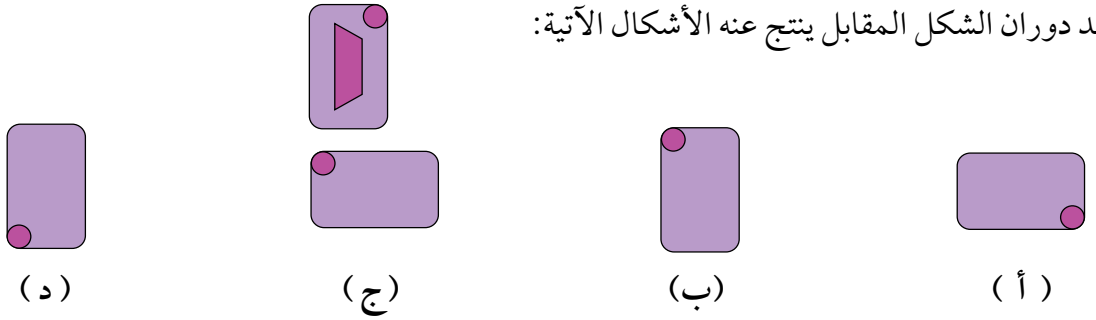
(أ) أوجد طول كل ضلع فيما يلي:

(١) $\overline{هـ و}$ (٢) $\overline{ب ع}$ (٣) $\overline{ا ع}$

(ب) أوجد قياس كل زاوية فيما يلي:

(١) (اﺚ ع) (٢) (هـ ﺚ و) (٣) (هـ ﺚ ى)

٣) عند دوران الشكل المقابل ينتج عنه الأشكال الآتية:



(أ) (ب) (ج) (د)

ارسم شبه المنحرف المفقود في كل شكل منها.

٤) اكتب عدد خطوط التماثُل ورتبة التماثل الدوراني لكل شكل من الأشكال الآتية:

(أ) (ب) (ج) (د)

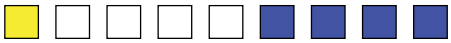
٥) في الشكلين التاليين، تعدُّ الخطوط المنقطة الزرقاء خطوط تماثُل، انسخ كلَّ شكل وأكمله:

(أ) (ب)

٦) اكتب عبارة لوصف مُضلَّع سداسيٍّ منتظم، مستخدمًا المعطيات الموجودة في الإطار المقابل.

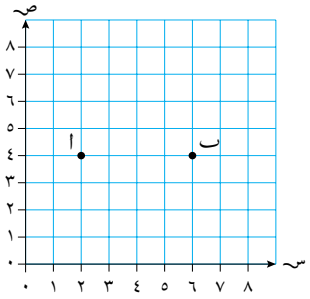
أضلاع
خطوط تماثُل
متطابق
رتبة التماثُل الدورانيِّ

٧) لدى سالم أربع قطع من البلاط باللون الأزرق وأربع قطع باللون الأبيض وقطعة باللون الأصفر:



ارسُم طريقتين مختلفتين يُمكن لسالم أن يرتبَ بهما قطع البلاط حتى يكون لديه شكل له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢

٨) أ، ب هما نقطتان على شبكة الاحداثيات، والنقطة ع نقطة أخرى على هذه الشبكة، عندما تكون إحداثيات النقطة ع (٣، ٦) يكون المُثلَّث أ ب ع مُختلف الأضلاع.



(أ) تحركت النقطة ع ليتغير المثلث أ ب ع إلى مثلث متطابق الضلعين، اكتب مجموعتين محتملتين لإحداثيات النقطة ع.

(ب) تحركت النقطة ع ليتغير المثلث أ ب ع إلى مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين، اكتب مجموعتين محتملتين لإحداثيات النقطة ع

الوحدة العاشرة: التخطيط وجمع البيانات

ما المقصود بكلمة **البيانات**؟ تعدُّ كلمة **المعلومات** مصطلحًا مرادفًا للبيانات، ويعمل الكثير من الناس في وظائف تتطلَّب منهم جمعَ معلومات، فعلى سبيل المثال: تحتاج الشركات لجمع المعلومات من العملاء لمعرفة كيف يُمكنها تحسين منتجاتها أو خدماتها، ويحتاج الأطباء والممرِّضون لجمع المعلومات لمعرفة مدى تحسُّن المرضى بعد تناولهم لأدوية معيَّنة، بينما يُجري العلماء التجارب ويستخدمون نتائجها لإثبات نظريَّة جديدة، ويختبرون أدويَّةً جديدةً لمعرفة مدى فاعليتها، ويختبرون مصابيحَ كهربائيَّةً جديدةً لمعرفة ما إذا كانت تدوم لفترة أطول؛ فأيًّا كان ما يختبرونه، فإنَّهم يجمعون معلوماتٍ أو بياناتٍ.

وفي بعض الأحيان بعد أن تخرج في رحلة ما، قد يُطلب إليك في نهايتها الإجابة عن استبيان؛ حيث تود الشركة المسؤولة عن الرحلة معرفة رأيك حول الخدمات التي تقدِّمها، فإذا أجمع المشاركون على أن طعام الفندق كان سيئًا، فستحتاج إدارة الفندق معرفةَ ذلك للتحدُّث مع الطاهي بهذا الشأن، وإذا رأى الجميع أنَّ مستوى النظافة في غرفهم كان ممتازًا، فستحتاج إدارة الشركة معرفةَ ذلك حتى يتسنَّى لها شُكر عمَّال النظافة لأداء عملهم بشكلٍ رائع، فأيُّ بياناتٍ يجمعونها ستساعدهم على تحسين مستوى الخدمة.

ضع علامة على مُربَّع واحد لكلِّ سؤال:

١ ما رأيك في خدمة الفندق؟

☐ سيِّئ ☐ مُتوسِّط ☑ جيِّد ☐ ممتاز

٢ ما رأيك في طعام الفندق؟

☑ سيِّئ ☐ مُتوسِّط ☐ جيِّد ☐ ممتاز

٣ ما رأيك في مستوى نظافة الفندق؟

☐ سيِّئ ☐ مُتوسِّط ☐ جيِّد ☑ ممتاز

المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمُفردات الأساسيَّة التالية:

- البيانات (data)
- المعلومات (information)
- البيانات المنفصلة (discrete data)
- البيانات المُتَّصلة (continuous data)
- درجة الدِقَّة (degree of accuracy)
- الدراسة الاستقصائيَّة (survey)
- الاستبيان (questionnaire)
- المقابلة (interview)
- التجربة (experiment)
- الملاحظات (observations)
- المجتمع الإحصائيُّ (population)
- العيِّنة (sample)
- ورقة جمع البيانات (data-collection sheet)
- الجدول التكراري (frequency table)
- الجدول التكراري المتجمِّع (grouped frequency table)
- مدى الفئة (class interval)

تحتاج الشركات المصنعة للمنتجات أيضًا مثل شركات صناعة الأحذية إلى جمع معلومات حول عدد الأحذية التي تبيعها؛ حيث تحتاج لمعرفة المقاسات والألوان والطرز الأكثر رواجًا، حتى يحدّدوا الأنواع التي سينتجونها بشكل أكبر، فليس من المعقول تصنيع عدد أكبر من الأحذية مقاسها أكبر من ٣٩، إذا كان معظم العملاء يريدون أحذية مقاسها ٣٦! ولذلك فأيًا كانت البيانات التي يجمعونها، فإنَّها ستساعدهم على تحديد المُنتجات التي تُباع على نحو جيِّد والتي لا تُباع على هذا النحو، وفي هذه الوحدة، ستتعرَّف على تخطيط جمع البيانات.

١٠-١ البيانات المنفصلة والبيانات المُتَّصلة

يوجد نوعان من البيانات التي تتضمَّن أعدادًا وهما: **البيانات المنفصلة** و**البيانات المُتَّصلة**.

يمثل عدد الأهداف التي حققها لاعبو كرة القدم وعدد اللاعبين أمثلة للبيانات المنفصلة.

البيانات المنفصلة هي البيانات التي تتضمَّن قيمًا محددة، وعادةً ما تكون القيم أعدادًا كاملةً، ولكن من المُمكن أن تتضمَّن كسورًا.

تُمثِّل ارتفاعات الأشجار وكتل الأطفال أمثلةً للبيانات المُتَّصلة.

البيانات المُتَّصلة هي البيانات التي قد تتضمَّن أيَّ قيمة ضمن نطاق (مدى معين)، وكلُّ البيانات التي يتمُّ قياسُها هي بيانات مُتَّصلة، وإذا قرَّبت القياسات إلى أقرب عدد كامل، فستظلُّ البيانات مُتَّصلة كما هي.

مثال ١٠-١

حدد ما إذا كانت البيانات متصلة أم منفصلة فيما يلي:

(أ) عدد السيَّارات في مواقف السيَّارات

(ب) ارتفاع الأشجار الموجودة في الحديقة

(ج) الزمن المُستغرَق للجري لمسافة ١٠٠ م

الحل

(أ) بيانات منفصلة — يجب أن يكون عدد السيَّارات عددًا كاملًا؛ لذا فإنَّ هذه البيانات منفصلة.

(ب) بيانات مُتَّصلة — يتمُّ قياس الارتفاع؛ لذا فإنَّ هذه البيانات مُتَّصلة.

(ج) بيانات مُتَّصلة — يتمُّ قياس الوقت؛ لذا فإنَّ هذه البيانات مُتَّصلة.

تمارين ١٠-١

١) اكتب نوع البيانات (متصلة ، منفصلة) فيما يلي:

(أ) عدد أعمدة السياج في الحديقة

(ب) الطول بالمتر لكلِّ سيَّارة من السيَّارات الموجودة في مواقف السيَّارات

(ج) كتلة حبَّات الأناناس الموجودة في الصندوق

(د) عدد حبَّات الأناناس الموجودة في الصندوق

(هـ) عدد الكراسيّ في الصف

(و) أطوال الطلاب في الصف

(ز) عدد الهواتف المحمولة التي تمَّ بيعها في يومٍ واحد

(ح) الزمن المُستغرَق لحلِّ لعبة كلمات متقاطعة

(ط) مقاسات القمصان الموجودة بأحد المحلات

(ي) عدد القمصان التي تمَّ بيعها في أحد المحلات

٢) يشرح هلال كيفيَّة جمعه لبيانات خاصة بدرجات الطلاب في مادة الرياضيات:

سألتُ ١٠ طلاب عن درجاتهم في اختبار الرياضيات، فكانت: ٦، ٦ ١/٢، ٩، ٩ ١/٢، ١٠ ١/٢، ١٠، ٧ ١/٢، ٨، ٦ ١/٢، وهي بيانات مُتَّصلة؛ لأنَّ الدرجات ليست في صورة أعدادٍ كاملة.

هل هلال على صواب؟ اشرح إجابتك.

٣) تشرح مريم كيفيَّة جمع بيانات أعمار مجموعة من الأشخاص:

سألتُ ١٠ أشخاص عن أعمارهم، فكانت: ٢٣، ٢٥، ٢٢، ١٨، ٣٦، ٤٢، ١٢، ١٥، ١٧، ٢٠، وهي بيانات منفصلة؛ لأنَّ الأعمار في صورة أعدادٍ كاملة.

هل مريم على صواب؟ اشرح إجابتك.

١٠-٢ إيجاد البيانات

عندما تريد إجابةَ سؤالٍ أو حلَّ مشكلة تعتمد على جمع معلومات، فستحتاج لإيجاد البيانات وتحديد مكان وطريقة جمعها.

وتوجد طريقتان لإيجاد البيانات:

- جمع البيانات بنفسك؛ حيث يمكنك إجراء دراسة استقصائيَّة وسؤال الناس عِدَّة أسئلة حول المشكلة، أو يُمكنك تنفيذ تجربة وتسجيل النتائج الخاصة بها.
- الاستعانة ببياناتٍ جمعها شخصٌ آخر؛ حيث يُمكنك تصفُّح مواقع الإنترنت أو الاستعانة بالكتب والصحف والمجلات لإيجاد هذا النوع من البيانات.

وعندما تجمع بيانات مُتَّصلة، يجب عليك اختيار **درجة الدِقَّة** التي تريد أن تكون بها البيانات.

مثال ١٠-٢

١) إذا كنت ستجري دراسة استقصائيَّة، فأيُّ الوحدات ستختار لقياس الآتي:
(أ) كتلة الأطفال الذين يبلُغ عمرهم ١٢ سنةً
(ب) الوقت الذي يتغيَّب خلاله الأشخاص عن العمل نتيجةً للمرض؟

٢) ما المصدر الذي تستخدمه للحصول على البيانات التي قد تساعدك على إجابة الأسئلة الآتية؟
(أ) كم عدد الطلاب الموجودين في مدرستك؟ (ب) ما أكبر محيط في العالم؟

٣) اذا أردت جمع بيانات حول بعض الأطفال، اقترح درجة الدِقَّة لكلِّ نوعٍ من البيانات الآتية:
(أ) العمر (ب) الطول (ج) الكتلة

٤) تريد شيماء معرفةَ ما إذا كان المعلمون في مدرستها يفضِّلون حل ألغاز الأعداد أم الكلمات المتقاطعة، ولكنها طرحت سؤالها على معلِّمي مادَّة الرياضيَّات فقط، فهل ستكون نتائج دراستها الاستقصائيَّة متكافئة الفرص؟

الحل

١) (أ) كغم — عادةً ما يتمُّ قياس كتلة الأطفال والبالغين بوحدة الكيلوغرام.
(ب) الأيام — عادةً ما تشير السجِّلات لعدد الأيام التي يتغيب فيها الأشخاص عن العمل نتيجة للمرض.

٢) (أ) سجِّلات المدرسة — يُمكنك سؤال منسق المدرسة أو مدير المدرسة أو معلِّم الصفِّ للتحقُّق من سجلَّات المدرسة لمعرفة عدد الطلاب الموجودين في مدرستك.
(ب) موسوعات المعارف — يُمكنك تصفح موسوعة معارف أو أحد كتب الحقائق أو كتاب في الجغرافيا أو الاستعانة بالإنترنت لإيجاد إجابة لهذا السؤال.

٣) (أ) أسابيع أو شهور — قد تكون هذه الوحدات معقولة لقياس عمر الأطفال.
(ب) السنتيمتر — عادةً ما يكون طول الأطفال أقلَّ من مترٍ واحدٍ.
(ج) الكيلوغرام — عادةً ما يستخدم الكيلوغرام لقياس كتلة الأشخاص.

٤) لا، يلزمها سؤال مُعلِّمي جميع المواد؛ فمن المرجَّح أن يفضِّل معلِّمو مادَّة الرياضيَّات بشكلٍ كبير حلَّ لغز الأعداد أكثر من لغز الكلمات المُتقاطعة نظرًا لكونهم يحبُّون الرياضيَّات.

تمارين ١٠-٢

١) إذا كنت ستجري دراسةً استقصائيَّةً، فأيُّ الوحدات القياسيَّة المُوضَّحة ستختار لقياس الآتي:

(أ) الوقت المُستغرَق لقيام شخصٍ بالجري لمسافة ٥٠ م؟

(ب) المسافة التي يقطعها شخصٌ بالدرَّاجة في ساعةٍ واحدةٍ؟

(ج) المُدَّة التي ينامها شخصٌ ليلًا؟

(د) طول ظُفر إبهام شخصٌ؟

مليلترات | كيلوغرامات | أيام

كيلومترات | ثوانٍ | مليمترات

ساعات | أمتار

٢) ما المصدر الذي يمكنك استخدامه للحصول على البيانات التي قد تساعدك في إجابة الأسئلة الآتية؟

(أ) كم عدد أرغفة الخبز التي تم بيعها في المخبز بالأمس؟

(ب) كم عدد السيَّارات التي تباع على مستوى العالم كل سنة؟

(ج) ما الدولة التي تقع بها أعلى قمة جبل في العالم؟

(د) كم عدد الطلاب الذين يستقلُّون الدرَّاجات عند ذهابهم للمدرسة؟

(هـ) كم عدد الأشخاص الذين يعيشون في ولايتك؟

٣) فيما يلي بعض عناصر البيانات، قرِّب كلًّا منها إلى أقرب درجة دِقَّة:

(أ) يبلُغ عدد سكان أحد البلدان ١٨٤٩٢١ ٧٣

(ب) يبلُغ ارتفاع أحد الجبال ٢١٨٧,٤ مترًا

(ج) تبلُغ كتلة سيَّارة ١٤٨٣ كغم

(د) يبلُغ طفل من العمر ١٤ سنة و٩١ يومًا

٤) عندما تجمع البيانات بنفسك يُمكنك اختيار إحدى الطريقتين:

(١) إجراء دراسة استقصائيَّة وطرح أسئلة على الأشخاص

(٢) تنفيذ تجربة وتسجيل النتائج

حدد أي الطريقتين (١)،(٢) مناسبة لجمع البيانات (كما في المثال أ):

(أ) كم عدد المرَّات التي نحصل فيها على العدد (١) عند رمي حجر النرد ٥٠ مرَّة؟ الإجابة: (٢)

(ب) ما المادة المُفضَّلة للطلاب في صفِّك؟

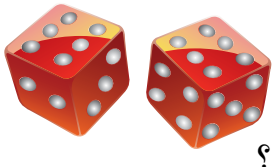
(ج) ما إجمالي عدد الأقلام التي يمتلكها طلاب صفِّك؟

(د) كم عدد المرَّات التي نحصل فيها على (الصورة) عند رمي عملة معدنيَّة ٢٠ مرَّةً؟

(هـ) ما مقاس الأحذية الشائع بين الطلاب في المدرسة؟

(و) ما إجماليُّ الناتج الشائع الذي تحصل عليه عند رمي حجري نرد؟

(ز) كم عدد المرَّات التي قام فيها زملاؤك في الصفِّ بزيارة الطبيب خلال هذا الشهر؟



٥) أرادت سناء معرفة الرياضية المفضلة لدى طالبات مدرستها.

هل ستكون نتائج دراستها الاستقصائيَّة متكافئة الفرص؟
أعطِ سببًا لإجابتك.

٦) يريد عبد الله معرفة الوقت الذي يفضِّل فيه الأشخاص التسوُّق، فوقف خارج أحد المراكز التجارية يوم السبت وطرح سؤاله على الناس عند خروجهم من المركز التجاري.
هل ستكون نتائج دراسته الاستقصائيَّة متكافئة الفرص؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

٧) يريد سعيد معرفة الرياضة المُفضَّلة لدى مجموعة من الأشخاص، فكان يقف كل يوم على مدار أسبوع واحد عند مدخل بركة السباحة في أحد النواد الرياضية ويطرح سؤاله عليهم عند دخولهم.
هل ستكون نتائج دراسته الاستقصائيَّة متكافئة الفرص؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

١٠-٣ الدراسات الاستقصائيَّة والتجارب

عندما ترغب في معرفة إحصائيات معينة لظاهرة ما، فإنَّك تبدأ بجمع البيانات، وستحتاج أوَّلًا لتحديد كيفيَّة جمع البيانات؛ إذا كنت ستحتاج لطرح أسئلة على مجموعة من الأشخاص، فستجري **دراسةً استقصائيَّة**، ويُمكنك إجراء هذه الدراسة الاستقصائيَّة عن طريق:

- إعطاء مجموعة من الأشخاص ورقة **استبيان** لملئها
- سؤالهم عن هذه الأسئلة بنفسك وإجراء **مقابلة** معهم

وتوجد طرق أخرى لجمع البيانات وهي:

- تنفيذ **تجربة**
- تسجيل **الملاحظات** التي لاحظتها

الاستبيان هو مجموعة من الأسئلة المكتوبة التي يتم توزيعها على مجموعة من الأشخاص للإجابة عليها سواء ورقيًا أو إلكترونيًا

مثال ١٠-٣أ

كيف ستجمع البيانات التي تُمكنك من الإجابة على الأسئلة التالية:

(أ) ما الطعام والشراب المُفضَّل للطلاب في صفِّك؟

(ب) كم عدد المصلين الذين يؤدون صلاة الفجر في المسجد خلال شهر رمضان؟

(ج) كم عدد المرَّات التي نحصل فيها على العدد (٦) عند رمي حجر النرد ١٠٠ مرَّة؟

الحل

(أ) إجراء دراسة استقصائيَّة. يُمكنك إعطاء الطلاب في صفِّك ورقة استبيان لملئها، أو يُمكنك مقابلتهم على نحو شخصيٍّ وتوجيه الأسئلة لهم.

(ب) تسجيل الملاحظات. يمكنك الجلوس أمام المسجد وتسجيل عدد المصلين الذين يدخلون المسجد للصلاة.

(ج) تنفيذ تجربة. يُمكنك رمي حجر النرد ١٠٠ مرَّة وتسجيل عدد مرَّات ظهور العدد (٦)

عند جمع البيانات، يُطلق على المجموعة التي جمعت البيانات عنها مصطلح **المجتمع الإحصائيّ**، ولكن إذا كان المجتمع الإحصائيُّ كبيرًا، فقد تعجز عن جمع البيانات من كلِّ فردٍ داخل هذا المجتمع، وعوضًا عن ذلك، يُمكنك أن تسأل مجموعةً صغيرةً من المجتمع الإحصائيِّ، ويُطلق على هذه المجموعة الصغيرة اسم **العيِّنة**؛ اجعل العينة كبيرة (قدر الامكان) عندما تكون تكلفة جمع البيانات متوفرة لديك وكذلك الوقت المتاح كافٍ لذلك وعندما تجمع بياناتٍ تتضمَّن قياساتٍ، يجب عليك التأكُّد من أنَّ البيانات المُعطاة تتمتع بدرجة مناسبة من الدِقَّة، فعلى سبيل المثال إذا كنت تُسجِّل أطوال الطلاب في صفِّك، فمن المحتمل أن تكتب القياسات مقرَّبةً لأقرب سنتيمتر، وبالتأكيد لن تكتب القياسات مقرَّبةً لأقرب متر، وإلَّا فمن المُحتمل أن تتساوي أطوال كل الطلاب!

مثال ١٠-٣ب

(أ) يبلُغ عدد السكان في إحدى المدن ٤٥٢ شخصًا، أرادت عائشة معرفة أعمار الأشخاص الذين يعيشون بالمدينة، فقرَّرت سؤال عيِّنة من السكان نسبتها ١٠٪، فكم عدد الأشخاص الذين يجب أن تتضمنهم هذه العيِّنة؟

(ب) أرادت خديجة أن تعرف اللون المفضل لطالبات صفها البالغ عددهن ٣٠ طالبة، فهل يجب عليها أن تسأل الصفَّ كاملًا أم تقتصر على سؤال عيِّنة من الصفِّ؟

الحل

(أ) ١٠٪ من ٤٥٢ يبلُغ عدد الأشخاص الذين يعيشون في المدينة ٤٥٢، لذا فإنَّ حجم

$= \frac{١٠}{١٠٠} \times ٤٥٢$ المجتمع الإحصائيّ هو ٤٥٢

$= ٤٥,٢$ ١٠٪ من ٤٥٢ = ٤٥,٢، لذا فإنَّ العدد ٤٥ أو ٤٦ سيمثِّل حجمًا مناسبًا للعيِّنة.

إذن حجم العيِّنة = ٤٥ شخصًا

(ب) الصفُّ كاملًا من الأفضل لها أن تسأل جميع طالبات الصف لأن عددهن ٣٠ طالبة فقط.

تمارين ١٠-٣

١) اختر طريقة من طرق جمع البيانات الثلاث لتناسب كل حالة فيما يلي:

تجربة	ملاحظة	دراسة استقصائيَّة

(أ) عدد مرَّات سقوط دبوس على (طرفه المُدبب) عند رميه ٢٠٠ مرَّة

(ب) عدد الأشخاص الذين يدخلون السوبر ماركت كلَّ ساعة

(ج) عدد أخوة وأخوات طلاب صفِّك

(د) نوع وعدد الحيوانات الأليفة في حديقة الحيوانات

(هـ) عدد مرَّات سحب ورقة حمراء من مجموعة أوراق ملونة عندما تتمُّ عمليَّة السحب ١٠٠ مرَّة

(و) عدد الأشخاص الذين يستخدمون المواصلات العامة نهارًا

٢) يدير أحمد ناديًا رياضيًا، وأراد أن يسأل أعضاء النادي عما إذا كانوا يودُّون ممارسة التمرين مساء يوم الأربعاء أم لا، فإذا كان عدد أعضاء النادي ٣٨ عضوًا، فهل يجب على أحمد أن يسأل كلَّ الأعضاء ، أم أنه يجب عليه سؤال عينة منهم؟ اشرح إجابتك.

٣) إذا كان عدد مشجعي أحد فرق كرة القدم من ٨٦٠ شخصًا، فأراد رئيس النادي معرفة ما إذا كانوا يريدون مشاهدة عملٍ ترفيهيٍّ بين شوطي مباريات الإياب لفريقهم:

(أ) اذكر سببين يوضِّحان لماذا يجب على الرئيس سؤال عيِّنة من المشجعين.

(ب) قرَّر الرئيس أن يسأل ٢٠٪ من المشجعين، فما عدد المشجعين (العينة) الذي يُمثِّل هذه النسبة؟

٤) يبلُغ عدد سكان إحدى القرى ٣٠٠ شخص أرادت إحدى الممرضات معرفة عدد مرَّات ممارسة سكان القرية للرياضة خلال الأسبوع، لذا وزعت أوراق استبيان وحصلت على ٤٨ ورقةً مُجابة:

(أ) ما النسبة المئويَّة التي تُمثِّلها هذه العيِّنة بالنسبة لعدد سكان القرية؟

(ب) حددت الممرِّضة عيِّنةً تُمثِّل نسبة ٢٠٪، فكم عدد الاستبيانات التي ستحتاج أن تزيدها للحصول على النسبة التي حددتها؟

٥) يبلُغ عدد طلاب إحدى المدارس ٩٤٨ طالبًا، أراد مدير المدرسة معرفة ما إذا كان الطلاب يودُّون الخروج للفسحة في الساعة ١٠:٣٠ أم ١١:٣٠ صباحًا، فقرر سؤال ١٠٪ من طلاب المدرسة، فكم عدد الطلاب الذين يجب أن تتضمَّنهم هذه العيِّنة؟

٦) اختر درجة الدقة المناسبة لقياس:

١) أطوال الطلاب في الصفِّ:

أ) أقرب مليمتر　　ب) أقرب سنتيمتر　　ج) أقرب متر

٢) كتلة الطلاب في الصفِّ:

أ) أقرب ١٠ كيلوغرامات　　ب) أقرب كيلوغرام　　ج) أقرب ١ , ٠ كيلوغرام

٣) الزمن الذي يستغرقه الطلاب في الجري لمسافة ٥ كم:

أ) أقرب ساعة　　ب) أقرب دقيقة　　ج) أقرب ثانية

١٠-٤ جمع البيانات

يُمثِّل إجراء الدراسة الاستقصائيَّة وتوجيه الأسئلة للأشخاص إحدى الطُرق المتَّبعة في جمع البيانات، ولإجراء هذا الاستبيان يُمكنك الاستعانة بإحدى طُرق استطلاعات الرأي، وفيما يلي قائمة بالأسئلة التي قد ترغب في معرفة إجاباتها، ولكن يجب عليك كتابة الأسئلة بحرصٍ شديد ومحاولة اتِّباع القواعد الآتية:

١) طرح أسئلة قصيرة واستخدام لغة بسيطة.
(ارسُم مُربَّعاتٍ ليضع بها الأشخاص علامة متى أمكنك ذلك)

٢) محاولة استخدام الأسئلة التي تكون إجابتها (نعم) أو (لا).

٣) عندما يتضمَّن استطلاع الرأي أسئلة اختيار، يجب عليك التأكُّد من عدم وجود إجابات متعارضة، وكذلك التأكُّد من أن الاختيارات تشتمل على كلِّ الإجابات المُحتملة.

٤) التأكُّد من أنَّ الأسئلة محدَّدة.
(تجنَّب استخدام كلمات مثل (أحيانًا) و(غالبًا) و(بانتظام)، (بين الحين والآخر)

٥) الابتعاد عن طرح أيِّ أسئلة شخصيَّة؛ لأنَّ أغلب الأشخاص لن يجيبوا عن هذه الأسئلة أو سيكتبون إجابةً غير حقيقيَّة.
(فلا تطلب إلى الناس مثلًا كتابة أعمارهم، ولكن اكتب لهم نطاقات عمريَّة ليختاروا منها)

٦) تجنَّب طرح الأسئلة الاستدراجية، فبدلًا من اختيار المُربَّع الصحيح، قد يضع الأشخاص العلامة على المُربَّع الذي يعتقدون أنَّك تودُّ منهم اختياره، والسؤال المقابل هو مثال لسؤال استدراجي.

٧) عدم الطلب إلى الأشخاص أبدًا كتابة أسمائهم في ورقة استبيان؛ فقد لا يرغبون في الكشف عن هويتهم.

٨) عدم طرح العديد من الأسئلة في استطلاع الرأي؛ فإذا كان الاستبيان طويلًا جدًا، فلن يجيب عنه الناس.

النوع ☐ ذكر ☐ أنثى

هل توجد مكتبة في منزلك؟
☐ نعم ☐ لا

كم عدد الكتب المتوفرة في مكتبة منزلك؟
☐ ٠ ☐ ١٠ ☐ ١١-١٩ ☐ ٢٠ أو أكثر

كم عدد المرَّات التي تمارس فيها السباحة عادةً كلَّ شهر؟
☐ لا أمارس السباحة ☐ ١-٤ مرَّات
☐ ٥-٨ مرَّات ☐ ٩ مرَّات أو أكثر

كم عمرك؟
☐ دون ٢٠ سنةً ☐ ٢١-٤٠ سنةً
☐ ٤١-٦٠ سنةً ☐ فوق ٦٠ سنةً

هل توافق على أنَّ تناول المأكولات السريعة يمثِّل أمرًا سيئًا لك؟
☐ نعم ☐ لا ☐ لا أعرف

مثال ١٠-٤

السؤال المقابل يتعلَّق بالنظام الغذائيِّ:

(أ) اذكر سببين يوضِّحان عدم مناسبة هذا السؤال للاستبيان.

(ب) أعد كتابة السؤال بطريقة تجعله مناسبًا للاستبيان.

هل توافق على أنَّ تناول الفاكهة يُمثِّل أمرًا جيِّدًا بالنسبة لك؟

☐ أوافق ☐ أوافق بشدَّة ☐ لا أعرف

الحل

(أ) (١) يُمثِّل هذا السؤال سؤالًا استدراجيًا؛ فيسعى هذا لإجبارك على الاتفاق مع مضمونه.

(٢) مُربَّع الخيار 'غير موافق' غير موجود؛ فإذا كنت غير موافق، فلن تجد مربَّعًا لتضعَ علامةً عليه.

(ب) هل تعتقد بأنَّ تناول الفاكهة الطازجة يمثِّل أمرًا جيِّدًا أم سيئًا بالنسبة لك؟

☐ جيِّد ☐ سيِّئ ☐ لا أعرف

هذا السؤال ليس استدراجيًا، وإنما يسألك عن رأيك.

تمارين ١٠-٤

١) طلبت فريدة من أهل قريتها الإجابة عن استبيان متعلِّق بطبيب الأسنان الموجود في المركز الصحي، وفيما يلي الأسئلة الأربعة التي كتبتها فريدة في الاستطلاع:

١) ما اسمك؟ .....

٢) ما تاريخ ميلادك؟ .....

٣) هل توافق على أنَّ طبيب الأسنان الموجود في المركز الصحي يقدِّم خدمةً ممتازةً؟

☐ نعم ☐ لست متأكدًا ☐ لا أعرف

٤) كم عدد المرَّات التي ذهبت فيها لطبيب الأسنان خلال العام الماضي؟

☐ لم أذهب ☐ ١-٣ مرَّات ☐ ٣-٥ مرَّات ☐ أكثر من ٤ مرَّات

(أ) اشرح سبب عدم ملاءمة كلِّ سؤال للاستبيان.

(ب) أعد كتابة الأسئلة ٢، ٣، ٤ بصيغة تجعلها مناسبةً للاستبيان.

٢) طلب حسن من جيرانه الإجابة عن استبيان حول النظام الغذائي، وفيما يلي سؤال حسن:

١) ما مدى اعتيادك على شراء المأكولات السريعة؟
☐ في أحيان كثيرة جدًا ☐ غالبًا ☐ نادرًا
٢) كم عدد المرَّات التي تتناول فيها الخضروات الطازجة خلال أسبوع واحد؟
☐ لا أتناول ☐ ١-٣ مرَّات ☐ ٤-٦ مرَّات ☐ أكثر من ٧ مرَّات

(أ) أعطِ سببًا واحدًا لعدم مناسبة السؤال (١) للاستطلاع.
(ب) أعطِ سببين لمناسبة السؤال (٢) للاستطلاع.

٣) تجري رحاب دراسة استقصائيَّة حول عدد الساعات التي ينامها طلاب مدرستها، وفيما يلي أحد الأسئلة التي طرحتها رحاب:
«كم يبلُغ مُتوسِّط عدد الساعات التي تنامها كلَّ ليلة؟»
صمِّم قسمًا للإجابات المُحتملة الخاصَّة بسؤال رحاب.

عندما تشرع في تصميم قسم الإجابات المُحتملة، ضَع في اعتبارك أنَّه يجب أن يكون كلَّ فرد قادرًا على اختيار إحدى المُربَّعات.

٤) يجري يوسف دراسةً استقصائيَّةً حول كيفيَّة ذهاب طلاب صفِّه إلى المدرسة، وفيما يلي إحدى الأسئلة التي طرحها يوسف: «ما الوسيلة التي تستخدمها عادةً للذهاب إلى المدرسة؟»
صمِّم قسمًا للإجابات المُحتملة الخاصَّة بسؤال يوسف.

٥) يسكن أحمد في حي صغير؛ وأراد معرفة عدد مرَّات ممارسة سكان الحي للرياضة، فقرَّر إجراء دراسة استقصائيَّة، وكتب الآتي:

يبلُغ عدد سكان الحي ٢٣٨ شخصًا، فعقدت مقابلات مع عيِّنة تتكوَّن من ١٥ شخصًا وسجَّلت إجاباتهم في ورقة جمع البيانات التالية:

السؤال كم عدد المرَّات التي تمارس فيها الرياضة؟

الإجابة

	علامات العدِّ	التكرار
مطلقًا	|||	٣
أحيانًا	||	٢
غالبًا	|| 𝍸	٧
في أحيانٍ كثيرة	|||	٣

الاستنتاج تشير النتائج إلى أنَّ أهل الحي الذي أسكن به يمارسون الرياضة كثيرًا.

(أ) أجب عن الأسئلة التالية:

(١) ما رأيك في قرار أحمد بطرح السؤال على عيِّنة تتكوَّن من ١٥ شخصًا؟

(٢) ما رأيك في **ورقة جمع البيانات** الخاصَّة بأحمد؟

(٣) ما رأيك في الاستنتاج الذي توصَّل إليه أحمد؟

(٤) صمِّم ورقة جمع بيانات أفضل ملاءمةً لأسئلة أحمد.

(٥) استخدم ورقة جمع البيانات لجمع البيانات من الطلاب في صفِّك.

(٦) اكتب الاستنتاج المُستنِد إلى البيانات التي جمعتها.

(ب) قارن بين ورقة جمع البيانات والاستنتاج الخاص بك وتلك الأوراق والاستنتاجات الخاصَّة بزملائك.

٦) أرادت سناء معرفة عدد الأحذية التي يمتلكها أهل قريتها، لذا قررت إجراء دراسة استقصائيَّة؛ فكتبت الآتي:

يبلُغ عدد سكان قريتي ٥٧٦ شخصًا؛ لذا قابلت عيِّنةً منهم مكوَّنة من ٦٠ شخصًا، وسجَّلت إجاباتهم في ورقة جمع البيانات التالية:

السؤال كم عدد الأحذية التي تمتلكها؟

الإجابة

عدد الأحذية	١-٣	٣-٤	٤-٦	٧-١٠
عدد الأشخاص	١٨	١٠	١٣	١٢

الاستنتاج تشير النتائج إلى أنَّ أهل قريتي يقتنون الكثير من الأحذية.

