سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

كتاب الطالب ٨

الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٠ هـ - ٢٠١٩ م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

كتاب الطالب

الصف الثامن
الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٠هـ – ٢٠١٩م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.

وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا

وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية .

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.

لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠١٩م

طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمَّت مواءمتها من كتاب الطالب – الرياضيات للصف الثامن – من سلسلة كامبريدج للرياضيات في المرحلة الثانوية للمؤلفين ماري جونز وديان فيلوز – فريمان وديفيد سانغ.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٥/ ٢٠١٧.

لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد بأن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

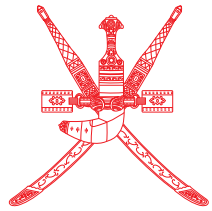
بموجب القرار الوزاري رقم ٣٧٠ / ٢٠١٧ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة

لوزارة التربية والتعليم

حضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم

سلطنـــــة عُمـــــان



النَّشيدُ الوَطَنِي

يـــا رَبَّـــنـــا احْـــفَـــظْ لنا جَـــلالَـــةَ الـــسُّـــلْـــطـــان
وَالـــشَّـــعْـــبَ فـــي الأَوْطـــانْ بِـــالْـــعِـــزِّ والأَمـــــان
وَلْـــيَـــدُمْ مُـــؤَيَّـــدًا عـــاهِـــلاً مُـــمَـــجَّـــدًا

بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يـــا عُمانُ نَحْـــنُ مِن عَهْـــدِ النَّبي أَوفِـــيـــاء مِـــن كِـــرامِ الْـــعَـــرَبِ
أَبْـــشِـــري قـــابـــوسُ جـــاءْ فَـــلْـــتُـــبـــارِكْـــهُ الـــسَّـــمـــاء

وَاسْعَدي ولْتَقيه بِالدُّعاء

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد ،،،

انطلاقًا من التوجيهات السامية لحضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم – حفظه الله ورعاه – بضرورة إجراء تقييم شامل للمسيرة التعليمية في السلطنة من أجل تحقيق التطلعات المستقبلية، ومراجعة سياسات التعليم وخططه وبرامجه، حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتلبي متطلبات المجتمع الحالية، وتطلعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المستجدات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة، بما يؤدي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية باعتبارها مكونًا أساسيًّا من مكونات المنظومة التعليمية بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة، بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي، ومن هذا المنطلق اتجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطور المتسارع في هذا المجال من خلال تبني مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتين المادتين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب بما يحويه من معارف ومهارات وقيم واتجاهات جاء محققًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد بما يتضمنه من أنشطة وصور ورسومات، وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلم الطالب بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

متمنية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مخلصة لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

مقدمة كتاب الطالب

مرحبًا بك في مقرر كتاب الرياضيات للصف الثامن

يتكون المقرر من ستة محاور:

- الأعداد
- القياس
- الهندسة
- الجبر
- معالجة البيانات
- حل المشكلات

يحتوي هذا الكتاب وكتاب الفصل الدراسي الثاني معًا على ١٥ وحدة، ويرتبط كل منها بأحد هذه المحاور الخمسة الأولى. ويتم تضمين محور حل المشكلات في كل الوحدات. لا توجد خطوط واضحة تفصل بين المحاور الخمسة في الرياضيات؛ فالمهارات التي يتم تعلمها في إحدى الوحدات عادةً ما تُستخدم في الوحدات الأخرى.

تبدأ كل وحدة بمقدمة، مع سرد المفردات في إطار أزرق اللون؛ ويعمل ذلك على تجهيزك لما سوف تتعلمه في الوحدة. وفي نهاية كل وحدة يوجد إطار يحتوي على ملخص لتذكيرك بما تعلمته.

تنقسم كل وحدة إلى عدة موضوعات؛ ويحتوي كل موضوع على مقدمة تشرح محتوى الموضوع، وعادةً ما يكون ذلك باستخدام أمثلة محلولة. كما تتوفر إرشادات مفيدة في إطارات زرقاء اللون. وفي نهاية كل موضوع هناك تمارين، وتنتهي كل وحدة بتمرين للمراجعة. تشجعك الأسئلة الموجودة في التمارين على تطبيق معرفتك الرياضية وتطوير فهمك للمادة الدراسية.

بالإضافة إلى تعلم المهارات الرياضية، فأنت بحاجة إلى تعلّم متى وكيف تستخدمها. وتعد مهارة كيفية حل المشكلات واحدة من أهم المهارات الرياضية التي يجب أن تتعلمها.

عندما ترى هذا الرمز، فإن ذلك يعني أن السؤال سيساعدك على تطوير مهاراتك في حل المشكلات.

أثناء دراسة هذا المقرر، ستتعلم الكثير من الحقائق والمعلومات والتقنيات؛ وستبدأ بالتفكير كعالم رياضيات. سوف تناقش الأفكار والأساليب مع الطلاب الآخرين وكذلك مع معلّمك.

تعتبر هذه المناقشات جزء مهم من تطوير مهاراتك وفهمك في الرياضيات.

تابع هؤلاء الطلاب أدناه الذين سيطرحون الأسئلة ويقدمون الاقتراحات ويشاركون في أنشطة الوحدات.

في نهاية كل فصل دراسي، قد يطلب إليك معلمك / معلمتك خوض اختبار تقييم المستوى للوقوف على المستوى الذي وصلت إليه. كما سيساعدك هذا الكتاب على معرفة كيفية تطبيق معرفتك في الرياضيات لتؤدي بشكل جيد في هذا الاختبار.

المحتويات

الوحدة الأولى: الأعدادُ الصحيحةُ والقُوى والجذورُ

١-١ الأعدادُ المُوجَّهة ١٦

١-٢ الجذورُ التربيعيَّة والجذورُ التكعيبيَّة ٢٠

١-٣ الأُسُس ٢٢

١-٤ استخدامُ الأُسُس ٢٤

تمارين ومسائل عامة ٢٧

الوحدة الثانية: القيمة المكانية والترتيب والتقريب

٢-١ ضرب الكسور العشريَّة وقسمتها ذهنيًّا ٣١

٢-٢ الضرب في قوى العدد ١٠ والقسمة عليها ٣٥

٢-٣ التقريب ٣٨

٢-٤ ترتيبُ العمليَّات ٤٢

تمارين ومسائل عامة ٤٦

الوحدة الثالثة: الشبكات والزَّوايا

٣-١ رسمُ شبكاتٍ للمُجسَّمات ٤٩

٣-٢ شرحُ خصائصِ الزَّوايا ٥٢

٣-٣ حلُّ مسائل الزَّوايا ٥٦

تمارين ومسائل عامة ٦٠

الوحدة الرابعة: الكسور

٤-١ كتابةُ الكسرِ في أبسطِ صورةٍ ٦٢

٤-٢ جمعُ الكسور وطرحُها ٦٣

٤-٣ ضرب الكسور ٦٦

٤-٤ قسمةُ الكسورِ ٦٩

٤-٥ التعامُل مع الكسور ذهنيًّا ٧٢

تمارين ومسائل عامة ٧٥

الوحدة الخامسة: المُعادلاتُ والعباراتُ الجبرية والصيغ

٥-١ كتابةُ المُعادلاتِ وحلُّها ٧٨
٥-٢ تبسيطُ العباراتِ الجَبريَّة ٨٠
٥-٣ كتابةُ العباراتِ الجَبريَّة ٨٢
٥-٤ التعويض في العباراتِ الجبرية ٨٥
٥-٥ الصيغ واستخدامُها ٨٧
٥-٦ التحليلُ إلى عوامل ٩٠
٥-٧ جمعُ الكسورِ الجَبريَّةِ وطرحُها ٩٢
٥-٨ فكُّ ناتجِ عبارتين خطيَّتين ٩٥
تمارين ومسائل عامة ٩٨

الوحدة السادسة: المساحة والمُحيط والحجم

٦-١ تحويلُ وحداتِ المساحة والحجم ١٠١
٦-٢ حلُّ مسائلِ الدائرة ١٠٥
٦-٣ العمليَّات الحسابيَّة المتعلِّقة بالمنشور والأسطوانة ١٠٨
تمارين ومسائل عامة ١١٣

الوحدة السابعة: الاحتمالات

٧-١ احتمالُ عدم حدوث نتيجةٍ ما ١١٦
٧-٢ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي ١١٨
٧-٣ كتابةُ قائمةٍ بالنتائج المُحتملة (فضاء الإمكانات) ١٢١
٧-٤ الاحتمالات التجريبيَّة والنظريَّة ١٢٤
تمارين ومسائل عامة ١٢٨

الوحدة الثامنة: النسب المئويَّة

٨-١ استخدامُ الطرقِ الذهنيَّة ١٣١
٨-٢ مقارنةُ الكميَّاتِ المُختلفةِ ١٣٣
٨-٣ تغيراتُ النسبةِ المئويَّةِ ١٣٥
٨-٤ أمثلةٌ عمليَّةٌ ١٣٧
تمارين ومسائل عامة ١٤٠
مراجعة نهاية الفصل الدراسي ١٤٢
قاموس المصطلحات ١٤٥

يدور علمُ الرياضيَّاتِ حول كيفيَّة إيجادِ الأنماط.

كيف تعلَّمت لأوَّلِ مرةٍ طريقةَ جمعِ وضربِ الأعدادِ الصحيحةِ السالبةِ؟

من المُحتملِ أن تكونَ قد تعلَّمت ذلك في البدايةِ من خلالِ استخدامِ جدولِ الجمعِ أو جدولِ الضربِ للأعدادِ الموجبةِ ثُمَّ التوسُّعِ في ذلك من خلال دراسةِ جداولِ الجمعِ والضربِ للأعدادِ السالبةِ. إنَّ الأنماطَ المُوضَّحة بالجداول التالية من المُمكن أن تساعدك في تعلُّم ذلك.

المُفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- العددُ الصحيحُ (integer)
- القوة (power)
- الأُسُّ (الأُسس) (index (indices))
- الأساس (Base)

+	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
٣	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
٢	٥	٤	٣	٢	١	٠	١−
١	٤	٣	٢	١	٠	١−	٢−
٠	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
١−	٢	١	٠	١−	٢−	٣−	٤−
٢−	١	٠	١−	٢−	٣−	٤−	٥−
٣−	٠	١−	٢−	٣−	٤−	٥−	٦−

هذا يوضِّح أنَّ

١ + (−٣) = −٢

ويُمكنك أيضًا إجراءُ عمليَّاتِ طرحٍ باستخدام ناتجِ عمليَّةِ الجمعِ السابقةِ كما هو مُوضَّح بالأمثلةِ التالية:

−٢ − ١ = −٣

و −٢ − (−٣) = ١

×	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
٣	٩	٦	٣	٠	٣−	٦−	٩−
٢	٦	٤	٢	٠	٢−	٤−	٦−
١	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
١−	٣−	٢−	١−	٠	١	٢	٣
٢−	٦−	٤−	٢−	٠	٢	٤	٦
٣−	٩−	٦−	٣−	٠	٣	٦	٩

هذا يوضِّح أنَّ

٢ × (−٣) = −٦

ويُمكنك أيضًا إجراءُ عمليَّاتِ قسمةٍ باستخدام ناتجِ عمليَّةِ الضربِ السابقة كما هو مُوضَّح بالأمثلةِ التالية:

−٦ ÷ ٢ = −٣

و −٦ ÷ (−٣) = ٢

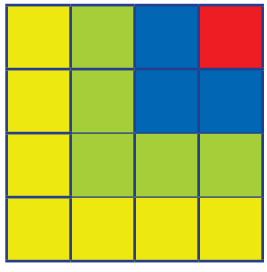
أمامك نموذجٌ مرئيٌّ قائمٌ على استخدامِ الأعدادِ المُربَّعةِ.

$٢^{٢} = ٢ \times ٢ = ٤$

$٣^{٢} = ٣ \times ٣ = ٩$

$٤^{٢} = ٤ \times ٤ = ١٦$

هل يُمكنك تكملةُ هذا النمطِ باتِّباع نفس الطريقةِ؟



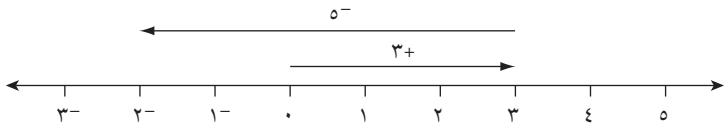
١-١ الأعدادُ المُوجَّهة

الأعدادُ المُوجَّهة هي أعدادٌ لها اتجاه على خط الأعداد، وقد تكون موجبةً أو سالبةً. كما أنَّ الأعدادَ المُوجَّهةَ من المُمكن أن تكونَ **أعدادًا صحيحةً** (أعداد كاملة) أو أعدادًا عشريَّةً.

فيما يلي بعضُ الملاحظاتِ لتذكيرك سريعًا ببعضِ النقاطِ التي يجب وَضْعها بالاعتبارِ والطُرق التي يُمكنك اتِّباعُها عند جمعِ، وطرحِ، وضربِ، وقسمةِ الأعدادِ الصحيحةِ. يُمكنك أيضًا استخدامُ هذه الطُرق مع أيٍّ من الأعداد المُوجَّهة.

ما ناتجُ جمعِ ٣ + (−٥)؟

فكِّر في خط أعدادٍ وارسُمه. ابدأ من العدد ٠ تحرك يمينًا بمقدار ٣ أعداد، ثم يسارًا بمقدار ٥ أعداد بدءا من العدد ٣، ستلاحظ هنا أنك ستحصل على نفس النتيجة إذا تحركت يسارًا بمقدار عددين.



أو يُمكنك تحويلُ تلك العملية إلى عمليَّة طرحِ المعكوس الجمعي كالتالي:

٣ + (−٥) = ٣ − ٥

ففي كلتا العمليَّتين، سيكون الناتج هو −٢

ماذا عن ٣ − (−٥)؟

قد تكون أسهلَ طريقةً لحلِّ هذه المسألة هي إضافة المعكوس الجمعي.

٣ − (−٥) = ٣ + ٥ = ٨

عند جمع عددين لهما إشارتان متطابقتان، نجمع ونضع إشارة العددين
مثال: (٢ + ٢ = ٤)، (−٢ + (−٢) = −٤)
عند جمع عددين لهما إشارتان مختلفتان، نطرح ونضع إشارة العدد الأكبر
مثال: (٣ + (−٧) = −٤)، (−٣ + ٧ = ٤)

ماذا عن عمليَّةِ الضربِ؟

٣ × ٥ = ١٥ ، ٣ × (−٥) = −١٥ ، −٣ × ٥ = −١٥ ، −٣ × (−٥) = ١٥

اضرب العددين، ثُمَّ حدِّد ما إذا كان الناتجُ يُمثِّل عددًا موجبًا أم سالبًا.

وبالمثل، ستلاحظ النتيجةَ ذاتها عند إجراءِ عمليَّةِ قسمةٍ للأعدادِ الصحيحةِ (موجبة أو سالبة).

١٥ ÷ ٣ = ٥ ، −١٥ ÷ ٣ = −٥ ، −١٥ ÷ (−٣) = ٥ ، ١٥ ÷ (−٣) = −٥

يُمكن اتِّباعُ هذه الطُرقِ مع الأعدادِ الصحيحةِ.

كما يُمكنك اتِّباعُ الطُرقِ ذاتها مع أيٍّ من الأعدادِ المُوجَّهة، حتى إذا لم تكُن أعدادًا صحيحةً.

فيما يتعلق بعمليات الضرب والقسمة، تذكر أن:
موجب × موجب = موجب
سالب × سالب = موجب
سالب × موجب = سالب
موجب × سالب = سالب
موجب ÷ موجب = موجب
سالب ÷ سالب = موجب
سالب ÷ موجب = سالب
موجب ÷ سالب = سالب

مثال ١-١

أوجد ناتج ما يأتي:

(أ) ٣,٥ + (−٤,١)　　(ب) ٣,٥ − (−٢,٨)

(ج) ٦,٣ × (−٣)　　(د) −٧,٥ ÷ (−٢,٥)

الحل

(أ) ٣,٥ − ٤,١ = −٠,٦

يُمكنك رسمُ خطِ أعدادٍ لحلِّ العمليَّةِ الحسابيَّةِ ولكن من الأسهل لك طرحَ المعكوس الجمعي للعدد (−٤,١) وهو (٤,١)

(ب) ٣,٥ − (−٢,٨) = ٣,٥ + ٢,٨ = ٦,٣

غّير عملية الطرح بعملية الجمع؛ واستخدِم المعكوس الجمعي للعدد −٢,٨ وهو العدد ٢,٨

(ج) ٦,٣ × (−٣) = −١٨,٩

اضرِب ٦,٣ في ٣ أولًا. لاحِظ أنَّ ناتجَ هذه العمليَّة الحسابيَّة يجب أن يكونَ عددًا سالبًا؛ لأنَّ العددين ٦,٣ و −٣ يحملانِ إشاراتٍ مختلفة.

(د) اقسم ٧,٥ على ٢,٥ أولًا. لاحظ أنَّ ناتجَ هذه العمليَّة الحسابيَّة عددًا موجبًا؛ لأنَّ العددين −٧,٥ و −٢,٥ يحملان إشاراتٍ متطابقة.

تمارين ١-١

لا تستخدم الآلةَ الحاسبةَ عند الإجابةِ على هذه التمارين.

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) ٥ + (−٣)　　(ب) ٥ + (−٠,٣)　　(ج) −٥ + (−٠,٣)

(د) −٠,٥ + ٠,٣　　(هـ) ٥ + ٠,٠ + (−٣)

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) ٢,٨ + (−١,٣)　　(ب) ٠,٦ + (−٤,١)　　(ج) −٥,٨ + ٠,٣

(د) −٠,٧ + ٦,٢　　(هـ) −٢,٢٥ + (−٠,١٢)

٣) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) ٧ − (−٤)　　(ب) −٧ − ٠,٤　　(ج) −٠,٤ − (−٧)

(د) −٠,٤ − ٠,٧　　(هـ) −٤ − (−٠,٧)

٤) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) ٢,٨ − (−١,٣)　　(ب) ٠,٦ − (−٤,١)　　(ج) −٥,٨ − ٠,٣

(د) −٠,٧ − ٦,٢　　(هـ) −٢,٢٥ − (−٠,١٢)

٥) إنَّ درجاتِ الحرارةِ بمنتصفِ النهارِ، ممثَّلةً بالدرجات السيليزيَّة، على مدار أربعةِ أيامٍ متتالية هي ٥,١، −٦,٢، −٤,٣، ٠,٥، احسب الوسطَ الحسابيَّ لدرجة الحرارة.

٦) أوجد الأعداد المفقودة:

(أ) □ + ٤ = ١,٥ (ب) □ + (−٦,٣) = −٩,٥

(ج) ٤,٣ + □ = −٢,١ (د) ١٢,٥ + □ = ٣,٥

٧) أوجد الأعداد المفقودة:

(أ) □ − ٣,٥ = −١١,٦ (ب) □ − (−٢,١) = ٤,١

(ج) □ − ٨,٢ = ٧,٢ (د) □ − (−٨,٢) = ٧,٢

٨) انسخ جدولَ الجمعِ التالي وأكمله:

+	−٣,٤	−١,٢
٥,١		
	−٤,٧	

٩) استعن بالمعلوماتِ الموضَّحة بالمستطيل أمامك لإيجاد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

٢,٣ × ٩,٦ = ٢٢,٠٨

(أ) −٢,٣ × (−٩,٦) (ب) −٢٢,٠٨ ÷ ٢,٣

(ج) ٢٢,٠٨ ÷ (−٩,٦) (د) −٤,٦ × (−٩,٦)

(هـ) −١١,٠٤ ÷ (−٢,٣)

١٠) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) ٢,٧ × (−٣) (ب) ٢,٧ ÷ (−٣)

(ج) −١,٢ × (−١,٢) (د) −٣,٢٥ × (−٤)

(هـ) ١٧,٥ ÷ (−٢,٥)

١١) انسخ جدولَ الضربِ المقابل وأكمله:

×	٣,٢	−٠,٦
−١,٥		
١,٥		

١٢) أكمل العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) −٢ × (−٣) (ب) (−٢ × (−٣)) × (−٤)

(ج) (−٣ × ٤) ÷ (−٨)

١٣) استعِن بالقيم المُعطاة فيما يلي لإيجاد قيمةِ كلِّ جملةٍ من الجُمل العدديَّة التالية:

ع = −٤,٥، ك = ٥,٥، ص = −٧,٥

(أ) ع − ك

(ب) (ع + ك) × ص

(ج) (ك + ص) × ع

(د) (ص − ك) ÷ (ك − ع)

١٤) فيما يلي جدولُ ضربٍ.

×	٢,٤	٣,٥	٤,٦
٢,٤	٥,٧٦	٨,٤	١١,٠٤
٣,٥	٨,٤	١٢,٢٥	١٦,١
٤,٦	١١,٠٤	١٦,١	٢١,١٦

استخدم هذا الجدول لحساب ما يلي:

(أ) $(-٢,٤)^{٢}$

(ب) $١١,٠٤ \div (-٤,٦)$

(ج) $-١٦,١ \div (-٣,٥)$

(د) $-٨٤ \div ٢,٤$

١٥) باعتبار ع، ك أعدادًا، وفي حالة أنَّ ع + ك = ١، ع ك = -٢٠

فما القيمُ التي تمثِّلها كلٌّ من ع، ك؟

١-٢ الجذورُ التربيعيَّة والجذورُ التكعيبيَّة

يجب أن تكون قادرًا على التعرُّف إلى:

- مُربَّعات الأعدادِ الكاملةِ حتى ٢٠ × ٢٠، والجذور التربيعيَّة المُقابلة لها
- مُكعَّبات الأعدادِ الكاملةِ حتى ٥ × ٥ × ٥، والجذور التكعيبيَّة المُقابلة لها.

يُمكنك استخدامُ الآلة الحاسبة لإيجاد الجذور التربيعيَّة والجذور التكعيبيَّة، ولكن يُمكنك أيضًا تقديرُ قيمةِ هذه الجذور بدون استخدامِ الآلةِ الحاسبةِ.

الأعداد الصحيحة الموجبة المربعة هي فقط التي لها جذور تربيعية، والأعداد الصحيحة المكعبة هي فقط التي لها جذور تكعيبية.

مثال ١-٢

(أ) اشرح سبب وقوع قيمة $\sqrt{٨٥}$ بين العددين ٩ ، ١٠

(ب) اشرح سبب وقوع قيمة $\sqrt[٣]{١٥٣,٢}$ بين العددين ٥ ، ٦

(ج) قدِّر قيمة $\sqrt{٢٩٥}$ إلى أقرب عدد كامل

(د) قدِّر قيمة $\sqrt[٣]{٦٠}$ إلى أقرب عدد كامل

(هـ) بما أن $٥ < \sqrt[٣]{١٤٥,٢} < ٦$، فاكتب عبارة عددية مماثلة لقيمة $\sqrt[٣]{٩٨,٤}$

الحل

(أ) $٩^٢ = ٨١$، $١٠^٢ = ١٠٠$

أوجد قيمة مربع العددين ٩ ، ١٠

$٨١ < ٨٥ < ١٠٠$

اكتب متباينة للأعداد ٨١، ١٠٠، ٨٥

ولذلك فإن، $\sqrt{٨١} < \sqrt{٨٥} < \sqrt{١٠٠}$

أوجد قيمة الجذور التربيعية للأعداد

$٩ < \sqrt{٨٥} < ١٠$

وبالتالي، تقع قيمة $\sqrt{٨٥}$ بين العددين ٩ ، ١٠

(ب) $٥^٣ = ١٢٥$، $٦^٣ = ٢١٦$

لا تدع الأعداد العشرية تشتت انتباهك.

$١٢٥ < ١٥٣,٢ < ٢١٦$

أوجد قيمة مكعب العددين ٥ ، ٦

ولذلك فإن $\sqrt[٣]{١٢٥} < \sqrt[٣]{١٥٣,٢} < \sqrt[٣]{٢١٦}$

اكتب متباينة للأعداد ١٢٥، ٢١٦، ١٥٣,٢

$٥ < \sqrt[٣]{١٥٣,٢} < ٦$ وبالتالي،

أوجد قيمة الجذور التكعيبية للأعداد.

تقع قيمة $\sqrt[٣]{١٥٣,٢}$ بين العددين ٥ ، ٦

(ج) $١٧^٢ = ٢٨٩$، $١٨^٢ = ٣٢٤$

العددُ ٢٩٥ يقع بين العددين المربعين ٢٨٩ ، ٣٢٤؛ ولذلك فإنَّ قيمة $\sqrt{٢٩٥}$ تقع بين العددين ١٧ ، ١٨

قيمة $\sqrt{٢٩٥}$ تساوي ١٧، وهذا الناتج تمَّ التوصُّل إليه بعد التقريب إلى أقرب عددٍ كاملٍ. الناتج سيكون أكبرَ قليلًا من العدد ١٧

(د) $٣^٣ = ٢٧$، $٤^٣ = ٦٤$

يقع العددُ ٦٠ بين العددين المكعبين ٢٧ ، ٦٤؛ ولذلك فإنَّ قيمة $\sqrt[٣]{٦٠}$ تقعُ بين العددين ٣ ، ٤

قيمة $\sqrt[٣]{٦٠}$ تساوي ٤، وهذا الناتج تمَّ التوصُّل إليه بعد التقريب إلى أقرب عددٍ كاملٍ. الناتج سيكون أصغرَ قليلًا من العدد ٤ حيث إنَّ الناتجَ الذي يظهر على الآلةِ الحاسبةِ هو ٣,٩١ بعد تقريبه إلى أقرب عددٍ مكوَّنٍ من منزلتين عشريَّتين.

(هـ) الأعداد المكعبة هي ١، ٨، ٢٧، ٦٤، ١٢٥، ...

ولكن بما أن ٦٤ < ٩٨,٤ < ١٢٥

إذن فإن $\sqrt[3]{٦٤} < \sqrt[3]{٩٨,٤} < \sqrt[3]{١٢٥}$

وبالتالي، فإن $٤ < \sqrt[3]{٩٨,٤} < ٥$

تعني المتباينة $٥ > \sqrt[3]{١٤٥,٢} > ٦$ أن قيمة $\sqrt[3]{١٤٥,٢}$ تقع بين العددين ٥ ، ٦

ابحث عن عددين صحيحين متتاليين يقعان قبل قيمة $\sqrt[3]{٩٨,٤}$ وبعده

تمارين ١-٢

لا تستخدم الآلةَ الحاسبةَ عند الإجابةِ على هذه التمارين إلا إذا طلب منك ذلك.

١) اقرأ الجملة العدديَّة المُوضَّحة على اليسار.
واكتب جملةً عدديَّةً مُماثِلةً لها لكلِّ جذرٍ.

$٢ < \sqrt[3]{٨} < ٣$

(أ) $\sqrt[3]{٢٠}$ (ب) $\sqrt[3]{٢٤٨}$ (ج) $\sqrt[3]{٣١٤}$ (د) $\sqrt[3]{٨٣,٥}$ (هـ) $\sqrt[3]{١٥٧}$

٢) اشرح سببَ وقوعِ قيمة $\sqrt[3]{٣٠٥}$ بين الرقمين ٦، ٧

٣) قدِّر قيمةَ كلِّ جذرٍ إلى أقرب عددٍ كاملٍ:

(أ) $\sqrt[3]{١٧١}$ (ب) $\sqrt[3]{٣٥}$ (ج) $\sqrt[3]{٤٠٧}$ (د) $\sqrt[3]{٢٦,٣}$ (هـ) $\sqrt[3]{٢٩٢}$

٤) اقرأ الجملةَ العدديَّةَ المُوضَّحةَ على اليسار. واكتب جملةً عدديَّةً مُماثِلةً لها لكلِّ جذرٍ.

$١٠ < \sqrt[3]{١٢٠٠} < ١١$

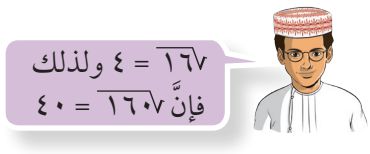
(أ) $\sqrt[3]{١٠٠}$ (ب) $\sqrt[3]{٢٢٢}$ (ج) $\sqrt[3]{٨٢٥}$

(د) $\sqrt[3]{٣٢٦}$ (هـ) $\sqrt[3]{٥٨,٨}$

٥) تُعتبَر إجابةُ أحمد في الشكل المقابل إجابةً غير صحيحةٍ.

(أ) وضِّح أنَّ قيمةَ $\sqrt[3]{١٦٠}$ تقع بين الرقمين ١٢، ١٣

(ب) اكتب العددَ الذي يكون الجذرُ التربيعيُّ له هو العدد ٤٠



٦) (أ) أوجد قيمةَ $\sqrt[3]{١٢٢٥}$

$١٢٢٥ = ٣٥^{٢}$

(ب) قدِّر قيمةَ $\sqrt[3]{١٢٢٥}$ إلى أقرب عددٍ كاملٍ.

٧) وضِّح أنَّ قيمةَ $\sqrt[3]{١٢٥}$ أصغر من نِصف قيمةِ $\sqrt[3]{١٢٥}$

٨) استخدم الآلةَ الحاسبةَ لإيجاد قيمِ الجذور التربيعيَّة والجذور التكعيبيَّة التالية. كما يمكنك استخدام العمليات العكسية للتحقق من صحة إجابتك.

(أ) $\sqrt[3]{٦٢٥}$ (ب) $\sqrt[3]{٢٠,٢٥}$ (ج) $\sqrt[3]{٤٦,٢٤}$

(د) $\sqrt[3]{١٧٢٨}$ (هـ) $\sqrt[3]{٦,٨٥٩}$

٩) استخدم الآلةَ الحاسبةَ لإيجاد قيمِ الجذورِ التربيعيَّة والتكعيبيَّة التالية. قرِّب إجاباتِك إلى أقرب عددٍ مكوَّنٍ من منزلتين عشريَّتين:

(أ) $\sqrt[3]{٥٥}$ (ب) $\sqrt[3]{١٠٨}$ (ج) $\sqrt[3]{٢٠٠}$

(د) $\sqrt[3]{٦٢٩}$ (هـ) $\sqrt[3]{١٠٠٠٠}$

١-٣ الأُسس

يوضِّح الجدول التالي قُوى العدد ٣، انظر إلى الأنماطِ المُوضَّحة في هذا الجدول.