(أ) أجب عن الأسئلة التالية:

(١) ما رأيك في قرار سناء بطرح السؤال على عيِّنة تتكوَّن من ٦٠ شخصًا؟

(٢) ما رأيك في ورقة جمع البيانات الخاصَّة بسناء؟

(٣) ما رأيك في الاستنتاج الذي توصَّلت إليه سناء؟

(٤) صمِّم ورقة جمع بيانات أفضل ملاءمةً لأسئلة سناء.

(٥) استخدم ورقة جمع البيانات لجمع البيانات من الطلاب في صفِّك.

(٦) اكتب الاستنتاج المُستنِد إلى البيانات التي جمعتها.

(ب) قارن بين ورقة جمع البيانات الخاصة بك واستنتاجك وتلك الأوراق والاستنتاجات الخاصَّة بزملائك.

١٠-٥ استخدام الجداول التكرارية

يُمثِّل **الجدول التكراري** إحدى طرق جمع البيانات وعرضها، وعادةً ما يتكوَّن من ثلاثة أعمدة: يشتمل العمود الأول على العناصر التي سيتمُّ عدُّها، فيما يتضمَّن العمود الثاني علامات العدِّ، بينما يتمُّ تخصيص العمود الثالث لكتابة إجماليِّ علامات العدِّ، والذي يُمثِّل عدد مرَّات **التكرار**.

مثال ١٠-٥أ

فيما يلي تقديرات حصل عليها ٣٠ طالبًا في مادة الرياضيات:

ممتاز	جيد	مقبول	جيد	جيد جدًا	جيد جدًا	ممتاز	جيد جدًا	جيد جدًا	جيد
مقبول	راسب	ممتاز	ممتاز	جيد	جيد	جيد	جيد جدًا	جيد	مقبول
راسب	مقبول	جيد	جيد	جيد جدًا	جيد جدًا	جيد جدًا	جيد جدًا	ممتاز	جيد

(أ) اكتب هذه النتائج في الجدول التكراري.

(ب) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على التقدير (ممتاز)؟

(ج) ما التقدير الأكثر شيوعًا بين الطلاب؟

الحل

(أ)

التقدير	علامات العدِّ	التكرار
ممتاز	𝍸	٥
جيد جدًا	𝍸 ||||	٩
جيد	𝍸 𝍸	١٠
مقبول	||||	٤
راسب	||	٢
	الإجماليُّ:	٣٠

(ب) ٥ طلاب — عدد مرَّات تكرار التقدير (ممتاز) هو ٥

(ج) التقدير جيد — أكثر التقديرات تكرارًا بنحو ١٠ مرَّات، لذا فإنَّ التقدير جيد هو أكثر التقديرات شيوعًا بين الطلاب.

عندما تشرع في رسم جدول تكراري، يجب عليك دائمًا التأكُّد من اتِّساع عمود "علامات العدِّ" لكلِّ علامات العدِّ المُمكِنة.

عند وجود العديد من القيم المُمكنة المختلفة، يمكنك استخدام جدول ذو فئات.

مثال ١٠-٥ب

يوضِّح جدول ذو الفئات أعمار الموظفين في إحدى الشركات:

العمر	١٦-٢٥	٢٦-٣٥	٣٦-٤٥	٤٦-٥٥	٥٦-٦٥
التكرار	٢٠	٢٨	٢١	٣٢	١٥

يشير الجدول إلى وجود ٢٠ موظفًا تتراوح أعمارهم بين ١٦ إلى ٢٥ سنةً.

(أ) كم عدد الأشخاص الذين يعملون في هذه الشركة؟

(ب) يبلُغ عارف من العمر ٣٢ سنةً، فما الفئة العمرية التي ينتمي لها؟

(ج) يقول فارس أنَّ عمره ٥٢ سنة، ولكنَّه في الحقيقة يبلُغ من العمر ٥٨ سنةً، فما التكرارات الخاطئة؟

الحل

(أ) ١١٦ ٢٠ + ٢٨ + ٢١ + ٣٢ + ١٥ = ١١٦ شخصًا

(ب) ٢٦-٣٥ يبلُغ عارف ٣٢، ٢٦ < ٣٢ < ٣٥؛ لذا فإنَّه ينتمي للفئة ٢٦-٣٥

(ج) تُمثِّل التكرارات الخاطئة الفئتين الأخيرتين؛ فيجب أن يكون التكرار هو ٣١ في الفئة ٤٦-٥٥، ١٦ في الفئة ٥٦-٦٥

تمارين ١٠-٥

١) طُلب إلى عشرين طالبًا اختيار لونهم المُفضَّل من الألوان: (الأحمر، الأزرق، الأخضر، الأصفر، الورديّ، لون آخر)، فكانت النتائج كالآتي:

أحمر	أخضر	أخضر	أزرق	أصفر	أخضر	أحمر	أخضر	أحمر	أصفر
أزرق	لون آخر	لون آخر	أحمر	أزرق	أصفر	أحمر	أحمر	لون آخر	ورديّ

(أ) انسخ ورقة جمع البيانات التالية وأكملها لعرض النتائج فيها:

اللون المفضَّل	الأحمر	الأزرق	الأخضر	أصفر	الورديّ	لون آخر

(ب) ما اللون المُفضَّل الأكثر شيوعًا بين الطلاب؟

٢) انقسم طلاب صفٍّ واحد إلى ثلاث مجموعات (أ، ب، ج)، وتألَّفت كلُّ مجموعة من عشرة طلاب، وكان يجب على كلِّ طالب في المجموعات الإجابة على أكبر قدر من أسئلة الحسابات الذهنية السريعة خلال ١٠ ثوانٍ، وفيما يلي عدد الأسئلة التي أجاب عنها كلُّ طالبٍ بصورة صحيحة:

المجموعة (أ): ٢، ١، ٣، ٢، ٢، ١، ٢، ٢، ٣، ٤

المجموعة (ب): ٢، ٢، ٣، ٤، ٠، ١، ٠، ١، ٢، ٤

المجموعة (ج): ٤، ٠، ٢، ٣، ٢، ١، ١، ١، ١، ٠

انسخ ورقة جمع البيانات وأكملها لعرض المعلومات السابقة، وقد تمَّت كتابة مجموع نتائج أوَّل ستة طلاب من المجموعة (أ) كمثال لك.

		المجموعة		
		(أ)	(ب)	(ج)
عدد الأسئلة التي أجاب عنها كل طالب	٠			
	١	|		
	٢	|||		
	٣	|		
	٤			

٣) طُلب إلى ٣٠ طالبًا اختيار المادَّة المُفضَّلة لهم من مواد: (الرياضيَّات، العلوم، الفنون التشكيلية، التاريخ، مادَّة أخرى)، فكانت النتائج كالآتي:

علوم علوم فنون تشكيلية علوم رياضيَّات رياضيَّات علوم تاريخ رياضيَّات تاريخ
رياضيَّات فنون تشكيلية رياضيَّات مادَّة أخرى تاريخ رياضيَّات رياضيَّات علوم علوم رياضيَّات
تاريخ تاريخ رياضيَّات تاريخ علوم علوم رياضيَّات رياضيَّات رياضيَّات مادَّة أخرى

(أ) انسخ الجدول التكراري وأكمله لعرض النتائج:

المادَّة	علامات العدِّ	التكرار
الرياضيَّات		
العلوم		
الفنون التشكيلية		
التاريخ		
مادَّة أخرى		
	الإجماليُّ:	

(ب) ما المادَّة المُفضَّلة الأكثر شيوعًا بين الطلاب؟

٤) وضعت المعلمة هناء اختبار لمادة الرياضيات لطلاب صفِّها، فكانت درجات الطلاب (من الدرجة النهائية ٢٠) على النحو الآتي:

١٨، ١٧، ١٩، ١٢، ٢٠، ٦، ٢، ١٥، ١٧، ١٠، ١٢، ٨، ١١، ٥، ١٢، ١٦، ٩، ٤، ١١، ١٣، ١٨، ٩، ١٩، ١٤

(أ) أكمل الجدول التكراري:

الدرجات	علامات العدِّ	التكرار
١-٥		
٦-١٠		
١١-١٥		
١٦-٢٠		
	الإجماليّ:	

(ب) كم عدد طلاب الصف؟

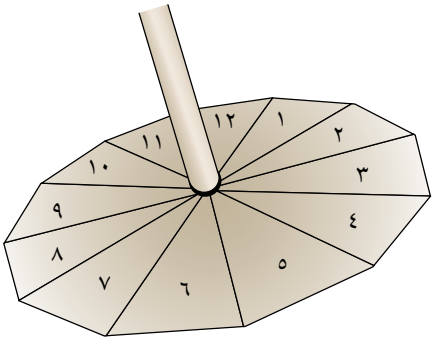
(ج) كم عدد طلاب الصفِّ الذين حصلوا على درجات تقع في مدى الفئة ١٦-٢٠؟

(د) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على درجة أقل من ١١؟

اشرح كيف توصَّلت للإجابة.

٥) لدى أميرة قرص دوَّار يتكوَّن من الأعداد ١ إلى ١٢، قامت بلف القرص الدوَّار ٢٤ مرَّةً وسجَّلت النتائج، فكانت كالآتي:

١٠، ١٢، ١، ٢، ٨، ٤، ٦، ٢، ١٢، ٣، ٦، ٧، ٤، ٨، ١١، ٥، ٦، ٣، ٨، ٩، ١، ٧، ٩، ٩



(أ) ارسُم جدولًا تكراريًا لعرض النتائج.

استخدم مدى الفئات (١-٣)، (٤-٦)، (٧-٩)، (١٠-١٢)

(ب) هل تعتقد بأنَّ القرص الدوار متكافئ الفرص؟ اشرح إجابتك.

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ البيانات المنفصلة تتضمن قيمًا محددة فقط.
- ★ من الممكن أن تتضمَّن البيانات المُتَّصلة أيَّ قيم ضمن فئة، بالإضافة إلى إمكانية قياس تلك البيانات.
- ★ يُمكنك استخدام البيانات التي جمَّعتها بنفسك أو البيانات التي جمَّعها شخصٌ آخر.
- ★ يُمكنك تسجيل نتائج حدث جارٍ عن طريق تنفيذ تجربة أو من خلال تسجيل المُلاحظات التي لاحظتها.
- ★ يُمكنك استخدام ورقة جمع البيانات أو استبيان لجمع البيانات.
- ★ يُمكنك استخدام الجداول التكرارية لجمع البيانات وعرضها.
- ★ يُمكن جمع البيانات في الجداول التكرارية في صورة بيانات مجمَّعة إذا كانت تلك البيانات مختلفة القيمة.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ التمييز بين البيانات المُنفصلة والبيانات المُتَّصلة.
- ★ تحديد كيفيَّة جمع البيانات.
- ★ تحديد حجم العيِّنة.
- ★ تحديد درجة الدِقَّة اللازمة للبيانات التي تتضمَّنها القياسات.
- ★ تحديد البيانات التي قد تكون ذات الصلة بالسؤال، وكذلك طريقة جمع البيانات وتنظيمها.
- ★ تصميم استبيان واستخدامه لإجراء دراسة استقصائيَّة بسيطة.
- ★ تصميم ورقة جمع بيانات واستخدامها لإجراء دراسة استقصائيَّة بسيطة.
- ★ كتابة الجداول التكرارية واستخدامها لجمع البيانات المنفصلة وعرضها في صورة فئات متساوية المدى.
- ★ تسجيل وشرح الطرق والنتائج والاستنتاجات.
- ★ تبادُل الاستنتاجات بفاعليَّة.

تمارين ومسائل عامة

١) حدد ما إذا كانت البيانات التالية منفصلة أم مُتَّصلة:

(أ) عدد البيضات في السلة

(ب) الزمن المُستغرَق في إعداد وجبة طعام

٢) هل ستجمع البيانات بنفسك أم ستستعين ببيانات جمعها شخصٌ آخر للإجابة عن الأسئلة التالية؟

(أ) ما بلدان العالم التي يوجد بها براكين نشطة؟

(ب) ما الفاكهة المُفضَّلة لطلاب صفِّك؟

٣) هل ينبغي عليك إجراء دراسة استقصائيَّة أم تنفيذ تجربة لجمع بيانات للأسئلة التالية؟

(أ) كم عدد المرَّات التي نحصل فيها على العدد (٦) عند رمي حجر النرد ٣٠ مرَّةً؟

(ب) من الشخصية الرياضيَّة المُفضَّلة لطلاب صفِّك؟

٤) تتولَّى سميرة إدارة دورة لتعليم الفنون لطالباتها، فرغبت في سؤالهن عمَّا إذا كُنّ يُفضلن بدء جلسات الدورة في الساعة الثانية مساء أم الثالثة مساء فإذا كان عدد طالبات الصف ٤٦ طالبة، فهل يجب على سميرة توجيه السؤال لكلِّ طالبات الصفِّ، أم ينبغي عليها الاقتصار على طرح السؤال على عيِّنة منهن؟ اشرح إجابتك.

٥) يبلُغ عدد سكان إحدى الولايات ٩٨٦ شخصًا، فأراد مروان معرفة عدد مرَّات ذهابهم إلى مجلس الولاية، فقرَّر أن يسأل عيِّنةً منهم، كم عدد الأشخاص الذين يجب أن تتضمنهم العيِّنة؟

٦) في كل مما يلي اختر درجة الدقة المناسبة لقياس:

١) طول الأنهار:

أ) أقرب سنتيمتر　　ب) أقرب متر　　ج) أقرب كيلومتر

٢) الوقت الذي يستغرقه الطلاب في الجري لمسافة ٤ كم

أ) أقرب ساعة　　ب) أقرب دقيقة　　ج) أقرب ثانية

٧) أرادت تغريد معرفة ما إذا كانت طالبات مدرستها يفضلن المشاركة في الإذاعة المدرسية أم لا، فسألت خمس طالبات من كلِّ صفٍّ، فهل ستكون نتائج دراستها الاستقصائيَّة متكافئة الفرص؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

٨) وضع المُعلِّم حامد لطلاب الصفِّ اختبارًا ذهنيًا في مادة الرياضيات، ويوضح الجدول على اليسار درجات الطلاب (من الدرجة النهائيَّة ١٥):

١٢	٥	٨	٧	٩	١٢
٩	١٤	١١	١٣	١١	٥
٨	٩	١٢	٥	٨	٣
١٠	٣	١٥	٤	٦	١٥
١٣	٦	١٠	١٤	٨	٩

الدرجات	علامات العدِّ	التكرار
١-٥		
٦-١٠		
١١-١٥		
	الإجماليّ:	

(أ) انسخ الجدول التكراري وأكمله.

(ب) كم عدد طلاب الصف؟

(ج) من خلال الاستعانة بالجدول التكراري، هل يُمكنك ذكر عدد الطلاب الذين كانت درجاتهم أكبر من ١٠؟ اشرح إجابتك.

الوحدة الحادية عشرة: الكسور (٢)

الكسر (Fraction) هو جزء من شيء كامل أو من عدد صحيح، وتستخدم الكسور للدلالة على القسمة والنسبة.

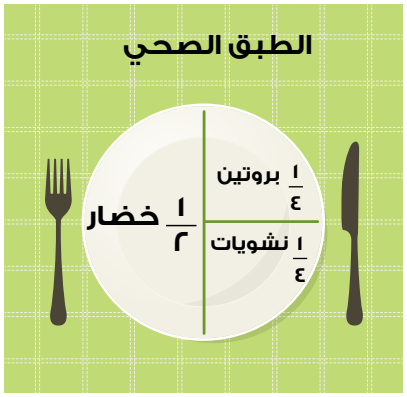
ويمكننا أن نجد الكسور بشكل كبير وعلى نطاق واسع في حياتنا اليومية. فعلى سبيل المثال: نستخدم الكسور عند تحديد الوقت، أو عندما نقوم بتحضير وصفات الطعام وحساب تكاليف التسوق، كما أن الكسور تدخل فى التعبير عن كتلة الذهب أو الفضة، وفي الوصفات الطبية والتراكيب الدوائية التى يستخدم فيها الكيميائيون نسبًا وأجزاء من وحدات المواد الكيميائية اللازمة لتصنيع بعض الأدوية.

وقد ساهم المسلمون كعادتهم في إثراء علوم الرياضيات وخاصة علم الكسور، ومن أبرز العلماء المسلمون في هذا المجال العالم المسلم غياث الدين الكاشي الذي اخترع الكسور العشرية والآلة الحاسبة، والعالم العربي محمد أبو بكر الحصّار وهو أول من أشار إلى استعمال الخط الأفقي للتعبير عن الكسور والذي يفصل البسط عن المقام وذلك في القرن الثاني عشر ميلادي.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمُفردات الأساسيَّة التالية:

- الكسر غير الاعتياديِّ (improper fraction)
- العدد الكسريُّ (mixed number)



١١-١ جمع الكسور وطرحها

تعلمت سابقًا أنَّه لا يُمكنك جمع أو طرح الكسور إلَّا في حالة تساوي قيم المقام، وفي حالة وجود قيم مقام مختلفة، يجب عليك كتابة الكسور في صورة كسور متكافئة تتضمَّن مقامًا مشتركًا، ثُمَّ اجمع أو اطرح قيم البسط.

مثال ١١-١أ

أوجد $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٦}$

الحل

قيم المقام غير متساوية، لذا اكتب الكسر المكافئ للكسر $\frac{٢}{٣}$ وهو $\frac{٤}{٦}$

$\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٦} = \frac{٤}{٦} + \frac{١}{٦}$

الآن أصبحت قيم المقام متساويةً؛ لذا اجمع قيم البسط.

$\frac{٤}{٦} + \frac{١}{٦} = \frac{٥}{٦}$

تذكَّر أنَّ المُضاعف المُشترك الأصغر (م.م.ص) للعددين ٣، ٦ هو ٦

في حالة **الكسر غير الاعتياديِّ** يكون البسط أكبر من المقام.

$\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{١٤}{٣}$ ، $\frac{٥٣}{٣٤}$ كسور غير اعتياديَّة.

يحتوي **العدد الكسريُّ** على عدد كامل وكسر.

$١\frac{١}{٢}$ ، $٢\frac{٣}{٤}$ ، $١٤\frac{١١}{١٢}$ أعداد كسريَّة.

عند جمع الأعداد الكسريَّة، اتَّبع الخُطوات التالية:

① اجمع أجزاء العدد الكامل.

② اجمع الأجزاء الكسريَّة ثُمَّ بسّط الناتج إلى أبسط صورة.

إذا كان الناتج كسرًا غير اعتياديٍّ، فاكتبه في صورة عدد كسريٍّ.

③ اجمع النواتج في الخُطوات ①، ② معًا.

يمكنك استخدام خطوات طرح الأعداد الكسرية عند جمع الكسور غير الاعتيادية.

عند طرح الأعداد الكسريَّة، اتَّبع الخُطوات التالية:

① اكتب العددين الكسريين في صورة كسور غير اعتياديَّة.

② اطرح الكسور غير الاعتيادية، ثُمَّ ضع الناتج في أبسط صورة.

③ إذا كان الناتج كسرًا غير اعتياديٍّ، فاكتبه في صورة عدد كسريٍّ مرَّةً أخرى.

مثال ١١-١ب

أوجد ناتج ما يلي: (أ) $٣\frac{٥}{٦} + ٢\frac{١}{٤}$ (ب) $١\frac{٣}{٥} - ٣\frac{١}{٢}$

الحل

(أ) ① $٢ + ٣ = ٥$ — اجمع أجزاء العدد الكامل.

② $\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٦}$ — اجمع الأجزاء الكسريَّة باستخدام مقام مشترك وهو العدد ١٢

$= \frac{٣}{١٢} + \frac{١٠}{١٢} = \frac{١٣}{١٢}$

$١\frac{١}{١٢} = \frac{١٣}{١٢}$ — تأكَّد أنَّ هذا الكسر في أبسط صورة له ثُمَّ اكتبه في صورة عدد كسريٍّ.

③ $٥ + ١\frac{١}{١٢} = ٦\frac{١}{١٢}$ — اجمع الجزأين معًا لتحصل على الناتج النهائي.

(ب) ① $٣\frac{١}{٢} = \frac{٧}{٢}$ ، $١\frac{٣}{٥} = \frac{٨}{٥}$ اكتب كلًّا من العددين الكسريَّين في صورة كسرين غير اعتياديين.

② $\frac{٧}{٢} - \frac{٨}{٥}$

$= \frac{٣٥}{١٠} - \frac{١٦}{١٠} = \frac{١٩}{١٠}$ اطرح الكسور باستخدام مقام مُشترك وهو العدد ١٠

③ $١\frac{٩}{١٠} = \frac{١٩}{١٠}$ الناتج الآن في صورة كسر غير اعتياديٍّ؛ لذا اكتبه في صورة عدد كسريٍّ.

تمارين ١١-١

١) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية في أبسط صورة:

(أ) $\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٥} + \frac{٧}{١٠}$ (ج) $\frac{٢}{٩} + \frac{٥}{١٨}$ (د) $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٥}$

(هـ) $\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٦}$ (و) $\frac{٢}{٩} + \frac{٤}{١١}$ (ز) $\frac{٧}{٨} - \frac{١}{٤}$ (ح) $\frac{٤}{٥} - \frac{٧}{١٥}$

(ط) $\frac{١١}{١٢} - \frac{٢}{٣}$ (ي) $\frac{٨}{٩} - \frac{١}{٢}$ (ك) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٣}$ (ل) $\frac{٧}{٨} - \frac{٢}{٣}$

٢) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية في أبسط صورة، ثم اكتبه في صورة عدد كسري إن أمكن:

(أ) $\frac{٢}{٣} + \frac{٧}{٩}$ (ب) $\frac{٣}{٤} + \frac{٧}{١٢}$ (ج) $\frac{٥}{٦} + \frac{٥}{١٨}$ (د) $\frac{٤}{٥} + \frac{٥}{٩}$

(هـ) $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٧}$ (و) $\frac{٨}{٩} + \frac{٥}{١٢}$ (ز) $\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٤}$ (ح) $\frac{٧}{٥} - \frac{١}{١٠}$

(ط) $\frac{١٠}{٣} - \frac{٥}{٦}$ (ي) $\frac{٨}{٣} - \frac{٢}{٥}$ (ك) $\frac{٥}{٤} - \frac{١}{٦}$ (ل) $\frac{٩}{٢} - \frac{٨}{٣}$

٣) اكتب عمليَّات الجمع التالية وأكملها:

(أ) $٤\frac{١}{٣} + ٢\frac{٥}{٧}$

① $٤ + ٢ = ٦$

② $\frac{١}{٣} + \frac{٥}{٧} = \frac{\square}{٢١} + \frac{\square}{٢١} = \frac{\square}{٢١}$، $\frac{\square}{٢١} = \frac{\square}{٢١}$ $١\frac{\square}{٢١}$

③ $٦ + ١\frac{\square}{٢١}$، $= ٧\frac{\square}{٢١}$

(ب) $٨\frac{٤}{١٥} + ٥\frac{٩}{١٠}$

① $٨ + ٥ = ١٣$

② $\frac{٤}{١٥} + \frac{٩}{١٠} = \frac{\square}{٣٠} + \frac{\square}{٣٠} = \frac{\square}{٣٠}$، $\frac{\square}{٣٠} = \frac{\square}{٦}$ $١\frac{\square}{٦}$

③ $١٣ + ١\frac{\square}{٦}$، $= ١٤\frac{\square}{٦}$

٤) اكتب عمليَّات الطرح التالية وأكملها:

(أ) $١\frac{٣}{٥} - ٤\frac{١}{٤}$

① $\frac{٨}{٥} - \frac{١٧}{٤}$ ② $\frac{\square}{٢٠} = \frac{\square}{٢٠} - \frac{\square}{٢٠} = \frac{٨}{٥} - \frac{١٧}{٤}$ ③ $٢\frac{\square}{٢٠} = \frac{\square}{٢٠}$

(ب) $٣\frac{٥}{١٢} - ٩\frac{١}{٦}$

① $\frac{٤١}{١٢} - \frac{\square}{٦}$ ② $\frac{\square}{١٢} = \frac{٤١}{١٢} - \frac{\square}{١٢} = \frac{٤١}{١٢} - \frac{\square}{٦}$ ③ $٥\frac{\square}{٤} = \frac{\square}{٤} = \frac{\square}{١٢}$

٥) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية، موضحًا كلَّ خُطوات الحلِّ:

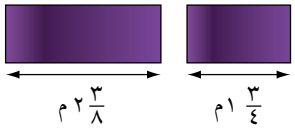
(أ) $٣\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٨}$ (ب) $٧\frac{٤}{٥} + ١\frac{١}{١٥}$ (ج) $٦\frac{٥}{٩} + ٣\frac{٢٥}{٣٦}$

(د) $٢\frac{٣}{٤} + \frac{٦}{٧}$ (هـ) $١٢\frac{٥}{٨} + ٤\frac{٩}{١٠}$ (و) $٦\frac{٥}{٦} + ٣\frac{٤}{٥}$

(ز) $٢\frac{٣}{٥} - \frac{٧}{١٠}$ (ح) $٣\frac{١}{٦} - \frac{١١}{١٨}$ (ط) $٤\frac{١}{١٤} - ١\frac{٥}{٧}$

(ي) $٤\frac{٢}{٣} - ١\frac{١١}{١٢}$ (ك) $٥\frac{٢}{٣} - ٣\frac{١}{٤}$ (ل) $٧\frac{٥}{١٢} - ٦\frac{١١}{١٨}$

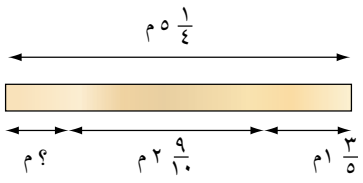
٦) لدى عائشة قطعتي قماش، يبلُغ طول إحدى القطعتين $١\frac{٣}{٤}$ متر، وطول القطعة الأخرى $٢\frac{٣}{٨}$ متر.



(أ) ما فرق الطول بين قطعتي القماش؟

(ب) تضع عائشة قطعتي القماش معًا، حيث تصل طرفي القطعتين، فما إجمالي طول القماش؟

٧) لدى راشد قطعة خشب طولها $٥\frac{١}{٤}$ متر، قطع جزءًا منها بطول $١\frac{٣}{٥}$ متر ثُمَّ قطع جزءًا آخر بطول $٢\frac{٩}{١٠}$ متر مما تبقَّي من القطعة الأصليَّة، ما طول قطعة الخشب المتبقية مع راشد؟



١١-٢ استخدام الكسور مع الكميّات

لإيجاد كسر من كميَّة ما، اقسم الكميَّة على مقام الكسر، ثمَّ اضرب الناتج في البسط.

يُمكنك استخدام حقائق الضرب التي تعرفها لإيجاد الكسور البسيطة للكميَّات ذهنيًّا.

مثال ١١-٢أ

أوجد $\frac{٣}{٥}$ من ٣٠ كغم

الحل

٣٠ ÷ ٥ = ٦

٦ × ٣ = ١٨ كغم

أوَّلًا، أوجد $\frac{١}{٥}$ من ٣٠ كغم، عن طريق قسمة ٣٠ على ٥

ثُمَّ اضرب الناتج ٦ في ٣ لإيجاد $\frac{٣}{٥}$ من ٣٠ كغم

تذكَّر كتابة الوحدة (كغم) في إجابتِك.

عند إيجاد كسر من كميَّة ما، لن يكون الناتج دائمًا عددًا كاملًا. أنت تعرف أنَّ ذلك سيحدث عندما يكون ناتج قسمة المقام على الكميَّة ليس عددًا صحيحًا.

في هذه الحالة أفضل طريقة هي ضرب الكميَّة في البسط أوَّلًا، ثُمَّ اقسم الناتج على المقام واكتبه في صورة عدد كسريٍّ.

مثال ١١-٢ب

أوجد $\frac{٢}{٣}$ من ٢٠ كم

الحل

٢ × ٢٠ = ٤٠

٤٠ ÷ ٣ = ١٣ $\frac{١}{٣}$ كم

∵ ناتج قسمة العدد ٢٠ على ٣ يتضمن باقي قسمة، لذا اضرب ٢٠ في ٢

الآن اقسم ٤٠ على ٣، سيكون الناتج ١٣، بالإضافة إلى باقي القسمة (١)

∴ الناتج هو ١٣ $\frac{١}{٣}$

تذكَّر كتابة الوحدة (كم) في إجابتِك.

تمارين ١١-٢

١) استخدم الطريقة الذهنيَّة لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) $\frac{٣}{٤}$ من ١٢ ريالًا عمانيًا

(ب) $\frac{٢}{٥}$ من ١٠ أمتار

(ج) $\frac{٤}{٧}$ من ٢١ كيلوغرامًا

(د) $\frac{٥}{٨}$ من ٤٠ سم

(هـ) $\frac{٦}{١١}$ من ٣٣ مل

٢) أوجد قيمة كل مما يلي، ثم اكتب الناتج في صورة عدد كسريٍّ:

(أ) $\frac{٣}{٥}$ من ١٦ كغم (ب) $\frac{٢}{٣}$ من ٢٣ طنًا (ج) $\frac{٣}{٨}$ من ٣٣ ريالًا عمانيًّا

(د) $\frac{٤}{٩}$ من ٤٧ ملغم (هـ) $\frac{٥}{٦}$ من ٢٥ ملم

٣) لدى وليد ست بطاقات أسئلة باللون الأزرق وخمس بطاقات إجابات باللون الأصفر:

$\frac{٧}{١٢} \times ٢٤$ متر

$\frac{٤}{٩} \times ٣٠$ متر

$\frac{٥}{٦} \times ١٤$ متر

$\frac{٣}{١٤} \times ٥٦$ متر

$\frac{٢}{٣} \times ١٩$ متر

$\frac{٥}{٩} \times ١٨$ متر

١٠ متر

$١٢\frac{٢}{٣}$ متر

١٤ متر

$١٣\frac{١}{٣}$ متر

$١١\frac{٢}{٣}$ متر

(أ) صل كلَّ بطاقة زرقاء بإجابتها الصحيحة من البطاقات الصفراء.

(ب) أوجد قيمة البطاقة المتبقية؟

١١-٣ ضرب عدد صحيح في كسر

لقد تعلَّمت كيفيَّة إيجاد كسر من كميَّة، يكون ناتجها في صورة عدد كامل أو عدد كسريٍّ، وكذلك عند ضرب عددٍ صحيحٍ في كسر، فإنَّك تستخدم تحديدًا نفس الطرق التي استخدمتها من قبل.

الكلمة (من) تعني (الضرب في) لذا $\frac{٢}{٣}$ من ١٥ هي نفس معنى $\frac{٢}{٣} \times ١٥$

مثال ١١-٣

أوجد ناتج ما يلي: (أ) $\frac{٢}{٣} \times ١٥$ (ب) $\frac{٣}{٨} \times ٢٦$

الحل

(أ) $١٥ \div ٣ = ٥$ يُمكنك إيجاد ناتج ذلك ذهنيًّا؛ لأنَّ ناتج قسمة العدد ١٥ على ٣ سيكون عددًا صحيحًا وهو ٥

$٥ \times ٢ = ١٠$ الآن اضرب العدد ٥ في ٢ ليكون الناتج ١٠

(ب) $٢٦ \times ٣ = ٧٨$ بما أن ناتج قسمة العدد ٢٦ على ٨ يتضمن باقي قسمة. لذا اضرب ٢٦ في ٣

$٧٨ \div ٨ = ٩\frac{٦}{٨}$ الآن اقسم ٧٨ على ٨، ليكون الناتج $٩\frac{٦}{٨}$

$٩\frac{٦}{٨} = ٩\frac{٣}{٤}$ بسّط $\frac{٦}{٨}$ إلى $\frac{٣}{٤}$، سيكون الناتج $٩\frac{٣}{٤}$ في أبسط صورة

لاحظ أنَّ الكسر في نهاية حلِّ الجزئية (ب) يُمكن تبسيطه، وغالبًا ما يكون التبسيط أسهل وأسرع إن أمكن الأمر قبل إجراء أيِّ عمليَّات حسابيَّة.

بالنظر مرَّةً أخرى إلى $\frac{٣}{٨} \times ٢٦$، تبدأ بقسمة ٢٦ و٨ على ٢: $\frac{٣}{\cancel{٨}_{٤}} \times \cancel{٢٦}^{١٣}$

فالأعداد بُسِّطت من خلال ذلك، إذًا عليك الآن إيجاد $\frac{٣}{٤} \times ١٣$

لا يُمكنك التبسيط أكثر من ذلك؛ لذا أكمل كالمُعتاد: $١٣ \times ٣ = ٣٩$ ، $٣٩ \div ٤ = ٩\frac{٣}{٤}$

تمارين ١١-٣

١) استخدم الطريقةَ الذهنيَّةَ لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) $\frac{٣}{٤} \times ٢٠$ (ب) $\frac{٤}{٥} \times ٣٠$ (ج) $\frac{٣}{٨} \times ٧٢$

(د) $\frac{٢}{٣} \times ٢٧$ (هـ) $\frac{٧}{٩} \times ٨١$ (و) $\frac{٥}{١٢} \times ٦٠$

٢) أوجد ناتج كل مما يلي في صورة عدد كسري في أبسط صورة:

(أ) $\frac{٣}{٨} \times ٣٣$ (ب) $\frac{٢}{٩} \times ٢٠$

(ج) $٤١ \times \frac{٣}{٥}$ (د) $١٤ \times \frac{٥}{٦}$

(هـ) $٢١ \times \frac{٧}{١٢}$ (و) $٥٠ \times \frac{٣}{٢٠}$

في الجزئيات (د)، (هـ)، (و) بسّط قبل إجراء أيِّ عمليَّات حسابيَّة.

٣) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بهلال:

هل أوجد هلال الإجابةَ الصحيحةَ؟

اشرح إجابتك.

السؤال: أوجد ناتجَ الآتي: $٧٨ \times \frac{٤}{١٥}$

الإجابة:

$$\frac{٤}{\cancel{١٥}_{٣}} \times \cancel{٧٨}^{٢٦}$$

$$٤ \times ٢٦ = ١٠٤$$

$$١٠٤ \div ٣ = ٣٤\frac{٢}{٣}$$

١١-٤ قسمة عدد صحيح على كسر

لقسمة عدد صحيح على كسر، اقلب الكسر واضرب في العدد الصحيح.
ثُمَّ استخدم نفس الطريقة التي استخدمتها من قبل.

إن أمكن الأمر، تذكَّر التبسيط قبل إجراء أيِّ عمليَّات حسابيَّة.

مثال ١١-٤

أوجد ناتج ما يلي:

(أ) $١٢ \div \frac{٣}{٨}$ (ب) $٢٥ \div \frac{١٠}{١٣}$

الحل

(أ) $١٢ \times \frac{٨}{٣}$ اقلب الكسر واضرب.

$١٢ \div ٣ = ٤$ أوجد ١٢ ÷ ٣ ذهنيًّا؛ لأنَّ ناتج قسمة العدد ١٢ على ٣ سيكون عددًا صحيحًا وهو ٤

$٤ \times ٨ = ٣٢$ الآن اضرب العدد ٤ في ٨ ليكون الناتج ٣٢

(ب) $٢٥ \times \frac{١٣}{١٠}$ اقلب الكسر واضرب.

$\overset{٥}{\cancel{٢٥}} \times \frac{١٣}{\underset{٢}{\cancel{١٠}}}$ يُمكنك قسمة العددين ٢٥، ١٠ على ٥؛ لذا بسّط أوَّلًا. السؤال الآن هو $٥ \times \frac{١٣}{٢}$

$٥ \times ١٣ = ٦٥$ لا يُمكنك التبسيط أكثر من ذلك؛ لذا اضرب العدد ٥ في ١٣

$٦٥ \div ٢ = ٣٢\frac{١}{٢}$ أوجد ٦٥ ÷ ٢ ثُمَّ اكتب الناتج في صورة عدد كسريٍّ.

تمارين ١١-٤

١) أوجد ناتج ما يلي:

(أ) $٢١ \div \frac{٣}{٤}$ (ب) $١٥ \div \frac{٥}{٦}$ (ج) $٢٤ \div \frac{٦}{٧}$

(د) $١٨ \div \frac{٩}{١٠}$ (هـ) $٣٠ \div \frac{١٠}{١٣}$ (و) $٢٠ \div \frac{٤}{١١}$

٢) أوجد ناتج ما يلي في صورة عدد كسريٍّ في أبسط صورة:

(في كلِّ الجزئيات، بسّط قبل إجرائك لأيِّ عمليَّات حسابيَّة)

(أ) $١٦ \div \frac{٦}{٧}$ (ب) $١٢ \div \frac{٨}{١١}$ (ج) $٢٢ \div \frac{٤}{٩}$

(د) $٣٤ \div \frac{٤}{٥}$ (هـ) $٤٥ \div \frac{١٨}{٢٣}$ (و) $٢١ \div \frac{١٤}{١٥}$

٣) أيٌّ من هذه البطاقات ستعطي ناتجًا مختلفًا عن البطاقتين الأخريين؟
(وضِّح جميع خطوات الحلِّ)

(أ) $\frac{٥}{٨} \div ٤٥$ (ب) $\frac{١٧}{٢٥} \div ٥١$ (ج) $\frac{٢}{١٥} \div ١٠$

٤) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بماجد.
استخدم طريقةَ ماجد لإيجاد ناتج ما يلي:

سؤال: أوجد ناتج: $٥ \div \frac{١٠}{١٧}$

الإجابة:
$٥ \div \frac{١٠}{١٧} = \frac{١٧}{٢} \times \frac{١}{\cancel{١٠}_{٢}}$
$= \frac{١٧}{٢} \times ١$
$١٧ \div ٢ = ٨\frac{١}{٢}$

(أ) $٤ \div \frac{٨}{٩}$ (ب) $٧ \div \frac{١٤}{١٩}$
(ج) $٣ \div \frac{٩}{١١}$ (د) $٨ \div \frac{٢٤}{٢٩}$
(هـ) $٦ \div \frac{١٨}{٢٥}$ (و) $٩ \div \frac{٣٦}{٤١}$

١١-٥ ضرب الكسور وقسمتها

عند ضرب الكسور وقسمتها ذهنيًّا، اتَّبع هذه القواعد:

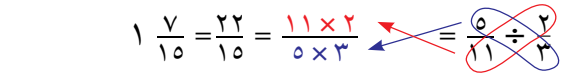
- عند ضرب الكسور اضرب قيم البسط وقيم المقام (كلًّا على حِدة)

مثال: $\frac{١}{٣} \times \frac{٥}{٧} = \frac{٥ \times ١}{٧ \times ٣} = \frac{٥}{٢١}$

- عند قسمة الكسور ابدأ بقلب الكسر الثاني، واضرب الكسور كالمعتاد.

مثال: $\frac{٢}{٣} \div \frac{٥}{١١} = \frac{٢}{٣} \times \frac{١١}{٥} = \frac{١١ \times ٢}{٥ \times ٣} = \frac{٢٢}{١٥} = ١\frac{٧}{١٥}$

كما يمكنك قسمة الكسور من خلال استخدام طريقة ضرب المجموعات الثنائيَّة القطريَّة للأعداد معًا كما يلي:



مثال ١١-٥

أوجد ناتج ما يلي: (أ) $\frac{٥}{٦} \times \frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{١٢}$

الحل

(أ) $\frac{٥ \times ٢}{٦ \times ٣} = \frac{١٠}{١٨}$ اضرب قيم البسط وقيم المقام

$\frac{١٠}{١٨} = \frac{٥}{٩}$ يُمكن قسمة العددين ١٠ و١٨ على ٢؛ لذا اكتب الناتج في أبسط صورة له.

(ب) $\frac{١٢ \times ٣}{٥ \times ٤} = \frac{٣٦}{٢٠}$ اضرب المجموعات الثنائيَّة القطرية للأعداد.

$١\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٣٦}{٢٠}$ الناتج هو كسر غير اعتياديٍّ؛ لذا اكتبه في صورة عدد كسريٍّ.

$١\frac{٤}{٥} = ١\frac{١٦}{٢٠}$ يُمكن قسمة العددين ١٦ و٢٠ على ٤؛ لذا اكتب الناتج في أبسط صورة له.

تمارين ١١-٥

١) استخدم الطريقة الذهنيَّة لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٥}$

(د) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٢}{٥}$ (هـ) $\frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٤}$ (و) $\frac{٧}{٩} \times \frac{٢}{٣}$

٢) أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

(أ) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤}$ (ج) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٨}$

(د) $\frac{١}{٦} \times \frac{٨}{٩}$ (هـ) $\frac{٣}{١٠} \times \frac{٥}{٦}$ (و) $\frac{٦}{١١} \times \frac{١}{٣}$

٣) أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

(أ) $\frac{١}{٤} \div \frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢} \div \frac{٣}{٥}$ (ج) $\frac{٣}{٨} \div \frac{٤}{٧}$

(د) $\frac{٤}{٥} \div \frac{١}{٩}$ (هـ) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{١١}$ (و) $\frac{٩}{١١} \div \frac{١}{٣}$

في الجزئيات (د)، (هـ)، (و) اكتب الناتج في صورة عدد كسريٍّ.

٤) أوجد ناتج كل مما يلي وضعه في أبسط صورة:

(أ) $\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٣}{١٠}$ (ج) $\frac{٥}{٦} \div \frac{٢}{٣}$

(د) $\frac{٤}{٩} \div \frac{١}{٣}$ (هـ) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{٧}$ (و) $\frac{٧}{٨} \div \frac{٣}{٤}$

٥) انسخ مُربَّع الرمز السريِّ.

ع	–	–	–	–	–	–	ذ	–	–	–	–	–	–	–
$\frac{٩}{١٠}$	$\frac{٧}{١٠}$	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{٩}{٢٢}$	$\frac{٨}{٩}$	٣	$١\frac{١}{١٤}$	$\frac{١}{٦}$	$١\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٦}$	$\frac{٤}{٧}$	$\frac{١}{٦}$	$١\frac{١}{٩}$	

أوجد إجابةً لكلِّ سؤال في المُربَّع الموجود على اليسار. احصل على الإجابة من مُربَّع الرمز السريِّ، ثُمَّ اكتب الحرف من مُربَّع السؤال فوق الإجابة.

على سبيل المثال: السؤال الأوَّل $\frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٣}$

$\frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٦}$، لذا ل تكتب فوق $\frac{١}{٦}$ في الجدول.

ل	$\frac{١}{٤} \times \frac{٢}{٣}$	ح	$\frac{٦}{٧} \times \frac{٢}{٣}$	م	$\frac{٤}{٩} \times \frac{٥}{٨}$		
ن	$\frac{٢}{٣} \div \frac{٣}{٤}$	ا	$\frac{٨}{٩} \div \frac{٤}{٥}$	هـ	$\frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{١٠}$		
ي	$\frac{٣}{٤} \times \frac{٦}{١١}$	ذ	$\frac{٥}{٧} \div \frac{٢}{٣}$	ع	$\frac{٤}{٥} \div \frac{٨}{٩}$		
ت	$\frac{١}{٥} \div \frac{٢}{٧}$						

ما الرسالة السريَّة؟

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ الكسور المتكافئة متساوية.
- ★ عندما يكون الكسر في أبسط صورة، لا يُمكن تبسيطه أكثر من ذلك.
- ★ لكتابة كسر في أبسط صورة، اقسم البسط والمقام على العامل المُشترك الأكبر بينهما.
- ★ في الكسر الاعتيادي، يكون البسط أصغر من المقام.
- ★ في الكسر غير الاعتياديِّ، يكون البسط أكبر من المقام.
- ★ يتكوَّن العدد الكسريُّ من عدد كامل وكسر.
- ★ لا يُمكنك جمع أو طرح الكسور إلَّا في حالة واحدة فقط وهي تساوي قيم المقام (المقام المشترك).
- ★ إيجاد كسرٍ (من) الكميَّة هو نفسه إيجاد ناتج الكسر (×) الكميَّة.
- ★ لضرب عدد صحيح في كسر عندما يكون من المتوقع أن يكون الناتج في صورة كسر، اضرب العدد الصحيح في البسط، ثم اقسم الناتج على المقام.
- ★ لضرب عدد صحيح في كسر عندما يكون من المتوقع أن يكون الناتج في صورة عدد صحيح، اقسم العدد الصحيح على المقام، ثم اضرب الناتج في البسط.
- ★ لضرب كسر في كسر آخر، اضرب قيمتي البسط، ثم اضرب قيمتي المقام.
- ★ لقسمة كسر على كسر آخر، اقلب الكسر الثاني، ثم اضرب الكسرين.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ كتابة الكسور المتكافئة.
- ★ كتابة الكسر في أبسط صورة.
- ★ كتابة الكسور غير الاعتياديَّة في صورة أعداد كسريَّة والعكس صحيح.
- ★ جمع وطرح الكسور في حالة تساوي قيم المقام.
- ★ جمع وطرح الكسور عندما يكون أحد المقامات مُضاعفًا للآخر أو عندما تكون المقامات مختلفة.
- ★ إيجاد الكسور من الكميَّات والأعداد الكاملة.
- ★ كتابة ناتج القسمة في صورة عدد كسريٍّ، عندما لا يكون الناتج عددًا كاملًا.
- ★ العمل بطريقة منطقيَّة والتوصّل إلى استنتاجات بسيطة.
- ★ ضرب عدد صحيح في كسر.
- ★ ضرب الكسور وقسمتها.

تمارين ومسائل عامة

١) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية في أبسط صورة:

(أ) $\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٨}$ (ب) $\frac{٩}{١٠} - \frac{٢}{٥}$ (ج) $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٩}$

(د) $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٨}$ (هـ) $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٦}$ (و) $\frac{٧}{٨} - \frac{١}{٢}$

٢) أوجد ناتج كل مما يلي واكتبه في أبسط صورة:

(أ) $\frac{٥}{٧} + \frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{٣}{٤} + \frac{٤}{٥}$

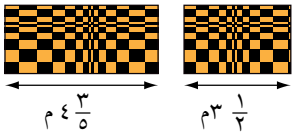
(د) $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٥}$ (هـ) $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٥}$ (و) $\frac{٥}{٨} - \frac{١}{٣}$

٣) أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

(أ) $٢\frac{٥}{٦} + ٣\frac{١}{٤}$ (ب) $٤\frac{١}{٢} - ٢\frac{٥}{٩}$ (ج) $١\frac{٢}{٣} + ٥\frac{٦}{٧}$

(د) $٣\frac{٣}{٤} - ٢\frac{٢}{٥}$ (هـ) $٧\frac{٢}{٥} + ٣\frac{١}{٣}$ (و) $٩\frac{٧}{٨} - ٦\frac{٥}{٦}$

٤) لدى سامي قطعتا سجَّاد، طول إحدى القطعتين $٣\frac{١}{٢}$ أمتار، وطول القطعة الأخرى $٤\frac{٣}{٥}$ أمتار.



(أ) ما فرق الطول بين قطعتي السجَّاد؟

(ب) يضع سامي قطعتي السجَّاد معًا، حيث يصل طرفي القطعتين، ما الطول الإجمالي للسجاد؟

٥) استخدم الطريقة الذهنيَّة لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) $\frac{٣}{٤}$ من ٢٤ ريالًا عمانيًّا (ب) $\frac{٣}{٥} \times ٣٥$ (ج) $\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٨}$

(د) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٤}{٧}$ (هـ) $\frac{١}{٣} \div \frac{٢}{٥}$ (و) $\frac{٤}{٧} \div \frac{٣}{٨}$

٦) أوجد ناتج ما يلي، واكتبه في صورة عدد كسريٍّ في أبسط صورة:

(أ) $\frac{٢}{٣}$ من ١٤ كغم (ب) $\frac{٣}{٥} \times ١٨$ (ج) $\frac{٧}{٨} \times ٢٢$

(د) $١٤ \div \frac{٤}{٥}$ (هـ) $٢٤ \div \frac{١٢}{١٩}$ (و) $١٥ \div \frac{٦}{٧}$

٧) أيٌّ من هذه البطاقات ستعطي ناتجًا مختلفًا عن البطاقتين الأخريين؟

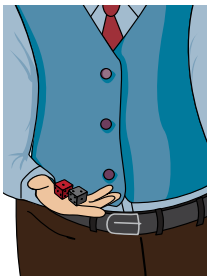
(وضِّح جميع خطوات الحلِّ)

(أ) $٣٢ \times \frac{٣}{٥}$ (ب) $٨١ \div \frac{٩}{٢}$ (ج) $٤٢ \times \frac{٣}{٧}$

الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات

كثيرًا ما نستخدم الاحتمالات في حياتنا، لذا من المفيد أن تكون قادرًا على إيجاد مدى احتماليَّة حدوث مواقف بعينها.

- هل من المرجَّح أن تمطر؟ هل يجب أن آخذ معي مِظلَّة؟
- هل سيفوز فريقي بمباراته القادمة؟
- ما فرصة حدوث زلزال؟
- ما احتمالية وقوع حادث على طريق معيَّن؟
- إذا رميت حجري نرد، فهل سأحصل على الرقم ٦ في حجريّ النرد؟
- هل ستتأخَّر حافلتي؟
- ما فرصتي في الحصول على أعلى درجة في الاختبار؟

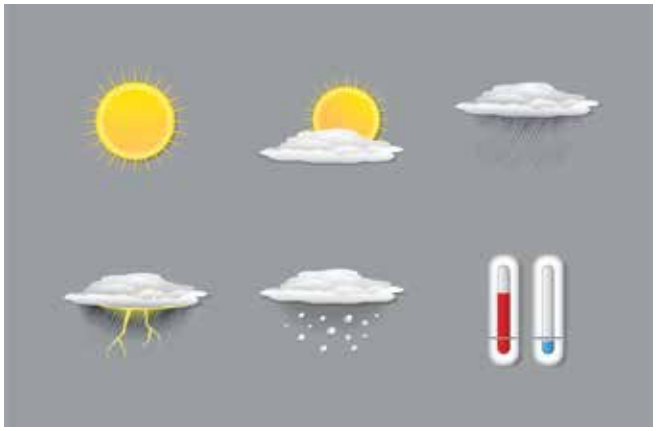


قد يكون من الصعب إيجاد احتمالية شيء ما، إلا أنَّه يمكن للرياضيَّات أن تساعد في ذلك، فالاحتمال هو محور من محاور الرياضيَّات الذي يقيس مدى أرجحيَّة حدوث شيء ما، ويمكن استخدامه لإيجاد احتمال حدوث نتيجة معيَّنة لحدث ما. وفي هذه الوحدة، ستتعلم كيفيَّة حساب الاحتمالات، واستخدامها في المواقف البسيطة.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمُفردات الأساسيَّة التالية:

- مرجَّح (likely)
- غير مرجَّح (unlikely)
- مؤكَّد (certain)
- الفرصة (chance)
- الاحتمال (probability)
- مقياس الاحتمال (probability scale)
- الحدث (event)
- عناصر الحدث (elements of an event)
- النتيجة (outcome)
- الاحتمالات المتساوية (equally likely)
- عشوائيٌّ (random)
- متنافية (mutually exclusive)
- يقدر (estimate)
- الاحتمال التجريبيُّ (experimental probability)
- الاحتمال النظريُّ (theoretical probability)



١٢-١ مقياس الاحتمال

تُستخدم كلمات مثل: **مرجَّح**، و**غير مرجَّح**، و**مؤكَّد**، و**مستحيل**، و**متساو** لوصف **فرصة** حدوث شيء ما،

يُمكن كتابة الاحتمالات في صورة كسور، أو أعداد عشريَّة، أو نسب مئويَّة.

ويمكن أن ترتبط نتيجة الاحتمال بعدد ما من ٠ إلى ١:

- احتمال الشيء المؤكَّد حدوثه هو ١
- احتمال الشيء المستحيل حدوثه هو ٠

ومقياس الاحتمال في الشكل المقابل يوضح ذلك.

مثال ١٢-١

فريقا كرة قدم، احتمال فوز الفريق الأول بالمباراة القادمة هو ٢٥٪، واحتمال فوز الفريق الثاني بالمباراة القادمة هو $\frac{٢}{٣}$

(أ) أيُّ الفريقين هو المرجَّح أكثر للفوز بالمباراة القادمة؟

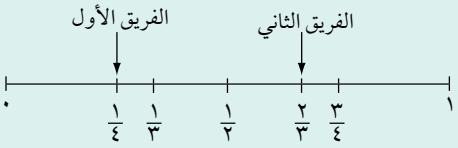
(ب) وضِّح الاحتمالات على مقياس الاحتمال.

الحل

(أ) الفريق الثاني هو المرجَّح أكثر للفوز بالمباراة القادمة.

النسبة المئويَّة ٢٥٪ تعادل $\frac{١}{٤}$، وبالتالي فهي أصغر من $\frac{٢}{٣}$

(ب)



يبدأ المقياس من ٠، وينتهي عند ١

حدِّد $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ على المقياس.

من المفيد تحديد بعض الكسور على مقياس الاحتمال.

تمارين ١٢-١

١) اختر الوصف المناسب من الإطار المقابل لكل موقف فيما يلي:

(أ) إذا رميت قطعة النقود فستحصل على (صورة)

(ب) اليوم الذي يلي يوم الإثنين هو يوم الثلاثاء

(ج) يوم ميلادك هو يوم ميلاد معلِّمك

(د) ستحقق تقدير ممتاز في اختبار الرياضيات

مرجَّح
غير مرجَّح
مستحيل
متساوٍ
مؤكَّد

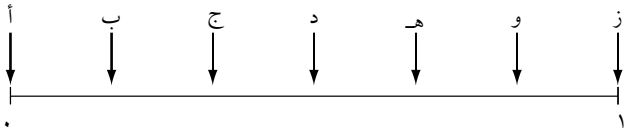
٢) اكتب الحرف المناسب أمام كل عبارة من العبارات التالية:

(أ) سيكون المولود الجديد فتاةً.

(ب) سيستغرق الطريق بالسيارة من ريسوت إلى نزوى (ذهابًا وإيابًا) ساعتين الأسبوع القادم.

(ج) سيظهر الرقم ٢ عند رمي حجر نرد.

(د) سيحدث زلزال في آسيا في العام المقبل.



٣) ارسم مقياس الاحتمال، ثُمَّ ضع الاحتمالات الآتية في أماكنها الصحيحة على المقياس:

(أ) ستمطر غدًا: ٢٥٪

(ب) سيضرب الإعصار إحدى المدن: ٥٠٪

(ج) سيفوز فريقك بالمباراة: $\frac{١}{٥}$

(د) سيتفتح النبات: ٧٠٪

(هـ) ستدرس مها الرياضيَّات بالجامعة: ٠,٩

(و) ستتأخَّر حافلة فهد: ٥٪

١٢-٢ الاحتمالات المرجَّحة بالتساوي

الأحداث البسيطة مثل: رمي قطعة النقود، أو رمي حجر النرد، أو سحب بطاقة من حزمة، يمكن أن يكون لها احتمالات مختلفة أو متساوية؛ فعند رمي قطعة النقود يكون الحدثان المتوقعان هما ظهور: (صورة) أو (كتابة)، أما عند رمي حجر النرد، فتكون النتائج المتوقعة (الأحداث البسيطة) هي: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ واحتمالاتها متساوية ولكن كيف يُمكنك حساب الاحتمال لحدث ما؟

احتمال وقوع الحدث = عدد مرات تكرار الحدث / عدد الأحداث المتوقعة

مثال ١٢-٢

في الشكل المقابل ثماني بطاقات:

١٣	١٠	١٠	١٠	٨	٥	٥	٢

وُضعَت هذه البطاقات على المنضدة، ووجهها للأسفل، ثُمَّ تمَّ اختيار بطاقة عشوائيًّا، ما احتمال أن يكون العدد الذي وقع عليه الاختيار:

(أ) ٥ (ب) أكبر من ٩

(ج) عددًا زوجيًّا

إذا وقع الاختيار على البطاقة **عشوائيًّا**، فيعني ذلك أنَّ كلَّ البطاقات تتساوى في احتمالية اختيارها.

الحل

(أ) $\frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$

∵ هناك ثماني بطاقات ∴ هناك ثماني احتمالات مرجَّحة بالتساوي.

تحمل بطاقتان العدد ٥، وبالتالي توجد نتيجتان من أصل ثماني نتائج لاختيار العدد ٥

اكتب الاحتمال في صورة كسر ثم ضعه في أبسط صورة

(ب) $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

توجد أربع بطاقات تحمل أعدادًا أكبر من ٩، وبالتالي توجد ٤ فرص من أصل ثماني فرص، اكتب الاحتمال في صورة كسر.

(ج) $\frac{٥}{٨}$

∵ الأعداد الزوجيَّة هي ٢، ٨، ١٠ وخمس بطاقات تحمل أعدادًا زوجيَّةً

∴ الاحتمال هو $\frac{٥}{٨}$

تمارين ١٢-٢

١) لدى حاتم ٢٠ بطاقة تحمل صورًا مختلفة بحيث تحتوي ست بطاقات منها على صور أزهار، وأربع بطاقات على صور أشجار، وثلاث بطاقات على صور طيور، وخمس بطاقات على صور جمال، وبطاقتان على صور ظباء.

اختار حاتم بطاقة عشوائيًّا، ما احتمال أن تحتوي البطاقة على صورة:

(أ) طير (ب) أسد (ج) نبات (د) حيوان بأربعة أرجل

٢) رمت نور حجر نرد ذي ستة أوجه، ما احتمال ظهور:

(أ) العدد ٤ (ب) عدد أكبر من ٤ (ج) عدد أصغر من ٤ (د) عدد فرديٍّ

٣) اشترك مجموعة من الطلاب في أحد الأنشطة المدرسية، ستة طلاب من الصفِّ السادس ثلاثة منهم يرتدون نظارة طبية، وعشرة طلاب من الصفِّ الخامس أربعة منهم يرتدون نظارة طبية.

(أ) اختار المُعلِّم طالبًا عشوائيًّا لتمثيل المجموعة، ما احتمال أن يكون الطالب الذي اختاره المُعلِّم:

(١) طالبًا من الصفِّ السادس (٢) طالبًا من الصفِّ السادس يرتدي نظَّارةً

(٣) طالبًا من الصفِّ الخامس لا يرتدي نظَّارةً (٤) طالبًا يرتدي نظَّارةً

(ب) كيف يُمكن أن يتأكَّد المُعلِّم أنَّ الاختيار عشوائيٌّ، وأنَّ كلَّ طالب لديه فرصة متساوية في أن يقع عليه الاختيار؟

٤) كل بطاقة من البطاقات الآتية مكتوب عليها حرف من حروف كلمة رياضيات.

أحرف المد هي الألف (أ) والواو (و) والياء (ي).

ر	ي	ا	ض	ي	ا	ت

اختار هيثم بطاقةً واحدةً عشوائيًّا. ما احتمال أن يكون الحرف:

(أ) ر (ب) ليس ض (ج) حرف مد

(د) ليس من أحرف المد (هـ) س

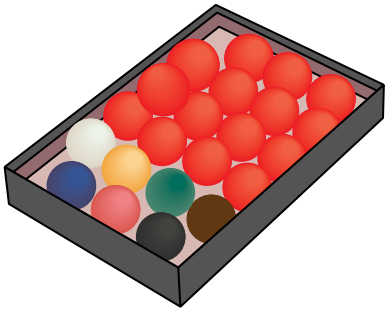
(و) مشتركًا مع أحرف كلمة ف(رياضة)

٥) يقول سامي:

من المُمكن أن يفوز فريق كرة قدم بمباراة، أو أن يخسرها، أو أن يتعادل مع الفريق الآخر.
وهذه هي النتائج الثلاث الوحيدة، مع ملاحظة أنَّ الفوز هو إحدى هذه النتائج.
وبالتالي، يكون احتمال فوز الفريق هو $\frac{١}{٣}$

هل سامي على صواب؟ فسر اجابتك .

٦) في مباراة لعبة السنوكر، توجد ١٥ كرةً حمراء، وسبع كرات أخرى صفراء وخضراء وبنيَّة وزرقاء ووردية وسوداء وبيضاء، اختار عمر كرةً عشوائيًّا.

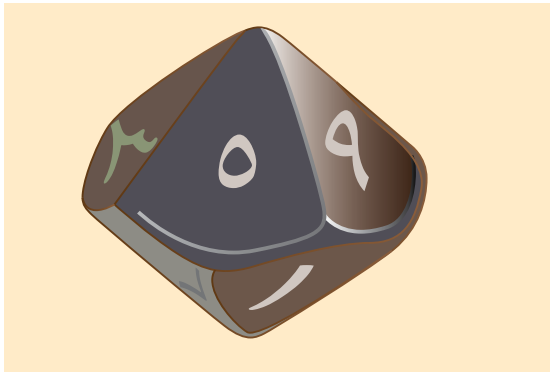


ما احتمال أن تكون الكرة التي اختارها عُمر:

(أ) حمراء (ب) ليست حمراء (ج) صفراء

(د) حمراء أو بيضاء أو زرقاء (هـ) برتقاليَّة

٧) رمى مصطفى حجر النرد المقابل ذا العشرة أوجه (فيه الأعداد من ١ الى ١٠) مرة واحدة. أوجد احتمال ظهور كل حدث من الأحداث التالية واكتبه في صورة نسبة مئويَّة:



(أ) العدد ٣

(ب) عدد أكبر من ٣

(ج) أحد مُضاعفات العدد ٣

(د) عامل للعدد ١٢

(هـ) عدد أكبر من ١٢

(و) عدد أصغر من ١٢

٨) أحضرت معلمة الرياضيات أقلامًا بعدد طالبات الصف، ١٢ قلمًا منها باللون الأحمر، و٨ أقلام باللون الأزرق، و٥ أقلام باللون الأسود، و٧ أقلام باللون الأخضر، ثم أعطت لكل طالبة منهن قلمًا واحدًا بطريقة عشوائية:

(أ) أوجد احتمال حصول الطالبة الأولى على قلم أحمر.

(ب) تريد سلمى أن تحصل على قلم أحمر، ولكن في الوقت الذي وصلت فيه المُعلِّمة إلى سلمى، كانت قد وزعت قلمين من كلِّ لون. هل زادت فرصة سلمى في الحصول على قلم أحمر، أم نقصت؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

١٢-٣ الأحداث المُتنافية

تحتوي حقيبة على قطع حلوى بألوانٍ مختلفة ونكهات مختلفة إذا اخترنا عشوائيًا قطعة حلوى من الحقيبة، فيمكن أن نحصل على حدثين محتملين:

قطعة حلوى حمراء.	قطعة حلوى خضراء.

هاذان الحدثان **متنافيان**؛ فلا يمكن حدوثهما معًا في نفس الوقت وتسمى **بالأحداث المتنافية**

فيما يلي حدثان محتملان آخران:

قطعة حلوى صفراء.	قطعة الحلوى المأخوذة بنكهة الليمون.

هاذان الحدثان غير متنافيان؛ إذ يمكن أن تكون قطعة الحلوى صفراء وبنكهة الليمون في نفس الوقت.

مثال ١٢-٣

تحتوي محفظة نقود على أوراق نقدية بفئة ٥ ريالات، ١٠ ريالات، ٢٠ ريالًا، ٥٠ ريالًا، أخرجت ورقة نقدية من المحفظة، وفيما يلي ثلاث أحداث محتملة:

الحدث أ : ورقة نقدية من فئة ٥ ريالات

الحدث ب : ورقة نقدية من فئة ١٠ ريالات أو أقل

الحدث ج : ورقة نقدية من فئة ٢٠ ريالًا، أو أكثر

حدد أي أزواج الأحداث التالية ستكون حدثين متنافيين أو حدثين غير متنافيين؟

(أ) الحدثان أ ، ب (ب) الحدثان أ ، ج (ج) الحدثان ب ، ج

الحل

(أ) الحدث أ والحدث ب غير متنافيين.

الحدث أ يعني أنَّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات. والحدث ب يعني أنَّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات أو ١٠ ريالات. يُمكن أن تُؤخذ ٥ ريالات في أيٍّ من الحالتين.

(ب) الحدث أ والحدث ج متنافيان.

الحدث أ يعني أنَّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات. الحدث ج يعني أنَّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٢٠ ريالًا أو ٥٠ ريالًا. وبالتالي لا يمكن ظهور الحدثين معًا.

(ج) الحدث ب والحدث ج متنافيان.

الحدث ب يعني أنَّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات أو ١٠ ريالات. الحدث (ج) يعني أنَّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٢٠ ريالًا أو ٥٠ ريالًا. وبالتالي لا يمكن ظهور الحدثين معًا.

تمارين ١٢-٣

١) لدى سالم عملات معدنيَّة في محفظته، أخرج عملةً واحدةً عشوائيًّا.

فيما يلي أربعة أحداث محتملة:

الحدث أ: عملة معدنية من فئة ١٠ بيسات.

الحدث ب: عملة معدنية من فئة ٢٥ بيسة أو أقلَّ.

الحدث ج: عملة معدنية من فئة ٢٥ بيسة.

الحدث د: عملة معدنية من فئة ٥٠ بيسة أو أكثر.

(أ) أوجد احتمال الحصول على:

(١) الحدث أ (٢) الحدث ب (٣) الحدث ج (٤) الحدث د

(ب) حدد أيًّا من الأحداث الآتية متنافية وأيها غير متنافية؟

(١) الحدثان أ ، ب (٢) الحدثان أ، ج

(٣) الحدثان ب، ج (٤) الحدثان ب، د

(٥) الأحداث أ، ج، د

٢) رمت بدرية حجر نرد سداسيَّ الأوجه، وفيما يلي أربعة أحداث مختلفة:

الحدث أ: عدد زوجيّ الحدث ب: عدد فرديّ

الحدث ج: عدد أكبر من ٥ الحدث د: عدد أصغر من ٤

(أ) أيُّ الأحداث أقلُّ حدوثًا؟

(ب) اكتب ثلاثة أزواج مختلفة من الأحداث المتنافية.

٣) تمَّت دعوة بعض الأشخاص للتنافس كمتسابقين في أحد برامج المُسابقات التلفزيونيَّة، وفيما يلي بعض الأحداث المحتملة للشخص الذي يقع عليه الاختيار:

الحدث أ: المتسابق امرأة يزيد عمرها عن ٢٥ عامًا. الحدث ب: المتسابق رجل.

الحدث ج: المتسابق يبلُغ من العمر ٢١ عامًا. الحدث د: المتسابق رجل في الثلاثين من عمره.

(أ) اكتب الأزواج المُحتملة من الأحداث المتنافية.

(ب) اكتب ثلاثة من الأحداث المتنافية.

(ج) ماذا يمكن قوله عن الحدثين (ب)، (د)؟

٤) فيما يلي بعض الأحداث المُحتملة لطائرة من المُقرَّر وصولها في منتصف يوم الغد.

الحدث أ: تصلُ الطائرة متأخِّرة.

الحدث ب: تصلُ الطائرة في الساعة ١٢:٣٥

الحدث ج: تصلُ الطائرة قبل الساعة ١١:٤٥

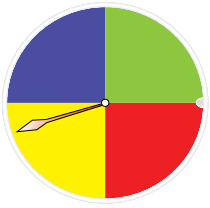
الحدث د: تصلُ الطائرة بعد الساعة ١١:٥٠

الحدث هـ: تصلُ الطائرة في وقتٍ مبكِّر.

(أ) هل هناك أيُّ أزواج من هذه الأحداث متنافية؟ اذكرها.

(ب) اكتب ثلاث أحداث متنافية (ليس من الضروري استخدام الأحداث السابقة).

٥) في الشكل المقابل قرص دوار متكافيء الفرص فيه أربعة ألوان: الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر



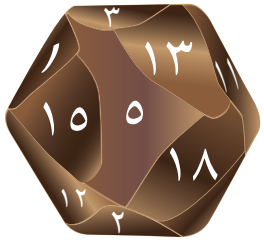
إذا قمنا بلف الدوّار مرَّةً واحدةً:

(أ) اكتب حدثين محتملين من الأحداث المُتنافية.

(ب) اكتب حدثين غير متنافيين.

(ج) أوجد احتمالات الأحداث الّتي تتوصَّل إليها في الجزئية (ب).

٦) رمى أدهم حجر النرد المقابل ذا العشرين وجهًا (فيه الأعداد من ١ إلى ٢٠) مرة



واحدة، إذا علمت أن احتمال ظهور كل عدد منها متساو:

(أ) فما احتمال أن تكون النتيجة عددًا مُكوَّنًا من رقم واحد؟

(ب) أوجد حدثًا متنافيًا مع الحدث في الجزئية (أ) ولكن له نفس الاحتمال.

(ج) فيما يلي ثلاث أحداث مختلفة:

الحدث ل: أحد مُضاعفات العدد ٣

الحدث ك: أحد مُضاعفات العدد ٥

الحدث م: أحد مُضاعفات العدد ٧

(١) أوجد احتمال كلِّ حدث من هذه الأحداث، واكتب إجابتك في صورة نسبة مئويَّة في كلِّ حالة.

(٢) أيٌّ من هذه الأحداث الثلاثة متنافية؟

١٢-٤ تقدير الاحتمال

إذا رميت دبوسًا، فمن الممكن أن يستقر رأسه مشيرًا لأعلى أو لأسفل عند سقوطه، وبالتالي فإن احتمال ظهور الحدثين غير متساو، وهذا يعني أنه لا يُمكنك إيجاد الاحتمالات باستخدام الاحتمالات المتساوية.

لذا يجب عليك إجراء تجربة ما للحصول على قيم ظهور الأحداث،

ويوضِّح الجدول المقابل الأحداث التي من الممكن الحصول عليها عند رمي الدبوس ٨٠ مرة.

الحدث (النتيجة)	رأس الدبوس لأعلى	رأس الدبوس لأسفل	الإجماليّ
التكرار	٣١	٤٩	٨٠

تقدير احتمال (رأس الدبوس لأعلى) هو $\frac{٣١}{٨٠}$ = ٠,٣٩ أو ٣٩٪

تقدير احتمال (رأس الدبوس لأسفل) هو $\frac{٤٩}{٨٠}$ = ٠,٦١ أو ٦١٪

الاحتمال التجريبي = عدد مرات الحصول على الحدث ÷ عدد مرات إجراء التجربة

تُسمَّى هذه الاحتمالات **بالاحتمالات التجريبيَّة**، بينما تُسمَّى الاحتمالات التي يتمُّ إيجادها باستخدام الاحتمالات المرجَّحة بالتساوي **الاحتمالات النظرية**.

النتيجتان اللّتان يتمُّ الحصول عليهما عند رمي عملة نقدية، أي (صورة) أو (كتابة)، مرجَّحتان بالتساوي لذا يسمى بالاحتمال النظري.

ما الاحتمالات النظرية التي يُمكن إيجادها إذا كانت النتيجتان مرجَّحتين بالتساوي؟ستكون كلتاهما $\frac{١}{٢}$

- التجارب المختلفة التي تُجرى على نفس الحدث من الممكن أن ينتج عنها احتمالات تجريبيَّة مختلفة.
- لا تعتمد الاحتمالات النظرية على تجربة ما، ونتائجها لا تتغيَّر.