قوة العددِ	$٣^{-٤}$	$٣^{-٣}$	$٣^{-٢}$	$٣^{-١}$	$٣^{٠}$	$٣^{١}$	$٣^{٢}$	$٣^{٣}$	$٣^{٤}$	$٣^{٥}$
القيمة	$\frac{١}{٨١}$	$\frac{١}{٢٧}$	$\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٣}$	١	٣	٩	٢٧	٨١	٢٤٣

$٣^{٤}$ تُشير إلى العددِ ٣ مرفوع إلى القوة ٤
العدد ٤ يُسمَّى الأُسَّ.
العدد ٣ يسمى الأساس.
وجمع الأُسِّ يُسمَّى الأُسُسَ.

يُمكن التعبيرُ عن القُوى السالبة لأيِّ عددٍ صحيحٍ موجبٍ بكتابة ذلك في شكلِ كسرٍ. وفيما يلي بعضُ الأمثلةِ على ذلك:

$٢^{٤} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$ ، $٢^{-٤} = \frac{١}{١٦}$ ، $٧^{٣} = ٧ \times ٧ \times ٧ = ٣٤٣$ ، $٧^{-٣} = \frac{١}{٣٤٣}$

أيُّ عددٍ صحيحٍ موجبٍ يتمُّ رفعه للقوة صفر يساوي ١ $٢^{٠} = ١$ ، $٧^{٠} = ١$ ، $١٢^{٠} = ١$

مثال ١-٣

اكتب هذه الأعداد في شكلِ كسورٍ: (أ) $٢^{-٦}$ (ب) $٦^{-٢}$

الحل

(أ) $٢^{-٦} = \frac{١}{٢^{٦}} = \frac{١}{٦٤}$ ، $٢^{٦} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٦٤$

(ب) $٦^{-٢} = \frac{١}{٦^{٢}} = \frac{١}{٣٦}$ ، $٦^{٢} = ٣٦$

تمارين ١-٣

١) اكتب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية على شكلِ كسرٍ:

(أ) $٥^{-١}$ (ب) $٥^{-٢}$

(ج) $٥^{-٣}$ (د) $٥^{-٤}$

٢) اكتب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية على شكلِ كسرٍ أو عددٍ صحيحٍ:

(أ) $٧^{٢}$ (ب) $٧^{-٢}$

(ج) $٧^{-١}$ (د) $٧^{٠}$

(هـ) $٧^{٣}$

٣) اكتب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية على شكلِ كسرٍ:

(أ) $٤^{-١}$ (ب) $١٠^{-٢}$

(ج) $٢^{-٣}$ (د) $١٢^{-١}$

(هـ) $١٥^{-٢}$ (و) $٢٠^{-٢}$

٤) بسِّط كلَّ عددٍ من هذه الأعداد التالية:

(١) $٢^{٠}$ (٢) $٥^{٠}$ (٣) $١٠^{٠}$ (٤) $٢٠^{٠}$

٥) أوجد ناتج ما يلي:

(أ) $٣^{٢} + ٣ + ٣^{٠} + ٣^{-١}$

(ب) $٥ - ٥^{٠} - ٥^{-١}$

٦) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ قوة للعدد ٢:

(أ) ٨ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{١}{٤}$

(د) $\frac{١}{١٦}$ (هـ) ١

١-٤ استخدامُ الأُسُس

يُمكنك كتابةُ الأعدادِ المُوضَّحة بالمستطيلات المقابلة على شكل قُوى.

$٣٢ \times ٨ = ٢٥٦$	$٩ \times ٢٧ = ٢٤٣$
$٢^{٥} \times ٢^{٣} = ٢^{٨}$	$٣^{٣} \times ٣^{٢} = ٣^{٥}$

انظر إلى هذه الأُسُس: ٥ = ٣ + ٢ ، ٨ = ٣ + ٥

المثالُ المُوضَّح التالي هو مثال على نتيجةٍ عامةٍ.

لإجراء عمليَّة ضربٍ لقُوى أيِّ عددٍ من الأعدادِ، اجمع الأُسُسَ. $س^{م} \times س^{ع} = س^{م+ع}$

$$٣^{٢} \times ٣^{٢} = ٣^{٢+٢} = ٣^{٤}$$

$$٢^{٢} \times ٢^{٣} = ٢^{٣+٢} = ٢^{٥}$$

$٢٥٦ \div ٨ = ٣٢$	$٢٤٣ \div ٢٧ = ٩$
$٢^{٨} \div ٢^{٣} = ٢^{٥}$	$٣^{٥} \div ٣^{٣} = ٣^{٢}$

ويُمكنك كتابةُ الأعدادِ المُوضَّحة بالمستطيلات المقابلة في شكلِ قُوى.

ثُمَّ النظر مرةً أخرى إلى الأُسس: ٨ − ٣ = ٥ ، ٥ − ٣ = ٢

وهذا يوضِّح أنَّ:

لإجراء عمليَّة قسمةٍ لقُوى أيِّ عددٍ من الأعدادِ، اطرح الأُسُسَ. $س^{م} \div س^{ع} = س^{م-ع}$

حيث س لا تساوي صفر

$$٣^{٣} \div ٣^{١} = ٣^{٣-١} = ٣^{٢}$$

$$٢^{٢} \div ٢^{٣} = ٢^{٢-٣} = ٢^{-١}$$

مثال ١-٤

(أ) اكتب كلَّ جملةٍ من هذه الجملِ العدديَّةِ في صورة قُوى للعدد ٥:

(١) $٥^{٢} \times ٥^{٣}$ (٢) $٥^{٢} \div ٥^{٣}$

(ب) تحقَّق من صحة إجاباتِك.

الحل

(أ) (١) $٥^{٢} \times ٥^{٣} = ٥^{٢+٣} = ٥^{٥}$

(٢) $٥^{٢} \div ٥^{٣} = ٥^{٢-٣} = ٥^{-١} = \frac{١}{٥}$

(ب) (١) $٢٥ \times ١٢٥ = ٣١٢٥$

(٢) $١٢٥ \div ٢٥ = \frac{١}{٥} = ٠,٢$

تمارين ١-٤

١) بسِّط كلَّ جملةٍ من الجُمل العدديَّة التالية. واكتب إجاباتِك في صورةٍ أُسّيَّةٍ:

(أ) $٥^{٤} \times ٥^{٥}$ (ب) $٦^{٤} \times ٦^{٣}$ (ج) $١٠^{٢} \times ١٠^{٤}$

(د) $س^{٢} \times س^{٢} \times س^{٣}$ (هـ) $٤^{٥} \times ٤$ (و) $ص^{٣} \times ص^{٤}$

٢) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ الجبرية التالية:

(أ) $٣^{٧} \div ٣^{٤}$ (ب) $ك^{٤} \div ك^{٣}$ (ج) $١٠^{٦} \div ١٠^{٤}$

(د) $٥^{٢} \div ٥^{٤}$ (هـ) $٧ \div ٧^{١}$ (و) $٢^{٢} \div ٢^{٢}$

٣) اكتب كلَّ جملةٍ من الجمل العدديَّة التالية في شكل قُوى عددٍ أو كسرٍ:

(أ) $٨^{٣} \times ٨^{٤}$ (ب) $٥^{٢} \times ٥$ (ج) $٤^{٢} \times ٤^{٤}$

(د) $٩^{٢} \div ٩^{٣}$ (هـ) $١٢^{٢} \div ١٢^{٤}$

٤) أوجد قيمةَ س في كلِّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة التالية:

(أ) $١٠^{٢} \times ١٠^{س} = ١٠^{٤}$ (ب) $١٠^{٢} \div ١٠^{س} = ١٠$

(ج) $١٠^{٢} \times ١٠^{س} = ١٠^{٧}$ (د) $١٠^{٢} \div ١٠^{س} = ١٠^{-١}$

٥) يوضِّح الجدولُ المقابل القيمَ الخاصَّة بقُوى العددِ ٧

$٧^{١}$	$٧^{٢}$	$٧^{٣}$	$٧^{٤}$	$٧^{٥}$	$٧^{٦}$
٧	٤٩	٣٤٣	٢٤٠١	١٦٨٠٧	١١٧٦٤٩

عبر عن العبارات الجبرية الآتية مستخدما قوى العدد ٧:

(أ) ٤٩×٢٤٠١

(ب) $١٦٨٠٧ \div ٣٤٣$

(ج) $٣٤٣^{٢}$

٦) اكتب الأعدادِ المُوضَّحة بالمستطيل أمامك في شكلِ قُوى للعدد ٤، تحقَّق من تطبيقِ قاعدةِ القسمةِ الخاصَّة بالأُسُس بشكلٍ صحيحٍ.

$١٠٢٤ \div ١٦ = ٦٤$

٧) (أ) اكتب الأعدادَ ٩، ٢٤٣ في شكلِ قُوى للعددِ ٣

(ب) استخدِم إجاباتِك عن الجزئية (أ) من السؤال لإيجاد ناتجِ العمليَّات الحسابيَّة التالية في شكلِ قُوى للعدد ٣:

(١) ٩×٢٤٣ (٢) $٩ \div ٢٤٣$

٨) بسِّط كلَّ كسرٍ من الكسور التالية:

(أ) $\frac{٢^{٣٢} \times ٢^{٤}}{٢^{٥}}$ (ب) $\frac{س^{٣} \times س^{٢}}{س^{٢}}$

(ج) $\frac{د^{٣} \times د}{د^{١}}$ (د) $\frac{١٠^{٦} \times ١٠^{٤}}{١٠^{٣} \times ١٠^{٢}}$

٩) (أ) اكتب كلًّا مما يلي في شكلِ قُوى للعددِ ٢:

(١) $(٢^{٢})^{٢}$ (٢) $(٢^{٢})^{٣}$ (٣) $(٤^{٢})^{٢}$

(٤) $(٤^{٢})^{٣}$ (٥) $(٢^{٢})^{٤}$

$(٢^{٢})^{٢} = (٢^{٢}) \times (٢^{٢}) = ٢^{٤}$

(ب) ماذا يُمكنك أن تقولَ عن $(٢^{م})^{ع}$ في حالةِ ما إذا كان كلٌّ من م، ع يعبران عن أعدادٍ صحيحةٍ موجبةٍ؟

١٠) أوجد قيمةَ س في كلِّ معادلةٍ من المُعادلات التالية:

(أ) $٣^{س} \times ٣^{٢} = ٨١$

(ب) $٥^{س} \times ٢٥ = ٦٢٥$

(ج) $٢^{س} \div ٢ = ٨$

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- يمكنك جمع، أو طرح، أو ضرب، أو قسمةِ الأعدادِ المُوجَّهة بنفسِ الطريقةِ التي تتَّبعها عند إجراء هذه العمليَّاتِ مع الأعدادِ الصحيحةِ.
- استخدامَ المعكوس الجمعي من المُمكن أن يؤدِّي إلى تبسيط العمليَّاتِ الحسابيَّةِ التي تتضمَّن الأعدادَ الموجَّهةَ.
- الأعداد المربعة الموجبة أو الأعداد المُكعَّبة هي فقط التي تكون لها جذورٌ تربيعيَّةٌ أو جذورٌ تكعيبيَّةٌ والتي يُعبَّر عن قيمتها على شكلِ أعدادٍ صحيحةٍ.
- $س^{٠} = ١$ حيث س يشير إلى عددٍ صحيحٍ موجبٍ.
- $س^{-ع} = \frac{١}{س^{ع}}$ حيث س، ع أعدادٍ صحيحةٍ موجبةٍ.
- $س^{م} \times س^{ع} = س^{م+ع}$
- $س^{م} \div س^{ع} = س^{م-ع}$
- $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

يجب أن تكون قادرًا على:

- جمع، وطرح، وضرب، وقسمةِ الأعدادِ المُوجَّهة.
- تقديرِ قيمةِ الجذورِ التربيعيَّةِ والجذورِ التكعيبيَّةِ.
- استخدام الأُسُسِ الموجبةِ، والسالبةِ، والصفريَّةِ.
- استخدام قوانين الأُسُسِ المتعلِّقة بضربِ وقسمةِ قُوى الأعدادِ الصحيحةِ الموجبةِ.
- استخدام قواعد علم الحسابِ والعمليَّاتِ العكسيَّةَ من أجل تبسيطِ العمليَّات الحسابيَّة.
- إجراءِ الحساباتِ بدقَّةٍ، واختيارِ العمليَّاتِ وطُرقِ الحساباتِ الذهنيَّةِ أو الكتابيَّةِ المناسبةِ للعددِ والسياقِ.
- التعامُلِ مع الأعدادِ وتطبيقِ الخوارزميَّات.

تمارين ومسائل عامة

١) أوجد ناتج ما يأتي:

(أ) $-٣ + ٦$ (ب) $١٢ + (-١٤,٥)$

(ج) $-٣,٥ + (-٥,٧)$ (د) $-٦,٣ + ٣,٨ + (-١,٣)$

٢) أوجد ناتجَ طرحِ كلِّ عمليَّةٍ من العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) $١٢ - (-٤)$ (ب) $-٦,٤ - ٨,٣$

(ج) $٣,٧ - (-٨,٣)$ (د) $-٥,١ - (-٥,٢)$

٣) $٢,٥ \times ٤,٥ = ١١,٢٥$. استخدم هذه العمليَّةَ الحسابيَّةَ لإيجاد قيمةِ كلِّ جملةٍ من الجُملِ العدديَّةِ التالية:

(أ) $-٢,٥ \times (-٤,٥)$ (ب) $-١١,٢٥ \div (-٤,٥)$

(ج) $-٤,٥ \times ٢,٥$

٤) حلّ المعادلات التالية:

(أ) $س + ١٧,٨ = ١٤,٢$ (ب) $ص - ٣,٤ = (-٩,٧)$

(ج) $٣ص + (-٤,٩) = ٢,٦$

٥) انظر إلى الجملةِ العدديَّةِ المُوضَّحةِ في الإطار المقابل. اكتب جملةً عدديَّةً مُماثلةً لها لكلِّ عددٍ من الأعدادِ التالية:

$٤ < \sqrt{١٩٧} < ٥$

(أ) $\sqrt{١١١}$ (ب) $\sqrt{٣٣٣}$ (ج) $\sqrt[٣]{١١١}$ (د) $\sqrt[٣]{٣٣٣}$

٦) (أ) قدِّر قيمةَ $\sqrt{٢٠٠}$ إلى أقرب عددٍ كاملٍ.

(ب) قدِّر قيمةَ $\sqrt[٣]{٢٠٠}$ إلى أقرب عددٍ كاملٍ.