تمارين ١٢-٤

١) أظهرت دراسة استقصائيَّة أُجريت على ٤٠ سيَّارة على طول محدَّد من الطريق، أن ١٤ سيَّارةً من هذه السيَّارات كانت مسرعةً. أوجد الاحتمال التجريبيَّ في كل مما يلي:

(أ) السيارة مسرعة

(ب) السيارة غير مسرعةٍ

٢) يوجد ٣٢٠ طالبًا في إحدى المدارس، ١٦ طالبًا منهم يذهبون إلى المدرسة بالسيَّارة، و٩٦ طالبًا يذهبون إليها سيرًا على الأقدام، إذا اخترنا طالبًا عشوائيًا فأوجد احتمال:

(أ) أن يذهب بالسيَّارة (ب) أن يذهب سيرًا على الأقدام

(ج) عدم الذهاب سيرًا على الأقدام (د) عدم الذهاب سيرًا على الأقدام أو بالسيَّارة

٣) تذهب علياء إلى العمل كلَّ يوم بالسيَّارة، وأحيانًا تضطر أن تتوقَّف عند إشارة المرور، وفي خلال أيام العمل الماضية (٢٥ يومًا)، اضطرت أن تتوقَّف ١٦ مرةً.

(أ) أوجد الاحتمال التجريبيَّ لاضطرارها إلى التوقُّف عند إشارة المرور غدًا.

(ب) أوجد الاحتمال التجريبيَّ لعدم اضطرارها إلى التوقُّف عند إشارة المرور يوم الأربعاء القادم.

٤) تذهب زهرة إلى المدرسة خمسة أيام في الأسبوع، ولكن على مدار الأربعة أسابيع الأخيرة، تكرَّر تأخُّرها عن المدرسة في ثلاثة أيام. قدِّر احتمال عدم تأخُّرها عن المدرسة غدًا.

٥) ينظر عمرو إلى سجلَّات الأحوال الجويَّة الخاصَّة بمدينته في شهر نوفمبر، فوجد أنَّه على مدار الخمس سنوات الماضية (١٥٠ يومًا إجمالًا)، كانت هناك أمطار خلال ٣٦ يومًا في شهر نوفمبر.

اكتب إجابتك في صورة نسبة مئويَّة أو كسر عشريٍّ.

(أ) استخدم هذه المعلومة لتقدير احتمال سقوط أمطار في اليوم الأول من شهر نوفمبر العام القادم.

(ب) استخدم هذه المعلومة لتقدير احتمال سقوط أمطار في اليوم الثلاثين من شهر نوفمبر العام القادم.

٦) لماذا قد لا تكون طريقة فهد طريقة جيِّدة لتقدير الاحتمال؟

فاز فريقي في ١٨ مباراةً من آخر ٢٠ مباراةً له، وبالتالي احتمال فوزه في مباراته القادمة هو $\frac{١٨}{٢٠}$ = ٩٠٪

٧) فيما يلي نتائج دراسة استقصائيَّة قد شملت ٢٤٠ طالبًا في إحدى المدارس.

العنصر	يشارك في الأنشطة المدرسية	يشارك في الأعمال التطوعية	عضو في النادي الثقافي	عضو في الفريق الرياضيٍّ
عدد الطلاب	٢٣٢	١٦٤	٩٢	٦٨

(أ) قدِّر احتمال أن يكون الطالب الذي وقع عليه الاختيار عشوائيًّا من المدرسة:

(١) يشارك في الأنشطة المدرسية

(٢) ليس عضوًا في فريق رياضي

اكتب إجاباتِك في صورة نسب مئويَّة.

(ب) اقرأ ما يقوله فهد، هل هو على صواب؟ اشرح إجابتك.

إن التقدير الجيد لاحتمال انضمام أحد الطلاب إلى نادٍ أو أن يكون عضوًا في فريق رياضيٍّ هو $\frac{٩٢+٦٨}{٢٤٠} = \frac{١٦٠}{٢٤٠} = \frac{٢}{٣}$ أو ٦٧٪

٨) رمى عاصم عملةً معدنيَّةً، فكان الحدثان المحتملان هما (صورة) و(كتابة).

(أ) إذا كان الحدثان مرجحين بالتساوي، فما احتمال كلِّ حدث؟

(ب) استخدم الجدول المقابل لإيجاد الاحتمال التجريبي لكل حدث.

الحدث(النتيجة)	صورة	كتابة	الإجماليُ
التكرار	٢٤	١٦	٤٠

(ج) يقول راشد أن صديقه عاصم لا يرمي العملةَ المعدنيَّة بطريقة متكافئة الفرص؛ لأنَّ الاحتمالات الناتجة عن التجربة غير صحيحة، ويقول عاصم أنَّه لا يجب أن تتوقَّع أن تعطي تجربةً ما الاحتمالات نفسها تمامًا التي قد تعطيها طريقة (الاحتمالات المرجحة بالتساوي). من منهما على صواب؟ فسر إجابتك.

٩) تحتوي حقيبة على كرة واحدة بيضاء، وكرة واحدة سوداء، وبعض الكرات الحمراء، سحب سيف كرةً واحدةً، وسجل اللون ، ثم أرجعه ، وكرَّر الأمر نفسه ٥٠ مرةً. سجل سيف النتائج التي توصل إليها في الجدول المقابل.

النتيجة	بيضاء	سوداء	حمراء	الإجماليُ
التكرار	٦	٨	٣٦	٥٠

(أ) استخدم نتائج هذه التجربة لتقدير احتمال سحب كلِّ لون من الألوان الثلاثة.

(ب) إذا كانت هناك ٣ كرات حمراء، فاحسب احتمال ظهور كلِّ لون.

(ج) إذا كانت هناك ٥ كرات حمراء، فاحسب احتمال ظهور كلِّ لون.

(د) إذا كانت هناك ٧ كرات حمراء، فاحسب احتمال ظهور كلِّ لون.

(هـ) يعرف سيف أنَّ هناك عددًا فرديًّا من الكرات الحمراء، فما العدد الأكثر أرجحيَّة؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ يُمكن استخدام كلمات مثل: (مرجَّح) و(غير مرجَّح) لوصف الاحتمالات.
- ★ احتمال حدث ما هو عدد من ٠ إلى ١
- ★ يُمكن إيجاد الاحتمالات باستخدام الاحتمالات المرجَّحة بالتساوي.
- ★ بعض الأحداث متنافيةً.
- ★ يُمكن تقدير الاحتمالات من البيانات التجريبيَّة.
- ★ قد تختلف الاحتمالات التجريبيَّة عن الاحتمالات النظريَّة.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ اختيار الكلمات المناسبة لوصف الأرجحيَّة.
- ★ كتابة الاحتمال في صورة كسر، أو نسبة مئويَّة، أو عدد عشريٍّ أو كسر عشري.
- ★ استخدام الاحتمالات المرجَّحة بالتساوي لحساب الاحتمال.
- ★ تمييز الأحداث المُتنافية.
- ★ استخدام البيانات التجريبيَّة لتقدير الاحتمال.
- ★ المُقارنة بين الاحتمالات التجريبيَّة والنظريَّة.

تمارين ومسائل عامة

١) اختر الكلمة أو العبارة الصحيحة من الإطار المقابل لوصف كلِّ حدث فيما يلي:

مرجَّح
مؤكَّد
غير مرجَّح
احتمال متساوٍ
مستحيل

(أ) في كلِّ مرَّة يتمُّ فيها رمي العملة ثلاث مرَّات، ستظهر الصورة

(ب) العدد الذي يظهر عند رمي حجر النرد أصغر من ٨

(ج) ستُمطر الشهر القادم

(د) سيقلُّ عدد سكان العالم خلال ٢٠ عامًا عمَّا هو عليه الآن

٢) حدِّد الاحتمالات الآتية على مقياس الاحتمال المقابل:

أ: اجتياز امتحان = $\frac{٢}{٣}$ ب: عدم اجتياز امتحان = $\frac{١}{٣}$

ج: حصاد جيِّد = ٩٥٪ د: فوز حصان ياسر في السباق = ٠,٢

٣) وضع معاذ عشر بطاقات (مرقَّمة من ١ إلى ١٠) ووجَّهها لأسفل، ثُمَّ أخذ بطاقةً عشوائيًّا. ما احتمال أن يكون العدد الذي تحمله البطاقة:

اكتب إجاباتِك في صورة كسور عشريَّة.

(أ) ٧ (ب) أصغر من ٤

(ج) عددًا زوجيًّا (د) أحد مُضاعفات العدد ٣

(هـ) ليس العدد ١٠

٤) يحتوي وعاء كبير مليء بالحلوى على عدد متساوٍ من قطع الحلوى الحمراء، والصفراء، والخضراء، والبرتقاليَّة فقط. أخذ ناصر قطعةَ حلوى عشوائيًا (دون أن ينظر إليها)، فما احتمال أن تكون قطعة الحلوى:

(أ) صفراء (ب) حمراء أو خضراء (ج) ليست برتقاليَّة

٥) تقول عائشة:

إذا رميت حجري نرد ذوَيْ ستة أوجه، فإن مجموع الأعداد الظاهرة على وجهيهما من ٢ إلى ١٢ وهذا يعني أنه هناك ١١ عددًا مختلفًا، وبالتالي فاحتمال أن يكون المجموع يساوي ٣ هو $\frac{١}{١١}$

هل ما تقوله عائشة صحيح؟ فسر إجابتك.

٦) رمت رحمة حجر نرد واحدًا.

(أ) أوجد الاحتمالات الآتية:

الحدث م: تحصل على ٣ الحدث ك: تحصل على عدد أكبر من ٣

الحدث ص: تحصل على عدد أصغر من ٣ الحدث ل: لا تحصل على ٣

(ب) حدِّد ما إذا كانت كلُّ عبارة من هذه العبارات صحيحةً أم خاطئةً.

(١) ك، ص حدثان متنافيان. (٢) م، ل حدثان متنافيان.

(٣) ك، ل حدثان متنافيان.

٧) اختارت أميرة عددًا كاملًا عشوائيًّا من ١ إلى ٢٠، وفيما يلي ثلاثة أحداث محتملة:

الحدث ر: أحد مُضاعفات العدد ٤

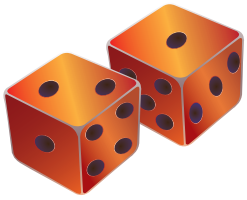
الحدث س: أحد مُضاعفات العدد ٧

الحدث ع: عدد أولي

(أ) أوجد احتمال كلِّ حدث من الأحداث ر، س، ع

(ب) اشرح لماذا الحدثان ر، ع حدثان متنافيان، بينما الحدثان س، ع غير متنافيين.

٨) رمت خديجة حجري نرد، ثُمَّ جمعت الأعداد الظاهرة على وجهيهما، وفيما يلي الأحداث التي حصلت عليها بعدما رمت حجري النرد ٨٠ رميةً.



مجموع العددين الظاهرين	عدد أصغر من ٥	عدد من ٥ إلى ١٠	عدد أكبر من ١٠
التكرار	١٦	٥٦	٨

(أ) أوجد الاحتمال التجريبيَّ عندما يكون مجموع العددين الظاهرين:

(١) عددًا أصغر من ٥

(٢) عددًا أكبر من ١٠

(٣) ٥ أو عددًا أكبر من ١٠

(ب) إذا كان مجموع عددين في ٢٠ رميةً إضافيَّةً، أصغر من ٥، فأوجد الاحتمال التجريبيَّ الجديد للأعداد (أصغر من ٥)

الوحدة الثالثة عشر: الأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة والنسب المئويَّة

تُستخدم النسب المئويَّة، بدلًا من الأعداد الفعليَّة، في المقالات والصحف والمجلَّات، وأيضًا في التلفاز أو الإنترنت، فالنسب المئويَّة أسهل في الفهم من الأعداد الفعليَّة إذا كنت تريد أن:

- تصف أحد الأعداد باعتباره نسبةً مئويَّةً لعدد آخر.
- تصف زيادةً أو انخفاضًا.

في هذه الوحدة، ستتعلَّم كيفيَّة ضرب الأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة والقسمة عليها، وكذلك كيفيَّة استخدام النسب المئويَّة في مواقف حقيقيَّة وتقدير مدى فائدتها.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمفردات الأساسيَّة التالية:

- العمليَّة الحسابيَّة المتكافئة (equivalent calculation)
- النسبة المئويَّة (percentage)
- الزيادة (increase)
- الانخفاض (decrease)
- الخصم (reduction)

زيادة معدل النجاح في الاختبارات من ٨٨٪ إلى ٩٣٪

تصل البطالة إلى ١٠٪

ارتفاع سعر البنزين بنسبة ٢,٥٪

٢٢٪ من مبيعات الحواسب الآلية العالمية توجد في الصين

خصم ٢٠٪ في أسعار المنتجات بالمتاجر

زيادة أرباح الشركة بنسبة ١٥٠٪

صرح المدير بأن الفريق قد بذل مجهودًا عظيمًا يتخطى نسبة ١٠٠٪.

إن ٥٨٪ من طلبة الجامعات سيدات

١٣-١ الضرب في الأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة

عند ضرب عدد في عدد عشريٍّ أو كسر عشريٍّ، استخدم جدول القيمة المكانية العشريَّة لمساعدتك.

أجزاء من ألف	أجزاء من المائة	أجزاء من العشرة	و	آحاد
$\frac{١}{١٠٠٠}$	$\frac{١}{١٠٠}$	$\frac{١}{١٠}$	و	١

إذا كنت تعرف قيمة العدد العشريِّ أو الكسر العشريِّ، يُمكنك إيجاد **عمليَّة حسابيَّة متكافئة** لاستكمال العملية (حيث يمكن استبدال عمليَّة حسابيَّة واحدة بعمليَّةٍ أخرى تعطيك نتيجةً مُتطابقةً).

مثال ١٣-١

أوجد ناتجَ ما يلي:

(أ) ٤,٣٧ × ٠,٣ (ب) ٢٤ × ٠,٠٨

الحل

(أ) (٤,٣٧ × ٣) ÷ ١٠

∴ ٠,٣ = $\frac{٣}{١٠}$ ∴ الضرب في ٠,٣ يساوي الضرب في ٣ ثم القسمة على ١٠

ابدأ بإيجاد ناتج ٤,٣٧ × ٣

أوَّلًا تجاهل الفاصلة العشريَّة وأوجد ناتج ٤٣٧ × ٣

$$\begin{array}{r} ٤\ ٣\ ٧ \\ \times\quad\ ٣ \\ \hline ١\ ٣\ ١\ ١ \end{array}$$

٤,٣٧ × ٣ = ١٣,١١

ثُمَّ ضع الفاصلة العشريَّةَ مجددًا في مكانها في الناتج. يوجد رقمان على يمين الفاصلة العشريَّة؛ لذلك يجب أن يكون هناك رقمان على يمين الفاصلة العشريَّة في الناتج.

∴ ٤,٣٧ × ٠,٣ = ١,٣١١

الخطوة الأخيرة هي أن تقسم ١٣,١١ على ١٠؛ لذلك حرِّك الفاصلة العشرية بعد رقم واحد إلى جهة اليسار (لتكون يسار الرقم ٣)

(ب) (٢٤ × ٨) ÷ ١٠٠

∴ ٠,٠٨ = $\frac{٨}{١٠٠}$، ∴ فإنَّ الضرب في ٠,٠٨ يساوي الضرب في ٨ ثم القسمة على ١٠٠

ابدأ بإيجاد ٢٤ × ٨

$$\begin{array}{r} ٢\ ٤ \\ \times\quad ٨ \\ \hline ١\ ٩\ ٢ \end{array}$$

٢٤ × ٨ = ١٩٢

∴ ٢٤ × ٠,٠٨ = ١,٩٢

الخطوة الأخيرة هي أن تقسم ١٩٢ على ١٠٠؛ لذلك ضع الفاصلة العشرية بعد رقمين (لتكون يسار الرقم ٩)

تمارين ١٣-١

١) استخدم العمليَّات الحسابيَّة المتكافئة لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) ٢,٤٨ × ٠,٢
(ب) ١,٧٦ × ٠,٣
(ج) ٥,٢٢ × ٠,٤
(د) ٩,٢٧ × ٠,٥
(هـ) ٤,١٨ × ٠,٠٦
(و) ٢,٩ × ٠,٠٧
(ز) ١٤,٦ × ٠,٠٨
(ح) ١٥,١ × ٠,٠٩
(ط) ٧٦ × ٠,٠٤
(ي) ٣٥٨ × ٠,٠٣

٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بخديجة.

(أ) اشرح لماذا طريقة خديجة تعطينا الإجابةَ الصحيحةَ.

(ب) استخدم طريقة خديجة لإيجاد ناتج ما يلي:

(١) ١٢,٢ × ٠,٠٧
(٢) ٢٣,٨ × ٠,٠٩
(٣) ١,٧٤ × ٠,٤
(٤) ٠,٦٧ × ٠,٨

السؤال: أوجد ناتج ٢٤,٣ × ٠,٠٦

الناتج:
٢٤,٣ × ٠,٠٦ = (٢٤,٣ ÷ ١٠٠) × ٦
٢٤,٣ ÷ ١٠٠ = ٠,٢٤٣
٠,٢٤٣ × ٦ = ١,٤٥٨

	٢	٤	٣
×			٦
١	٤	٥	٨

(١) (٢)

٣) أوجدت مها ناتج عمليَّة الضرب ١٤٤ × ٦ = ٨٦٤

أوجد ناتج ما يلي ذهنيًا:

(أ) ١٤٤ × ٠,٦
(ب) ١,٤٤ × ٠,٦
(ج) ١٤,٤ × ٠,٠٦
(د) ١٤٤ × ٠,٠٦

٤) وضِّح أنَّ ٦٨٣٩,٥ × ٠,٦ كغم يساوي تقريبًا ٤,١ أطنان.

ذكِّر نفسك بمعاملات التحويل الموجودة في كتاب الطالب في الفصل الدراسيِّ الأوَّل ص٨١

١٣-٢ القسمة على الأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة

عند قسمة عدد على عدد عشريٍّ أو كسر عشريٍّ، استخدم جدول القيمة المكانية لإيجاد ناتج عمليَّة حسابيَّة متكافئة.

أنت تعرف بالفعل أنَّ قسمة عدد على ١ , ٠ يساوي ناتج ضرب العدد في ١٠ وعند قسمة عدد على ٠١ , ٠ يساوي ناتج ضرب العدد في ١٠٠

أمثلة: عند قسمة عدد على ٣ , ٠ اضرب العدد في ١٠ ثم اقسم على ٣

عند قسمة عدد على ٠٨ , ٠ اضرب العدد في ١٠٠ ثُمَّ اقسم على ٨

مثال ١٣-٢

أوجد ناتجَ ما يلي:

(أ) ٢٨ ÷ ٤ , ٠ (ب) ٩٢ , ٤ ÷ ٠٦ , ٠

الحل

(أ) (٢٨ × ١٠) ÷ ٤ — لقسمة العدد على ٤ , ٠ اضرب العدد في ١٠ ثُمَّ اقسمه على ٤

٢٨ × ١٠ = ٢٨٠ — أولًا ابدأ بالضرب في ١٠

٠ ٧
٤ | ٢ ٨ ٠ — ثُمَّ اقسم على ٤

∴ ٢٨ ÷ ٤ , ٠ = ٧٠ — اكتب الناتج النهائي الصحيح.

(ب) (٩٢ , ٤ × ١٠٠) ÷ ٦ — لقسمة العدد على ٠٦ , ٠ اضرب في ١٠٠ ثُمَّ اقسمه على ٦

٩٢ , ٤ × ١٠٠ = ٩٢٤٠ — أولًا ابدأ بالضرب في ١٠٠

١ ٥ ٤ ٠
٦ | ٩ ٣٢ ٢٤ ٠ — ثُمَّ اقسم الناتج على ٦

∴ ٩٢ , ٤ ÷ ٠٦ , ٠ = ١٥٤٠ — اكتب الناتج النهائي الصحيح.

تمارين ١٣-٢

١) أوجد ناتج كلٍّ مما يلي:

(أ) ٣٢ ÷ ٢ , ٠ (ب) ٧٥ ÷ ٥ , ٠ (ج) ١٥ ÷ ٦ , ٠ (د) ٢٣ , ٤ ÷ ٣ , ٠

(هـ) ٦١٢ ÷ ٨ , ٠ (و) ٣٥ ÷ ٠٧ , ٠ (ز) ٣٢ ÷ ٠٤ , ٠ (ح) ٥٦ ÷ ٠٨ , ٠

(ط) ٢١ ÷ ٠٣ , ٠ (ي) ٣٤ ÷ ٠٤ , ٠ (ك) ٨١ ÷ ٠٦ , ٠ (ل) ٨ , ٧ ÷ ٠٢ , ٠

(م) ٣٤ , ٨ ÷ ٠٤ , ٠ (ن) ٢ , ١ ÷ ٠٥ , ٠ (س) ١٥٦ , ٨ ÷ ٠٧ , ٠

٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصَّ بسامي:

السؤال أوجد ناتج ٢٨,٩ ÷ ٠,٧
قرِّب الناتج لأقرب منزلة عشرية واحدة.

الإجابة ٢٨,٩ ÷ ٠,٧ = (٢٨,٩ × ١٠) ÷ ٧
٢٨,٩ × ١٠ = ٢٨٩
٢٨٩ ÷ ٧ = ٤١,٣ (منزلة عشريَّة واحدة)

$$\begin{array}{r} 41,28 \\ 7\overline{)289,^{30}0^{2}0} \end{array}$$

استخدم طريقة سامي لإيجاد ما يلي:

(أ) ٣٢,٥ ÷ ٠,٣ (قرِّب الناتج إلى منزلة عشريَّة واحدة).

(ب) ٧,٨ ÷ ٠,٩ (قرِّب الناتج إلى منزلة عشريَّة واحدة).

(ج) ١٤٥ ÷ ٠,٧ (قرِّب الناتج إلى منزلة عشريَّة واحدة).

(د) ٦,٤٥ ÷ ٠,٠٧ (قرِّب الناتج إلى أقرب منزلتين عشريَّتين).

(هـ) ٠,٧٩ ÷ ٠,٠٦ (قرِّب الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين).

٣) أوجد هلال ناتج عملية القسمة: ٤٢ ÷ ٧ = ٦

أوجد ناتج ما يلي ذهنيًا:

(أ) ٤,٢ ÷ ٧ (ب) ٤٢ ÷ ٠,٧

(ج) ٤,٢ ÷ ٠,٧ (د) ٤٢٠ ÷ ٠,٧

٤) أوجد ناتج العملية (٤٢,٧ - ٦,٩٣) ÷ (٢ × ٠,٤٥)، مقربًا لأقرب منزلتين عشريَّتين.

١٣-٣ حساب النسب المئويَّة

النسبة المئويَّة تعني (النسبة من ١٠٠)، وتُعتبر النسبة المئويَّة كسرًا مقامه يساوي ١٠٠، ويجب أن تكون قادرًا على كتابة النسب المئويَّة في صورة كسور، كما توجد بعض النسب المئويَّة البسيطة والكسور المكافئة لها في الإطار المقابل، فهل بإمكانك إيجاد نسبة مئويَّةٍ لكميَّة ما؟

إذا كانت النسبة المئويَّة كسرًا بسيطًا فيجب أن تكون قادرًا على إيجادها ذهنيًّا، أمّا النسب المئويَّة الأخرى فيُمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإيجادها.

$\frac{١}{٢} = ٥٠٪$	$\frac{١}{٤} = ٢٥٪$
$\frac{٣}{٤} = ٧٥٪$	$\frac{١}{١٠} = ١٠٪$
$\frac{١}{٥} = ٢٠٪$	$\frac{١}{٣} = ٣٣\frac{١}{٣}٪$
$\frac{٢}{٣} = ٦٦\frac{٢}{٣}٪$	

مثال ١٣-٣

(أ) لدى سعاد ٦٠٠ ريال وقد قرَّرت أن تتبرع منه بنسبة قدرها ٤٠٪ لصالح الأعمال الخيريَّة. فكم المبلغ الذي تبرعت به سعاد؟

(ب) يكسب حسن ٧٢٣ ريالًا ويدفع ٢٧٪ من مكسبه للفواتير. فكم يدفع حسن للفواتير؟

الحل

(أ) $٤٠٪ = \frac{٢}{٥}$

$\frac{٢}{٥}$ من ٦٠٠ ريال = ٢٤٠ ريالًا

$٢٠٪ = \frac{١}{٥}$ إذن ٤٠٪ تساوي $\frac{٢}{٥}$ لأنَّ العدد ٤٠ ضعف العدد ٢٠

$\frac{٢}{٥}$ من ٦٠٠ = (٦٠٠ ÷ ٥) × ٢ = ٢٤٠

(ب) $٢٧٪ = ٠,٢٧$

٢٧٪ من ٧٢٣

٢٧٪ ليست كسرًا بسيطًا؛ لذلك نكتبه في صورة كسور عشريَّة.

$٧٢٣ \times ٠,٢٧$

هذا يعني (٧٢٣ × ٢٧) ÷ ١٠٠

أولًا اضرب ٧٢٣ × ٢٧، ثم اقسم الناتج على ١٠٠

= ١٩٥,٢١ ريالًا

تمارين ١٣-٣

١) فيما يلي صِل كلَّ نسبةٍ مئويَّة بالكسر المكافئ لها:

٥٪	٣٠٪	$٣٧\frac{١}{٢}$٪	٤٥٪	٥٠٪	٦٠٪
$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٢٠}$	$\frac{٣}{١٠}$	$\frac{٩}{٢٠}$

٢) اكتب كلَّ نسبةٍ مئويَّة في صورة كسر عشريٍّ:

(أ) ١٥٪ (ب) ٥٪ (ج) ٩٠٪ (د) ٦,٥٪ (هـ) ١٥٠٪

٣) احسب الكميَّات التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة. (ابدأ بتغيير النسب المئويَّة إلى كسور وتبسيطها لأبسط صورة):

(أ) ٢٥٪ من ٦٠ كغم (ب) ٧٥٪ من ١٠٠٠ لتر

(ج) ٤٠٪ من ٣٠٠ ريال (د) ٧٠٪ من ١٢٠ غم

٤) أوجد الكميَّات التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة:

(أ) ١٠٪ من ٤٥ سم (ب) ٦٠٪ من ٦٠ شخصًا

(ج) $\frac{1}{3}$ ٣٣٪ من ٢٤٠٠ (د) $\frac{1}{2}$ ١٢٪ من ٤٠

٥) (أ) استخدم التقدير لإيجاد التقريب الخاص لكل كميَّةٍ من الكميَّات التالية:

(١) ٢٧٪ من ٤٨ ريالًا (٢) ٥٧٪ من ٢٨٠

(٣) ٦٪ من ٩,٢

جرِّب ٢٥٪ من ٤٨ ريالًا أو ٣٠٪ من ٤٨ ريالًا.

(ب) استخدم الآلةَ الحاسبةَ لإيجاد الإجابات الدقيقة.

٦) أوجد قيمة كلٍ مما يلي بدون استخدام الآلة الحاسبة:

(أ) $\frac{2}{3}$ ٦٦٪ من ٩٠ (ب) ٨٢٪ من ٢٠٠ (ج) ٦٠٪ من ٥٥

(د) ٣٪ من ٢١٠٠ (هـ) ٢٣٪ من ٥٠

٧) أوجد ما يلي:

(أ) ٧٪ من ٣٠ (ب) ١٧٪ من ٣٠

(ج) ١٠٧٪ من ٣٠ (د) ١١٧٪ من ٣٠

٨) استخدم الحقائق الموجودة في الإطارات المقابلة لإيجاد ناتج كل مما يلي:

(أ) ٧٤٪ من س (ب) ٤٨٪ من س

(ج) ٦١٪ من س (د) ١٨,٥٪ من س

(هـ) ١٣٪ من س

٣٧٪ من (س) يساوي ٤٤,٠٣

٢٤٪ من (س) يساوي ٢٨,٥٦

٩) أدلى ٤٦٠٠ شخص بأصواتهم في الانتخابات، وكان لديهم حريَّة الاختيار من بين ثلاثة مرشحين، وجاءت النتائج كما هو موضح في الإطار المقابل:

(أ) كم عدد الأصوات التي حصل عليها كلُّ مرشح؟

(ب) ما النسبة المئويَّة للناخبين الذين لم يدلوا بأصواتهم للمرشحين الثلاثة؟

المرشح (١): ٣٧٪
المرشح (٢): ٢٨٪
المرشح (٣): ٢٠٪

١٠) حضر ٤٠٠٠٠ شخص لمشاهدة مباراة كرة قدم في المجمع الرياضي، ٨٣٪ منهم يشجعون الفريق المضيف:

(أ) كم عدد الأشخاص الذين يشجعون الفريق المضيف؟

(ب) كم عدد الأشخاص الذين لا يشجعون الفريق المضيف؟

(ج) ما النسبة المئويَّة للأشخاص الذين لا يشجعون الفريق المضيف؟

١١) (أ) ما كميَّات النحاس والقصدير الموجودة في ٣٠ غرامًا من البرونز؟
(ب) ما كميَّات النحاس والقصدير الموجودة في كيلو غرام واحد من البرونز؟

يتكوَّن معدن البرونز من ٩٥٪ من النحاس و٥٪ من القصدير.

١٢) (أ) ما النسبة المئويَّة للحديد الموجود في الفولاذ المقاوم للصدأ؟
(ب) ما كميَّات الكروم والنيكل الموجودة في شفرة سكين مصنوعة من الفولاذ المقاوم للصدأ كتلتها ١٤٠ غم؟
(ج) يحتوي أحد المباني على كتلة من الفولاذ المقاوم للصدأ قدرها حوالي ٢٠٠ طن. ما كميَّات الكروم والنيكل التي تحتوي عليها تلك الكتلة؟

يتكوَّن الفولاذ المُقاوم للصدأ من ١٨٪ من الكروم و٨٪ من النيكل والباقي من الحديد.

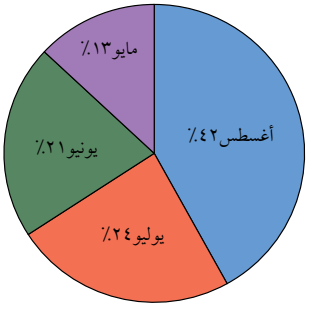
١ طن = ١٠٠٠ كيلوغرام

١٣) يبلُغ عدد سكان الشرق الأوسط ٤١١ مليون نسمة، ويُوضِّح الجدول التالي النسبة المئويَّة لعدد سكان الشرق الأوسط الذين يقطنون بعض بلدانها.

الدولة	الإمارات العربيَّة المُتَّحدة	البحرين	المملكة العربيَّة السعودية	سلطنة عمان
النسبة المئويَّة لسُكَّان الشرق الأوسط	٢,١٪	٠,٢٤٪	٨٪	٠,٩٧٪

قدِّر عدد سكان كلِّ بلد. (اكتب إجاباتك مقرَّبة لأقرب مليون)

١٤) بلغ عدد زوار متحف ما ٥٦٢٣ خلال أربعة أشهر، أوجد عدد الزوار في كل شهر.



١٥) يبلُغ عدد سكان إحدى المدن ٣٢٦٠٠ شخص، ٢٧٪ منهم تزيد أعمارهم عن ٦٠ سنةً، و١٩٪ منهم تبلُغ أعمارهم ١٦ سنةً أو أقلَّ من ذلك. كم عدد الأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين ١٦ و٦٠ سنةً؟

١٦) أوجد الكميات التالية، ثم حدد أي كمية منها تختلف عن باقي الكميات موضحًا إجابتك؟

(أ) ٣٢٪ من ٤٨ (ب) ١٢٪ من ١٢٨ (ج) ٣٪ من ٥١٢
(د) ٩٦٪ من ١٦ (هـ) ١٨٪ من ٨٤ (و) ٩٪ من ١٦٨
(ز) ١٢٠٪ من ٨,١٢ (ح) ٢٤٪ من ٦٤ (ط) ١,٥٪ من ١٠٢٤

١٣-٤ زيادة النسبة المئويَّة وانخفاضها

غالبًا ما تُستخدم النسب المئويَّة لوصف **الزيادة** أو **الانخفاض**.

أمثلة: انخفض عدد سكان المدينة بنسبة ١٣٪

حصلت على زيادة في الراتب قدرها ٧٪

انخفض السعر بنسبة ٣٠٪

ارتفع الإنتاج بنسبة ١٥٠٪

يُطلق على الانخفاض أحيانًا لفظ (ينقص) أو (يقل) أو (خصم)

يُمكنك إيجاد قيمة ما بعد الزيادة عليها أو انخفاضها في خطوتين:

① احسب الزيادة أو الانخفاض.

② أضف الناتج إلي الكميَّة الأصليَّة أو اطرحه منها.

مثال ١٣-٤

اشترت زينب سيَّارةً بسعر ١٥٨٠٠ ريال، وبعد مرور سنة أصبحت قيمة السيَّارة أقلَّ بنسبة ٢٠٪ من سعرها الأصلي، فكم أصبح سعر السيَّارة؟

الحل

٢٠٪ = $\frac{١}{٥}$

$\frac{١}{٥}$ من ١٥٨٠٠ = ١٥٨٠٠ ÷ ٥ = ٣١٦٠

أولًا نوجد قيمة الانخفاض من سعر السيارة الأصلي.

هذا هو مقدار الانخفاض.

١٥٨٠٠ – ٣١٦٠ = ١٢٦٤٠

السيَّارة تبلُغ قيمتها الآن ١٢٦٤٠ ريالًا.

ثم نطرح مقدار الانخفاض من سعر السيارة الأصلي .

تمارين ١٣-٤

١) **أوجد ما يلي:**

(أ) ١٥٪ من ٦٠ ريالًا

(ب) ٧٠٪ من ٣٢٠٠ شخص

(ج) ٢٪ من ١٩,٠٠

٢) اقرأ ما تقوله خديجة. ما المبلغ الذي ستحصل عليه إذا زادت مدخراتها بنسبة:

(أ) ١٠٪ (ب) ٥٠٪ (ج) ٧٠٪

(د) ١٠٠٪ (هـ) ١٢٠٪

ادَّخرتُ ٢٤٠ ريالًا.

٣) يبلُغ عدد سكان إحدى المدن ٤٥٠٠٠ شخص، من المتوقَّع أن يرتفع عدد السكان بنسبة ١٥٪ في السنوات العشر القادمة. احسب عدد السكان بعد عشر سنوات.

٤) قالب معدنيٌّ يبلُغ طوله ١٨٠٠ متر، وعند تسخينه يزداد طوله بنسبة ٥ , ٠٪، كم يبلُغ طول القالب بعد التسخين؟

٥) يعرض الجدول المقابل أسعار منتجات إحدى الشركات:

(أ) في أحد عروض التخفيضات، تمَّ تخفيض كلِّ الأسعار بنسبة ٣٠٪، احسب الأسعار في عرض التخفيضات.

(ب) كم ستوفِّر إذا اشتريت الأجهزة الأربعة كلها في عرض التخفيضات؟

الجهاز الكهربائيُّ	السعر بالريال
ثلَّاجة	٢٨٠
تلفاز	٥٢٠
غسالة كهربائيَّة	١٩٠
حاسب آليٌّ	٤٣٠

٦) ترتفع تكاليف السفر كل عام بنسبة ٨٪، ويوضِّح الجدول المقابل تكاليف عام واحد لأربعة مسافرين. أكمل الجدول المقابل لعرض التكاليف المقدَّرة الخاصَّة بهم لعام واحد بعد ارتفاع الأسعار. (اكتب الأسعار مقرَّبةً لأقرب ريال عمانيٍّ.)

المسافرون	التكلفة قبل الزيادة (ريال)	التكلفة المُقدَّرة بعد الزيادة
(أ)	٤١٥	
(ب)	٦٢٩	
(ج)	٣٩٠	
(د)	٨١٢	

٧) يخصم أحد معارض السيَّارات أسعار السيَّارات الجديدة. احسب الأسعار الجديدة بعد الخصم.