٧) اختر العددَ الأقرب إلى قيمةِ $\sqrt{٢٥٠}$

(أ) ١٤,٩ (ب) ١٥,١ (ج) ١٥,٤

(د) ١٥,٨ (هـ) ١٦,٢

٨) اختر العددَ الأقرب إلى قيمةِ $\sqrt[٣]{٥٥٠}$

(أ) ٧,٦ (ب) ٧,٨ (ج) ٨,٢

(د) ٨,٥ (هـ) ٨,٨

٩) وضِّح أنَّ قيمةَ $\sqrt[٧]{١٠٠٠}$ أكبر من ثلاثة أمثالِ قيمةِ $\sqrt[٣]{١٠٠٠}$

١٠) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ كسر عشريٍّ:

(أ) $٢^{-١}$ (ب) $٤^{-١}$ (ج) $٢^{-٢}$ (د) $٥^{-٢}$

١١) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ كسرٍ:

(أ) $٣^{-٢}$ (ب) $٢^{-٣}$ (ج) $٦^{-١}$ (د) $١٢^{-٢}$

١٢) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ قُوى للعددِ ١٠:

(أ) ١٠٠ (ب) ١٠٠٠ (ج) ٠,٠١

(د) ٠,٠٠١ (هـ) ١

١٣) اكتب كلَّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة التالية على شكلِ قُوى عددٍ واحد:

(أ) $٩^{٢} \times ٩^{٣}$ (ب) ٨×٨^{٢} (ج) $٧^{٥} \div ٧^{٢}$

(د) $س \div س^{٣}$ (هـ) $ع^{١} \div ع^{٢}$

١٤) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ الجبرية التالية:

(أ) $٢^{٤} \div ٢^{٥}$ (ب) $١٥^{٠} \times ١٥^{٢}$

(ج) $٢٠^{٥} \div ٢٠^{٣}$ (د) $٥^{٢} \div (٥^{٣} \times ١٥^{١})$

١٥) اكتب كلَّ جملةٍ من الجملِ العدديَّةِ التالية على شكلِ قُوى للعددِ المُمثَّل من خلال الحرفِ س:

(أ) $س^{٢} \times س^{٤}$ (ب) $س^{٢} \div س^{٤}$ (ج) $س^{٢} \times س^{٠}$

(د) $س^{١} \times س^{٤}$ (هـ) $س^{٢} \div س^{٤}$

١٦) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ الجبرية التالية:

(أ) $\frac{٤^{٢} \times ٤^{٤}}{٤^{٣}}$ (ب) $\frac{س^{٢}}{س^{٣} \times س}$ (ج) $\frac{ع^{٢} \times ع^{١}}{ع^{٢}}$

١٧) أوجد قيمةَ ع في كلِّ معادلةٍ من المُعادلات التالية:

(أ) $٤^{ع} = ١$ (ب) $٥^{ع} = ٠,٢$

(ج) $ع \times ع^{٢} = ٣٤٣$

هناك مئات اللغات المُختلفة المُستخدَمة حول العالم في وقتنا الحاضر؛ ورغم ذلك، فإنَّ مُختلف الشعوب في جميع أنحاء العالم يكتبون الأعداد بنفس الطريقة.

يستخدم الناس من كل مكان النظام العشريَّ عند كتابة الأعداد؛ ويعد النظام العشريُّ لغةً عالميَّةً معروفة في العالم أجمع. فما السببُ وراء ذلك؟

كان هناك أيضًا أنظمةٌ مُختلفةٌ مستخدمة بالماضي، من بينها نظام «الأرقام الرومانيَّة».

فمنذ ٢٠٠٠ سنة مضت، استخدم الرومان الحروف للتعبير عن الأعداد؛ وهو ما يمكنك رؤيته حتى الآن على أوجه ساعات الحائط المُختلفة والنقوش القديمة.

كما استمر استخدام هذه الحروف العددية الرومانيَّة في أوروبا لأكثر من ١٠٠٠ سنة.

يُمكنك رؤيةُ بعض الأمثلة على ذلك من خلال الجدول التالي:

الحروف الرومانيَّة	III	VII	IX	XX	C	MCMXXX	S
الأعداد العشريَّة	٣	٧	٩	٢٠	١٠٠	١٩٣٠	٠,٥

فيما يلي أمثلةٌ لبعض العمليَّات الحسابيَّة، عمليَّات الضرب في أو القسمة على ١٠ أو ١٠٠، مكتوبة بالحروف الرومانيَّة.

$XXX = X \times III$ $\quad D = C \times V$ $\quad X = C \div M$ $\quad VS = X \div LV$

هل يُمكنك إيجاد ما ترمز إليه الأحرف D، M، L؟

يُمكنك أن تلاحظ أنَّ دراسة علم الحساب من خلال استخدام الأرقام الرومانيَّة هو أمرٌ صعبٌ للغاية. حيث إنَّك ستظل دائمًا بحاجةٍ إلى أحرفٍ جديدةٍ.

إن النظامَ العشريَّ يستخدم **القيمة المكانية**. ولذلك فإنَّ هناك عشرة أرقام فقط يجب توافُرها عند استخدام هذا النظام، وهي: ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩

حيث يمكن استخدام هذه الأرقام في مواضع مُختلفة وتكون لها دلالاتٌ مُختلفةٌ في كلِّ موضعٍ من هذه المواضع. ولذلك فإنَّ استخدامَ النظام العشريِّ يجعل دراسة علم الحساب أكثر سهولةً.

كما أنَّ إجراء عمليَّات الضرب في والقسمة على ١٠ أو ١٠٠ يصبح سهلًا للغاية عند استخدام النظام العشريِّ. ولذلك فإنَّك بالتأكيد ستستطيع حساب ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا وبسهولةٍ.

$٧ \times ١٠ =$ ..... $\quad ٢,٤ \times ١٠٠ =$ ..... $\quad ٦,٣ \div ١٠ =$ ..... $\quad ٤٥ \div ١٠٠ =$ .....

المُفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- الأرقام المعنويَّة (significant figures)
- ترتيبُ العمليَّات (order of operations)

وستستطيع أيضًا إجراء عمليَّات الضرب في والقسمة على ١ , ٠ أو ٠١ , ٠ كما في الأمثلة التالية.

٧ × ١ , ٠ = ... ٢ , ٤ × ٠١ , ٠ = ...

٦ , ٣ ÷ ١ , ٠ = ... ٤٥ ÷ ٠١ , ٠ = ...

- إن أوَّل تطوُّر طرأ على النظام العشريِّ كان في الهند.
- تَمَّ هذا التطور على يدِّ علماء الرياضيَّات العرب والفُرس في القرنِ التاسعِ.
- بدأ استخدامُ هذا النظام في أوروبا منذُ حوالي ١٠٠٠ سنة.
- في البدايةِ، كان محظورًا استخدامُ هذا النظام في بعض المدن الأوروبيَّة. وذلك نظرًا لعدم القدرة على استيعابه، كما أنَّهم ظنُّوا أنَّ هذا النظام نظامًا خدَّاعًا.

هذه هي إجابات الأسئلة السابقة، انظر إليها لتتحقَّق من صحة إجاباتِك:

٧٠، ٢٤٠، ٦٣ , ٠، ٤٥ , ٠، ٧ , ٠

٠٢٤ , ٠، ٦٣، ٥٠٠ ٤

من خلال دراسة هذه الوحدة، ستتعلَّم كيفيَّة إجراء عمليَّات ضرب وقسمة تحتوي على أعدادٍ عشريَّةٍ ذهنيًّا. كما أنَّك ستتعلم أيضًا كيفية ضرب الأعداد في قوى العدد ١٠ وقسمتها عليها، وكيفيَّة تقريب الأعداد إلى عددٍ مُحدَّدٍ من المنازل العشريَّة والأرقام المعنويَّة، وكيفيَّة التأكُّد من إجراء العمليَّات بالترتيب الصحيح.

٢-١ ضرب الكسور العشريَّة وقسمتها ذهنيًّا

للحُصول على ناتجِ ضربِ عددٍ ما في كسر عشريٍّ أو القسمة عليه، فإنَّك بحاجةٍ إلى أن تكون قادرًا على إجراء عمليَّةٍ حسابيَّةٍ مكافئة للعمليَّة الأصليَّة ولكن ذهنيًّا دون اللجوء إلى الكتابة أو أيِّ وسيلةٍ خارجيَّةٍ أخرى.

فيما يلي نقطتان يجب وضعهما بالاعتبار لمساعدتك على التحقُّق من صحة إجابتِك:

- عند ضرب أيِّ عددٍ من الأعداد في كسر عشريٍّ يقع بين العددين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أصغر من العدد الأول بالعمليَّة الحسابيَّة.
- عند قسمة أيِّ عددٍ من الأعداد على كسر عشريٍّ يقع بين العددين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أكبر من العدد الأول بالعمليَّة الحسابيَّة.

مثال ٢-١

أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(أ) $١٢ \times ٠,٦$ (ب) $٠,٣ \times ٠,١٥$ (ج) $١٦ \div ٠,٤$

(د) $٨ \div ٠,٠٢$ (هـ) $\frac{٣٦ \times ٠,٥}{٠,٢ \times ٤,٥}$

الحل

(أ) $١٢ \times ٦ = ٧٢$

تجاهل الفاصلة العشريَّة وأوجد ناتج العمليَّة الحسابيَّة $١٢ \times ٦ = ٧٢$ ذهنيًّا.

$١٢ \times ٠,٦ = ٧,٢$

بما أن الفاصلة العشرية بعد رقم واحد بالسؤال إذن نضع الفاصلة العشرية بعد رقم واحد في الناتج.

(ب) $٣ \times ١٥ = ٤٥$

تجاهل الفاصلة العشريَّة وأوجد ناتجَ العمليَّة الحسابيَّة $٣ \times ١٥ = ٤٥$ ذهنيًّا.

$٠,٣ \times ٠,١٥ = ٠,٠٤٥$

بما أن الفاصلة العشرية بعد ثلاث أرقام في السؤال إذن نضع الفاصلة العشرية بعد ثلاثة أرقام في الناتج

(ج) $\frac{١٦ \times ١٠}{٠,٤ \times ١٠}$

أجرِ عمليَّةَ القسمةِ في شكلِ كسرٍ ذهنيًّا، ثُمَّ اضرِب كلًّا من البسط والمقام في العدد ١٠ لحذف الفاصلة العشريَّة من عمليَّة القسمة.

$\frac{١٦٠}{٤} = ٤٠$

(د) $\frac{٨ \times ١٠٠}{٠,٠٢ \times ١٠٠}$

كما فعلت بالعمليَّة السابقة، أجرِ عمليَّة القسمة في شكلِ كسرٍ ذهنيًّا، ثُمَّ اضرِب كلًّا من البسط والمقام في العدد ١٠٠ لحذف الفاصلة العشريَّة من عمليَّة القسمة.

$= \frac{٨٠٠}{٢} = ٤٠٠$

(هـ) $\frac{٠,٥ \times ٣٦}{٤,٥ \times ٠,٢} = \frac{١٨}{٠,٩}$

نوجد ناتج البسط وذلك بضرب ٣٦ × ٠,٥ كما تعلمت في السؤال (أ)، ويكون الناتج ١٨

$\frac{١٠ \times ١٨}{١٠ \times ٠,٩}$

نوجد ناتج ضرب المقام وذلك بضرب ٠,٢ × ٤,٥ كما تعلمت في السؤال (ب) فيكون الناتج ٠,٩

$= \frac{١٨٠}{٩} = ٢٠$

اضرب كلًا من البسط والمقام للكسر في ١٠ لحذف الفاصلة العشريَّة كما في السؤال (ج) فيكون الناتج ٢٠

تمارين ٢-١

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(أ) ٨ × ٠,٢ (ب) ١٢ × ٠,٣ (ج) ٠,٦ × ٩ (د) ٠,٤ × ١٥

(هـ) ٦ × ٠,٠٥ (و) ٢٢ × ٠,٠٣ (ز) ٠,٠٨ × ٣٠

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(أ) ٤ ÷ ٠,٢ (ب) ٢٥ ÷ ٠,٥ (ج) ٦٠ ÷ ٠,١ (د) ٢ ÷ ٠,٠٥

(هـ) ٢٨ ÷ ٠,٠٧ (و) ٢٤ ÷ ٠,١٢ (ز) ٤٥ ÷ ٠,١٥

٣) رتِّب هذه البطاقات وقسِّمها إلى مجموعاتٍ بحيث تحتوي كلُّ مجموعةٍ على عمليَّاتٍ حسابيَّةٍ لها نفس الناتج.

(أ) ٣٠ × ٠,٠٥	(ب) ٠,٣ × ٠,٠٥	(ج) ٥ × ٠,٠٣	(د) ٥ × ٠,٣
(هـ) ٠,٣ × ٠,٥	(و) ٠,٠٠٣ × ٥	(ز) ٣٠ × ٠,٠٠٥	(ح) ٠,٠٣ × ٠,٥

٤) اختر الناتج الصحيح من بين البدائل المعطاة فيما يأتي:

(أ) ٠,٨ ÷ ٠,٠٢ = ...

أ) ٠,٠٤ ب) ٠,٤ ج) ٤ د) ٤٠

(ب) ٤,٥ ÷ ٠,٥ = ...

أ) ٠,٩ ب) ٩ ج) ٩٠ د) ٩٠٠

(ج) ٠,٠٩ ÷ ٠,٠٠٣ = ...

أ) ٠,٣ ب) ٣ ج) ٣٠ د) ٣٠٠

(د) ٣,٦ ÷ ٠,٠٠٦ = ...

أ) ٠,٦ ب) ٦ ج) ٦٠ د) ٦٠٠

٥) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(أ) ٠,٦ × ٠,٢ (ب) ١٨ ,٠ × ٠,٤ (ج) ٠,٠٦ × ٢,٥

(د) ١١ ,٠ × ٠,٥ (هـ) ٠,٦ ÷ ٠,٠٢ (و) ٠,٤٥ ÷ ٠,٠٩

(ز) ٣,٦ ÷ ٠,٠٩

٦) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بحسن.

السؤال: أوجد ناتجَ هذه العمليَّة الحسابيَّة ذهنيًّا $\frac{٠,٢٥ \times ٢٤}{٠,٦ \times ٠,٢}$

الإجابة: البسط: $\frac{١}{٤}$ العدد ٢٤ = ٦ المقام: ١,٢

٦ ÷ ١,٢ = ٦٠ ÷ ١٢ = ٥

استخدم حسن طريقةَ الحساب الكتابيَّة ودوَّن بعض الخطواتِ التي خطرت بذهنه أثناء التفكير بحلِّ السؤال، حيث إن هذه الطريقة ستساعده على الإجابة عن السؤال.

ولكن أخطأ حسن أثناء الإجابة عن السؤال.

اشرح الخطأ الذي ارتكبه حسن وأوجد الإجابةَ الصحيحةَ.

٧) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا؛ واستعن بالطرقِ الحسابيَّةِ الكتابيَّة:

(أ) $\frac{٠,٥ \times ٤٨}{٣ \times ٠,٠٤}$ (ب) $\frac{٠,٣ \times ١٢٠}{١,٥ \times ٠,٢}$

(ج) $\frac{٠,٢٥ \times ٨٤}{٠,٠٠٢ \times ٣٥}$ (د) $\frac{٠,١ \times ٠,٤ \times ١٢٠}{٠,١٥ \times ٠,٨}$

٨) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(١) ٠,١ × ٨ (٢) ٠,٢ × ٨ (٣) ٠,٣ × ٨

(٤) ٠,٤ × ٨ (٥) ٠,٥ × ٨ (٦) ٠,٦ × ٨

(ب) استخدم إجاباتِك عن الجزئية (أ) من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

في حالة ضرب أيِّ عددٍ من الأعداد في العدد ٠,٧، هل تتوقَّع أن الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج ضرب نفس العدد في العدد ٠,٦؟

٩) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(١) ١٢ ÷ ٠,١ **(٢)** ١٢ ÷ ٠,٢ **(٣)** ١٢ ÷ ٠,٣

(٤) ١٢ ÷ ٠,٤ **(٥)** ١٢ ÷ ٠,٥ **(٦)** ١٢ ÷ ٠,٦

(ب) استخدم إجاباتِك عن الجزئية (أ) من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

في حالة قسمةِ أيِّ عددٍ من الأعداد على العدد ٠,٧، هل تتوقَّع أن الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج قسمةِ نفس العدد على العدد ٠,٦؟

٢-٢ الضرب في قوى العدد ١٠ والقسمة عليها

انظر إلى الجزءِ المُوضَّح التالي من جدول القيمة المكانية العشريَّة.

.....	أجزاء من الألف	أجزاء من المائة	أجزاء من العشرة	,	آحاد	عشرات	مئات	آلاف	.....
.....	$\frac{١}{١٠٠٠}$	$\frac{١}{١٠٠}$	$\frac{١}{١٠}$	,	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠	.....

يُمكن كتابةُ الأعداد ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ..... في شكل قُوى للعدد ١٠

ويُمكن أيضًا كتابةُ الأعداد $\frac{١}{١٠}$، $\frac{١}{١٠٠}$، $\frac{١}{١٠٠٠}$، ..... في شكلِ قُوى للعدد ١٠

انظر إلى نمط الأعداد المكتوبة في شكلِ قُوى للعدد ١٠. هل هناك أيُّ صلةٍ بين قُوى العدد ١٠ والقيمة المكانية له؟

..... ، $١٠٠٠ = ١٠^{٣}$، $١٠٠ = ١٠^{٢}$، $١٠ = ١٠^{١}$، $١ = ١٠^{٠}$، $\frac{١}{١٠} = ١٠^{-١}$، $\frac{١}{١٠٠} = ١٠^{-٢}$، $\frac{١}{١٠٠٠} = ١٠^{-٣}$، ...

يُمكنك أن تلاحظ أنَّ الكسر العشريَّ ٠,١ يُمكن كتابتُه في شكل $\frac{١}{١٠}$ أو في شكل $١٠^{-١}$

لاحظ أيضًا أنَّ الكسر العشري ٠,٠١ يُمكن كتابتُه في شكل $\frac{١}{١٠٠}$ أو في شكل $١٠^{-٢}$

يستمر هذا النمط تصاعديًّا أو تنازليًّا كلّما تتمُّ إضافة أعدادٍ أكبر أو أصغر.

على سبيل المثال: $١٠٠٠٠ = ١٠^{٤}$، $\frac{١}{١٠٠٠٠} = ١٠^{-٤}$، $\frac{١}{١٠٠٠٠٠} = ١٠^{٥}$، $\frac{١}{١٠٠٠٠٠٠} = ١٠^{-٥}$

من المهم للغاية أن تتذكَّر دائمًا النقطتين الرئيستين التاليتين:

١) عند ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في $\frac{١}{١٠}$، $\frac{١}{١٠٠}$، $\frac{١}{١٠٠٠}$، ..... ، ستحصل على نفس الناتج الذي ستحصل عليه عند قسمةِ نفسِ العدد على ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، .....

٢) عند قسمةِ أيِّ عددٍ من الأعداد على $\frac{١}{١٠}$، $\frac{١}{١٠٠}$، $\frac{١}{١٠٠٠}$، ..... ستحصُل على نفس الناتج الذي ستحصُل عليه عند ضربِ نفس العدد في ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، .....

مثال ٢-٢

أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) $٢,٥ \times ١٠^{٣}$ (ب) ١٢×١٠^{-٢} (ج) $٣٦٥ \div ١٠^{٤}$ (د) $٠,٤٥ \div ١٠^{-٣}$

الحل

(أ) $١٠^{٣} = ١٠٠٠$ ابدأ بكتابة $١٠^{٣}$ في شكل العدد ١٠٠٠

$٢,٥ \times ١٠٠٠$ أعِد كتابة عمليَّة الضرب باستخدام العدد ١٠٠٠ بهذا الشكل

$٢,٥ \times ١٠٠٠$

$= ٢٥٠٠$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

(ب) $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠٠}$ ابدأ بكتابة $١٠^{-٢}$ في صورة الكسر $\frac{١}{١٠٠}$

$١٢ \times \frac{١}{١٠٠} = \frac{١٢}{١٠٠}$ لاحظ أنَّ ناتج ضرب العدد ١٢ في $\frac{١}{١٠٠}$ هو نفس ناتج قِسمة العدد ١٢ على ١٠٠

$= ٠,١٢$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

(ج) $١٠^{٤} = ١٠٠٠٠$ ابدأ بكتابة $١٠^{٤}$ في شكل ١٠٠٠٠

$\frac{٣٦٥}{١٠٠٠٠}$ أعِد كتابة عمليَّة القسمة باستخدام العدد ١٠٠٠٠ بهذا الشكل ٣٦٥ ÷ ١٠٠٠٠

$= ٠,٠٣٦٥$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

(د) $١٠^{-٣} = \frac{١}{١٠٠٠}$ ابدأ بكتابة $١٠^{-٣}$ في صورة $\frac{١}{١٠٠٠}$

$٠,٤٥ \div \frac{١}{١٠٠٠}$

$= ٠,٤٥ \times ١٠٠٠$ لاحظ أنَّ ناتج قِسمة العدد ٠,٤٥ على $\frac{١}{١٠٠٠}$ هو نفس ناتج ضرب العدد ٠,٤٥ في ١٠٠٠

$= ٤٥٠$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

تمارين ٢-٢

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًا:

(أ) ١٣×١٠^{٢} (ب) $٨,٥٥ \times ١٠^{٤}$ (ج) $٦,٥ \times ١٠^{١}$

(د) $٠,٠٨ \times ١٠^{٥}$ (هـ) ١٧×١٠^{٠} (و) $٨,٥ \times ١٠^{-٢}$

(ز) ٤٥٠٠×١٠^{-٤} (ح) ٣٢×١٠^{-٣}

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًا:

(أ) $٤٥٠ \div ١٠^{٣}$ (ب) $٣٦ \div ١٠^{٢}$ (ج) $٠,٨ \div ١٠^{١}$

(د) $٢٤٨٠ \div ١٠^{٥}$ (هـ) $٩ \div ١٠^{٠}$ (و) $٠,٢٥ \div ١٠^{-١}$

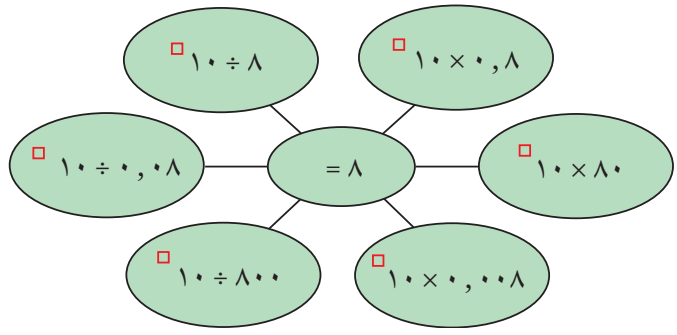
(ز) $٤,٧٦ \div ١٠^{-٤}$ (ح) $٠,٠٨٥ \div ١٠^{-٢}$

٣) أوجد قُوى العدد المفقودة بكلِّ مسألة من المسائل المُوضَّحة بالمُخطَّطات العنكبوتية التالية.

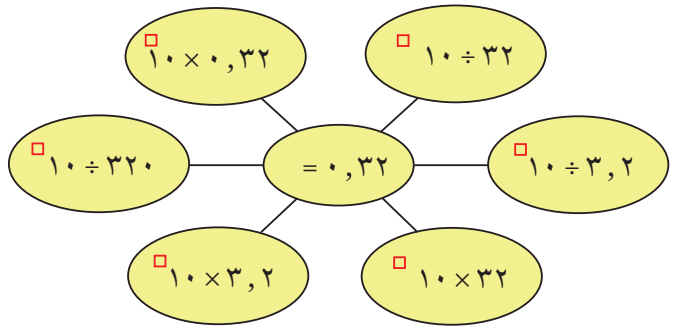
في كلِّ مُخطَّطٍ يجب أن يكون ناتج المسائل المذكورة بالدوائر الفرعيَّة هو نفسه الناتج المذكور بالدائرة المركزيَّة.

يُطلق على هذه المُخطَّطات اسم المُخطَّطات العنكبوتيَّة؛ نظرًا لأنَّها مكوَّنة من دائرةٍ مركزيَّة (بمثابةِ جسم العنكبوت)، ودوائر متفرِّعة منها (بمثابة أرجل العنكبوت).

(أ)



(ب)



٤) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(١) ٤×١٠^{٢} (٢) ٤×١٠^{١} (٣) ٤×١٠^{٠}

(٤) ٤×١٠^{-١} (٥) ٤×١٠^{-٢} (٦) ٤×١٠^{-٣}

(ب) استخدم إجاباتِك عن الجزئية (أ) من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

عند ضرب أيِّ عددٍ من الأعداد في $١٠^{-٤}$، هل الناتجُ سيكون أكبر أم أصغر من الناتج الذي ستحصُل عليه عند ضرب نفس العدد في $١٠^{-٣}$؟ وضح ذلك.

٥) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(١) $١٢ \div ١٠^{٢}$ (٢) $١٢ \div ١٠^{١}$ (٣) $١٢ \div ١٠^{٠}$

(٤) $١٢ \div ١٠^{-١}$ (٥) $١٢ \div ١٠^{-٢}$ (٦) $١٢ \div ١٠^{-٣}$

(ب) استخدم إجاباتِك عن الجزئية (أ) من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

عند قسمة أيِّ عددٍ من الأعداد على $١٠^{-٤}$، هل الناتجُ سيكون أكبر أم أصغر من الناتج الذي ستحصُل عليه عند قسمة نفسِ العدد على $١٠^{-٣}$؟ وضح ذلك.

٢-٣ التقريب

إنَّك بالفعل على علم بكيفيَّة تقريب الأعداد العشريَّة إلى عددٍ مكوَّنٍ من منزلةٍ واحدةٍ أو منزلتين عشريَّتين.

مُصطلح «دقَّة درجة العدد» يُشير إلى عدد المنازل العشريَّة المُراد التقريب إليها.

وبالمثل، يُمكنك استخدامُ نفس الطريقة بالضبط لتقريب الأعداد العشريَّة إلى عددٍ مُكوَّنٍ من أكثر من منزلتين عشريَّتين.

- انظر إلى الرقم الموجود في موضع درجة دقة العدد المحدَّدة.
- إذا كانت قيمة الرقم الموجود على يمين العدد تساوي أو أكبر من ٥، فلا بُد من زيادة هذا العدد بمقدار ١

وإذا كانت قيمةُ الرقم الموجود على يمينِ العدد أصغر من ٥، فاترُك هذا العدد كما هو.

مثال ٢-٣أ

قرِّب العدد ٥,٣٧٦٣٩٨ وفقًا لدرجة دقَّة العدد المُحدَّدة فيما يلي:

(أ) عدد مكوَّن من منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ (ب) عدد مكوَّن من ثلاثِ منازلِ عشريَّة

(ج) عدد مكوَّن من خمسِ منازل عشريَّة

الحل

(أ) ٥,٣٧٦٣٩٨ = ٥,٤ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ)

الرقم الموجود في أوَّل منزلةٍ عشريَّةٍ هو ٣، والرقم الموجود على يمينه هو ٧، وحيث إنَّ قيمة الرقم ٧ أكبر من ٥، فيجب إضافة ١ إلى الرقم ٣ وتقريبه إلى الرقم ٤

(ب) ٥,٣٧٦٣٩٨ = ٥,٣٧٦ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثِ منازل عشريَّةٍ)

الرقم الموجود في ثالث منزلةٍ عشريَّةٍ هو ٦، والرقم الموجود على يمينه هو ٣، وحيث إنَّ قيمة الرقم ٣ أصغر من ٥، فسيبقى الرقم ٦ كما هو دون إضافةٍ ١

(ج) ٥,٣٧٦٣٩٨ = ٥,٣٧٦٤٠ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من خمس منازل عشريَّة)

الرقم الموجود في خامس منزلةٍ عشريَّةٍ هو ٩والرقم الموجود على يمينه هو ٨، وحيث إنَّ قيمة الرقم ٨ أكبر من ٥، فيجب إضافة ١ إلى الرقم ٩ وتقريبه إلى الرقم ١٠، وهذا يُعادل تقريب رابع وخامس رقم بعد الفاصلة العشريَّة (٣٩) معًا إلى العدد ٤٠، لاحِظ ضرورة كتابة صفر في نهاية العدد الذي تمَّ تقريبه؛ لأنَّه يجب أن يحتوي على خمس منازل عشريَّة.

إنَّك أيضًا لا بُدَّ أن تكون على علمٍ بكيفيَّة تقريب الأرقام إلى رقم محدَّدٍ من **الأرقام المعنويَّة**.

إذا كان العددُ مكوَّنًا من أكثر من رقمٍ، فإنَّ الرقم المعنويَّ الأوَّل بالعدد هو أوَّل رقمٍ غير صفريٍّ موجود بالعدد.

على سبيل المثال: الرقم ٤ هو الرقم المعنويُّ الأوَّل في العدد ٤٥٠ وفيما يتعلَّق بالعدد ٠,٠٠٨٤٠٢،

فإنَّ الرقم ٨ هو أول رقم معنويٍّ بالعدد؛ لأنَّ ما سبقه من أرقامٍ هي أرقامٌ صفريَّةٌ.

لكي تتمكَّن من تقريب رقم ما إلى رقم مُحدَّدٍ من الأرقام المعنويَّة، اتَّبع الطريقة المُوضَّحة سابقًا بالضبط.

- انظر إلى الرقم الموجودِ في موضع درجة دقَّة العدد المُحدَّدة.
- إذا كانت قيمةُ العدد الموجود على يمين هذا الرقم أكبر من أو تساوي ٥، فلا بُدَّ من زيادةِ هذا الرقم بمقدار ١، وإذا كانت قيمةُ العددِ الموجود على يمين هذا الرقم أصغر من ٥، فاترك هذا الرقم كما هو.

مثال ٢-٣ب

(أ) قرِّب العدد ٤ ٢٨٦ إلى عددٍ مكوَّنٍ من رقم معنويٍّ واحدٍ.
(ب) قرِّب العدد ٠,٠٨٠٦٩ إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثة أرقام معنويَّةٍ.

الحل

(أ) ٤ ٢٨٦ = ٤ ٠٠٠ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من رقم معنويٍّ واحدٍ)

الرقم المعنويّ الأوَّل بالعدد هو ٤، والرقم الموجود على يمينه هو ٢، وحيث إنَّ قيمة الرقم ٢ أصغر من ٥، فسيبقى الرقم ٤ كما هو دون إضافةٍ ١؛ واستبدل الأرقام ٢، ٨، ٦ بأصفارٍ للحفاظ على قيمة العدد المُقرَّب متناسقًا مع قيمة العدد الأصليّ. وفي هذه الحالة، يكون تقريب العدد إلى عددٍ مكوَّنٍ من رقم معنويٍّ واحدٍ مماثلًا لتقريبه إلى أقرب ١٠٠٠

(ب) ٠,٠٨٠٦٩ = ٠,٠٨٠٧ (مقرَّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثة أرقام معنويَّة)

الرقم المعنويّ الأوَّل بالعدد هو ٨، والثاني هو ٠، والثالث هو ٦، والرقم الموجود على يمين الرقم ٦ هو ٩، وحيث إنَّ قيمة الرقم ٩ أكبر من ٥، فيجب إضافة ١ إلى الرقم ٦ وتقريبه إلى الرقم ٧؛ يجب عليك إبقاء الأصفار الموجودة في بداية العدد للحفاظ على شكلِ العدد المُقرَّب متناسقًا مع شكل العدد الأصليّ. وفي هذه الحالة، يكون تقريب العدد إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثة أرقام معنويَّةٍ مماثلًا لتقريبه إلى عددٍ مكوَّنٍ من أربع منازل عشريَّةٍ.