أنواع السيارات	السعر قبل الخصم (ريال)	مقدار الخصم (٪)	السعر بعد الخصم (ريال)
١	١٥٨٠٠	٢	
٢	١٧٤٢٥	٣	
٣	٢١٢٨٠	١,٥	
٤	٢٤١٧٢	١,٨	

٨) (أ) يبيع أحد المحلات هاتفًا بسعر ٨٠ ريالًا، إذا رفع المحل أسعاره بنسبة ١٠٪، أوجد السعر الجديد.

(ب) اقرأ ما يقوله كل من مهند وعائشة:

إذا خفض المحل أسعاره الجديدة بنسبة ١٠٪ سينخفض السعر ليعود إلى ٨٠ ريالًا.

إذا خفض المحل أسعاره الجديدة بنسبة ١٠٪ سيكون السعر أقلَّ من ٨٠ ريالًا.

١) من منهما على صواب؟ اشرح إجابتك.

٢) أوجد سعر الهاتف بعد الخصم.

٩) يُباع التلفاز في أحد المحلات بسعر ٤٠٠ ريال:

(أ) بعد شهر خفض المحل أسعاره بنسبة ٢٠٪، أوجد السعر الجديد للتلفاز.

(ب) إذا خفض المحل سعر التلفاز بنسبة إضافية قدرها ٢٠٪، احسب سعره بعد التخفيض.

١٣-٥ إيجاد النسب المئويَّة

يمكننا كتابة أحد الأعداد في صورة نسبة مئويَّةٍ من عدد آخر.

إليك بعض الأمثلة:

- كتابة تخفيضات الأسعار في صورة نسبة مئويَّةٍ
- إيجاد النسبة المئويَّة لعدد الأشخاص الباحثين عن عمل
- تقدير التغير في عدد السكان (الزيادة أو النقصان) في صورة نسبة مئوية

لكتابة كسر في صورة كسر عشريٍّ، اقسم البسط على المقام.

$\frac{٧}{٨} = ٧ \div ٨ = ٠,٨٧٥$

لكتابة كسر عشريٍّ في صورة نسبة مئويَّة، اضرب في ١٠٠

$٠,٨٧٥ = ٨٧,٥\%$

مثال ١٣-٥

تقل حافلة النقل العام مجموعة من الأشخاص يوميًا من مناطق سكنهم إلى أماكن عملهم المختلفة، احسب النسبة المئوية في كل مما يلي:

(أ) نقلت الحافلة في يوم الأحد ٤٠ شخصًا، ٢٨ منهم من النساء، ما النسبة المئوية للنساء ؟

(ب) في يوم الإثنين نقلت الحافلة على متنها ٦٤ راكبًا، ٣٧ منهم من النساء، ما النسبة المئوية للنساء؟

(ج) في يوم الثلاثاء يوجد على متنها ٧٠ راكبًا، ما النسبة المئوية للزيادة في عدد الركاب؟

الحل

(أ) عدد النساء في الحافلة في صورة عدد كسريٍّ $\frac{٢٨}{٤٠} = \frac{٧}{١٠}$

$\frac{٧}{١٠} = ٧٠\%$ نساء

(ب) عدد النساء في الحافلة في صورة عدد كسريٍّ $\frac{٣٧}{٦٤}$

$\frac{٣٧}{٦٤} = ٠,٥٧٨$

$٠,٥٧٨ = ٥٧,٨\%$

من السهل تبسيط الأعداد للحصول على كسر بسيط.

$\frac{١}{١٠} = ١٠\%$، $\therefore \frac{٧}{١٠} = ٧ \times ١٠ = ٧٠\%$

لا يمكن تبسيط هذا الكسر أكثر من ذلك.

اقسم لإيجاد الكسر العشريِّ المكافئ.

$٣٧ \div ٦٤ = ٠,٥٧٨$

اضرب الكسر العشريَّ في ١٠٠ للحصول على النسبة المئويَّة.

قرِّب إجابتك إذا لزم الأمر.

(ج) الزيادة هي $٧٠ - ٦٤ = ٦$

النسبة المئويَّة للزيادة هي $\frac{٦}{٦٤} \times ١٠٠$

$= ٩,٣٨\%$

اقسم على عدد الركاب قبل الزيادة ٦٤، وليس على العدد ٧٠

تمارين ١٣-٥

١) يعرض الآطار الآتي الدرجات التي حصل عليها سامي في ست مواد مختلفة :

العلوم: ٧ من ١٠	التاريخ: ١٧ من ٢٠	الجغرافيا: ٢٧ من ٤٠
اللغة الإنجليزيَّة: ٣٧ من ٥٠	الرياضيَّات: ٦٧ من ٨٠	الرسم: ١٧ من ٣٠

(أ) أوجد النسبة المئوية لكل درجة؟

(ب) ما المادَّة التي حصل فيها سامي على أفضل درجة؟

٢) يوجد ٧٥٣ طالبًا في إحدى الكليَّات. ٤١٩ منهم من الإناث.

(أ) ما النسبة المئويَّة للطلبة من الإناث؟

(ب) ما النسبة المئويَّة للطلبة من الذكور؟

٣) تقرأ سارة كتابًا من ٤٢٧ صفحةً. إذا أنهت قراءة ٢٧٦ صفحةً منه.

(أ) ما النسبة المئويَّة لعدد الصفحات التي قرأتها؟

(ب) ما النسبة المئويَّة لعدد الصفحات المُتبقية للقراءة؟

٤) يوجد ٢٤ رجلًا و٣٦ امرأة في جمعية للأعمال الخيرية.

(أ) ما النسبة المئويَّة للرجال بالجمعية؟

(ب) ما النسبة المئويَّة للنساء بالجمعية؟

(ج) انضمَّ ١٠ رجال و١٠ نساء إلى الجمعية. ما النسب المئويَّة للرجال والنساء الآن؟

٥) يوضِّح الجدول المقابل عدد السكان (بالملايين) لستة دول في عام ١٩٩٨ وعام ٢٠١٨

الدولة	عدد السُكَّان (ملايين)	
	١٩٩٨	٢٠١٨
١	١١٤٥	١٣٤١
٢	٨٧٤	١٢٢٥
٣	١٨٤	٢٤٠
٤	١٢٢	١٢٧
٥	٩٨	١٥٨
٦	٢٥٣	٣١٠

(أ) احسب النسبة المئويَّة للزيادة في عدد السكان لكلِّ دولة خلال ٢٠ سنةً.

(ب) خلال هذه الفترة تزايد عدد سكان العالم من ٥,٣ مليارات إلى ٦,٩ مليارات.

١) ما النسبة المئويَّة للزيادة في عدد سكان العالم؟

٢) في عام ٢٠١٨ م، ما النسبة المئويَّة من سكان العالم في الدولة ١؟

١ مليار = ١٠٠٠ مليون

٦) يعرض الجدول المقابل كتل أربعة أشخاص كانوا يتَّبعون نظامًا غذائيًّا من مارس إلى يوليو.

(أ) احسب تغيير النسبة المئويَّة في الكتلة لكلِّ شخص.

(ب) من الأفضل بينهم في اتِّباع النظام الغذائيِّ؟ فسر إجابتك.

الشخص	الكتلة في شهر مارس (كغم)	الكتلة في شهر يوليو (كغم)
(أ)	٩٥,٢	٨٨,٧
(ب)	٨٩,٤	٧٩,٠
(ج)	٨٤,٥	٨٧,٣
(د)	١٠٢,٥	٨٧,٤

٧) يعرض الجدول المقابل كتلة أحد الأولاد في أعمار مختلفة.

أوجد النسبة المئويَّة للزيادة في الكتلة:

(أ) من سنة إلى سنتين

(ب) من سنتين إلى ٤ سنوات

(ج) من شهر إلى سنة.

العمر	شهر	سنة	سنتين	٤ سنوات
الكتلة (كغم)	٤,٥	٩,٦	١٢,٢	١٦,٣

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ عند الضرب في أو القسمة على عدد عشريٍّ أو كسر عشريٍّ يمكنك استخدام قيمة العدد العشريِّ أو الكسر العشريِّ لإيجاد عمليَّة حسابيَّة متكافئة
- ★ النسبة المئويَّة هي عبارة عن كسر مقامه مائة.
- ★ يُمكنك إيجاد النسبة المئويَّة لكميَّة ما من خلال كتابة النسبة المئويَّة في صورة كسر أو كسر عشريٍّ .
- ★ يُمكنك إيجاد كميَّة جديدة بعد زيادة أو انخفاض نسبة مئويَّة من خلال حساب الزيادة أو الانخفاض أوَّلًا ثُمَّ جمع الناتج إلى الكميَّة الأصليَّة أو طرحها منه.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة والأعداد العشريَّة والكسور العشريَّة في عدد عشريٍّ أو كسر عشريٍّ، أو قسمتها على عدد عشريّ أو كسر عشريّ، من خلال مراعاة العمليَّات الحسابيَّة المتكافئة.
- ★ حساب النسب المئويَّة وحلُّ المسائل التي تتضمَّنها.
- ★ حساب زيادة النسبة المئويَّة وانخفاضها وحلُّ المسائل التي تتضمَّنها.
- ★ التعبير عن رقم واحد محدَّد في صورة كسر أو نسبة مئويَّة لآخر .
- ★ حلُّ المسائل اللفظيَّة التي تحتوي على نسبة مئويَّة.

تمارين ومسائل عامة

١) استخدم العمليَّات الحسابيَّة المتكافئة لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) ٣,١٢ × ٠,٢ (ب) ٢٣,٥ × ٠,٠٦

(ج) ٧٢ × ٠,٤ (د) ٨٩ × ٠,٠٨

٢) استخدم العمليَّات الحسابيَّة المتكافئة لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) ٨٤ ÷ ٠,٢ (ب) ٦,٣ ÷ ٠,٩

(ج) ٧٢ ÷ ٠,٠٨ (د) ٣,٥ ÷ ٠,٠٥

٣) اكتب النسب المئويَّة الآتية في صورة كسور وضعها في أبسط صورة مُمكنة:

(أ) ٩٠٪ (ب) ٤٠٪ (ج) ٥٪ (د) ٢,٥٪

٤) احسب الكميَّات الآتية:

(أ) ٦٠٪ من ١٢٠ مترًا (ب) ٤٣٪ من ١٥ مترًا

(ج) $\frac{٢}{٣}$ ٦٦٪ من ٢٧ كغم (د) ٩,٥٪ من ٥٨٠٠

٥) توجد دراسة استقصائيَّة تضمَّنت ٧٢٠٠ سيارة، ١٧٪ منها كانت تقودها نساء:

(أ) ما النسبة المئويَّة للسيَّارات التي كان يقودها الرجال؟

(ب) كم عدد السيَّارات التي كان يقودها الرجال؟

٦) زار ٤٦٠ شخصًا المتحف يوم الجمعة:

(أ) إذا زاد عدد الأشخاص يوم السبت بنسبة ٢٠٪ عن يوم الجمعة. كم شخصًا زار المتحف يوم السبت؟

(ب) قلَّ عدد الأشخاص يوم الأحد بنسبة ١٥٪ عن يوم الجمعة. كم شخصًا زار المتحف يوم الأحد؟

٧) ساهم ٨١٢ فردًا بتبرعات لصالح الأعمال الخيريَّة.

اقرأ ما يقوله أحمد.

إذا حصلنا على مساهمات أكثر بنسبة ٢٠٪ سيكون لدينا أكثر من ١٠٠٠ مساهمة.

هل هو على صواب؟

فسر إجابتك.

٨) إذا كانت قيمة الضريبة لتكلفة الوجبات التي يبيعها مطعم ما تقدر بنسبة ٤٪، فيما يلي بعض الأسعار قبل إضافة الضريبة. أوجد السعر بعد إضافة الضريبة:

(أ) ٧,٥٥٠ ريالًا (ب) ١٩,١٠٠ ريالًا

(ج) ٤٥,٩٩٠ ريالًا

٩) خفض محلٌّ أسعار منتجاته بنسبة ٦٥٪ أثناء التخفيضات. ما السعر بعد التخفيض للقطع التي تبلُغ تكلفتها:

(أ) ٥٠ ريالًا (ب) ٨٥ ريالًا (ج) ٢٢٩ ريالًا

١٠) دخل ٤٦٨ شخصًا مركزًا تجاريًا صباح يوم الخميس. ٣١٤ منهم كانوا نساءً و٧٥ منهم كانوا أطفالًا.

(أ) ما النسبة المئويَّة للنساء؟

(ب) ما النسبة المئويَّة للأشخاص الذين لم يكونوا أطفالًا.

١١) بلغ عدد طلاب مدرسة ما في العام الماضي ٦٢٩ طالبًا، وانخفض عددهم هذا العام إلى ٥٧٤ طالبًا، ما النسبة المئويَّة للانخفاض؟

١٢) يعرض الجدول الآتي قيمة خنجرٍ أثريٍّ قديمٍ في فترات زمنية مختلفة. أوجد النسبةَ المئويَّةَ لزيادة أو انخفاض قيمة الخنجر:

السنة	١٩٩٢	٢٠٠٢	٢٠١٢
القيمة (ريال)	٧٥٠	١٢٥٠	١١٥٠

(أ) من ١٩٩٢ إلى ٢٠٠٢

(ب) من ٢٠٠٢ إلى ٢٠١٢

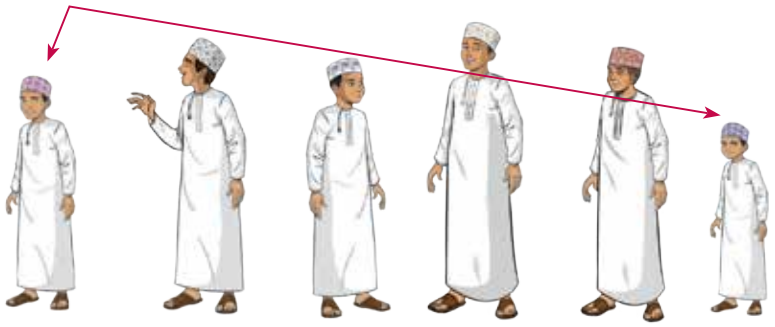
(ج) من ١٩٩٢ إلى ٢٠١٢

١٣) من الجدول المقابل:

المدينة	أقل من ٢٥ سنةً	٢٥ سنة أو أكثر
س	٤٨٢٥	٧٣٦٢
ص	١٠٢٠٩	٢٣ ٦٢٧

حدد المدينة التي تتضمَّن نسبة أكبر من عدد الأشخاص الذين أعمارهم أقل من ٢٥ سنةً؟ (وضح خطوات الحل)

الوحدة الرابعة عشرة: المُخطَّطات الدائريَّة والمقاييس الإحصائية



دائمًا ما تسمع الناس يتحدَّثون عن (مُتوسِّط الطول) و(مُتوسِّط الدخل) و(مُتوسِّط الكُتلة) و(مُتوسِّط العُمر)، ولكن ماذا يعنون؟ ما الأمثلة الأخرى التي يُمكن أن تفكِّر بها؟

إذا كان متوسط عدد الأطفال في العائلة ٦ , ٢ طفل. ماذا يعني هذا؟ كيف يُمكن أن يكونَ لديك ٦ , ٠ طفل؟

توجد أنواع مختلفة من المقاييس الإحصائية ويعتمد اختيار النوع على طبيعة البيانات الموجودة لديك ، فأحيانا تكون القيم متقاربةً جدًا، وأحيانًا تكون مختلفة تمامًا.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمُفردات الأساسيَّة التالية:

- المُخطَّط الدائريُّ (pie chart)
- القطاع (sector)
- الإحصاء (statistic)
- المتوسط (الوسط الحسابي) (mean)
- المنوال (mode)
- الوسيط (median)
- منواليٌّ (modal)
- المدى (range)
- الفئة (class)
- التكرار (frequency)
- الجدول التكراري (frequency table)
- الفئة المنواليَّة (modal class)

فمثلًا أطوال الأشخاص في المجموعة الموجودة على اليمين مختلفة جدًا، أما أطوال الأشخاص في المجموعة الأخرى متقاربة جدًا.

في هذه الوحدة، ستتعلَّم كيف ترسُم وتفسر مُخطَّطات دائريَّة وستطَّلع على أنواع مختلفة للمقاييس الإحصائية، كما ستتعلَّم كيف تقيس مدى انتشار قيم البيانات وكيف تقارن بين مجموعتين وتمثلهما.

١٤-١ تفسير المُخطَّطات الدائريَّة ورسمها

يمكنك استخدام **مُخطَّط دائريٍّ** لعرض البيانات الكمية لتوضيح كيف تكون الكميَّة مقسمة أو موزعة، ويُرسَم المُخطَّط الدائريُّ كدائرة مقسمة إلى أجزاء تُسمَّى **قطاعاتٍ**، يكون فيها مجموع زوايا كلِّ القطاعات تساوي ٣٦٠°، وعندما ترسُم مُخطَّطًا دائريًّا يجب أن تتأكَّد أن تسمِّي كلَّ قطاع وترسُم الزَّوايا بدِقَّة.

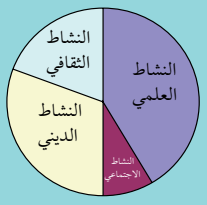
مثال ١٤-١

(أ) في الشكل المقابل يشير المُخطَّط الدائريُّ إلى النشاط المُفضَّل لطلاب الصفِّ ٧/ أول.

(١) ما النشاط الأكثر شيوعًا؟ (٢) ما النشاط الأقلُّ شيوعًا؟

(٣) هل يُمكنك أن تعرف من المُخطَّط الدائريِّ كم عدد طلاب الصف ٧/ أول؟

الأنشطة المفضلة للطلاب في الصف ٧/ أول



(ب) يشير الجدول التكراري التالي إلى النشاط المُفضَّل لطلاب الصفِّ ٧/ ثاني. ارسُم مُخطَّطًا دائريًّا لعرض بيانات الجدول.

النشاط	العلمي	الاجتماعي	الديني	الثقافي
التكرار	٨	٧	١٠	٥

الحل

(أ) (١) النشاط العلمي هو الأكثر شيوعًا.
(٢) النشاط الاجتماعي هو الأقلُّ شيوعًا.
(٣) لا

يقع النشاط العلمي في القطاع الأكبر من المُخطَّط الدائريِّ.
يقع النشاط الاجتماعي في القطاع الأصغر من المُخطَّط الدائريِّ.
يعرض المُخطَّط الدائريُّ القطاعات الدائرية للأنشطة المختلفة.

(ب) ٣٦٠° ÷ ٣٠ = ١٢°

أوجد قياس زاوية القطاع الدائري لكل طالب.

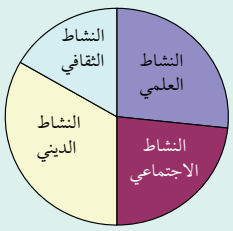
قياس زاوية قطاع الدائري لكل نشاط:
النشاط العلمي: ٨ × ١٢° = ٩٦°

اضرب تكرار النشاط في قياس زاوية القطاع الدائري لكل طالب لإيجاد قياس زاوية القطاع الدائري لكل نشاط.

النشاط الاجتماعي ٧ × ١٢° = ٨٤°
النشاط الديني ١٠ × ١٢° = ١٢٠°
النشاط الثقافي ٥ × ١٢° = ٦٠°
٣٦٠° = ٦٠° + ١٢٠° + ٨٤° + ٩٦° =

إجمالي قياسات زوايا القطاعات الدائرية للأنشطة

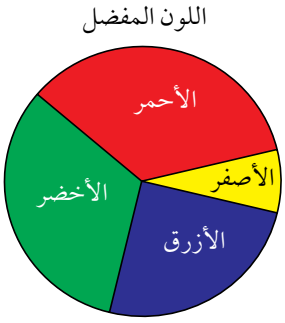
الأنشطة المفضلة للطلاب في الصف ٧/ ثاني



ابدأ برسم دائرةٍ، ثُمَّ ارسُم خطًّا من المركز لأعلى الدائرة. قِس زاوية ٩٦° لقطاع (النشاط العلمي)، ثُمَّ ارسُم خطًّا مُستقيمًا من المركز إلى نقطة ما على محيط الدائرة، وكرِّر ذلك للقطاعات الأخرى، بحيث تسمي كلَّ قطاع باسم النشاط، وضَع عنوانًا للمُخطَّط.

تمارين ١٤-١

١) يوضِّح المُخطَّط الدائريُّ الألوان المُفضَّلة التي اختارها ٤٠ شخصًا.

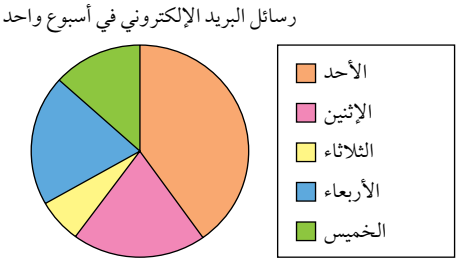


(أ) ما اللون الأكثر تفضيلًا؟

(ب) ما اللون الأقلُّ تفضيلًا؟

(ج) اشرح كيف يُمكنك أن تعرف من خلال المُخطَّط الدائريِّ أنَّ الأزرق هو اللون المُفضَّل لدى ١٠ أشخاص.

٢) يشير المُخطَّط الدائريُّ إلى عدد رسائل البريد الإلكترونيِّ التي تستقبلها سماح في أسبوع واحد.



(أ) في أيِّ يوم استقبلت أكبر عدد من رسائل البريد الإلكترونيِّ؟

(ب) في أيِّ يوم استقبلت أقلَّ عدد من رسائل البريد الإلكترونيِّ؟

(ج) في أيِّ يومين استقبلت نفس العدد من رسائل البريد الإلكترونيِّ؟

(د) هل يُمكنك أن تعرف من المُخطَّط الدائريِّ كم عدد رسائل البريد الإلكترونيِّ التي تستقبلها سماح في يوم الخميس؟ اشرح إجابتك.

٣) يشير الجدول المقابل إلى أنواع الكتب التي يفضلها مجموعة من الطلاب.

أنواع الكتب	التكرار
الدينية	١٢
العلمية	١٨
الأدبية	١٠
العامة	٢٠

(أ) أكمل العمليَّات الحسابية التالية الخاصَّة برحاب لإيجاد قياس زاوية كل قطاع في المُخطَّط الدائريِّ لتوضيح بيانات الجدول.

العدد الإجماليُّ للكتب = ١٢ + ١٨ + ١٠ + ٢٠ = ☐ كتاب

قياس زاوية القطاع الدائري لكلِّ كتاب = ٣٦٠ ÷ ☐ = ☐

قياس زاوية القطاع الدائري للكتب:

الدينية = ١٢ × ☐ = ☐ العلمية = ١٨ × ☐ = ☐

الأدبية = ١٠ × ☐ = ☐ العامة = ٢٠ × ☐ = ☐

(ب) ارسُم مخطَّطًا دائريًّا لعرض بيانات الجدول.

٤) طُلب إلى مجموعة مُكوَّنة من ٤٠ شخصًا الإجابة عن نوع الرياضة المفضلة لديهم، ويعرض الجدول المقابل إجابات هؤلاء الأشخاص.
ارسُم مخطَّطًا دائريًّا لعرض بيانات الجدول.

نوع الرياضية	التكرار
كرة السلة	٥
كرة القدم	٢٠
كرة الطائرة	٨
أخرى	٧

تذَكَّر تسمية كلِّ قطاع وتحديد عنوان المُخطَّط الدائريِّ.

٥) سجل يحيى البيانات الخاصة بالهوايات المفضلة لدى طلاب صفه في جدول، ولكن انسكبت القهوة عليه فأصبح شكله كالآتي:

الهواية المفضلة	التكرار	الدرجة
القراءة	٢	٤٠
الكتابة	٧	
الرسم		٨٠
تعلم اللغات		١٠٠

(أ) أوجد القيم الناقصة في جدول يحيى.

(ب) ارسُم مُخطَّطًا دائريًّا لعرض بيانات الجدول.

١٤-٢ المقاييس الإحصائية والمدى

إن **الإحصاء** هو علم جمع ووصف وتفسير البيانات وفق مقاييس إحصائية محددة، وستتعرف في هذه الوحدة على مجموعة من المقاييس الإحصائية وهي : **المنوال**، **والوسيط**، **والوسط الحسابي**.

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا لمجموعة من البيانات، فمثلًا إذا كانت أعمار الأكثرية من الجماهير المشجعة في مباراة ما ١٩ سنةً، فإنَّ المنوال لأعمار المشجعين هو ١٩

الوسيط هو القيمة المتوسطة لمجموعة من القيم المرتبة ، فمثلًا إذا قمت بترتيب أعمار الجماهير المشجعة ترتيبًا تصاعديًا أو تنازليًا فإن العمر في المنتصف هو الوسيط لجميع الأعمار.

الوسط الحسابي هو إيجاد إجمالي كل القيم لمجموعة من البيانات وقسمتها على عدد تلك القيم.

المدى هو الفرق بين العدد الأكبر و العدد الأصغر، حيث يشير إلى كيفيَّة انتشار الأعداد (البيانات)؛ فإذا كان أكبر الأشخاص سنًا في المباراة عمره ٧٥ سنة والأصغر ١٣ سنة، فإنَّ المدى يساوي ٦٢ سنة.

مثال ١٤-٢

يوضح الإطار المقابل الأوقات (بالثواني) التي استغرقها ١٦ طالبًا للمشي مسافة ٢٠٠ مترٍ.

أوجد المنوال والوسيط والمدى:

٣٠	٣٩	٣٢	٣٥	٣٢	٣٧	٣٢	٣٧
٤٤	٣٠	٣٢	٣٨	٣٨	٤١	٣٩	٣٢

الحل

المنوال ٣٢ ثانيةً

تكرَّر العدد ٣٢ خمس مرَّات، ٣٢ مكرَّر أكثر من أيِّ عدد آخر.

الوسيط ٣٦ ثانيةً

اكتب البيانات بالترتيب لإيجاد الوسيط.

الأعداد، بالترتيب، هي:

٣٠، ٣٠، ٣٢، ٣٢، ٣٢، ٣٢، ٣٢، ٣٥، ٣٧، ٣٧، ٣٨، ٣٨، ٣٩، ٣٩، ٤١، ٤٤

∴ الوسيط يقع في المنتصف بين العدد الثامن والعدد التاسع.

∴ فإن الوسيط = ٣٦

المدى ١٤ ثانية

المدى هو أكبر قيمة – أصغر قيمة

= ٤٤ – ٣٠ = ١٤

يوضح الجدول المقابل مجموعة كبيرة من البيانات المسجلة لكتل ١١٨ شخصًا، حيث صنفت الكتل فيه في مجموعات تُسمَّى **فئاتٍ**، تتضمن كل فئة عددًا معينًا من الأشخاص تم التعبير عنه بالتكرار، ويسمى الجدول السابق بـ **الجدول التكراري**، والذي يشير إلى أنَّ ٢٦ شخصًا كتلتهم تتراوح بين ٤٠ كغم و٤٩ كغم وكتلة ٣٩ شخصًا تتراوح بين ٥٠ كغم و٥٩ كغم، ولا يُمكنك إيجاد الوسيط أو المنوال لفئة معينة.

الكتلة (كغم)	٤٠-٤٩	٥٠-٥٩	٦٠-٦٩	٧٠-٧٩	٨٠-٨٩
التكرار	٢٦	٣٩	٢٨	١٩	٦

ولكن يُمكنك إيجاد الفئة التي تتضمَّن أكبر عدد من الأشخاص، وتسمى الفئة **المنوالية**، حيث إن الفئة المنواليَّة لهذه البيانات هي ٥٠-٥٩ كغم لأنها الفئة الأكثر تكرارًا.

تمارين ١٤-٢

١) يوضح الإطار المقابل أعمار مجموعة من الطلاب (بالسنوات):

١١	١١	١٢	١٣	١٣	١٤	١٥	١٥	١٥	١٥	١٥

أوجد ما يلي: (أ) المنوال (ب) الوسيط (ج) المدى

٢) يوضح الإطار المقابل درجات الحرارة التي سجلها بدر في الجبل الأخضر خلال شهر يناير ولمدة ثلاثة أسابيع يوميًا:

٧	٢	١-	٣	٢	٢-	٠	٢	٦	٦	٦
٣	٤	٦	٦	٥	٣	٨	٩	٦	٦	٢

أوجد ما يلي:

(أ) المنوال (ب) الوسيط

(ج) المدى

٣) في الإطار المقابل كتل بالكيلوغرام لتسعة أعضاء من نادٍ صحي:

٧٥	٧٨	٨٢	٨٣	٨٥	٨٨	٩٠	٩٢	٩٣

(أ) أوجد الوسيط.

(ب) أوجد المدى، واستخدِم إحدى العمليَّات العكسيَّة للتحقُّق من صحة إجابتك.

(ج) بعد ثلاثة أشهر، نقصت كتل جميع الأشخاص بمقدار ٤ كغم، أوجد الوسيط الجديد والمدى الجديد.

(د) كيف سيتغيَّر الوسيط إذا نقصت كتل جميع الأشخاص بمقدار ١٠ كغم؟

(هـ) كيف سيتغيَّر المدى إذا نقصت كتل جميع الأشخاص بمقدار ١٠ كغم؟

٤) يعرض الجدول التالي عدد السكان (بالملايين) تقريبًا لسبع دول:

الدولة	نيجيريا	المملكة العربيَّة السعوديَّة	مصر	الهند	إندونيسيا	سوريا	سلطنة عمان
عدد السكان (ملايين)	٢٠١	٣٤	٩٨	١٣٧٣	٢٦٩	٢٠	٤

(أ) أوجد الوسيط. (ب) أوجد المدى.

٥) يوضح الإطار المقابل أعمار عشرة طلاب (بالسنوات)

٩	١١	١١	١١	١١	١٢	١٢	١٣	١٤	١٤

أوجد ما يلي:

(أ) المنوال

(ب) الوسيط

(ج) المدى

٦) يعرض الإطار المقابل أطوال ستة أشخاص (بالمتر) في ناد رياضي.

١,٤٠	١,٤٥	١,٥٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٨٠

١) أوجد ما يلي:

(أ) الوسيط (ب) المدى (ج) المنوال

٢) انضمَّ شخص آخر إلى النادي، فأصبح المدى ٠,٤٥ م والوسيط ١,٥٥ م. أوجد طول الشخص السابع.

٧) يوضِّح الجدول التالي المدة التي يقضيها ٩٢ سائحًا في سلطنة عمان بالأيام.

طول المدَّة (أيام)	١-٧	٨-١٤	١٥-٢١	٢٢-٢٨	٢٩-٤٢
التكرار	٦	١٤	٢٢	٣٥	١٥

(أ) أوجد الفئة المنواليَّة. وضِّح إجابتك.

(ب) (١) ما أكبر قيمة مُمكنة للمدى؟

(٢) فسر أن: أصغر قيمةٍ مُمكنة للمدى هي ٢٢ يومًا.

٨) الجدول التكراري التالي يعرض عدد الأخوة لـ٢٥ طالبًا:

عدد الأخوة	٠	١	٢	٣	٤	٥
التكرار	٤	٨	٦	٢	٤	١

(أ) كم عدد الطلاب الذين لديهم أكثر من ٣ أخوة؟

(ب) ما العدد المنواليُّ لعدد الأخوة؟

(ب) ما الوسيط لعدد الأخوة؟

١٤-٣ الوسط الحسابي

تعلمت في الدروس السابقة نوعين من أنواع المقاييس الإحصائية: المنوال والوسيط. أمَّا النوع الثالث هو الوسط (المتوسط) الحسابي.

لإيجاد الوسط الحسابي لمجموعة من القيم، اجمع جميع القيم ثُمَّ اقسم على عددها.

مثال: لإيجاد الوسط الحسابي لخمس كتل بالكيلو غرام: ١٢، ١٤، ١٥، ٢٠، ٢٣ أوجد إجماليَّ الكتل، ثُمَّ اقسم المجموع على ٥

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{١٢+١٤+١٥+٢٠+٢٣}{٥} = \frac{٨٤}{٥} = ١٦,٨ \text{ كغم.}$$

لإيجاد الوسط الحسابي لمجموعة كبيرة من الأعداد قد تحتاج إلى استخدام الجدول التكراري.

مثال ١٤-٣

رُميَ حجر نرد ذو ستة أوجه ١٠٠ مرَّة.
ويعرض الجدول التكراري المقابل عدد مرات تكرار ظهور كل وجه. أوجد ما يلي:

الأوجه	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	١٢	١٩	١٥	١١	٢٤	١٩

(أ) المنوال

(ب) الوسط الحسابي

الحل

(أ) المنوال = ٥ — المنوال هو الوجه الأكثر تكرارًا.

(ب) الوسط الحسابي = ٣,٧٣

مجموع النقاط الإجماليِّ = ١ × ١٢ + ٢ × ١٩ + ٣ × ١٥ + ٤ × ١١ + ٥ × ٢٤ + ٦ × ١٩ = ٣٧٣

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٣٧٣}{١٠٠} = ٣,٧٣$$

تمارين ١٤-٣

١) قاست مها أطوالَ ست قطع من الخيط بالسنتيمتر، كما هو موضح في الإطار المقابل.

١٢	٩	١٤	٢٠	١٣	١٠

(أ) أوجد الوسط الحسابي.

(ب) كم عدد القطع الأطول من الوسط الحسابي؟

(ج) كم عدد القطع الأقصر من الوسط الحسابي؟

٢) سجَّل رامي عددَ الأشخاص الذين ذهبوا إلى المكتبة العامة في عِدَّة أيام مختلفة في الإطار المقابل:

٦٨	٨٥	٣١	٣٨	١٠٣

(أ) أوجد الوسط الحسابي للزائرين في اليوم.

(ب) استخدم عمليَّةً عكسيَّةً للتحقُّق من صحة إجابتك.

٣) سجل عبدالله أعمار عشرة أشخاص من عائلته (بالسنوات) في الإطار المقابل:

١٨	١٨	١٩	٢٠	٢٤	٢٦	٣٠	٣٢	٣٨	٤٥

(أ) أوجد الوسط الحسابي لأعمارهم.

(ب) كتب عبدالله عُمر عمه ٤٥ بدلًا من ٥٥، أوجد الوسط الحسابي الجديد للأعمار.

٤) في الموسم الماضي أحرز فريق ناصر لكرة القدم ٥٠ هدفًا في ٢٠ مباراة، وهذا الموسم أحرز الفريق ٦٠ هدفًا في ٢٥ مباراة. أوجد الوسط الحسابي لعدد الأهداف في كلِّ مباراةٍ لكلِّ موسمٍ.

٥) الإطار المقابل يوضح عدد ساعات ظهور الشمس في منطقة ما والتي سجلتها شيماء لثمانية أيام:

٩	٩	٩	٢	٨	٥	٠	٦

أوجد ما يلي:

(أ) الوسط الحسابي

(ب) المنوال

(ج) الوسيط

٦) طلبت المعلمة من طالبات صفها تقدير قياس زاوية مرسومة على اللوح السبوري وسجلت إجاباتهن في الجدول التكراري التالي:

قياس الزاوية (°)	٥٠°	٥٥°	٦٠°	٦٥°
التكرار	٦	١٠	٧	٢

(أ) أوجد المنوال.

(ب) أوجد الوسط الحسابي لكلِّ القياسات .

(ج) كم عدد التقديرات التي كانت أقل من الوسط الحسابي؟

(د) كم عدد التقديرات التي كانت أكبر من الوسط الحسابي؟

٧) يعرض الجدول التالي عدد السيَّارات التي تمتلكها ٢٠ عائلةً مُختلفةً تعيش في نفس الحي:

عدد السيَّارات	٠	١	٢	٣	٤
عدد العائلات	٥	٨	٤	٢	١

(أ) أوجد المنوال لعدد للسيَّارات.

(ب) أوجد الوسط الحسابي لعدد السيارات في الحي.

٨) إذا كان الوسط الحسابي لأعمار خمسة أطفال في عائلة ما هو ٧ سنوات.
أوجد إجماليَّ أعمار الأطفال.

٩) إذا كان الوسط الحسابي لكتلة أربعة أشخاص ٦٠ كغم ، فإذا أضيف شخص آخر كتلته ٧٠ كغم، أوجد الوسط الحسابي لكتلة الخمسة أشخاص.