تمارين ٢-٣

١) قرِّب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية وفقًا لدرجة دقَّة العدد المُحدَّدة بين القوسين:

(أ) ٤,٧٦ (منزلةٍ عشريَّةٍ)
(ب) ٨,٧٩٢ (منزلتين عشريَّتين)
(ج) ٠,٤٧٦٦ (٣ منازل عشريَّة)
(د) ٠,٩٦٥٥٢ (منزلتين عشريَّتين)
(هـ) ٣,٥٩٩٧٦١ (٤ منازل عشريَّة)
(و) ١٨,٣٤٩٨٧ (٣ منازل عشريَّة)

٢) قرِّب العددَ ٢٥,٤٩٦٧٢٣٨١٥ وفقًا لعددِ المنازل العشريَّة المُحدَّد فيما يلي:

(أ) عدد مكوَّن من ثلاثِ منازل عشريَّة
(ب) عدد مكوَّن من منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ
(ج) عدد مكوَّن من خمسِ منازل عشريَّة
(د) عدد مكوَّن من أربعِ منازل عشريَّة
(هـ) عدد مكوَّن من منزلتين عشريَّتين
(و) عدد مكوَّن من سبعِ منازل عشريَّة

٣) قرِّب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية وفقًا لعدد الأرقام المعنويَّة المُحدَّد بين القوسين:

(أ) ١٣٥ (رقم معنويٍّ واحدٍ)

(ب) ٤٥ ٦٧٨ (رقمين معنويَّين)

(ج) ١٨,٦٥٤ (٣ أرقام معنويَّةٍ)

(د) ٠,٠٩٣١ (رقم معنويٍّ واحدٍ)

(هـ) ٠,٧٨٧٢ (رقمين معنويين)

(و) ١,٤٠٩٤٨ (٣ أرقام معنويَّة)

٤) اختر الناتج الصحيح من بين البدائل المعطاة لكل مما يأتي:

(أ) العدد ٢ ٥٦٩ مُقرَّبًا إلى أقرب ألف.

أ) ٣ ٥٠٠ ب) ٣ ٠٠٠ ج) ٢ ٥٠٠ د) ٢ ٠٠٠

(ب) العدد ٤٧,٦٨٢١ مقرَّبًا إلى أقرب منزلة عشرية واحدة.

أ) ٤٧,٦ ب) ٤٧,٦٨٢ ج) ٤٧,٧ د) ٤٨,٠

(ج) العدد ٠,٠٨٨٢ مقرَّبًا إلى أقرب منزلتين عشريتين.

أ) ٠,١ ب) ٠,٠٩ ج) ٠,٠٨٨ د) ٠,٠٨

(د) العدد ٣,٠٨٩٦٢ مقرَّبًا إلى أقرب أربع منازل عشرية.

أ) ٣,٠٨٩ ب) ٣,٠٨٩٦ ج) ٣,٠٩ د) ٣,٠٩٠

٥) قرِّب العدد ٤٥٠٩,٠٢٩٨ وفقًا لعددِ الأرقام المعنويَّة المحدَّد فيما يلي:

(أ) عدد مكوَّن من ثلاثة أرقام معنويَّة

(ب) عدد مكوَّن من رقم معنويٍّ واحدٍ

(ج) عدد مكوَّن من خمسةِ أرقام معنويَّةٍ

(د) عدد مكوَّن من أربعةِ أرقام معنويَّةٍ

(هـ) عدد مكوَّن من رقمين معنويَّين

(و) عدد مكوَّن من سبعةِ أرقام معنويَّة

٦) إذا كان عدد مشجعي الفريق الأول الحاضرين بإحدى المباريات هو ٤٧٥ ٦٣ وعدد مشجعي الفريق الثاني هو ٤٨٦ ٣٢

فكم العدد الإجماليّ لكلِّ المشجعين؟

اكتب إجابتَك مُقرَّبةً إلى أقرب عشرة آلاف.

٧) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بهيثم.

السؤال (أ) أوجد تقديرًا لهذه العمليَّة الحسابيَّة $\frac{٠,٢٣٨ \times ٥٧٦}{٣٩,٧٦}$

(ب) أوجد القيمة الدقيقة للناتج.

(ج) قارن بين تقديرك والقيمة الدقيقة للناتج.

الإجابة (أ) ٠,٢٣٨ ≈ ٠,٢ ، ٥٧٦ ≈ ٦٠٠ ، ٣٩,٧٦ ≈ ٤٠

٠,٢ × ٦٠٠ = ١٢٠ ، ١٢٠ ÷ ٤٠ = ٣ التقدير = ٣

(ب) ٠,٢٣٨ × ٥٧٦ = ١٣٧,٠٨٨ ،

١٣٧,٠٨٨ ÷ ٣٩,٧٦ = ٣,٤٥ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من منزلتين عشريتين) القيمة الدقيقة للناتج =

٣,٤٥ (مقرَّبة إلى عددٍ مكوَّنٍ من منزلتين عشريتين)

(ج) تقديري قريب للقيمة الدقيقة للناتج؛ ولذلك فمن المحتمل أن تكون هذه القيمة الدقيقة هي الإجابةُ الصحيحةُ.

يحاول هيثم إيجاد ناتج تقديري للعملية الحسابيَّة من خلال تقريب كلِّ عددٍ بالعمليَّة إلى عددٍ مكوَّن من رقم معنويٍّ واحدٍ. والآن يُمكنك اتِّباع الخطوات التالية لكلِّ عمليَّةٍ من العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(١) استخدم طريقةَ هيثم لإيجاد تقديرٍ لناتج كلِّ عمليَّةٍ حسابيَّةٍ.

(٢) استخدم الآلةَ الحاسبةَ لإيجاد القيمة الدقيقة للناتج. اكتب هذه القيمة الدقيقة في شكلِ عددٍ مكوَّن من ثلاثةِ أرقام معنويَّة.

(٣) استخدم الطريقة المتبعة في السؤال رقم ٧ لإيجاد ناتج ما يأتي :

(أ) $\frac{٠,٣٩٤١ \times ١٩٦}{٤,٧٩٦}$

(ب) $\frac{٤٧٣٢ + ٩١٧٦}{١٩,٥١٦٦}$

(ج) $\frac{٢,٧٦٤ \times ٨٤,٦٩٥}{٩,٦٨٧ - ٤,١٩}$

(د) $\frac{٤٣٢ ٥٨ \times ٠,٠٨}{٠,٢ \times ٣٤٨}$

٢-٤ ترتيبُ العمليَّات

عندما تتضمَّن المسألة الحسابيَّة أكثر من عمليَّةٍ واحدةٍ، مثل الجمع والضرب، تأكَّد دائمًا من إجرائك لهذه العمليَّات بالترتيب الصحيح وهو:

١) إجراء العملية داخل الأقواس.
٢) الأسس والجذور.
٣)الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار.
٤) الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار.

مثال ٢-٤

أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) $٤ + ٢ \times ٦$
(ب) $٦ - ٢(٣ + ٩)$
(ج) $\frac{٤^{٢}}{٨}$
(د) $(٢٩ - ٥^{٢})^{٣}$

الحل

(أ) $٤ + ٢ \times ٦$

$= ٤ + ١٢$ ابدأ بإيجاد ناتج عمليَّة الضرب: $٢ \times ٦ = ١٢$

$= ١٦$ ثُمَّ أوجد حاصلَ الجمع: $٤ + ١٢ = ١٦$

(ب) $٦ - ٢(٣ + ٩)$

$= ٦ - ٢ \times ١٢$ ابدأ بحلِّ العمليَّة الحسابيَّة المذكورة داخل الأقواس: $٣ + ٩ = ١٢$

$= ٦ - ٢٤$ ثم أوجد ناتج عمليَّة الضرب: $٢ \times ١٢ = ٢٤$

$= -١٨$ وأخيرًا، أوجد ناتج عمليَّة الطرح: $٦ - ٢٤ = -١٨$

(ج) $\frac{٤^{٢}}{٨} = \frac{١٦}{٨}$ ابدأ بحساب الأُسِّ وأوجد أن $٤^{٢} = ١٦$

$= ٢$ ثُمَّ أوجد ناتج عمليَّة القِسمة: $١٦ \div ٨ = ٢$

(د) $(٢٩ - ٥^{٢})^{٣}$

$= (٢٩ - ٢٥)^{٣}$ ابدأ بحساب الأُسِّ وأوجد قيمة $٥^{٢}$ قبل حساب الجملة العدديَّة المذكورة داخل الأقواس: $٥^{٢} = ٢٥$

$= ٤^{٣}$ ثُمَّ أوجد ناتج الجملة العدديَّة المذكورة داخل الأقواس: $٢٩ - ٢٥ = ٤$

$= ٦٤$ وأخيرًا، أوجد أن قيمة $٤^{٣} = ٦٤$

تمارين ٢-٤

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) $٨ + ٣ \times ٤$

(ب) $١٢ \times ٢ - ٥$

(ج) $١٦ - \frac{٢٧}{٣}$

(د) $١٨ - ٥ \times ٦$

(هـ) $٤ \times ٣ - ٧ \times ٢$

(و) $\frac{٢٤}{٨} + \frac{٦٠}{١٢}$

(ز) $٨(١٢ - ٩)$

(ح) $١٣ + ٢^{٢}$

(ط) $٨^{٢} + ٦^{٢}$

(ي) $١٠٠ - ٢(١٢ + ١٣)$

٢) اكتب العلامةَ الصحيحةَ والمناسبةَ من بين (= أو < أو >) في كلِّ مُربَّع من المُربَّعات الفارغة والموجودة بين الجمل العدديَّة التالية:

(أ) $١٦ + ٢ \times ٤ \square ٣٠ - \frac{٤٨}{٨}$

(ب) $٥٠ - ٦^{٢} \square ٣(٢٦ - ١٩)$

(ج) $٥^{٢} + (١١ - ٦) \square ٤١ - ٣ \times ٤$

(د) $(١٢ - ٤)^{٢} \square ٥^{٢} + \frac{٧٢}{٢}$

٣) أوجد ما إذا كان ناتج كلِّ عمليَّةٍ من العمليَّات الحسابيَّة التالية صحيحًا (✓) أم خاطئًا (✗).
وإذا كان الناتج خاطئًا، فأوجِد الناتجَ الصحيحَ:

(أ) $٦ + ٣ \times ٢ = ١٨$

(ب) $٣(١٦ - ٣^{٢}) + ٩ = ٣٠$

(ج) $٥ - (٨ - ٦)^{٣} = ٢٧$

٤) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بعائشةَ.

السؤال أوجد ناتجَ هذه العمليَّات الحسابيَّة:

(أ) $٢٧ - ٥ \times ٢$ (ب) $٢(١٤ - ٩)^{٢}$ (ج) $\frac{١٨ + ٢٢}{٣ - ٨}$

الإجابات (أ) $٢٧ - ٥ = ٢٢$، $٢٢ \times ٢ = ٤٤$

(ب) $١٤ - ٩ = ٥$، $٥ \times ٢ = ١٠$، $١٠^{٢} = ١٠٠$

(ج) $١٨ + ٢٢ = ٤٠$، $٤٠ \div ٨ = ٥$، $٥ - ٣ = ٢$

لاحظ أنَّ كلَّ إجاباتِها خاطئةٌ.

ولذلك فإنَّ المطلوب منك إجراء الخطوات التالية لكلِّ جزءٍ من أجزاءِ الواجب المنزليِّ التالي:

(١) شرح الخطأ الذي ارتكبته عائشةُ.

(٢) إيجاد الإجابةِ الصحيحةِ.

٥) يحاول كلٌّ من راشد وزينب إيجاد قيمة الجملة العدديَّة ٢(س + ٥ص) في حالة ما إذا كانت قيمة س = ٤ وقيمة ص = ٣

أعتقد أنَّ قيمة الجملة العدديَّة هي ١١٤ لأنَّ ٤ + ٥٣ = ٥٧، ومن ثَمَّ فإن ٢ × ٥٧ = ١١٤

أعتقد أنَّ قيمة الجملة العدديَّة هي ٥٤ لأنَّ ٤ + ٥ = ٩، ٩ × ٣ = ٢٧، ومن ثَمَّ فإنَّ ٢ × ٢٧ = ٥٤

هل نجح أيٌّ منهما في إيجاد القيمة الصحيحة للجملة العدديَّة؟ اشرح إجابتَك.

٦) أوجد قيمة كلِّ جملةٍ من الجمل العدديَّة التالية في حالة ما إذا كانت قيمة س = ٦ وقيمة ص = ٢

(أ) ٣س + ص^{٢}

(ب) ٢س^{٢} – ٤ص

(ج) (٢س – ٣ص)^{٢}

(د) ٢ (٣س – ٦ص)^{٢}

مُلخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ في حالةِ ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في عددٍ عشريٍّ يقع بين الرقمين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أصغرَ من العدد الأوَّل بالعمليَّة الحسابيَّة.
- ★ في حالة قسمة أيِّ عددٍ من الأعداد على عددٍ عشريٍّ يقع بين الرقمين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أكبرَ من العدد الأوَّل بالعمليَّة الحسابيَّة.
- ★ يُمكن كتابةُ الأعداد العشريَّة ٠,١، ٠,٠١، ٠,٠٠١ ..... في شكل قُوى سالبةٍ للعدد ١٠
  ٠,١ = $\frac{١}{١٠}$ = ١٠$^{-١}$، ٠,٠١ = $\frac{١}{١٠٠}$ = ١٠$^{-٢}$،
  ٠,٠٠١ = $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ١٠$^{-٣}$، .....
- ★ الرقم المعنويُّ الأوَّل بالعدد هو أوَّلُ رقمٍ غير صفريٍّ موجود بالعدد من جهة اليسار.
- ★ عند تقريب أيِّ عددٍ من الأعداد إلى عددٍ محدَّدٍ من الأرقام المعنويَّة، يجب عليك الحفاظ على قيمة الناتج المُقرَّب متناسقةً مع قيمة العدد الأصليِّ.
- ★ يمكنك استخدام طريقة ترتيب العمليَّات:
  ١) إجراء العملية داخل الأقواس.
  ٢) الأسس والجذور.
  ٣) الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار.
  ٤) الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار.
  لكي تساعدك على التذكر الصحيح لترتيب العمليات

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ إجراء عمليَّاتٍ حسابيَّةٍ تحتوي على أعدادٍ عشريَّةٍ ذهنيًّا، أو باستخدام الطُرق الحسابيَّة الكتابيَّة حيثما يكون ذلك مناسبًا.
- ★ إجراء عمليَّات ضربٍ في أعدادٍ عشريَّة، وفَهْم كيفيَّة تحديد المكان الصحيح الذي يجب أن توضع به الفاصلة العشريَّة من خلال التفكير في العمليَّات الحسابيَّة المتكافئة.
- ★ إجراء عمليَّات قسمةٍ على أعدادٍ عشريَّةٍ من خلال تحويل العمليَّة الحسابيَّة إلى عمليَّة قسمةٍ على عددٍ صحيحٍ.
- ★ التعرُّف على الآثار المترتِّبة على إجراء عمليَّات ضربٍ في أعدادٍ تقع بين الرقمين ٠ و ١ وكذلك إجراء عمليَّات القسمة على هذه الأعداد.
- ★ التعرُّف إلى تكافؤات كلٍّ من ١٠$^{-١}$، $\frac{١}{١٠}$، ٠,١
- ★ ضرب الأعداد في أو قسمتها على العدد ١٠ مرفوعًا إلى قُوى ممثَّلةٍ في عددٍ صحيحٍ موجبٍ أو سالبٍ.
- ★ تقريب الأعداد إلى عددٍ محدَّدٍ من المنازل العشريَّة أو الأرقام المعنويَّة، واستخدام التقريب لإيجاد حلولٍ تتميَّز بدرجةٍ مناسبةٍ من دقَّة العدد لأيٍّ من المسائل الحسابيَّة.
- ★ اتِّباع الترتيب الصحيح للعمليَّات الحسابية، بما في ذلك معرفة أولويات استخدامِ الأقواسِ وقُوى العددِ.

تمارين ومسائل عامة

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(أ) ٧ × ٠,٣ (ب) ١٥ × ٠,٤ (ج) ٢١ × ٠,٠٣

(د) ٦ × ٠,٠٦ (هـ) ٢٠ × ٠,٠٥ (و) ٨ ÷ ٠,٤

(ز) ٤٩ ÷ ٠,٧ (ح) ٣٠ ÷ ٠,١ (ط) ٣ ÷ ٠,٠٥

(ي) ٥٥ ÷ ٠,١١

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(أ) ٨,٠ × ٠,٢ (ب) ١,٥ × ٠,٣ (ج) ٠,٢٢ × ٠,٤

(د) ٠,٤ × ٢,٥ (هـ) ٠,٨ × ٠,٠٢ (و) ٠,٨ ÷ ٠,٢

(ز) ٠,٢١ ÷ ٠,٣ (ح) ٠,٣٢ ÷ ٠,٠٨ (ط) ٠,٣٥ ÷ ٠,٠٧

(ي) ٢,٤ ÷ ٠,٠٣

٣) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(١) ٤ × ٠,١ (٢) ٤ × ٠,٢ (٣) ٤ × ٠,٣

(٤) ٤ × ٠,٤ (٥) ٤ × ٠,٥

(ب) استخدم إجاباتِك عن الجزئية (أ) من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

في حالة ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في ٠,٨، هل الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج ضربِ نفس العددِ في ٠,٤؟

٤) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا:

(١) ١٥ ÷ ٠,١ (٢) ١٥ ÷ ٠,٢ (٣) ١٥ ÷ ٠,٣

(٤) ١٥ ÷ ٠,٤ (٥) ١٥ ÷ ٠,٥

(ب) استخدم إجاباتِك عن الجزئية (أ) من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

في حالة قسمةِ أيِّ عددٍ من الأعداد على ٠,٨، هل الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج قسمةِ نفس العدد على ٠,٤؟

٥) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) ٩×١٠^{٢} (ب) $٣,٧ \times ١٠^{٣}$ (ج) ٢٤ × ١٠

(د) $٥,٥٥ \times ١٠^{٠}$ (هـ) $٧,٥ \times ١٠^{-٢}$ (و) ٥٣٤٠ ÷ ١٠

(ز) $٢ \div ١٠^{٠}$ (ح) $٠,١ \div ١٠^{-١}$ (ط) $٦٢ \div ١٠^{٢}$

(ي) $٠,٠٧٦ \div ١٠^{-٣}$

تَذَكَّر:

$١٠^{٠} = ١$

$١٠^{١} = ١٠$

٦) يقول سامي إنَّ في حالة ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في $١٠^{-٣}$، فإنَّ الناتج سيكون أصغر من ناتج ضربِ نفس العدد في $١٠^{-٤}$

هل رأي سامي صحيحٌ؟ أعطِ مثالًا لتوضيح صحة إجابتك.

٧) قرِّب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية وفقًا لدرجة دقَّة العددِ المُحدَّدة بين القوسين:

(أ) ٢,٨٣	(منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ)
(ب) ١١,٨٥٩	(منزلتين عشريَّتين)
(ج) ٠,٥٥٥٤٤	(٣ منازل عشريَّة)
(د) ٠,٢٩٨١١	(منزلتين عشريَّتين)
(هـ) ٠,١٢٣٤٥٦	(٤ منازل عشريَّة)
(و) ١١١,٩٩٩٩٩	(٣ منازل عشريَّة)
(ز) ١٠٥,٤٥	(رقم معنويٍّ واحدٍ)
(ح) ٢٣٤,٥١١	(رقمين معنويَّين)
(ط) ٠,٦٥٤	(رقمين معنويَّين)
(ي) ٠,٠١٨٨٣١	(رقم معنويٍّ واحدٍ)
(ك) ٠,٩٩٩٩	(٣ أرقام معنويَّة)
(ل) ١,٠١١	(رقمين معنويَّين)

٨) قرِّب العدد ٣٨٩٣,٠٠٩٥٦١ وفقًا لكلِّ درجةٍ من درجات دِقَّة العدد المُحدَّدة التالية:

(أ) رقم معنويٍّ واحدٍ	(ب) رقمين معنويَّين	(ج) ٣ أرقام معنويَّة
(د) ٤ أرقام معنويَّة	(هـ) ٥ أرقام معنويَّة	(و) منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ
(ز) منزلتين عشريَّتين	(ح) ٣ منازل عشريَّة	(ط) ٤ منازل عشريَّة
(ي) ٥ منازل عشريَّة		

٩) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية:

(أ) ٢٠ − ٤ × ٤	(ب) ١٠ × ٣ + ٣	(ج) $\frac{٣٠}{١٠}$ − ٤٠
(د) $\frac{١٠٠}{٢}$ − ٦ × ٥	(هـ) ٦ × ٦ − ٥ × ٥	(و) $\frac{٤٠}{٨}$ − $\frac{٦٠}{١٠}$
(ز) ٥(٢٣ − ٢١)	(ح) ٥ + $٣^{٢}$	(ط) $٣^{٢}$ + $٤^{٢}$
(ي) $١٠^{٢}$ − ٢(٢٢ + ٢٨)		

١٠) أوجد قيمةَ كلِّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة التالية في حالةِ ما إذا كانت قيمةُ س = ٥ وقيمة ص = ٣

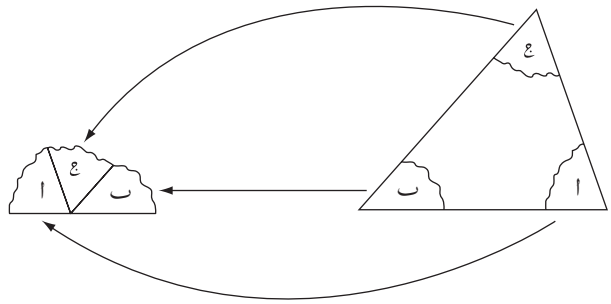
(أ) ٥س − $ص^{٢}$	(ب) ٢$ص^{٢}$ + ٤س
(ج) (س + ٢ص)^{٢}	(د) ١٠($س^{٢}$ − ٦ص)^{٢}

الوحدة الثالثة: الشبكات والزَّوايا

هل تتذكَّر أنَّ مجموعَ قياسات زوايا المُثلَّث تساوي ١٨٠°؟

كيف استنتجت أنَّ هذا الأمرَ صحيحٌ؟

هل رسمت مُثلثًا، وفصلت الزوايا الثلاث ووضعتها معًا لتُكَوِّن خطًا مستقيمًا؟



هل استخدمت مِنقلةً لقياسِ زَوايا المُثلَّث الثلاث،

وجمعتها معًا لتحصُل على عددٍ إجماليٍّ لمجموعِ قياسات الزَّوايا يقرب من ١٨٠°؟

توضِّح تلك الطرقُ أنَّ هذه النتيجةَ منطقيَّةٌ. كما أنَّها لا تُثبِت أنَّ هذه النتيجةَ صحيحةٌ لأيِّ مُثلَّثٍ.

البُرهان هو حُجَّةٌ منطقيَّةٌ توضِّح كلَّ خطوةٍ بها أو تُسنَد إلى دليلٍ.

منذ ما يزيد عن ٢٠٠٠ عامٍ كتب عالمُ الرياضيَّات اليونانيُّ «إقليدس» كتابًا أسماه «العناصر».

حاول فيه استخدامَ حُججٍ منطقيَّةٍ لإثباتِ العديدِ من الحقائق الخاصَّة بالهندسة وعلمِ الحساب. وقد كان كتابُه أكثرَ الكتبِ النصيَّة المكتوبة نجاحًا على الإطلاقِ؛ ولا تزال طباعتُه مستمرةً حتى الآن.

استهلَّ إقليدس كتابه بتعريفِ الأشياء الأساسيَّة مثل النقطة والخط المستقيم. كما ضمَن في الكتاب مجموعةً من العباراتِ التي اعتقد بأنَّ الجميعَ مُتفِقٌ عليها؛ وأطلق عليها المُسلَّمات. ومن أمثلة هذه المُسلَّمات:

- الأشياء المساوية لشيءٍ واحدٍ متساويةٌ فيما بينها.

ومن خلالِ هذا المُنطلقِ البسيطِ، أثبت إقليدس العديدَ من النتائجِ المُعقَّدة.

في هذه الوحدة، ستبدأ برسمِ شبكاتٍ للأشكال، ثُمَّ ستتعلَّم العديدَ من البراهين وستُدرِك مفهومها. كما ستتعلَّم طُرقَ حلِّ المسائل الهندسيَّةِ، وكذلك شرح الأسبابِ التي تستند إليها.

المُفردات

تأكَّد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- الشبكةُ (net)
- يثبت (prove)
- البُرهانُ (proof)
- الزَّاوية الخارجيَّة (exterior angle)

٣-١ رسمُ شبكاتٍ للمُجسَّمات

تُظهِر **الشبكةُ** مُخطَّطًا ثُنائيَّ الأبعادِ لمُجسَّمٍ ثُلاثيِّ الأبعادِ.

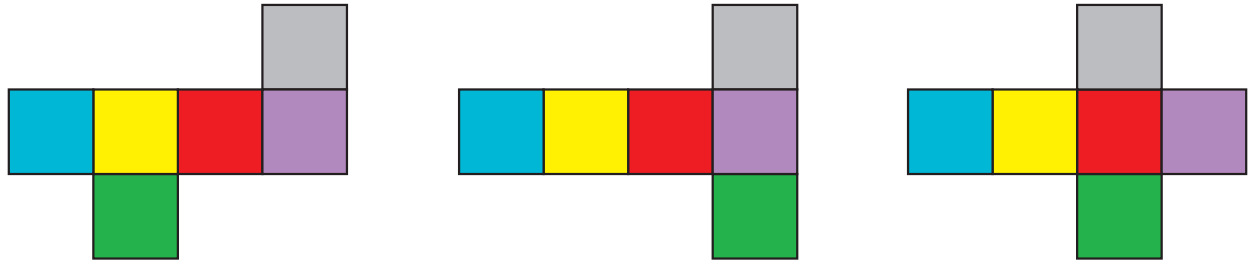
ستُطوى الشبكةُ لتكوِّن المُجسَّم.

لإيجاد شبكةِ مجسم ثُلاثيِّ الأبعادِ، تصوَّر أنَّك قصصته بطولِ الحواف وفردته.

ينبغي عليك تكوينُ مُخطَّطٍ من الشبكة لمُجسَّمٍ ثُلاثي الأبعادِ. كما أنَّك ستحتاجُ لعملِ رسمٍ دقيقٍ من الشبكة لمُجسَّمٍ ثُلاثيِّ الأبعادِ. في الرسمِ الدقيقِ، يجب أن تكون كلُّ الأطوالِ مساويةً تمامًا للقياساتِ الصحيحةِ.

المُخطَّط هو رسمٌ تقريبيٌّ – لا يلزم أن تكونَ الأطوالُ دقيقةً.

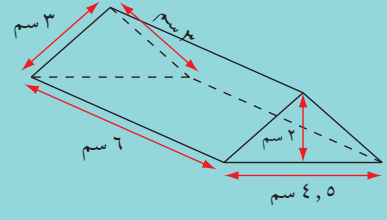
وغالبًا ما تُستخدم طرقٌ مُختلفةٌ لرسمِ شبكةٍ لمُجسَّمٍ ثُلاثيِّ الأبعادِ. فيما يلي، على سبيلِ المثالِ، ثلاثُ طُرقٍ يُمكنك بها رسمُ شبكةٍ للمُكعَّب السابق.



مثال ٣-١

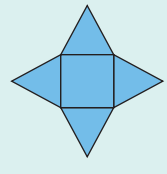
(أ) ارسُم مُخطَّطَ شبكةٍ لهرمٍ رباعي منتظمٍ.

(ب) ارسُم رسمًا دقيقًا للشبكةِ الخاصَّةِ بالمنشور الثلاثي المقابل.

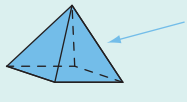


الحل

(أ)

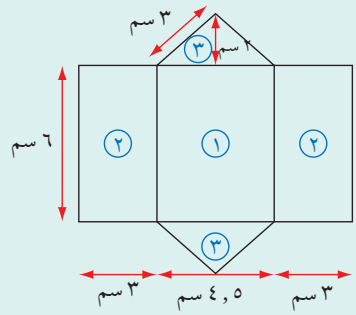


الهرم الرباعي المنتظم يُشبه هذا الشكلَ.



لرسمِ الشبكةِ، ابدأ برسمِ القاعدةِ المُربَّعةِ، ثُمَّ ارسُم مُثلَّثًا مُتطابقَ الضلعين عند كلِّ ضلعٍ من أضلاعِ القاعدةِ المُربَّعة.

(ب)



١) ابدأ برسمِ قاعدةِ المنشورِ الثُلاثيِّ. هذا مستطيلٌ يجب أن يكونَ ناتجُ قياساتِه مساويًا تمامًا لحاصلِ ضربِ ٦ سم في ٤,٥ سم.

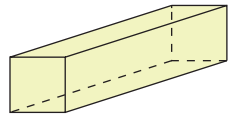
٢) ثُمَّ ارسُم الجانبين المائلين. كلٌّ من هذين المُستطيلين يجب أن يكونَ ناتجُ قياساتِه مساويًا تمامًا لحاصلِ ضربِ ٦ سم في ٣ سم.

٣) وأخيرًا، ارسُم الطرفين المُثلَّثين للمنشور. هذان المُثلَّثان يُمثِّلان مُثلَّثين مُتطابقيّ الضلعين. أفضل طريقةٍ لرسمِهما هو قياسُ ٢ سم من مركزِ قاعدةِ المُستطيل، ثُمَّ توصيل هذه النقطة بزَاويةِ قاعدةِ المُستطيل.