١٠) إذا علمت أن الوسط الحسابي لأطوال مجموعة مكونة من أربعة أطفال تساوي ١,٤٠ م، والوسط الحسابي لمجموعة أخرى مكونة من ستة أطفال يساوي ١,٣٥ كغم، أوجد الوسط الحسابي لأطوال الأطفال العشرة.

١١) أجابت طالبة عن دراسة استقصائيَّة حول الألوان المُفضَّلة لدى طلاب صفها:

(أ) هل يمكنها إيجاد اللون الذي يمثل المنوال؟ وضِّح سبب إجابتك.

(ب) هل يُمكنها أن تجدَ مدى الألوان؟

١٢) يعرض الإطار التالي مجموعة من القيم:

١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٥، ١٧

١) أوجد ما يلي: (أ) المنوال

(ب) الوسيط

(ج) الوسط الحسابي

٢) إذا تم استبدال القيمة ١٧ بالقيمة ٢٦، فأوجد كلا مما يلي:

(أ) المنوال (ب) الوسيط (ج) الوسط الحسابي

١٤-٤ مقارنة التوزيعات

يُمكنك استخدام المقاييس الإحصائية (المنوال، الوسيط، والوسط الحسابي)، عند قياس مدى انتشار البيانات وللمقارنة بين هذه البيانات.

مثال ١٤-٤

سجَّل النادي الصحي كتلًا (بالكيلوغرام) لثمانية رجال وست نساء.

الرجال: ٦٥، ٧٩، ٦٨، ٧٢، ٧٧، ٧٧، ٨١، ٦٧
النساء: ٦٨، ٥٢، ٤٧، ٤٩، ٥٠، ٥٨

احسب الوسط الحسابي والمدى لكلِّ مجموعة واستخدمها للمقارنة بين المجموعتين.

الحل

الوسط الحسابي للرجال ٢٥ , ٧٣ كغم.

$$\frac{٦٥ + ٧٩ + ٦٨ + ٧٢ + ٧٧ + ٧٧ + ٨١ + ٦٧}{٨}$$

$$= \frac{٥٨٦}{٨} = ٧٣ , ٢٥$$

الوسط الحسابي النساء ٥٤ كغم.

$$\frac{٦٨ + ٥٢ + ٤٧ + ٤٩ + ٥٠ + ٥٨}{٦} = \frac{٣٢٤}{٦} = ٥٤$$

يظهر الوسط الحسابي أن الرجال أثقل من النساء بمقدار ٢٥ , ١٩ كغم. $٧٣ , ٢٥ - ٥٤ = ١٩ , ٢٥$

مدى كتل الرجال ١٦ كغم. $٨١ - ٦٥ = ١٦$

مدى كتل النساء ٢١ كغم. $٦٨ - ٤٧ = ٢١$

كتل النساء أكثر تنوُّعًا من كتل الرجال. ٢١ أكبر من ١٦

في المثال السابق، قارنتَ:

- مُتوسِّطَ كلِّ مجموعةٍ باستخدام الوسط الحسابي (يُمكنك أيضًا استخدام الوسيط لهذا)
- التنوع داخل كلِّ مجموعة باستخدام المدى.

تمارين ١٤-٤

١) قاس مُعلِّم الرياضة المدرسية أطوال مجموعتين من طلاب الصف الأول بالسنتيمتر وتم عرضها في الإطار المقابل:

المجموعة (أ): ٨٤، ٧٣، ٨٩، ٨٠، ٧٧
المجموعة (ب): ٧٧، ٨٥، ٧٥، ٦٩، ٨٢، ٦٧، ٧٢

(أ) أوجد الوسيط لطول كلّ مجموعة.

(ب) استخدم الوسيط لتحديد المجموعة الأطول.

٢) درجات الاختبار لمجموعتين من الطلاب مُوضَّحة في الإطار المقابل:

الرياضيَّات: ٧٧، ٨٩، ٧٥، ٨٠، ٨٠، ٩١، ٧٨، ٧٦، ٧٦، ٧٦
العلوم: ٧٢، ٧٨، ٧٧، ٨٧، ٨٦، ٧٩، ٦٦، ٧٥

(أ) أوجد المدى لكلِّ اختبار.

(ب) أيُّ اختبار من الاختبارات (الرياضيات أم العلوم) فيه الاختلاف الأكبر في الدرجات؟

٣) في كأس العالم لكرة القدم سنة ٢٠١٠، فازت إسبانيا وخرجت البرازيل في الدور ربع النهائيِّ. والإطار المقابل يوضح عدد الأهداف التي أُحْرِزَت في المباريات.

إسبانيا: ٠، ٢، ٢، ١، ١، ١، ١
البرازيل: ٢، ٣، ٠، ٣، ١

استخدم الوسط الحسابي للمقارنة بين الفريقين.

٤) سجَّل نبيل درجات الحرارة في تجربتين.

درجات الحرارة في التجربة الأولى	٢٩، ٢٨، ٢١، ٣٣، ٣٠
درجات الحرارة في التجربة الثانية	٢٨، ٢٩، ٢٨، ٣٣، ٣٢، ٣١، ٣٢، ٢٩

(أ) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمدى لكلِّ تجربة.

(ب) حدِّد ما إذا كانت كلُّ عبارةٍ من العبارات التالية صحيحة أم خاطئة:

(١) درجات الحرارة في التجربة الأولى أعلى من درجات الحرارة في التجربة الثانية.

(٢) درجات الحرارة في التجربة الأولى أكثر تنوُّعًا من درجات الحرارة في التجربة الثانية.

(ج) هل يُمكنك إيجاد المنوال لدرجة الحرارة لكلِّ تجربة؟ فسر إجابتك.

٥) قامت الممرضة بإيجاد الكتلة الإجمالية لـ ٢٠ طفلًا وكانت ٦٤ كغم، والكتلة الإجمالية لـ ١٥ طفلة فكانت ٥١ كغم. من الأثقل، هل الأولاد أم البنات؟ فسر إجابتك.

٦) يعرض الجدول الآتي أعمار الأشخاص الذين ينتمون إلى ثلاثة نواد رياضية:

النادي	عدد الأشخاص	الوسط الحسابي للأعمار (بالسنوات)	مدى الأعمار (بالسنوات)	عمر أصغر شخص (بالسنوات)
كرة القدم	٤٦	٢٤	٢٣	٩
السباحة	٣٢	٢٩	٣٢	٧
الألعاب الرياضيَّة	٢٣	١٨	١١	١٢

استعن بالمعلومات المُوضَّحة بالجدول للإجابة عن الأسئلة الآتية. ووضِّح إجابتك.

(أ) أوجد عمر أكبر شخص في كلِّ نادٍ.

(ب) أيُّ نادٍ به أعلى مُتوسِّط عمر؟

(ج) أيُّ نادٍ به أكبر تنوُّع في الأعمار؟

٧) سجل أحمد ووليد أعمار أصدقائهم في الجدول التالي:

أصدقاء أحمد	٢٤، ٢٤، ١٦، ٢٢، ٢٤، ٢٨
أصدقاء وليد	٢٤، ٢٤، ٣٠، ٢٩، ٢٤، ٣٢، ٢٦، ٣١، ٢٤، ٣٦

أوجد لكلا المجموعتين في ما يلي:

(أ) المدى (استخدم عمليَّاتٍ عكسيَّةً للتحقُّق من صحة إجابتك.)

(ب) الوسط الحسابي (استخدم عمليَّاتٍ عكسيَّةً للتحقُّق من صحة إجابتك.)

(ج) المنوال

(د) الوسيط

(هـ) قارن أعمار أصدقاء أحمد ووليد مستخدمًا إجاباتك في الجزئيات أ ، ب، جـ ، د

١٤-٥ استخلاص النتائج

يُمكنك استخدام التمثيل بالصور والأعمدة البيانيَّة ومضلعات التكرار والمُخطَّطات الدائريَّة للمقارنة بين مجموعتين من البيانات.

عندما يُطلب إليك المقارنة بين مجموعتين من البيانات، اتَّبع هذه الخُطوات:

١) انظر إلى العدد الإجماليِّ الكليِّ لأجزاء كلِّ رسم بيانيٍّ أو مُخطَّطٍ وحدِّد إن كان هناك فرق كبير بينها.

٢) قارن أشكال الرسوم البيانيَّة أو المُخطَّطات واكتب تعليقًا على اختلافها.

مثال ١٤-٥

تعرض التمثيلات بالصور عدد الأشخاص الذين يستخدمون حمَّام السباحة خلال الأسبوع الأوَّل من يناير والأسبوع الأوَّل من يوليو.

الأسبوع الأول من يناير

الإثنين	
الثلاثاء	
الأربعاء	
الخميس	
الجمعة	

دليل: يمثل ١٠ أشخاص

الأسبوع الأول من يوليو

الإثنين	
الثلاثاء	
الأربعاء	
الخميس	
الجمعة	

دليل: يمثل ١٠ أشخاص

(أ) قارن بين التمثيلات بالصور واكتب تعليقين.

(ب) في أيِّ يومٍ من أيام الأسبوع كان عدد الأشخاص الذين استخدموا حمَّام السباحة في الأسبوع الأول من يوليو أكبر من الأسبوع الأول من يناير بمقدار الضعف؟

(ج) لم يستخدم أحد حمَّام السباحة يومَ الخميس في الأسبوع الأوَّل من يناير. أعطِ سببًا لذلك.

الحل

(أ) عدد الأشخاص الذين استخدموا حمام السباحة في الأسبوع الأول من يوليو أكبر من عدد الأشخاص الذين استخدموا حمام السباحة في الأسبوع الأول من يناير. في يناير، استخدم معظم الأشخاص حمَّام السباحة في الثلاثة أيام الأولى من الأسبوع ولكن في يوليو استخدم معظم الأشخاص حمَّام السباحة في الثلاثة أيام الأخيرة من الأسبوع.

يمكنك أن ترى أنَّه يوجد الكثير من الصور في التمثيل بالصور ليوليو عن التمثيل بالصور ليناير. التمثيل بالصور ليناير به المزيد من الصور في بداية الأسبوع، في حين أنَّ التمثيل بالصور ليوليو به المزيد من الصور في نهاية الأسبوع.

(ب) الأربعاء

في يوم الأربعاء من الأسبوع الأوَّل من يناير، استخدم ٤٠ شخصًا حمَّام السباحة؛ بينما في يوم الأربعاء من الأسبوع الأوَّل من يوليو استخدم ٨٠ شخصًا حمَّام السباحة.

(ج) قد يكون حمَّام السباحة أُغلِقَ للإصلاح أو التنظيف.

فكِّر في سبب مناسب لعدم استخدام أيِّ شخص لحمَّام السباحة.

تمارين ١٤-٥

١) يعرض الجدول التالي التمثيلات بالصور لكيفية ذهاب طلاب صف مروان وحسين إلى المدرسة:

صف مروان

سيرًا	☺☺☺☺☺☺☺
دراجة	☺☺☺☺☺
حافلة	☺
سيارة	☺☺

دليل: ☺ يمثل طالبين

صف حسين

سيرًا	☺
دراجة	☺☺☺
حافلة	☺☺☺☺☺☺☺
سيارة	☺☺☺☺

دليل: ☺ يمثل طالبين

(أ) أوجد عدد الطلاب في:

(١) صفِّ مروان (٢) صفِّ حسين

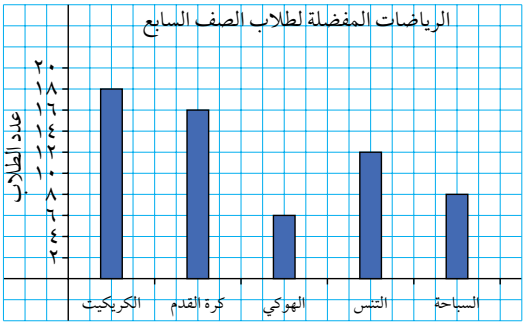
(ب) قارن بين التمثيلات بالصور واكتب تعليقين.

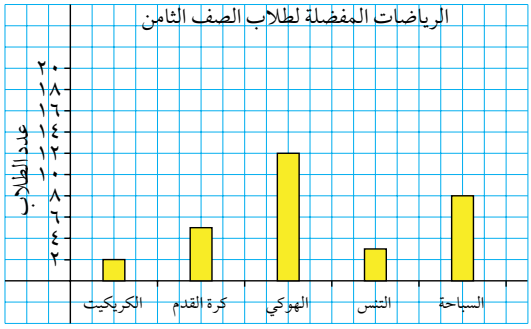
(ج) هل تعتقد أنَّ الطلاب في صفِّ مروان يعيشون بالقرب من مدرستهم؟ اشرح إجابتك.

(د) هل تعتقد أنَّ الطلاب في صفِّ حسين يعيشون بالقرب من مدرستهم؟ اشرح إجابتك.

٢) يقوم بشير بدراسة استقصائيَّة عن الرياضة المُفضَّلة لطلاب الصف السابع وطلاب الصف الثامن.

وتعرض المخططات البيانية التالية نتائج الدراسة:





(أ) قارن بين الأعمدة في المخططين البيانيين، واكتب تعليقين.

(ب) ما الرياضة المُفضَّلة التي يتساوى فيها طلاب الصف السابع مع طلاب الصف الثامن؟

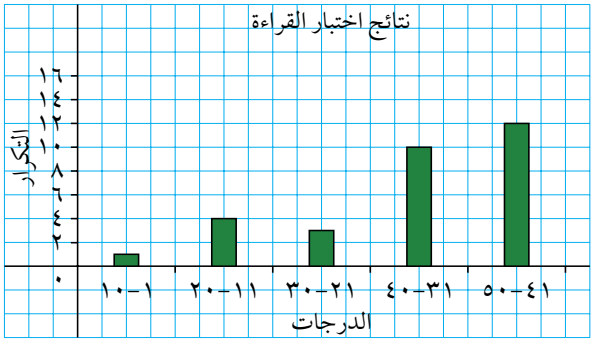
(ج) ما الرياضة التي يكون فيها عدد طلاب الصف الثامن ضعف عدد طلاب الصف السابع؟

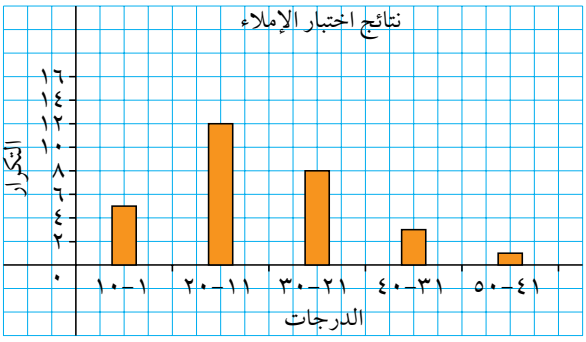
(د) أوجد المنوال لكلٍّ من:

(١) طلاب الصف السابع

(٢) طلاب الصف الثامن

٣) تعطي الأستاذة منال طلاب صفِّها اختبارَ قراءة واختبارَ إملاء. وتعرض مُخطَّطات التكرار التالية نتائج الاختبارات:





(أ) أوجد عدد الطلاب الذين خضعوا لكل من:

(١) اختبار القراءة (٢) اختبار الإملاء

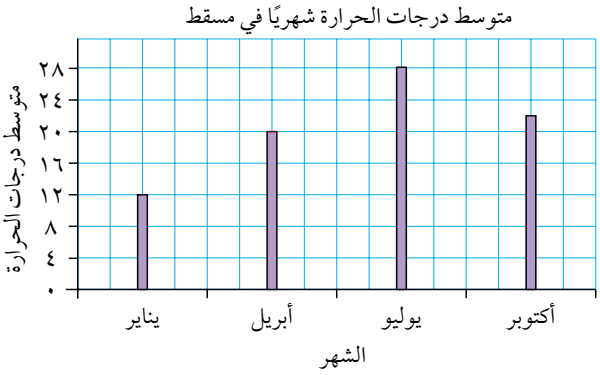
(ب) أعطِ سببًا ممكنًا لاختلاف الإجابتين في الجزئية (أ).

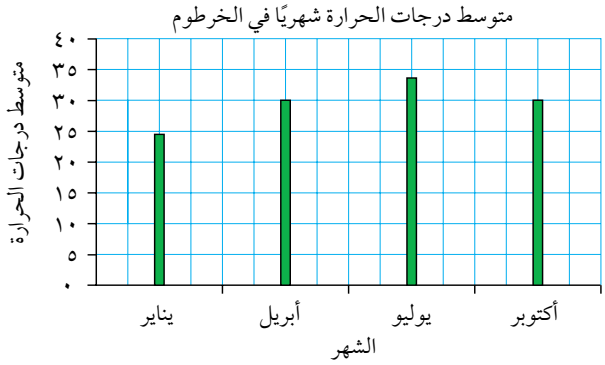
(ج) قارن بين الأعمدة في المخططين البيانيين، واكتب تعليقين.

(د) أوجد المنوال لكلٍّ من:

(١) اختبار القراءة (٢) اختبار الإملاء

٤) رأت عائشة المخططات البيانية التالية في مجلة تعرض مُتوسِّط درجات الحرارة شهريًّا في مسقط والخرطوم في يناير وأبريل ويوليو وأكتوبر:





(أ) هل عائشة على صواب؟ اشرح إجابتك.

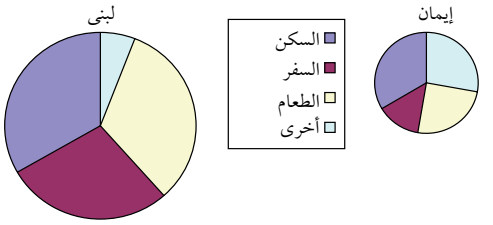
يمكنني القول أنَّ الجو أدفأ في الخرطوم مقارنة بمسقط خلال شهر أكتوبر.

(ب) خلال أيِّ شهر تكون الحرارة في الخرطوم ضعف الحرارة في مسقط؟

٥) تعرض المُخطَّطات الدائريَّة المقابلة كيف تنفق إيمان ولبنى نقودهما كلَّ أسبوع:

تقول لبنى: «أنفق القدر الأكبر من نقودي على السكن، حيث إنَّ قطاع السكن في المُخطَّط الدائريِّ الخاص بي أكبر مما لدى إيمان»

هل لبنى مُحقَّة؟ اشرح إجابتك.



ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ المُخطَّط الدائريَّ هو طريقة لعرض البيانات لتوضِّح كيفيَّة توزيع وقسمة البيانات.
- ★ المنوال والوسيط والوسط الحسابي هي ثلاثة أنواع للمقاييس الإحصائية.
- ★ المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا.
- ★ الفئة المنواليَّة هي الفئة التي لها أعلى تكرار.
- ★ الوسيط هو القيمة المُتوسِّطة عند إدراج مجموعة من القيم بالترتيب.
- ★ لإيجاد الوسط الحسابي يتم جمع كلِّ القيم وقسمتها على عددها.
- ★ المدى هو الفرق بين أكبر قيمةٍ وأصغر قيمةٍ. ويقيس انتشار البيانات.
- ★ يمكنك استخدامُ التمثيل بالصور والأعمدة البيانيَّة ومضلعات التكرار والمُخطَّطات الدائريَّة للمقارنة بين مجموعتين من البيانات.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ رسم وتفسير المُخطَّطات الدائريَّة.
- ★ إيجاد المنوال والوسيط والمدى لمجموعة من الأعداد أو القيم.
- ★ إيجاد الفئة المنواليَّة لمجموعة من البيانات التكرارية.
- ★ حساب الوسط الحسابي لمجموعة من الأعداد.
- ★ حساب الوسط الحسابي من جدول تكراري بسيط.
- ★ مقارنة توزيعين بسيطين باستخدام المدى والمنوال أو الوسيط أو الوسط الحسابي.
- ★ العمل بطريقة منطقيَّة والتوصُّل إلى نتائج بسيطة.
- ★ استخلاص النتائج استنادًا إلى شكل الرسوم البيانيَّة والإحصاءات البسيطة.
- ★ تسجيل وشرح الطرق، والنتائج، والاستنتاجات.
- ★ مناقشة وشرح النتائج بفعاليَّة.

تمارين ومسائل عامة

١) يعرض الجدول المقابل أعداد النقاط التي أحرزها فريق كرة السلة في ٢٠ مباراة. ارسُم مُخطَّطًا دائريًّا لعرض بيانات الجدول.

عدد النقاط	التكرار
١-١٥	٢
١٦-٣٠	٣
٣١-٤٥	٨
٤٦-٦٠	٧

٢) يوضح الإطار المقابل أعداد الطلاب في تسعة صفوفٍ مُختلفةٍ.

٢٠، ١٩، ١٨، ١٧، ٢٤، ١٩، ١٨، ١٨، ٢١

أوجد ما يلي: (أ) المنوال (ب) المدى

(ج) الوسيط

٣) إذا كان مدى مجموعة من الكتل ٢٨ غم، أصغر كتلة تساوي ١٠٢ غم. أوجد أكبر كتلة.

٤) يعرض الإطار المقابل أعمار ثمانية طلاب (بالسنوات) في إحدى المسابقات العلمية:

١٠ ١١ ١٢ ٨

٨ ٨ ٨ ١٥

(أ) أوجد ما يلي: (١) المدى (٢) المنوال

(٣) الوسيط

(ب) بعد أربع سنوات كم سيكون كلٌّ من:

(١) المدى (٢) المنوال

(٣) الوسيط

٥) سجَّل بسَّام درجة الحرارة في نفس الوقت كلَّ يومٍ لمدَّة خمسة أيام كما هو موضح في الإطار المقابل:

٨ ١٢ ١٣ ١٣ ٠

أوجد الوسط الحسابي لدرجات الحرارة.

٦) يوضح الإطار المقابل عدد النقاط التي أحرزها فريق أشرف في كرة السلة في ست مباريات:

٤٦ ٥١ ٣٣ ٦٢ ٤٨ ٧٥

(أ) احسب الوسط الحسابي للنقاطِ.

(ب) اختر الإجابةَ الصحيحةَ:

عدد المباريات التي أحرز فيها الفريق نقاطًا أكبر من قيمة الوسط الحسابي:

مباراة واحدة مباراتين ٣ مباريات ٤ مباريات ٥ مباريات

٧) يوضح الجدول التالي عدد الأهداف التي أحرزها فريق ما لكرة القدم في كلِّ مباراة من ٣٠ مباراة:

عدد الأهداف	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد المباريات	٣	٦	١٠	٤	٥	٢

(أ) أكمل: أحرز الفريق أكثر من ثلاثة أهداف في ☐ مباريات.

(ب) أوجد العدد الإجماليَّ للأهداف المُحرَزة.

(ج) أوجد الوسط الحسابي للأهداف في كلِّ مباراة.

(د) إذا أحرز فريق آخر ٥٦ هدفًا في ١٦ مباراة. هل سيكون مُتوسِّط أهدافهم أفضل أم أسوأ من مُتوسِّط أهداف الفريق الأول.

٨) سجَّل طلاب الصف كتل ٢٠ كيس مكسرات بالغرام، والإطار المقابل يوضح هذه الكتل، اقرأ ما يقوله كل من هلال ومهند وسناء:

٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٥	٤٩٥	٤٩٥
٥٠٠	٥٠٠	٥٠٠	٥٠٥	٥٠٥	٥١٠	٥١٠	٥١٥	٥٢٠	٥٣٥

وضِّح كيف يمكن أن يكون الثلاثة طلاب على صواب.

الوحدة الخامسة عشرة: العبارات الجبريَّة والصيغ

الصيغة هي قاعدة رياضية توضح العلاقة بين كميتين (متغيرين) ويمكن كتابتها بالحروف أو بالكلمات. جمع كلمة (صيغة) هو (صيغ):

يستخدم الناس الصيغ في الحياة اليوميَّة لإيجاد قيم الأشياء بجميع أنواعها، ويُمكن لصاحب العمل استخدام إحدى الصيغ لإيجاد قيمة ما يجب دفعه للعاملين لديه.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمُفردات الأساسيَّة التالية:

- فكُّ الأقواس (expand)
- الصيغة/ الصيغ (formula/formulae)
- استنتج (derive)

كما يُمكنه استخدام صيغة مثل د = م × س، حيث تكون د هي مقدار المبلغ الذي يجب دفعه، م هي مقدار المبلغ المدفوع لكلِّ ساعة، س هي عدد ساعات العمل.

وقد يستخدم المهندسون الصيغ لإيجاد قيمة الزمن الذي تستغرقه السيَّارة للانتقال من سرعة إلى سرعة أكبر.

لذا يُمكنهم استخدام الصيغة م = $\frac{س - ر}{ع}$ ، حيث تكون م هي الزمن، س هي السرعة النهائيَّة، ر هي سرعة البداية، ع هي العجلة (التسارع).

ويمكن أن يستخدم الأطباء الصيغ لاستنتاج مدى تَمتُّع شخص ما بالصحة. فمثلًا لإيجاد مؤشِّر كتلة الجسم (BMI) لشخص ما يمكنهم استخدام صيغة مؤشِّر كتلة الجسم (BMI) = $\frac{\text{الكتلة}}{(\text{الارتفاع})^2}$ حيث يتمُّ قياس كتلة الشخص بالكيلوغرام والطول بالمتر.

فإذا كان مؤشِّر BMI مرتفعًا جدًا أو منخفضًا جدًا فقد يطلب إليه الطبيب أن يخسر بعض الكتلة، أو يحاول اكتساب بعض الكتلة، ليتمتع بصحة جيدة.

ستتعلم في هذه الوحدة كيفيَّة فكِّ الأقواس والتعويض بالأرقام في الصيغ والعبارات الجبريَّة.

١٥-١ فكُّ الأقواس

لفكِّ الأقواس نقوم بضرب الحد الموجود خارج الأقواس في كل حد بداخله.

فكُّ الأقواس يُطلَق عليه أحيانًا الضرب خارج الأقواس.

مثال ١٥-١

١) فك الأقواس في العبارات الجبرية التالية: (أ) ٣(س + ٥) (ب) ص(ص − ٣)

٢) فك الأقواس في العبارات الجبرية التالية وبسطها: ٤(٢س + ٣س^{٢}) − س(٦ + س)

الحل

١) (أ) ٣(س + ٥) = ٣ × س + ٣ × ٥ — اضرب ٣ × س واضرب ٣ × ٥

= ٣س + ١٥ — بسط ٣ × س إلى ٣س، وبسط ٣ × ٥ إلى ١٥

(ب) ص(ص − ٣) = ص × ص − ص × ٣ — اضرب ص × ص واضرب ص × ٣

= ص^{٢} − ٣ص — بسط ص × ص إلى ص^{٢}، وبسط ص × ٣ إلى ٣ص

٢) ٤(٢س + ٣س^{٢}) − س(٦ + س) — ابدأ بفك الأقواس ثمَّ بسِط كلَّ حدٍّ،

= ٨س + ١٢س^{٢} − ٦س − س^{٢} — ٤ × ٢س = ٨س، ٤ × ٣س^{٢} = ١٢س^{٢}،

−س × ٦ = −٦س، −س × س = −س^{٢}

= ١١ س^{٢} + ٢س — بتجميع الحدود المتشابهة، ستكون ٨س − ٦س = ٢س،

١٢س^{٢} − س^{٢} = ١١س^{٢}

تمارين ١٥-١

١) فك الأقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي:

(أ) ٤(س + ٦) (ب) ٣(ص + ٧) (ج) ٧(ع − ٢) (د) ٢(م − ٤)

(هـ) ٢(٥ + ل) (و) ٨(٩ + ط) (ز) ٥(٨ − س) (ح) ٦(٦ − ص)

(ط) ٣(٢ع + ٨) (ي) ١٢(٣ + ٤ح) (ك) ٥(٢د − ١) (ل) ٦(٣ − ٤ر)

(م) ٢(٢م + ٣ل) (ن) ٤(٥ر + ٤د) (س) ٩(٦ط − ٢ح) (ع) ٣(٢س ت + ٣أ)

(ف) ٧(٦س ص − ٢ع) (ص) ٥(٢س + د + ٤)

٢) فك الأقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي ثم بسطها:

(أ) ٢(س + ٣) + ٣(س + ٤) (ب) ٤(ص + ٥) + ٢(٢ص + ٢)

(ج) ٨(ع + ٣) + ٥(٤ + ٣ع) (د) ٥(٢م + ٣) − ٦(م + ٢)

(هـ) ٦(٥ + ٤ح) − ٤(٣ح + ٧) (و) ٣(٥ط + ٣ل) − ٢(٣ط − ٥ل)

٣) فك الأقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي:

(أ) س(٣ص + ٢)	(ب) ص(ص + ٨)	(ج) ع(٢م − ١)	(د) ل(ل − ٤)
(هـ) د(٢د + ٥)	(و) د(٩ − ٨د)	(ز) س(١ − ٣ص)	(ح) ع(٥ − د)
(ط) م(٢م + ٧ر)	(ي) س(٣و + ٧س)	(ك) ص(٢ص − ٥د)	(ل) ر(٣م − ٥س)
(م) ٢س(س + ٣ص)	(ن) ٣ص(٥ص + ٦)	(س) ٤م(٦م − ٢د)	
(ع) ٦ر(١ + ٣ر)	(ف) ٥م(٦ل − ٨م)	(ص) ٢د(٢د + ر − ٣)	

٤) فك الأقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي ثم بسِّطها:

(أ) س (س + ٢) + س (س + ٥)

(ب) ع (٢ع + ١) + ع (٤ع + ٥)

(ج) و (٢و + ٥) − و (و + ٣)

(د) ع (٦ع + ٢س) − ٢ع (٢ع − ٩س)

٥) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بمهند.

السؤال: فك الأقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي ثم بسِّطها:

١) ٨(س + ٥) − ٣(٢س + ٧)

٢) ح(٢ط + ع) + ط(٣ع − ٢ح)

٣) ٢ص(ص + ٥س) + س(٣س + ٤ص)

الحل: ١) ٨(س + ٥) − ٣(٢س + ٧) = ٨س + ٤٠ − ٦س + ٢١ = ٢س + ٦١

٢) ح(٢ط + ع) + ط(٣ع − ٢ح) = ٢ح ط + ح ع + ٣ط ع − ٢ح ط = ح ع + ٣ط ع = ٣ح ط ع^{٢}

٣) ٢ص(ص + ٥س) + س(٣س + ٤ص) = ٢ص^{٢} + ١٠س ص + ٩س^{٢} + ٤س ص

= ٩س^{٢} + ٢ص^{٢} + ١٤س ص

(أ) اشرح ما الذي أخطأ فيه مهند.

(ب) اكتب الحل الصحيح.

١٥-٢ استنتاج واستخدام الصيغ

عند التعويض في الصيغ والعبارات الجبريَّة تذكَّر ترتيب العمليَّات:

١) فك الأقواس

٢) الأسس

٣) الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار

٤) الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

يجب إيجاد قيمة الأقواس والأسس قبل القسمة والضرب، وفي النهاية إيجاد قيمة عمليات الجمع والطرح.

مثال ١٥-٢

(أ) أوجد قيمة العبارة الجبريَّة: ٢س + ٤ص عندما س = ٥، ص = -٢

(ب) أوجد قيمة العبارة الجبريَّة: ٣س^{٢} + ٤ عندما س = ١٠

(ج) اكتب صيغةً تعبر عن عدد الساعات لعدد ما من الأيام، باستخدام:

١) الكلمات ٢) الحروف

(د) استخدم الصيغة في الجزئية (ج) لإيجاد عدد الساعات في ٧ أيام.

الحل

(أ) $٢ \times ٥ + ٤ \times (-٢)$ عوّض عن س = ٥، ص = -٢ في العبارة الجبريَّة.

$= ١٠ + (-٨)$ أوجد ناتج ٢ × ٥، ٤ × (-٢)

$= ١٠ - ٨ = ٢$ ناتج جمع -٨ يساوي ناتج طرح ٨

(ب) $٣ \times ١٠^{٢} + ٤$ عوّض عن س = ١٠ في العبارة الجبريَّة.

$= ٣ \times ١٠٠ + ٤$ أوجد ناتج ١٠^{٢} أوَّلًا.

$= ٣٠٠ + ٤ = ٣٠٤$ أوجد ناتج عمليَّة الضرب قبل عمليَّة الجمع.

(ج) (١) عدد الساعات = ٢٤ × عدد الأيام هناك ٢٤ ساعةً في اليوم الواحد.

(٢) س = ٢٤م استخدم س للساعات، م للأيام.

(د) س = ٢٤ × ٧ = ١٦٨ ساعة عوّض عن م = ٧ في الصيغة لإيجاد قيمة س.

تمارين ١٥-٢

١) أوجد قيمة كل عبارة من العبارات الجبرية الآتية:

(أ) م + ٥ عندما م = −٣
(ب) س − ٦ عندما س = ٤
(ج) ٦ل عندما ل = −٣
(د) $\frac{م}{٤}$ عندما م = −٢٠
(هـ) ص + ع عندما ص = ٦، ع = −٣
(و) ح − ط عندما ح = ٢٥، ط = ٣٢
(ز) ٨م − ٥ عندما م = −٢
(ح) ٣س + ص عندما س = ٨، ص = −٢٠
(ط) ٢س + ٣ص عندما س = ٤، ص = ٥
(ي) ٢٠ − ٣ح عندما ح = ٩
(ك) $\frac{س}{٢}$ − ٥ عندما س = ٤
(ل) $\frac{ع}{٥} + \frac{م}{٢}$ عندما ع = ٣٠، م = −٨

٢) أوجد قيمة كل عبارة جبريَّة.

(أ) $س^{٢}$ + ٥ عندما س = ٤
(ب) ١٠ − $ص^{٢}$ عندما ص = ٥
(ج) $م^{٢} + ر^{٢}$ عندما م = ٣، ر = ٦
(د) $ح^{٢} - د^{٢}$ عندما ح = ٧، د = ٨
(هـ) ٤ $ر^{٢}$ عندما ر = ٢
(و) ٢$م^{٢}$ + ١ عندما م = ٥
(ز) $ع^{٣}$ عندما ع = ١
(ح) ٢$ص^{٣}$ عندما ص = ٣
(ط) $س^{٣}$ − ٥ عندما س = ٢
(ي) ٢٠ − $ح^{٣}$ عندما ح = ٤
(ك) $\frac{ص^{٢}}{٢}$ عندما ص = ٤
(ل) $\frac{م^{٣}}{٥}$ عندما م = ١٠
(م) ٤(١ + $ل^{٢}$) عندما ل = ٣
(ص) (١٤ − ط)^{٢} عندما ط = ٥
(ن) ١٢ − ($ك^{٢}$ − ٥) عندما ك = ٤

تذكَّر أنَّ $س^{٣}$ تعني س × س × س

٣) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بهلال:

(أ) وضِّح الخطأ الذي وقع فيه هلال.
(ب) أوجد الإجابة الصحيحة.
(ج) أوجد قيمة $س^{٢}$ + ٤ عندما س = −٥

السؤال: أوجد قيمة: $س^{٢}$ − ٨ عندما س = −٣
الحل: $س^{٢}$ − ٨ = $(-٣)^{٢}$ − ٨
= −٣ × (−٣) − ٨
= −٩ − ٨
= −١٧

٤) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بسناء:

(أ) وضِّح الخطأ الذي وقعت فيه سناء.
(ب) أوجد الإجابة الصحيحة.
(ج) أوجد قيمة ٢$س^{٣}$ عندما س = −٣

السؤال: أوجد قيمة: ٥$س^{٣}$ عندما س = −٢
الحل: ٥$س^{٣}$ = ٥ × $(-٢)^{٣}$
= $(-١٠)^{٣}$
= −١٠ × −١٠ × −١٠
= −١٠٠٠

٥) (أ) اكتب صيغة لعدد الشهور في أيِّ عدد من السنوات باستخدام:

١) الكلمات ٢) الحروف

(ب) استخدم الصيغة الخاصَّة بك في الجزئية (أ) لإيجاد عدد الشهور في ٨ سنوات.

٦) استخدم الصيغة س = ص + ١٠ع لإيجاد قيمة س عندما:

(أ) ص = ٥، ع = ١٢ (ب) ص = ٨، ع = ١٥ (ج) ص = ٠، ع = ٢٠

٧) استخدم الصيغة م = ر د لإيجاد قيمة م عندما:

(أ) ر = ٦، د = ٢ (ب) ر = ١٨، د = ٣ (ج) ر = ٨، د = -٤

٨) شركة لصناعة النوافذ الزجاجية تقيس ارتفاعات النوافذ باستخدام الشبر (س)، والبوصة (ص)، أراد محمد شراء مجموعة من النوافذ لمنزله حيث بلغ ارتفاع إحداها ١٦ شبرًا وبوصة واحدة ولقد استخدم الصيغة المقابلة لتحويل ارتفاعها إلى السنتيمتر.

م = ٢,٥(٤س + ص) حيث: م هو عدد السنتيمترات
س هو عدد الأشبار
ص هو عدد البوصات

م = ٢,٥(٤ × ١٦ + ١)
= ٢,٥(٦٤ + ١)
= ٢,٥ × ٦٥
= ١٦٢,٥ سم

أوجد ارتفاع باقي النوافذ بالسنتيمتر إذا كان ارتفاعها:

(أ) ١٤ شبرًا وبوصتين (ب) ١٥ شبرًا و ٣ بوصات

(ج) ١٣ شبرًا وبوصة واحدة (د) ١٧ شبرًا وبوصتين

(هـ) ١٦ شبرًا (و) ١٢ شبرًا

٩) باستخدام الصيغة المقابلة أوجد قيمة ل في كل مما يلي:

$ل = \frac{د هـ ف}{٢}$

(أ) إذا كانت د = ٨، هـ = ٥، ف = ١٨

(ب) إذا كانت د = ٩، هـ = ١٤، ف = ٦

(ج) ما الفرق بين قيمتي ل في الجزئيتين (أ)، (ب)؟

١٠) يستخدم مهند الصيغة التالية لتحويل درجات الحرارة من الدرجات الفهرنهايت الى الدرجات السيليزية.

س = ٠,٦ ص − ١٧,٨ حيث: س هي درجة الحرارة بالدرجة السيليزيَّة
ص هي درجة الحرارة بالفهرنهايت.

(أ) استخدم الصيغة لإيجاد درجة الحرارة بالدرجات السيليزيَّة عندما تكون درجة الحرارة بالفهرنهايت كما يلي:

(١) ٢٠ درجة فهرنهايت

(٢) ٤٥ درجة فهرنهايت

(٣) ٨٢ درجة فهرنهايت

يَعْرِفُ سامي العلاقة بين درجات الحرارة بدرجات الفهرنهايت وبالدرجات السيليزيَّة.

٩س = ٥ص − ١٦٠ حيث: ص هي درجة الحرارة بالفهرنهايت
س هي درجة الحرارة بالدرجة السيليزيَّة

وهو يريد أن يعرفَ ما يقابل ٤ درجات سيليزيَّة بدرجات الفهرنهايت. وكتب ما يلي:

٩س = ٥ص − ١٦٠
عوّض س = ٤ ٩ × ٤ = ٥ص − ١٦٠
بسّط: ٣٦ = ٥ص − ١٦٠

والآن يجب أن يعمل سامي على حلِّ المعادلة: ٣٦ = ٥ص − ١٦٠

(ب) أوجد ناتج المعادلة التي يحتاج سامي إلى حلِّها عندما تكون درجة الحرارة السيليزيَّة:

(١) ٦ درجات سيليزية

(٢) ١٨ درجة سيليزية

(٣) ٣٠ درجة سيليزية

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ عند الضرب أو فكِّ الأقواس، تضرب كلَّ حدٍّ داخل الأقواس في الحدِّ الموجود خارج الأقواس.
- ★ في مادَّة الجبر يُمكنك استخدام حرف لتمثيل عدد مجهول، هذا الحرف يُسمَّى المُتغيِّر.
- ★ يُمكنك كتابة أو استنتاج صيغة لتساعدك على حلِّ المسائل.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ ضرب حدٍّ واحد في الحدود داخل الأقواس.
- ★ استنتاج الصيغ البسيطة واستخدامها.
- ★ التعويض بالأعداد الصحيحة الموجبة والأعداد الصحيحة السالبة في العبارات الجبريَّة والصيغ.
- ★ استخدام ترتيب العمليَّات، بما في ذلك الأقواس مع العمليَّات الحسابيَّة الأكثر تعقيدًا.
- ★ التعامل مع الأعداد والعبارات الجبريَّة وتطبيق الخوارزميَّات.

تمارين ومسائل عامة

١) فك الأقواس في كل مما يلي:

(أ) ٣(س + ٤)　　(ب) ٨(ص − ١)　　(ج) ٤(٣ع + ٢)

(د) ٥(٤ − ٧م)　　(هـ) ٣(٢د + ٦ر)　　(و) ٨(٤س ص − ٣ل)

(ز) س(٢ص + ١)　　(ح) م(٤م + ٦)　　(ط) ر(٨ − د)

(ي) س(٢م + ٨س)　　(ك) ٢ص(٣ص + ٩)　　(ل) ٣ر(٢ر + د − ٥)

٢) فك الأقواس في كل عبارة من العبارات الجبرية التالية وبسِّطها:

(أ) ٣(س + ٤) + ٥(س + ٦)　　(ب) ٦(٣م + ١) − ٤(م + ٥)

(ج) ٢(٤م + ٧ل) − ٣(٢م − ٣ل)　　(د) س (س + ٨) + س (س + ٤)

(هـ) د(٣د + ٤) − د(د + ٢)　　(و) ر(١٠ر + ٤س) − ٣ر(٣ر − ٤س)

٣) أوجد قيمة كلٍ من العبارات الجبرية التالية:

(أ) س + ٧ عندما س = −١٢　　(ب) ٣س − ٤ص عندما س = ٢، ص = ٧

(ج) ٣م + ١ عندما م = −٦　　(د) ٣٠ − ٥ل عندما ل = −٢

(هـ) $س^{٢}$ − ١٠ عندما س = ٣　　(و) ٤ص٣ عندما ص = ٢

٤) استخدم الصيغة م = س ص ع لإيجاد قيمة م عندما س = ٥، ص = ١٠، ع = ٣

٥) تستخدم عائشة الصيغة　　$د^{٢} = ر^{٢} + ٢س ص$

عندما تقوم بالتعويض عن د = ٤، ر = ٣، س = ٧ في الصيغة، فإنَّها تحصل على المُعادلة ٨ = ٦ + ١٤ص

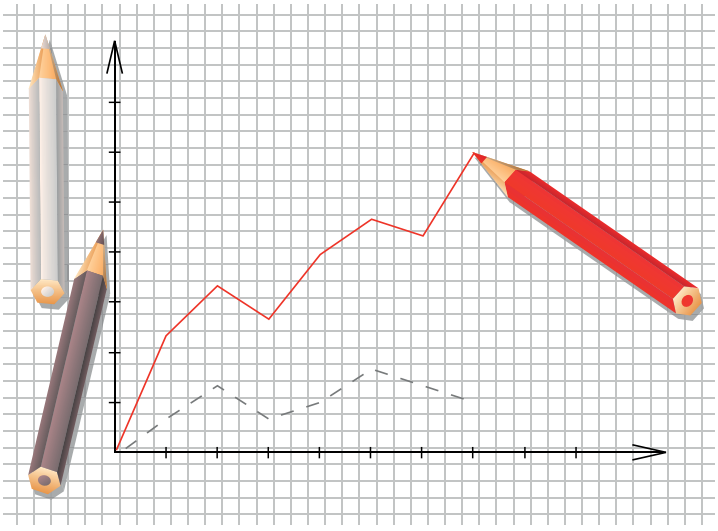
هل حلُّ عائشة صحيح؟ وضِّح كيف توصَّلت إلى إجابتك.

الوحدة السادسة عشرة: الرسوم البيانيَّة

يستخدم الرسم البيانيُّ لتمثيل العلاقة بين متغيِّرين.

حيث يتم عرض المعلومات بطريقة يسهُل فهمُها فمثلًا يعد الرسم البياني أحد الطرق المناسبة لتمثيل العلاقة بين البيانات المرتبطة بالأسئلة الآتية:

- كيف يختلف سعر الوقود من شهر إلى آخر؟
- كيف تزيد كتلة جسم المولود بزيادة عمره؟
- كيف تختلف أجرة سيَّارة الأجرة وفقًا للمسافة التي قطعتها؟
- كيف تختلف تكلفة استخدام الهاتف الجوال باختلاف عدد المكالمات؟
- كيف تختلف كتلة جسمك باختلاف طولك؟
- كيف تختلف تكلفة الفندق وفقًا لمدة إقامتك؟
- كيف تتغير درجة الحرارة بتغير مدَّة التسخين؟
- كيف تتغير كميَّة الكهرباء التي تستهلكها الثلاجة بتغير درجة الحرارة داخل الثلاجة؟
- كيف يعتمد نتاج الألواح الشمسيَّة على مقدار ضوء الشمس؟



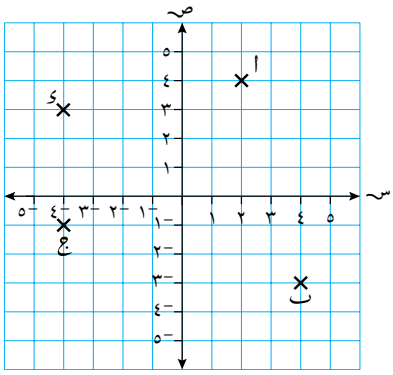
في هذه الوحدة، ستتعرف على الإحداثيات ومن ثَمَّ ستتعلم أبسط نوع للرسم البيانيِّ على شبكة الإحداثيات وهو: المستقيم.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمُفردات الأساسيَّة التالية:

- الرسم البيانيُّ (graph)
- شبكة الإحداثيَّات (coordinate grid)
- المحور (axis)
- نقطة الأصل (origin)
- محور السينات (x-axis)
- محور الصادات (y-axis)
- الإحداثيُّ (coordinate)
- نقطة المُنتصف (mid-point)
- المُعادلة (equation)

١٦-١ تحديد مواضع الإحداثيَّات



غالبًا ما تُرسم **الرسوم البيانيَّة** على **شبكة الإحداثيات في** ورقة رسم بيانيٍّ، وشبكة الإحداثيَّات هي زوج من خطوط الأعداد (يسمى **المحورين**) حيث يتقاطع المحورين عموديًا عند نقطة إحداثياتها (٠،٠) تسمى بنقطة الأصل، ويسمى المحور الأفقي بمحور السينات ويمثل قيم المتغير(س)، أما المحور الرأسي فيسمى بمحور الصادات ويمثل قيم المتغير (ص).

كما يُمكنك تمييز أيِّ نقطة على شبكة الإحداثيات من خلال ذِكر **إحداثيّاتها**، وهي عبارة عن قيمتي س، ص في النقطة المحددة. وتُكتب الإحداثيات في صورة زوج وبين قوسين.

عند كتابة الإحداثيات يكتب الإحداثي السيني أولًا

- الإحداثيُّ السينيُّ (س أو قيمة س) هي بعد النقطة عن نقطة الأصل على المحور الأفقيِّ (السيني)، فإذا كانت النقطة على يمين نقطة الأصل فستكون قيمة الإحداثي السيني (س) موجبة وإذا كانت النقطة على يسار نقطة الأصل، فستكون قيمة س سالبة.
- الإحداثيُّ الصاديُّ (ص أو قيمة ص) هي البعد العموديِّ عن نقطة الأصل، فإذا كانت النقطة أعلى نقطة الأصل فستكون قيمة ص موجبة أما إذا كانت النقطة أسفل نقطة الأصل فستكون قيمة ص سالبة.

الإحداثيَّات للنقاط الأربع المحدَّدة على شبكة الإحداثيات السابقة هي: ا(٢، ٤)، ب(٤،-٣)، ع(-٤، -١)، ء(-٤، ٣)

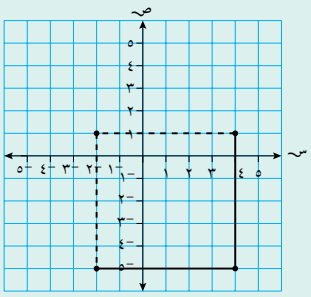
مثال ١٦-١

إذا علمت أن إحداثيات رؤوس ثلاث زوايا للمربع هي (٤، ١)، (٤، -٥)، (-٢، -٥)

(أ) أوجد إحداثيات رأس الزاوية الرابعة. (ب) أوجد إحداثيات مركز المُربَّع.

الحل

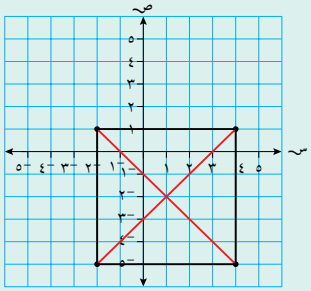
(أ)



ارسُم شبكة الإحداثيَّات.
حدِّد موضع النقاط الثلاث وصِل بينها ، حيث سينتج من توصيل النقاط خطين متقاطعين في زاوية قائمة (ضلعين من أضلاع المربع).
ارسُم خطّين آخرين لتكوين الضلعين الآخرين للمُربَّع ليتقاطعان في زاوية قائمة.

يقع رأس الزَّاوية الرابعة عند (-٢، ١) حدد إحداثيات رأس الزاوية الرابعة.

(ب)



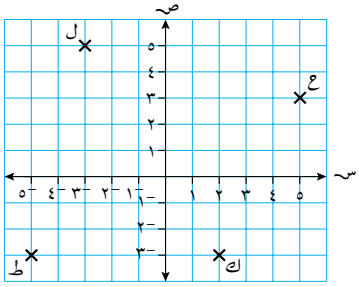
ارسُم قطريّ المُربَّع (موضَّحة باللون الأحمر).

يقع المركز عند النقطة (١، −٢)

يتقاطع القطران في مركز المُربَّع.

تمارين ١-١٦

١) اكتب إحداثيات النقاط المحددة على شبكة الإحداثيات التالية:

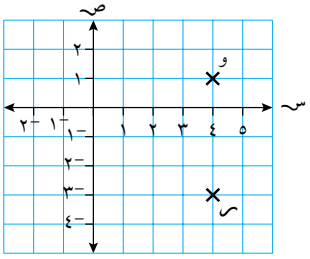


٢) في شبكة الإحداثيات المقابلة:

(أ) اكتب إحداثيات النقطتين ر، و

(ب) م هي نقطة المنتصف للنقطتين ر، و

اكتب إحداثيات النقطة م



إنَّ نقطة مُنتصف النقطتين ر، و تقع في مُنتصف المسافة بينهما.

٣) (أ) حدِّد موضع النقطتين (−٢، ٤)، (−٢، ٠) على شبكة الإحداثيات ثم صل بينهما بخطٍّ.

(ب) أوجد إحداثيات نقطة مُنتصف الخطِّ.

٤) (أ) حدِّد موضع النقطتين (٦، −١)، (٢، −٥) على شبكة الإحداثيات ثم صل بينهما بخطٍّ.

(ب) أوجد إحداثيات نقطة منتصف الخطِّ.

٥) (أ) حدِّد موضع النقطتين (٠، −٢)، (−٦، ٠) على شبكة الإحداثيات ثم صل بينهما.

(ب) أوجد إحداثيات نقطة منتصف الخطِّ.

٦) إذا علمت أن إحداثيات رؤوس ثلاث زوايا في المستطيل هي: (٣، ٥)، (٣، -٣)، (-٤، -٣)

(أ) حدِّد موضع تلك النقاط وارسُم المُستطيل.

(ب) أوجد إحداثيات رأس الزاوية الرابعة.

٧) إذا علمت أن إحداثيات رؤوس زوايا المربع هي: (٣، ٣)، (٥، -٣)، (-١، -٥)، (-٣، ١)

(أ) ارسُم المُربَّع.

(ب) ارسُم قطريّ المربع.

(ج) أوجد إحداثيات مركز المُربَّع.

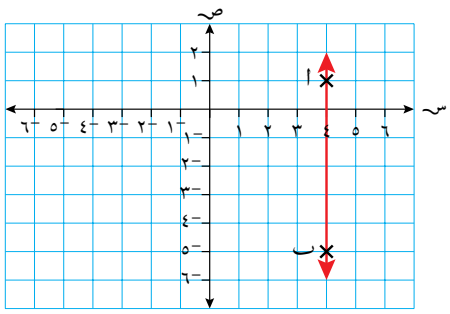
٨) (أ) ارسُم شكلًا رباعي الأضلاع إحداثيات رؤوس زواياه هي: (٥، ٢)، (٣، -٢)، (-٣، -٢)، (-١، ٢)

(ب) ما اسمُ الشكل رباعيِّ الأضلاع؟

(ج) أوجد إحداثيات مركز الشكل رباعيِّ الأضلاع.

١٦-٢ المستقيمات الموازية للمحاور

في الشبكة المقابلة، المستقيم الأحمر الذي يمر بالنقطة أ(٤، ١)، والنقطة ب (٤، −٥) يمتدُّ في كلا الاتجاهين.



هناك بعض النقاط الأخرى تقع على المستقيم الأحمر وهي:

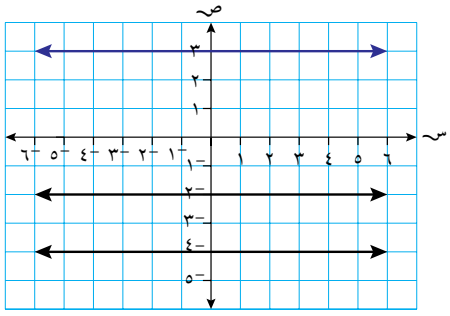
(٤، ٣)، (٤، ٥)، (٤، −٣)، (٤، ٠)، (٤، −٤)، (٤، ٢)، (٤، −٦)

الإحداثيُّ السينيُّ (س) لجميع تلك النقاط هو ٤، وكلُّ نقطة لها إحداثي سيني ٤ ستكون على هذا المستقيم.

لذا فإن معادلة المستقيم الأحمر هي س = ٤، لاحظ أن المستقيم س = ٤ عموديٌّ على محور السينات ويمرُّ بالنقطة (٤، ٠) على محور السينات.

المعادلة هي علاقة تربط بين متغيرين

كما توضح الشبكة المقابلة المستقيمين س = ٢، س = −٥



النقاط الموجودة على المستقيم الأزرق المرسوم في الشبكة المقابلة، هي:

(٥، ٣)، (−٤، ٣)، (٢، ٣)، (−٢، ٣)، (٠، ٣)

الإحداثيُّ الصاديُّ (ص) لجميع تلك النقاط هو ٣

∴ مُعادلة المستقيم الأزرق هي ص = ٣

وتوضح الشبكة أيضًا مُعادلات المستقيمين ص = −٢، ص = −٤

مُعادلة محور الصادات هي س = ٠

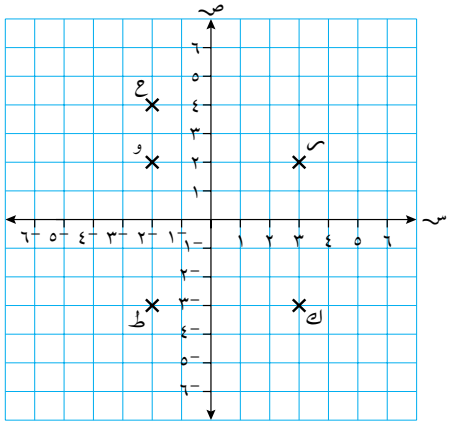
مُعادلة محور السينات هي ص = ٠

تمارين ١٦-٢

١) أوجد مُعادلة المستقيم الذي يصل بين النقاط التالية في شبكة الإحداثيات المقابلة:

(أ) و، ر (ب) ر، ك

(ج) ك، ط (د) ط، ع



٢) (أ) ارسُم المستقيمين س = ٧، ص = −٤ على شبكة الإحداثيات وسمِّهما.

(ب) اكتب الإحداثيَّات لنقطة تقاطع المستقيمين.

٣) على شبكة الإحداثيات ارسم مستطيلًا إحداثيات رؤوس زواياه هي:

أ (٢، ٧)، ب(−٦، ٧)، ع(−٦، ١)، ء(٢، ١) ثم أجب عما يلي:

(أ) اكتب مُعادلة المستقيم الذي يصل بين ب، ع

(ب) اكتب مُعادلة المستقيم الذي يصل بين أ، ب

(ج) للمستطيل خطَّي تماثل، اكتب مُعادلة كلٍّ منهما.

٤) أوجد مُعادلة المستقيم الذي يصل بين النقاط التالية:

(أ) (٤، -٥)، (٤، ٢)

(ب) (-٣، ٦)، (٣، ٦)

(ج) (-٥، ٥)، (-٥، ٠)

٥) ثلاثٌ من النقاط الموجودة في الإطار المقابل تقع على مُستقيم. أوجد مُعادلة المستقيم.

(٤، ٢)، (٢، ٤)، (-٢، ٤)، (-٤، ٢)، (-٤، -٢)، (٢، ٢)

٦) معين تقع زواياه عند النقاط (-٢، ٨)، (١، ٢)، (-٢، -٤)، (-٥، ٢)

(أ) ارسُم المعيَّن.

(ب) للمعين خطَّي تماثل. اكتب مُعادلة كلٍّ منهما.

١٦-٣ رسم مُخطَّطات بيانيَّة للمعادلات

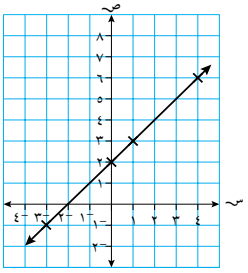
تذكر أن المعادلة هي علاقة تربط بين متغيرين.

تذكَّر أنَّ المُعادلة هي قاعدة تربط بين س ، ص

انظر إلى المعادلة ص = س + ٢

اختر أيَّ قيمة تمثل س وأوجد قيم ص بالتعويض في المعادلة. في كلِّ مرَّةٍ، ستجد الإحداثيَّات لنقطة ما.

- إذا كان س = ٤ ، إذن ص = ٤ + ٢ = ٦ وتنتج نقطة إحداثياتها (٤، ٦)
- إذا كان س = ١ ، إذن ص = ١ + ٢ = ٣ وتنتج نقطة إحداثياتها (١، ٣)
- إذا كان س = −٣ ، إذن ص = −٣ + ٢ = −١ وتنتج نقطة إحداثياتها (−٣، −١)
- إذا كان س = ٠ ، إذن ص = ٠ + ٢ = ٢ وتنتج نقطة إحداثياتها (٠، ٢)



إذا حدَّدت موضعَ تلك النقاط على شبكة الإحداثيات، يُمكنك رسم مُستقيمٍ يصل بينها.

أيُّ نقاط أخرى ستجدها (باستخدام المُعادلة ص = س + ٢) ستكون على المستقيم نفسه.

مثال ١٦-٣

(أ) أكمل جدول القيم المجاور للمعادلة ص = ٥ − ٣س

(ب) ارسم المُخطَّط البيانيِّ للمعادلة ص = ٥ − ٣س

س	−٢	−١	٠	٢	٣
ص		٨		−١	

الحل

(أ)

س	−٢	−١	٠	٢	٣
ص	١١	٨	٥	−١	−٤

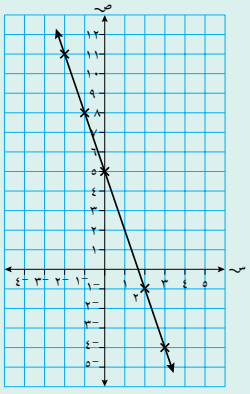
إذا كان س = −٢، إذن ص = ٥ − ٣ × (−٢) = ١١

إذا كان س = ٠، إذن ص = ٥ − ٣ × ٠ = ٥

إذا كان س = ٣، إذن ص = ٥ − ٣ × ٣ = −٤

من المفيد دائمًا كتابة القيم في جدول.

(ب)



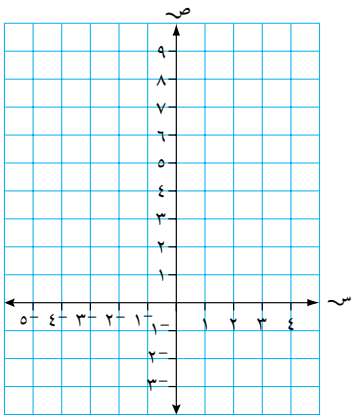
- يجب أن يتضمَّن محور السينات جميع الأعداد من −٢ إلى ٣؛ ويجب أن يتضمَّن محور الصادات جميع الأعداد من −٤ إلى ١١
- تأكَّد من أنَّك تستطيع تحديد موضع جميع النقاط الخمسة على شبكة الإحداثيات .
- تأكد من أنه يمكنك رسم مستقيم يصل بين جميع النقاط.
- مد المستقيم من كلا الاتجاهين.

تمارين ١٦-٣

١) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = س + ٤

س	−٥	−٣	٠	٢	٤
ص		١		٦	

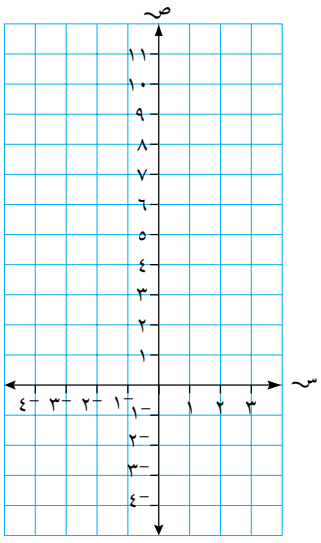
(ب) ارسم المُخطَّط البياني للمعادلة ص = س + ٤



٢) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = ٢س + ٥

س	−٤	−٢	٠	٢	٣
ص		١			١١

(ب) ارسم المُخطَّط البياني للمعادلة ص = ٢س + ٥



٣) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = س − ٣

س	−٢	−١	٢	٤	٦
ص	−٥				

(ب) ارسم المُخطَّط البياني للمعادلة ص = س − ٣

(ج) أين يتقاطع الرسم البياني مع محور السينات؟

٤) (أ) أكمل الجدول التالي للمعادلة ص = ٣ − س

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص			٣						−٣

(ب) ارسم رسمًا بيانيًّا للمعادلة ص = ٣ − س متضمِّنًا جميع النقاط في الجدول.

٥) (أ) ارسُم جدولًا لقيم ص = ٣س + ٢

(ب) ارسُم رسمًا بيانيًّا للمعادلة ص = ٣س + ٢

١٦-٤ المُعادلات في صورة ص = م س + جـ

ص = ٢س + ٣ ص = −٥س − ٤ ص = ٢٠س − ٣٠ ص = −٥,٠س + ١٠

هذه المعادلات في صورة ص = م س + جـ حيث تكون فيها م، جـ عددًا.

قيم (م) في المعادلات السابقة هي: ٢، −٥، ٢٠، −٥,٠

وقيم (جـ) في المعادلات السابقة هي: ٣، −٤، −٣٠، ١٠

الرسم البيانيُّ للمعادلات السابقة سيكون دائمًا مُستقيمًا.

مثال ١٦-٤

(أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = ٥س + ١٠

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص		٠			١٥		٢٥

(ب) ارسم رسمًا بيانيًّا للمستقيم ص = ٥س + ١٠

(ج) أثبت أنَّ (−٢٠، −٩٠) تقع على المُستقيم ولكن (٢٠، ٩٠) لا تقع على المُستقيم.

الحل

(أ)

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص	−٥	٠	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥

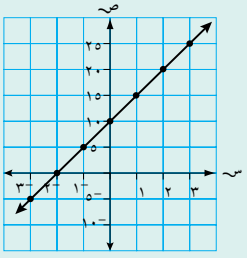
إذا كان س = ٢، ∴ ص = ٥ × ٢ + ١٠ = ٢٠

إذا كان س = ٠، ∴ ص = ٥ × ٠ + ١٠ = ١٠

إذا كان س = −١، ∴ ص = ٥ × (−١) + ١٠ = −٥ + ١٠ = ٥

إذا كان س = −٣، ∴ ص = ٥ × (−٣) + ١٠ = −١٥ + ١٠ = −٥

(ب)



حدد تدرج الأعداد على كل من المحورين السيني والصادي.

حدِّد موضع النقاط وارسُم مستقيمًا يمر بجميع النقاط مُستخدِمًا المسطرة.

يجب أن يكون الخط مُستقيمًا.

(ج) إذا كان س = −٢٠، إذن ص = ٥ × (−٢٠) + ١٠ = −٩٠

وبالتالي النقطة (−٢٠، −٩٠) تحقق المعادلة ص = ٥ س + ١٠

∴ النقطة تقع على المستقيم

إذا كان س = ٢٠، ∴ ص = ٥ × ٢٠ + ١٠ = ١١٠ لا يساوي ٩٠°

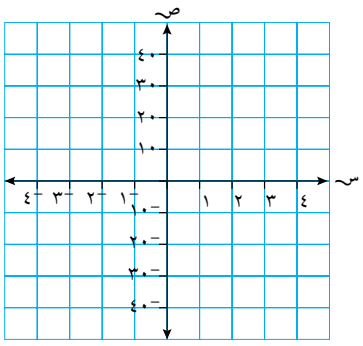
∴ النقطة (٢٠ ، ٩٠) لا تحقق المعادلة وبالتالي فهي لا تقع على المستقيم

تمارين ٤-١٦

١) (أ) أكمل الجدول التالي للمعادلة ص = ١٠ س

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤
ص	-٤٠			-١٠		١٠			٤٠

(ب) ارسُم رسمًا بيانيًّا للمعادلة ص = ١٠ س.



٢) (أ) أكمل الجدول التالي للمعادلة = ٥س - ٢٠

س	-٤	-٢	٠	٢	٤
ص	-٤٠		-٢٠		

(ب) ارسم رسمًا بيانيًّا للمعادلة ص = ٥س - ٢٠

(ج) اثبت أنَّ (٢٠، ٨٠) تقع على المستقيم ص = ٥س - ٢٠

٣) (أ) أكمل الجدول المقابل للمعادلة ص = ٢٠ - ١٠س

س	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤
ص		٣٠		١٠			-٢٠

(ب) ارسم رسمًا بيانيًّا للمعادلة ص = ٢٠ - ١٠س

(ج) (٧، ص) تقع على المستقيم ص = ٢٠ - ١٠س، أوجد قيمة ص

(د) (س، ٦٠) تقع على المستقيم ص = ٢٠ - ١٠س، أوجد قيمة س

٤) (أ) أكمل الجدول المقابل للمعادلة

ص = ٢,٠ س + ٣

س	-٢٠	-١٥	-١٠	-٥	٠	٥	١٠	١٥	٢٠
ص	-١								٧

(ب) ارسم رسمًا بيانيًّا للمعادلة ص = ٢,٠ س + ٣

(ج) (٣، ص) تقع على المستقيم ص = ٢,٠ س + ٣، أوجد قيمة ص

٥) (أ) أين يتقاطع المستقيم ص = ٥س - ١٠ مع محور الصادات؟

(ب) أين يتقاطع المستقيم ص = ٥س - ١٠ مع محور السينات؟

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ محور السينات أفقيٌّ ومحور الصادات رأسي.
- ★ في النقطة الإحداثية، الإحداثيُّ الأوَّل هو الإحداثيُّ السينيُّ والإحداثيُّ الثاني هو الإحداثيُّ الصاديُّ، ويمكن أن تكون الإحداثيَّات موجبةً أو سالبةً أو تساوي صفرًا.
- ★ المستقيمات على شبكة الإحداثيات لها معادلات خاصة بها.
- ★ مستقيم المعادلة س= أ يوازي محور الصادات ومستقيم المعادلة ص= ب يوازي مع محور السينات.
- ★ يمكن رسم المعادلة ص = م س + جـ بيانيًا
- ★ كتابة جدول القيم سيفيدك في رسم المخطط البياني.

يجب أن تكون قادرًا على:

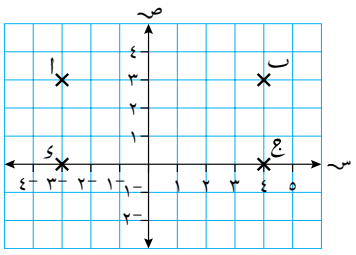
- ★ قراءة الإحداثيَّات للنقاط وتحديد موضعها.
- ★ التعرُّف على الرسوم البيانيَّة للمستقيم الموازية لمحور السينات أو محور الصادات.
- ★ تكوين أزواج من الإحداثيات تناسب المُعادلة الخطيَّة بحيث تكون ص مُعطاةً بصورة واضحة باستخدام المجهول س.
- ★ كتابة جداول للقيم.
- ★ استخدام الأرباع الأربعة كلها لتمثيل الرسوم البيانيَّة للخطوط المُستقيمة بحيث تكون (ص) مُعطاةً بصورة واضحة باستخدام المجهول (س).
- ★ التعرُّف على المُعادلات في صورة ص = م س + جـ التي تمثل الرسم البياني للمستقيم.

تمارين ومسائل عامة

١) النقاط (−٦، ١)، (−٦، ٥)، (−٢، ٥) هي إحداثيات رؤوس ثلاث زوايا لمربع ما:
(أ) ارسُم المربع واكتب إحداثيات رأس الزاوية الرابعة.
(ب) أوجد إحداثيات مركز المُربَّع.

٢) (أ) ارسُم رؤوس زوايا مُتوازي الأضلاع عند النقاط (٢، ٠)، (٦، ٢)، (٦، −٢)، (٢، −٤)
(ب) ارسُم قطريّ متوازي الأضلاع، واكتب إحداثيات نقطة تقاطع القطرين.

٣) أوجد معادلات المستقيمات التي تصل بين النقاط التالية:



(أ) ا، ء
(ب) ء، ع
(ج) ع، ب
(د) ب، ا

٤) (أ) ارسُم رؤوس زوايا مُستطيل عند النقاط ر(−١، ١)، ل(٥، ١)، ى(٥، −٣)، و(−١، −٣)
(ب) أوجد معادلة المستقيم الذي يصل بين ر، ل
(ج) أوجد مُعادلة المستقيم الذي يصل بين النقطتين ر، و
(د) للمستطيل خطَّي تماثُل. أوجد مُعادلة كلٍّ منهما.

٥) ثلاثٌ من النقاط في الإطار المقابل تقع على مستقيم، أوجد مُعادلة المستقيم.

(٣، −٣)، (٣، −٥)، (١، ٣)، (٥، ٣)، (−٥، ٣)، (٥، ٥)

٦) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = س − ٤
(ب) ارسم المُخطَّط البيانيِّ للمعادلة ص = س − ٤
(ج) أين يتقاطع الرسم البيانيُّ مع محور السينات؟

س	−٣	−٢	٠	٣	٦
ص		−٦		−١	

٧) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = ٢س + ٢
(ب) استخدم الجدول لرسم المُخطَّط البيانيِّ للمعادلة ص = ٢س + ٢

س	−٣	−١	٠	٢	٣
ص		٠			٨

٨) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = ٦ − ٢س
(ب) استخدم الجدول لرسم المُخطَّط البيانيِّ للمعادلة ص = ٦ − ٢س

س	−١	٠	٢	٣	٥
ص		٦			

٩) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة ص = ١٠س + ٢٠
(ب) استخدم القيم في الجدول لرسم المُخطَّط البيانيِّ للمعادلة ص = ١٠س + ٢٠

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص		٠				٤٠	

(ج) هل تقع (١٥، ١٨٠) على المستقيم للمعادلة؟ أعطِ سببًا لإجابتك.
(د) إذا كانت النقطة تقع (−٦، أ) تقع على المستقيم؛ أوجد قيمة أ

انظر إلى المُكعَّب المقابل،

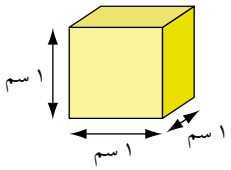
طول المُكعَّب وعرضه

وارتفاعه يساوي ١ سم.

هذا يُسمَّى مكعَّب سنتيمتر،

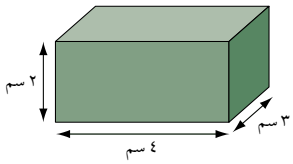
أي أنَّ **حجمه** يبلُغ

واحدَ **سنتيمتر مُكعَّب** (١ سم^{٣})



طول مُتوازي المُستطيلات المُقابل ٤ سم،

وعرضه ٣ سم وارتفاعه ٢ سم.



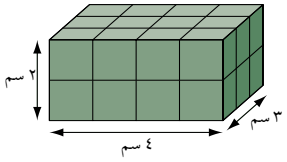
المفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- الحجم (volume)
- السنتيمتر المُكعَّب (cubic centimetre)
- المليمتر المُكعَّب (cubic millimetre)
- المتر المُكعَّب (cubic metre)
- مساحة السطح (surface area)
- شبكة المُجسَّم (net)

إذا قمت بتقسيم مُتوازي المُستطيلات إلى مُكعَّبات سنتيمتر، فسيبدو كالشكل المقابل.

يُمكنك أن ترى صفين من المكعَّبات وكلّ صف مكوّن من ١٢ مكعَّبًا.



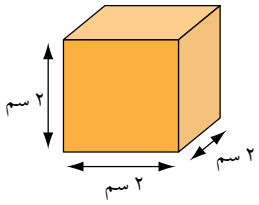
هذا يعني أنَّ العدد الإجماليَّ لمُكعَّبات السنتيمتر في مُتوازي المُستطيلات المُقابل هو ٢٤، أي أنَّ حجم مُتوازي المُستطيلات ٢٤ سم^{٣}

لاحظ أنَّ ٤ × ٣ × ٢ (الطول × العرض × الارتفاع) = ٢٤

مساحة سطح المُكعَّب أو مُتوازي المُستطيلات هي المساحة الإجماليَّة لجميع الأوجه.

وحدات قياس مساحة السطح هي وحدات مُربَّعة، على سبيل المثال، ملم^{٢} أو سم^{٢} أو م^{٢}

هذا المُكعَّب به ستة أوجه.



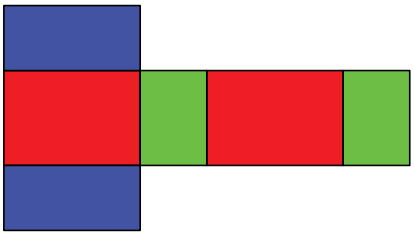
مساحة وجه واحد = ٢ × ٢

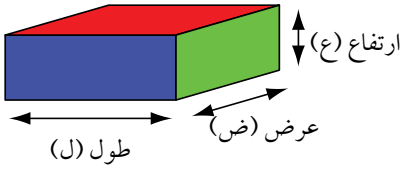
= ٤ سم^{٢}

مساحة سطح المُكعَّب = ٦ × ٤

= ٢٤ سم^{٢}

هذه **شبكة لمُجسَّم** مُتوازي المُستطيلات. يُمكن طيُّها لتشكل مُتوازي المُستطيلات.





يُمكنك أن ترى أنَّ لمُتوازي المُستطيلات وجهين لونهما أزرق ووجهين لونهما أحمر ووجهين لونهما أخضر.

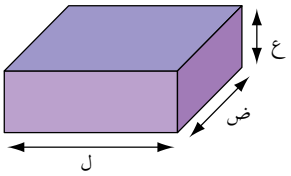
مساحة الوجه الأحمر = الطول × العرض

مساحة الوجه الأزرق = الطول × الارتفاع

مساحة الوجه الأخضر = العرض × الارتفاع

لإيجاد مساحة السطح، تحتاج إلى جمع مساحات جميع الأوجه معًا. مُتوازي المُستطيلات هذا به وجهان لكلِّ لون فبالتالي تحتاج إلى ضرب مساحة كلِّ وجه في ٢، قبل جمعهم جميعًا معًا.

١٧-١ حساب حجم مُتوازي المُستطيلات



يُمكنك إيجاد **حجم** مُتوازي المُستطيلات باستخدام الصيغة:

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع

أو ح = ل × ض × ع

إذا تمَّ قياس أضلاع مُتوازي المُستطيلات بالمليمترات، ستكون وحدة قياس الحجم **المليمتر المُكعَّب** (ملم^{٣})، إذا تمَّ قياس أضلاع مُتوازي المُستطيلات بالأمتار، ستكون وحدة قياس الحجم **المتر المُكعَّب** (م^{٣})

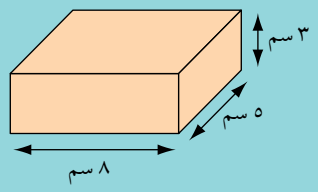
مثال ١٧-١

١) أوجد حجم مُتوازي المُستطيلات المقابل.

٢) متوازي مستطيلات طوله ١,٥ م وعرضه ٢,٣ م وارتفاعه ١,٨ م.

(أ) أوجد حجم مُتوازي المُستطيلات.

(ب) استخدم التقدير للتحقُّق من صحة إجابتك.



الحل

١) ح = ٨ × ٥ × ٣ = ١٢٠ سم^{٣}

استخدم الصيغة: الحجم =الطول × العرض × الارتفاع.
جميع الأبعاد بالسنتيمترات فالناتج بالسنتيمتر^{٣}

٢) (أ) ح = ١,٥ × ٢,٣ × ١,٨ = ٢٩,٣٧٦ م^{٣}

استخدم الصيغة: الحجم = الطول × العرض × الارتفاع.
جميع الأطوال بالأمتار فالناتج بالمتر^{٣}

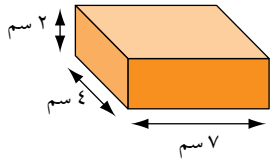
(ب) ح = ٥ × ٣ × ٢ = ٣٠ م^{٣}

للتقدير، قُم بتقريب جميع الأبعاد إلى أقرب عدد كامل.

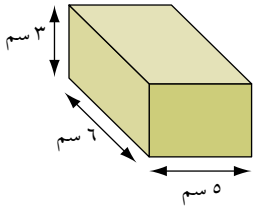
تمارين ١٧-١

١) أوجد حجم متوازي المستطيلات في كل مما يلي:

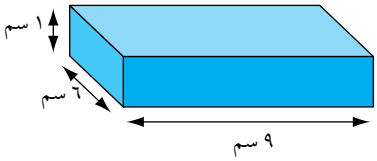
(أ)



(ب)



(ج)



٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاص بشذى.

السؤال: مُتوازي مستطيلات طوله ١٢ سم وعرضه ٩ سم وارتفاعه ٣٥ ملم.
فما حجم مُتوازي المُستطيلات؟
الحل: الحجم = ١٢ × ٩ × ٣٥ = ٣٧٨٠ سم^{٣}

اشرح الخطأ الذي وقعت فيه شذى وأوجد الإجابةَ الصحيحةَ.

٣) أكمل الجدول:

متوازي المستطيلات	الطول	العرض	الارتفاع	الحجم
(أ)	٥ سم	١٢ ملم	٦ ملم	☐ ملم^{٣}
(ب)	١٢ سم	٨ سم	٤ ملم	☐ سم^{٣}
(ج)	٨ م	٦ م	٩٠ سم	☐ م^{٣}
(د)	١,٢ م	٦٠ سم	٢٥ سم	☐ سم^{٣}

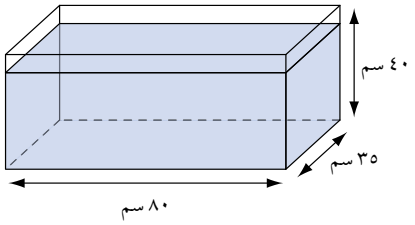
٤) متوازي مستطيلات طوله ٣,٢ م وعرضه ٤,٨ م وارتفاعه ٢,١ م.

(أ) أوجد حجم مُتوازي المُستطيلات.

(ب) تحقَّق من صحة إجابتك مُستخدِمًا التقدير.

٥) اشترت نور حوض سمك.

أبعاد حوض السمك موضَّحة في الشكل المقابل.



ثم قامت بملء $\frac{٤}{٥}$ من ارتفاعه بالماء.

فما كتلة الماء الموجودة في حوض السمك؟ اكتب إجابتك بالكيلوغرام.

أعرف أنَّ كتلة ١ سم^{٣} من الماء تساوي ١ غرام.

٦) أكمل الجدول التالي:

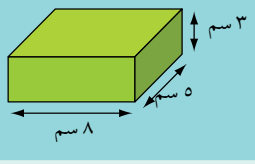
متوازي المستطيلات	الطول	العرض	الارتفاع	الحجم
(أ)	٤ سم	٨ سم	٧ سم	
(ب)		٢ م	٦ م	٩٦ م^{٣}
(ج)	٤,٢ سم		٣,٥ سم	١٤,٧ سم^{٣}
(د)	٣,٦ سم	٥ ملم		٢١٦٠ ملم^{٣}

١٧-٢ حساب مساحة سطح المكعب ومتوازي المستطيلات

لإيجاد **مساحة مُتوازي المُستطيلات**، تحتاج إلى جمع جميع مساحات الأوجه معًا.

مثال ١٧-٢

أوجد مساحة مُتوازي المُستطيلات المُقابل.



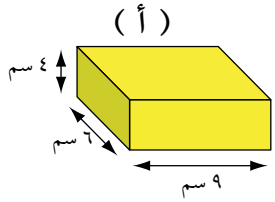
الحل

مساحة الوجه العلويِّ $= ٨ \times ٥ = ٤٠$ سم^٢	استخدم الصيغة: المساحة = الطول × العرض
مساحة الوجه الأماميِّ $= ٨ \times ٣ = ٢٤$ سم^٢	استخدم الصيغة: المساحة = الطول × الارتفاع
مساحة الوجه الجانبيِّ $= ٥ \times ٣ = ١٥$ سم^٢	استخدم الصيغة: المساحة = العرض × الارتفاع
المساحة الإجمالية لمتوازي المستطيلات	
$= ٢ \times ٤٠ + ٢ \times ٢٤ + ٢ \times ١٥$	اضرب مساحة كلِّ وجه في ٢
$= ٨٠ + ٤٨ + ٣٠$	اجمع المساحات معًا لإيجاد إجماليِّ مساحة متوازي المستطيلات.
$= ١٥٨$ سم^٢	تذكَّر كتابة الوحدات في إجابتك.

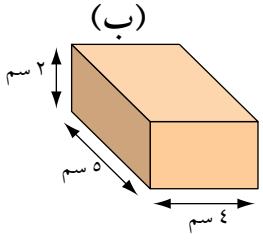
تمارين ١٧-٢

١) ارسم شبكة متوازي المستطيلات لكل مجسم فيما يلي ثم أوجد مساحته:

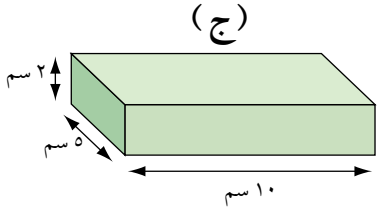
(أ)



(ب)

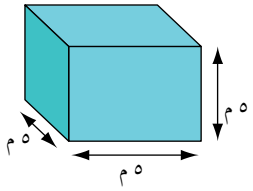


(ج)

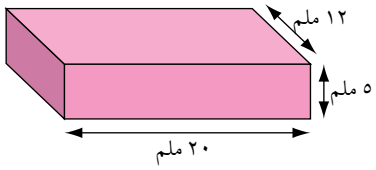


٢) أوجد مساحة المجسمات الآتية:

(أ)



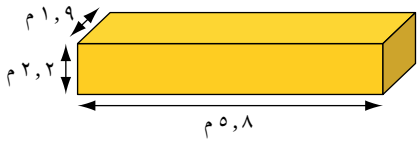
(ب)



تأكَّد من كتابة إجاباتك بالوحدات الصحيحة.

٣) (أ) أوجد مساحة سطح مُتوازي المُستطيلات المقابل.

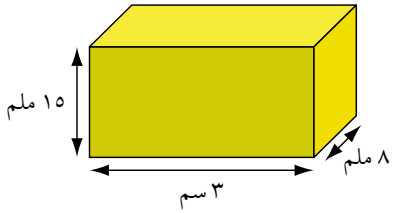
(ب) وضِّح كيفيَّة استخدام التقدير للتحقُّق من صحة إجابتك عن الجزئية (أ).



٤) أوجد مساحة سطح مُتوازي المُستطيلات المقابل بوحدات القياس الآتية:

(أ) ملم^{٢}

(ب) سم^{٢}



٥) الشكل المقابل مُتوازي مُستطيلات، حجمه ١٦٢ سم^{٣} وارتفاعه ٤٥ ملم، إذا علمت أن الوجه الجانبي له مربع الشكل، أوجد مساحة مُتوازي المُستطيلات.

١٧-٣ حساب مساحة أسطح المجسمات الأخرى

مساحة المجسم هي المساحة الإجماليَّة لجميع الأوجه.

لحساب مساحة مجسم ما اتبع الخطوات التالية:

١) ارسم شبكة المجسم.

٢) أوجد مساحة كل الأشكال المستوية (أوجه المجسم) المكونة للشبكة .

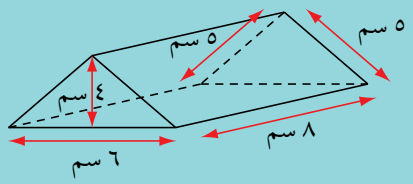
٣) أوجد المساحة الإجمالية للمجسم بجمع مساحات جميع الأوجه.

مثال ١٧-٣

في الشكل المقابل منشور ثلاثي:

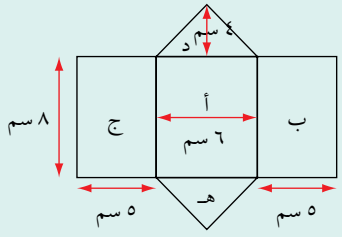
(أ) ارسُم شبكةً المنشور.

(ب) أوجد مساحة المنشور.



الحل

(أ)



لدى المنشور قاعدة مُستطيلة (أ)، أبعادها ٨ سم و٦ سم.

ووجهان مُستطيلان (ب)، (ج) أبعادهما ٨ سم و٥ سم.

ولديه وجهان مُثلَّثان (د)، (هـ)، طول قاعدة كلٍّ منهما ٦ سم وارتفاع كلا منهما يساوي ٤ سم .

(ب) المساحة (أ) = ل × ض = ٨ × ٦

= ٤٨ سم^{٢}

أوجد مساحة المُستطيل (أ).

المساحة (ب) = ل × ض = ٨ × ٥

= ٤٠ سم^{٢}

أوجد مساحة المُستطيل (ب) ولاحظ أنَّ (ج)، (ب) متساويان في المساحة.

المساحة (د) = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٤

= ١٢ سم^{٢}

أوجد مساحة المثلث (د) ولاحظ أنَّ (هـ)، (د) متساويان في المساحة.

إجماليُّ المساحة = ٤٨ + (٤٠ × ٢) + (١٢ × ٢)

= ٤٨ + ٨٠ + ٢٤

= ١٥٢ سم^{٢}

تذكَّر كتابة ٤٠ × ٢، ١٢ × ٢

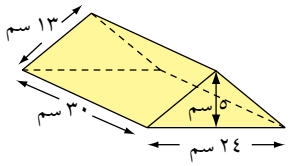
اجمع المساحات معًا.

تذكَّر كتابة الوحدة (سم^{٢})

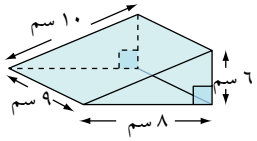
تمارين ١٧-٣

١) لكلٍّ من المُجسَّمات الآتية:

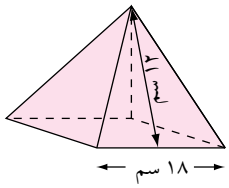
(أ) منشور ثلاثيٌّ (قاعدته مُثلَّث مُتطابق الضلعين)



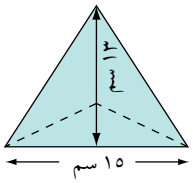
(ب) منشور ثلاثيٌّ (قاعدته مُثلَّث قائم الزَّاوية)



(ج) هرم رباعيٌّ
(جميع المُثلَّثات متساوية في المساحة)



(د) هرم ثلاثيٌّ
(جميع المُثلَّثات متساوية في المساحة)

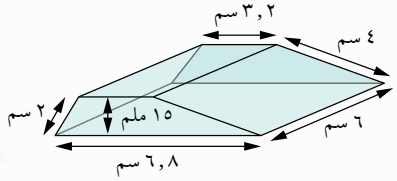


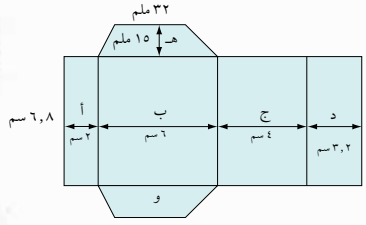
(١) ارسُم شبكةً المجسم

(٢) أوجد مساحة المجسم

٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بهلال:

السؤال: أوجد مساحة المنشور المقابل.





الحل: مساحة (أ) = ٢ × ٦,٨ = ١٣,٦ سم^{٢}

مساحة (ب) = ٦ × ٦,٨ = ٤٠,٨ سم^{٢}

مساحة (ج) = ٤ × ٦,٨ = ٢٧,٢ سم^{٢}

مساحة (د) = ٣,٢ × ٦,٨ = ٢١,٧٦ سم^{٢}

مساحة (هـ) = $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ٣,٢) × ١٥

= $\frac{١}{٢}$ × ٩,٢ × ١٥ = ٦٩ سم^{٢}

مساحة (و) = مساحة (هـ)

إجماليُّ مساحة أوجه المنشور = ١٣,٦ + ٤٠,٨ + ٢٧,٢ + ٢١,٧٦ + ٦٩ = ١٧٢,٣٦ سم^{٢}

(أ) اشرح الأخطاء التي وقع فيها هلال.

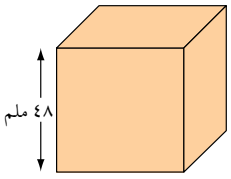
(ب) أوجد الإجابةَ الصحيحةَ.

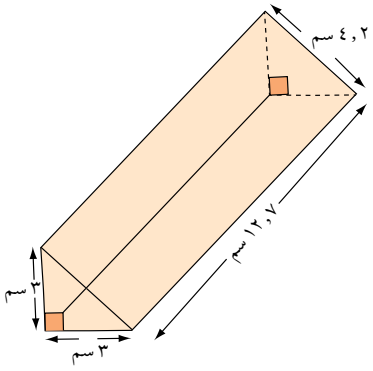
٣) رسمت مها مُكعَّبًا طول ضلعه ٤٨ ملم.

ومنشورًا ثلاثيًّا بالأبعاد المُوضَّحة في الشكل المقابل:

تعتقد مها أنَّ مساحة المكعب تساوي مساحة المنشور الثلاثي.

هل مها على صواب؟ وضِّح كيف توصَّلت إلى إجابتك.





ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ صيغة حجم مُتوازي المُستطيلات هي: الحجم = الطول × العرض × الارتفاع.
- ★ مساحة المُكعَّب أو مُتوازي المُستطيلات هي المساحة الإجماليَّة لجميع الأوجه.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ استنتاج مُعادلة حجم مُتوازي المُستطيلات واستخدامها.
- ★ حساب أبعاد ومساحة وحجم متوازي المُستطيلات.
- ★ استخدام الشبكات البسيطة للمُجسَّمات لإيجاد المساحة الإجمالية الخاصَّة بها.

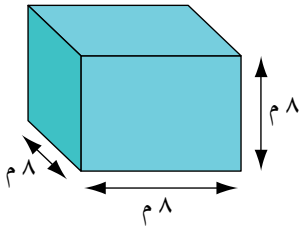
تمارين ومسائل عامة

في الشكل المقابل:

(أ) أوجد حجم المجسم

(ب) ارسم شبكة المجسم

(ج) أوجد المساحة الإجمالية للمجسم



٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاص بسندس:

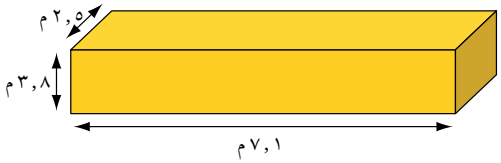
السؤال: متوازي مستطيلات طوله ١٥ ملم وعرضه ٨ ملم وارتفاعه ١٢ ملم.
ما حجمُ مُتوازي المُستطيلات؟

الحل: الحجم = ١٥ + ٨ + ١٢
= ٣٥ ملم

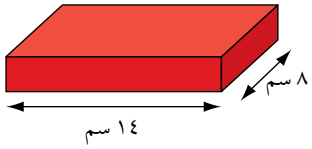
اشرح الخطأ الذي وقعت فيه سندس وأوجد الإجابةَ الصحيحةَ.

٣) (أ) أوجد مساحةَ مُتوازي المُستطيلات المُقابل.

(ب) وضِّح كيفيَّة استخدام التقدير للتحقُّق من صحة إجابتك عن الجزئية (أ).



٤) في الشكل المقابل مُتوازي مُستطيلات طوله ١٤ سم، وعرضه ٨ سم وحجمه ٦٧٢ سم^{٣}، أوجد مساحته.

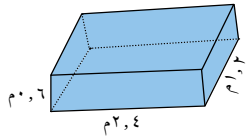


٥) لدى ريم حاوية معدنيَّة مغلقة على شكل مُتوازي مُستطيلات. طولها ٤ , ٢ م وعرضها ٢ , ١ م وارتفاعها ٦ , ٠ م. تخطِّط ريم لطلاء جميع الأوجه الخارجيَّة للحاوية، بما في ذلك الغطاء، بطبقتين من الطلاء المعدنيِّ.

(أ) أوجد المساحة التي تحتاج ريم لطلائِها.

(ب) كم عدد علب الطلاء التي تحتاج ريم شراءَها؟

حجم العلبة: ٢٥٠ مليلترًا
تغطية الطلاء: ٥ , ٤ م^{٢} لكلِّ لتر



مراجعة نهاية الفصل الدراسي

١) أوجد ناتج كل مما يلي:

(أ) $٢\frac{٥}{٦} + ٣\frac{١}{٤}$

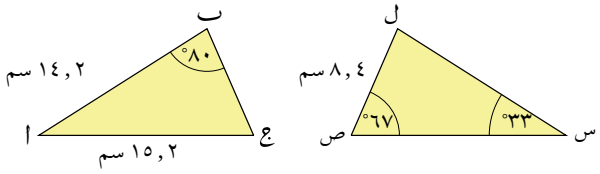
(ب) $٤\frac{١}{٢} - ٢\frac{٥}{٩}$

٢) أوجد ناتج كل مما يلي واكتبه في صورة عدد كسري في أبسط صورة:

(أ) $\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٧}$ (ب) $\frac{٢}{٥} \div \frac{١}{٤}$ (ج) $٩ \times \frac{٥}{٨}$ (د) $٩ \div \frac{٥}{٨}$ (هـ) $\frac{٢}{٥}$ من ٣٠ كغم

٣) أوجد ناتج ٨٤ ÷ ٠,٢

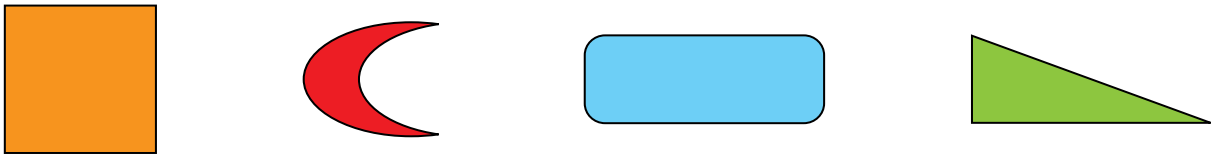
٤) في الشكل المقابل مثلثان متطابقان:



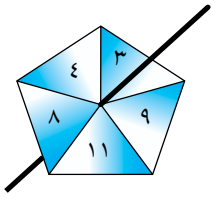
(أ) ما طول كلٍّ ضلع: (١) $\overline{ل س}$ (٢) $\overline{س ص}$ (٣) $\overline{ب ج}$

(ب) ما قياس كلٍّ من الزَّوايا: (١) (أ$\hat{ج}$ب) (٢) (ص$\hat{ل}$ س) (٣) (ب$\hat{أ}$ج)

٥) ارسُم خطوط التماثل لكل شكل فيما يلي:



٦) لدى فهد دوَّار به خمسة أجزاء.



(أ) إذا قام فهد بلف الدوَّار مرَّةً واحدةً، ما احتمال أن يكون العدد الذي استقر عليه الدوَّار:

(١) ٤ (٢) عددًا فرديًّا (٣) عددًا أصغر من ٥

(ب) يقوم فهد بلف الدوَّار ٥٠ مرَّةً، كم مرَّةً (من الخمسين لفةً) تتوقَّع أن يستقر الدوَّار على العدد ٩؟

٧) أجرت المعلمة اختبار رياضيات لطالبات صفِّها، فكان مجموع درجات الطالبات (من الدرجة النهائيَّة ٢٠) على النحو الآتي:

١٦	١٧	٩	١٩	١٢	٣	١٢	١	٢٠	٧	١٠	١١	١٨	٢
٨	١٢	٣	١٦	٦	٧	١٩	١٥	١٥	١٨	٩	١٢	٨	١٧

(أ) أكمل الجدول التكراري التالي:

مجموع الدرجات	علامة العدِّ	التكرار
١-٥		
٦-١٠		
١١-١٥		
١٦-٢٠		

(ب) كم عدد الطالبات في الصف؟

(ج) كم عدد الطالبات اللاتي كان مجموع درجاتهن أقل من ١١؟ فسر إجابتك.

٨) يوضِّح الجدول التالي عدد الأشخاص الذين ذهبوا إلى معرض المنتجات المحلية خلال يومين:

	الرجال	النساء	الإجماليُّ
الإثنين	١٢٠	١٨٠	٣٠٠
الثلاثاء	١٤٠	١٣٥	٢٧٥

(أ) ما النسبة المئويَّة للرجال في يوم الإثنين؟

(ب) أوجد الانخفاض في النسبة المئويَّة للنساء اللاتي ذهبن إلى المعرض يوم الثلاثاء بالمقارنة بيوم الإثنين؟

٩) وظَّفت شركة تسعة موظفين.

يوضِّح الجدول التالي عدد الأيام التي تأخَّر فيها كلُّ شخص عن العمل، خلال سنة واحدة:

الشخص	خديجة	محمود	شيماء	عمر	أكرم	مازن	فهد	نوال	مراد
عدد أيام التأخير عن العمل	٢	٠	١٠	٠	٤	١	٦	٤	٠

(أ) أوجد: (١) المنوال (٢) الوسيط

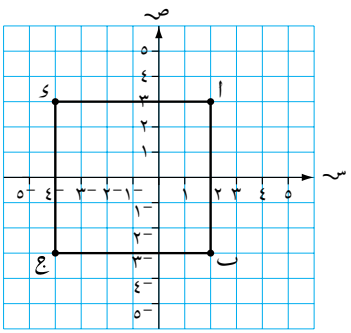
(ب) تقول شيماء: «الوسط الحسابي لعدد الأيام التي تأخَّر فيها الأشخاص عن العمل هو ١٢»

(١) بدون إيجاد الوسط الحسابي فعليًّا، كيف تقول أنَّ شيماء ليست على صواب؟

(٢) أوجد الوسط الحسابي الصحيح لعدد الأيام التي تأخَّر فيها هؤلاء الأشخاص عن العمل.

١٠) فك الأقواس ثم بسط العبارة الجبرية: ٦(٣س + ١) - ٤(س + ٥)

١١) انظر إلى الرسم البيانيِّ في الشكل المقابل:



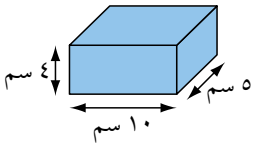
(أ) ما إحداثيات النقطة ء ؟

(ب) ما معادلة المستقيم الذي يصل بين النقطتين ب، ج

(ج) ما إحداثيات مركز المربَّع أ ب ج ء ؟

١٢) ارسم الرسم البيانيِّ للمعادلة ص = ٣س – ٢

١٣) في الشكل المقابل متوازي المُستطيلات.



(أ) أوجد الحجم.

(ب) ارسُم شبكة متوازي المُستطيلات.

(ج) استخدم الشبكة لإيجاد مساحة سطح متوازي المُستطيلات.

قاموس المصطلحات

رتبة التماثُل الدورانيُّ (rotational symmetry order)	عدد المرَّات التي يبدو فيها الشكل كما هو خلال دورة واحدة كاملة	١٥
خطُّ التماثُل (line of symmetry)	خطٌّ يقسم الشكل إلى جزئين، ويكون الجزءان متماثلين تمامًا	١٥
متطابق (congruent)	يحتوي على خط تماثُل واحد على الأقلِّ، أو على تماثُل دورانيٍّ من الرتبة الثانية أو أكثر	١٥
وتر المُثلَّث القائم (hypotenuse)	الضلع المقابل للزَّاوية القائمة، في مُثلَّث قائم الزَّاوية	١٥
الاستبيان (questionnaire)	مجموعة من الأسئلة المكتوبة مع خيارات للإجابة	٣٢
التجربة (experiment)	عمليَّة يُمكن تكرارها، مثل رمي حجر النرد	٣٢
الدراسة الاستقصائيَّة (survey)	طريقة لجمع البيانات من خلال طرح الأسئلة أو الملاحظة	٣٢
العيِّنة (sample)	جزء محدَّد من مجتمع إحصائيٍّ كبير	٣٢
المجتمع الإحصائيُّ (population)	إجماليُّ مجموعة الأشخاص أو العناصر أو الأحداث قيد الاستقصاء	٣٢
المعلومات (information)	حقائق تنتج عادةً عن البيانات المجمَّعة	٣٢
الملاحظة (observation)	البيانات الأساسيَّة التي يتمُّ جمعها من خلال تسجيل الأشياء التي تتمُّ مشاهدتها	٣٢

الجدول التكراري (frequency table)	جدول يسرد عددًا أو مرَّات تكرار العناصر من كلِّ فئة في مجموعة بيانات	٣٢، ٩٥
الاحتمال (probability)	عدد بين ٠، ١ يُستخدَم لقياس فرصة حدوث شيءٍ ما	٦٥
الاحتمال التجريبيُّ (experimental probability)	الاحتمال الذي يتمُّ تقديره من خلال البيانات	٦٥
الاحتمال النظريُّ (theoretical probability)	الاحتمال الذي يتمُّ إيجاده باستخدام نتائج الاحتمالات المتساوية	٦٥
الحدث (event)	النتيجة المحتملة لتجربة ما	٦٥
النتيجة (outcome)	عند رمي حجر النرد يكون ظهور العدد سته هو أحد النتائج المحتملة	٦٥
عشوائيٌّ (random)	مُصطلح يصف موقفًا يمكن أن تتباين فيه النتائج وعادةً ما تكون الاحتمالات فيه متساوية	٦٥
غير مرجَّح (unlikely)	أقلُّ من احتمال متساوٍ	٦٥
متنافية (mutually exclusive)	تكون النتيجتان متنافيتين إذا لم يكن من المُمكن حدوثهما معًا في نفس الوقت	٦٥
مرجَّح (likely)	أكثر من احتمال متساوٍ	٦٥
مقياس الاحتمال (probability scale)	خطُّ أعدادٍ لتوضيح الاحتمالات	٦٥
يقدّر (estimate)	تقريب العدد أو الكميَّة، استنادًا إلى الحساب باستخدام الأعداد المقرَّبة	٦٥

يزداد (increase)	أن يصبح الشيء أكبر أو أكثر عددًا	٧٩
الإحصاء (statistic)	علم جمع ووصف وتفسير البيانات وفق مقاييس إحصائية محددة	٩٥
التكرار (frequency)	عدد المرَّات التي يتكرَّر فيها العدد في مجموعة ما	٩٥
الفئة المنواليَّة (modal class)	الفئة التي لها أعلى تكرار.	٩٥
المُخطَّط الدائريُّ (pie chart)	دائرة مُقسَّمة إلى قطاعات، وكلُّ قطاع يُمثِّل جزءًا من الدائرة بأكملها	٩٥
المدى (range)	الفرق بين أكبر عدد وأصغر عدد في مجموعة ما	٩٥
المنوال (mode)	العدد الأكثر تكرارًا في المجموعة	٩٥
الوسط الحسابي (mean)	لإيجاد الوسط الحسابي لمجموعة أعداد، قم بجمعها واقسم الناتج على عددها	٩٥
الوسيط (median)	العدد الأوسط عند كتابة مجموعة الأعداد بالترتيب	٩٥
الرسم البيانيُّ (graph)	خطوط تُرسم على شبكة الإحداثيَّات	١١٢
المعادلة (equation)	علاقة تربط بين متغيرين	١١٢
محور السينات (x-axis)	المحور الأفقيُّ على شبكة الإحداثيات	١١٢

محور الصادات (y-axis)	المحور الرأسي على شبكة الإحداثيات	١١٢
نقطة الأصل (origin)	نقطة تقاطع محوري الإحداثيات	١١٢
نقطة المُنتصف (mid-point)	النقطة التي تقع في منتصف القطعة المُستقيمة	١١٢
شبكة المُجسّم (net)	مخطط مسطّح يُمكن طيّه لتكوين أوجه المُجسّم	١٣٤
مساحة المجسم (surface area)	المساحة الإجمالية لجميع أوجه المجسم	١٣٤

شكر وتقدير

يتوجه المؤلفون والناشرون بالشكر الجزيل إلى جميع من منحهم حقوق استخدام مصادرهم أو مراجعهم وبالرغم من رغبتهم فى الإعراب عن تقديرهم لكل جهد تم بذله، وذكر كل مصدر تم استخدامه لإنجاز هذا العمل، إلا أنه يستحيل ذكرها وحصرها جميعًا وفي حال إغفالهم لأي مصدر أو مرجع فإنه يسرهم ذكره في النسخ القادمة من هذا الكتاب.

S.Borisov/Shutterstock/Ministry of Education, Oman (x2)/Adisa/Shutterstock/TongRo Images/ Alamy Stock Photo/ImageFlow/Shutterstock/KARIM JAAFAR/AFP) (Photo by KARIM JAAFAR/AFP via Getty Images/Carlos andre Santos/Shutterstock/Rolf Richardson/Alamy Stock Photo/S_E/Shutterstock

رقم الإيداع ١٤٩٦ / ٢٠١٩م

مزون للطباعة والنشر والتغليف (ش.م.م) - ٢٤٨١٥٦٩٣

الرياضيات

كتاب الطالب ٧

يزخر كتاب الطالب بالعديد من الموضوعات مع شرح واضح وسهل لكل المفاهيم المتضمنة في هذه الموضوعات، ويقدم أنشطة ممتعة لاختبار مدى فهم الطلاب. ينقسم كتاب الطالب إلى قسم المحتويات، وقسم خاص بالوحدات والموضوعات لسهولة التنقل فيه. ويشرح كتاب الطالب المفاهيم الرياضية بوضوح، مع ذكر بعض الأمثلة ثم التمارين، وهو ما يسمح للطلاب بتطبيق معرفتهم المكتسبة حديثًا.

يتضمن كتاب الطالب:

- لغة سهلة ومفهومة تناسب جميع الطلاب.
- تغطية لقسم حل المشكلات ضمن الموضوعات.
- تمارين عملية في نهاية كل موضوع.
- تمارين ومسائل عامة تتناول جميع الموضوعات التي تم تغطيتها في كل وحدة.
- إرشادات لمساعدة الطلاب على حل التمارين، بما في ذلك الأمثلة المحلولة والملاحظات المفيدة.

إجابات التمارين متضمنة في دليل المعلّم.

ISBN 978-99969-3-396-7

www.moe.gov.om