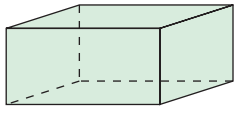
تمارين ٣-١

١) ارسُم شبكةً لكلٍّ مُتوازي مُستطيلاتٍ:

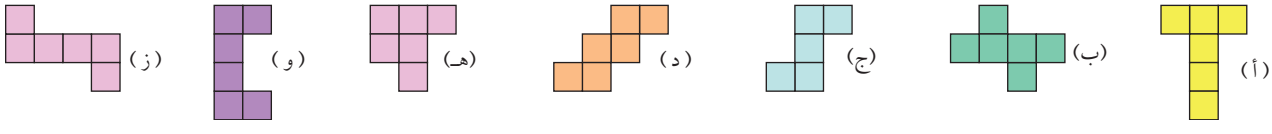
(أ)



(ب)



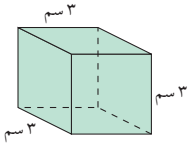
٢) أيٌّ من الأشكال التالية قد يُشكِّل شبكةً لمُكعَّبٍ؟



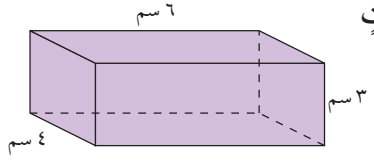
٣) ارسُم مُخطَّطَ شبكةٍ للهرم الثلاثي المنتظم (هرم مُثلَّث القاعدةِ) المقابل.

٤) ارسُم شبكةً دقيقةً لكلٍّ مُجسَّمٍ من المُجسَّمات ثُلاثيَّة الأبعادِ التالية:

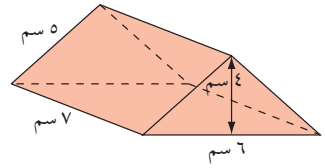
(أ) مُكعَّب



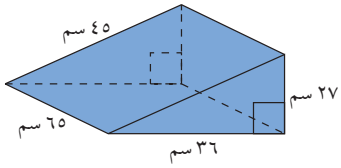
(ب) مُتوازي مُستطيلاتٍ



(ج) منشور ثُلاثيّ قاعدته (مُثلَّث مُتطابق الضلعين)



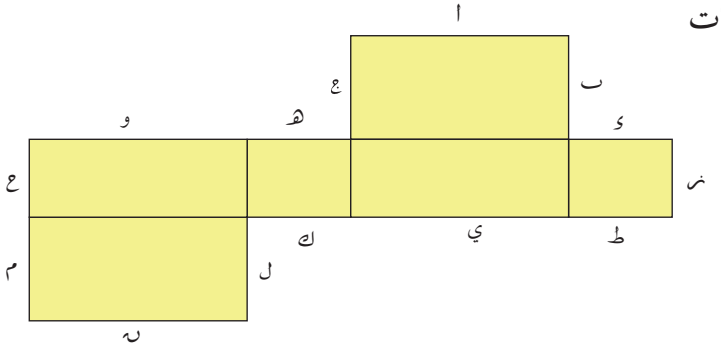
(د) منشور ثُلاثيّ قاعدته (مُثلَّث قائم الزَّاوية)



٥) أمامك شبكةُ متوازي مُستطيلاتٍ.

عندما تُطوى الشبكةُ لتكوين متوازي المُستطيلات سيلتقي الضلع (ب) مع الضلع (ى)

ما الضلعُ الذي سيلتقي مع:



(أ) الضلع (ج) (ب) الضلع (ك)

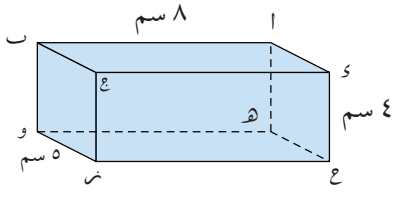
(ج) الضلع (ن) (د) الضلع (ا)

(هـ) الضلع (ه) (و) الضلع (م)

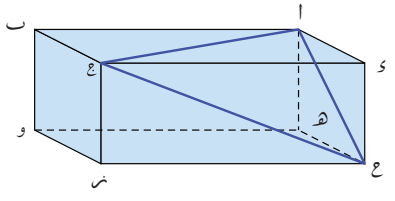
٦) لدى هلال متوازي مُستطيلاتٍ تبلُغ قياساتُه ٨ سم، ٥ سم، ٤ سم.

سمَّى هلال الرؤوس (الزَّوايا) بالآتي: ا ، ب ، ج ، ى ، هـ ، و ، ن ، ع ،

كما هو مُوضَّحٌ بالشكل.



رسم هلال قطعة مستقيمة من ا إلى ع إلى ج إلى ا



(أ) ارسُم شبكةً دقيقةً لمتوازي المُستطيلات الخاصِّ بهلال.

(ب) أوجد الطولِ الإجماليِّ للقطع المستقيمة التي رسمها هلال.

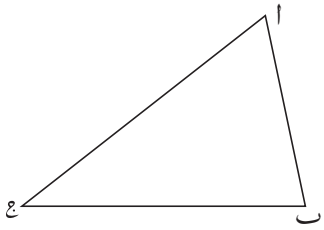
اكتب إجابتَك مُقرَّبةً لأقرب سم.

٣-٢ شرحُ خصائصِ الزَّوايا

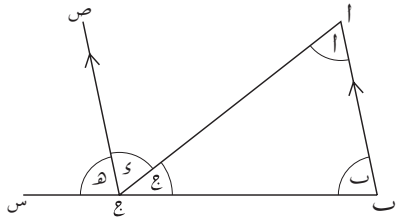
مجموعُ قياسات زَوايا المُثلَّث ١٨٠°، فكيف تعرف أنَّ هذا صحيحٌ؟

يُمكنك قياسُ زَوايا مُثلَّثٍ ما وجمعُها معًا. ولكنَّ هذه التجربة ستشير إلى أنَّ هذا الأمر صحيحٌ بالنسبةِ لهذا المُثلَّث فقط. كيف يُمكنك إيضاحُ أنَّ هذا الأمر صحيحٌ لكلِّ المُثلَّثات؟

يُمكنك **إثباتُ** ذلك عن طريقِ استخدامِ خصائصِ الخطوطِ المتوازيةِ.



البُرهان ١: لإثباتِ أنَّ مجموعَ زَوايا المُثلَّث (اب ع) يساوي ١٨٠°



مِدّ الضلعَ (ب ع) حتى يصلَ للنقطةِ (س)، وارسُم الضلع (ع ص) موازيًا للضلعِ (ب ا)

∵ و(ق) = و(أ) (زاويتان مُتبادلتان)

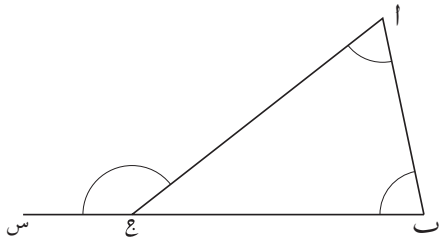
و(ب) = و(هـ) (**زاويتان متناظرتان**)

و(ع) + و(ق) + و(هـ) = ١٨٠° (زَوايا على خطٍ مستقيمٍ)

∴ و(ع) + و(أ) + و(ب) = ١٨٠°، وهو المطلوب إثباته.

هذا **برهانٌ** على أنَّ مجموعَ قياسات زَوايا المُثلَّث يساوي ١٨٠° فهو يشرح سببَ كلِّ خطوة من خطوات الحلِّ، ولا يلزمك كتابةُ البراهين بتلك الطريقةِ، ولكن ينبغي لك فَهْمُها.

يُثبِت هذا المثالُ أيضًا حقيقةً هامةً أخرى.



يُطلَق على (اع س) اسمَ **الزَّاوية الخارجيَّة** للمُثلَّث عند النقطة (ع)

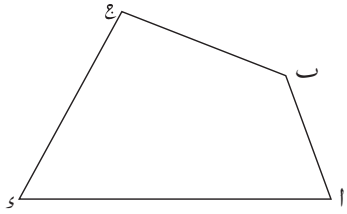
يوضِّح البُرهان أنَّ و(ق) + و(هـ) = و(أ) + و(ب)

وهذا يعني أنَّ الزَّاوية الخارجيَّة عند النقطة (ع) تساوي مجموعَ قياسي الزاويتين الداخليتين (ا) ، (ب)، وتنطبِق هذه النتيجةُ على أيِّ مُثلَّثٍ.

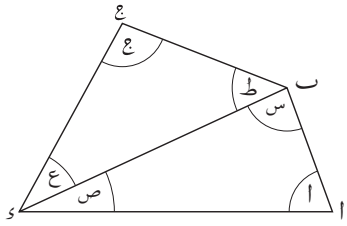
قياس الزَّاوية الخارجيَّة للمُثلَّث يساوي مجموعَ قياسيّ الزاويتين الداخليَّتين المُقابلتين لها.

البُرهان ٢

أثبِت أنَّ مجموعَ قياساتِ زَوايا الشكل رباعي الأضلاع المقابل يساوي ٣٦٠°



ارسُم الخط القُطريَّ (بـ ء).



ق(أ̂) + ق(س̂) + ق(ص̂) = ١٨٠° (مجموع زَوايا المُثلَّث)

ق(ع̂) + ق(ط̂) + ق(ج̂) = ١٨٠° (مجموع زَوايا المُثلَّث)

ق(أ̂) + ق(س̂) + ق(ط̂) + ق(ع̂) + ق(ص̂) + ق(ج̂) = ٣٦٠°

ق(أ̂) + ق((س̂) + ق(ط̂)) + ق((س̂) + ق(ط̂)) + ق(ج̂) = ٣٦٠°

ق(أ̂) + ق(ب̂) + ق(ء̂) + ق(ج̂) = ٣٦٠°، ∴ أ̂ ، ب̂ ، ج̂ ، ء̂ هي زَوايا الشكل رُباعيِّ الأضلاع.

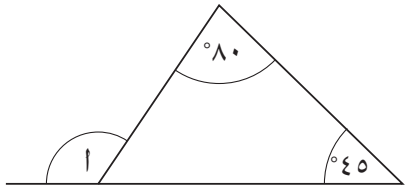
وهذا يُثبت هذه النتيجة.

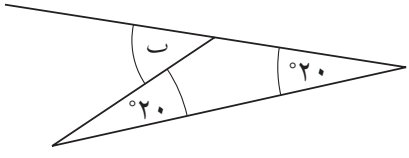
يستخدم هذا البرهانُ نتيجةَ البرهانِ السابقِ؛ وأنت لست بحاجةٍ للتمكُّن من كتابةِ البراهين.

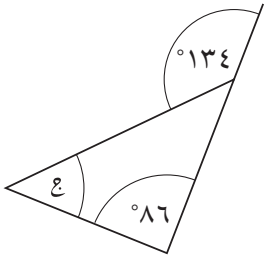
إنما أنت بحاجةٍ للتمكُّن من توضيح الأسباب التي تستند إليها النتائجُ الهندسيَّة.

تمارين ٣-٢

١) في المُثلَّثات التالية، احسب قياسات (أ̂) ، (ب̂) ، (ج̂)





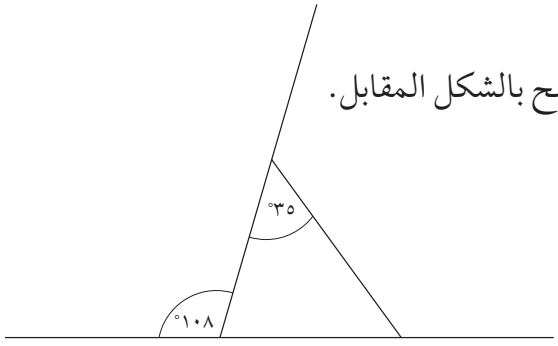


٢) قياس زَاويةٍ خارجيَّةٍ لمُثلَّثٍ ما هو ١٠٨°

وقياس إحدى الزَّوايا الداخليَّة للمُثلَّث هو ٣٥° كما هو موضح بالشكل المقابل.

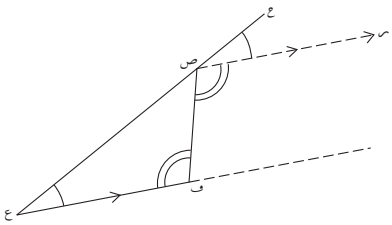
(أ) أوجد قياسَ الزَّاويتين الداخليَّتين الأخريين للمُثلَّث.

(ب) أوجد قياسَ الزَّاويتين الخارجتين الأخريين للمُثلَّث.



٣) (ع ف ص) مُثلَّثٌ، و(ع ع) خطٌ مستقيمٌ. (ص ر) يوازي (ع ف)

(أ)



(ق̂) و (ع ص̂ ر) متساويتان في القياس

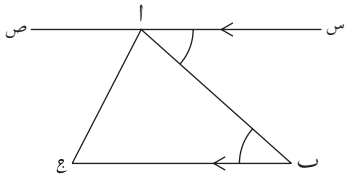
ما خاصيَّة الزَّوايا التي تستخدمها مها؟

(ب)

(ف̂) و (ف ص̂ ر) متساويتان في القياس

ما خاصيَّة الزَّوايا التي تستخدمها مها؟

٤) في الشكل المقابل، (س ص) يوازي (ب ج).



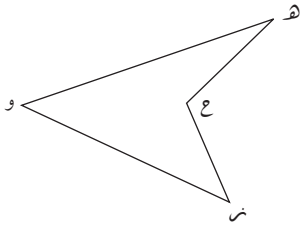
(أ) وضِّح لماذا تتساوي (س أ̂ ب) ، (ا ب̂ ج).

(ب) وضِّح لماذا تتساوي (ص أ̂ ج) ، (ا ج̂ ب).

(ج) وضِّح لماذا يساوي مجموعُ قياسات زَوايا المُثلَّث (ا ب ج) ١٨٠°

استخدم إجاباتِ الجزئيتين (أ) ، (ب) لمساعدتك على ذلك.

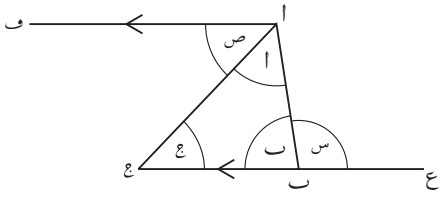
٥) يعرض المُخطَّط رُباعيَّ أضلاعِ المقابل زاويةٌ مُنعَكِسةٌ.



وضِّح أنَّ مجموعَ الزَّوايا الأربع يساوي ٣٦٠°

قسِّم الشكل إلى مُثلَّثين.

٦) في الشكل المقابل، (ع ج) هو خطٌ مستقيمٌ. (ا ف) يوازي (ب ج)

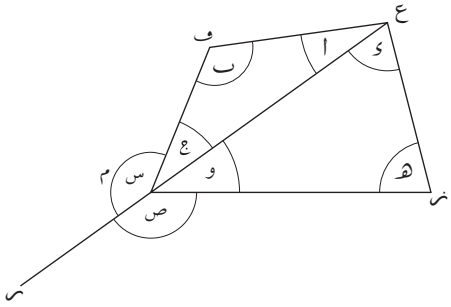


(أ) وضِّح لماذا و (ص̂) = و (ج̂)

(ب) وضِّح لماذا و (س̂) = و (ا̂) + و (ص̂)

(ج) استخدم إجاباتِك على الجزئيتين (أ) ، (ب) لتوضيح أنَّ قياسَ (س̂) في المُثلَّث (ا ب ج) يساوي مجموعَ قياساتِ الزَّاويتين الداخليَّتين المُقابلتين.

٧) في الشكل المقابل، (عر) هو خطٌّ مستقيمٌ.



(أ)

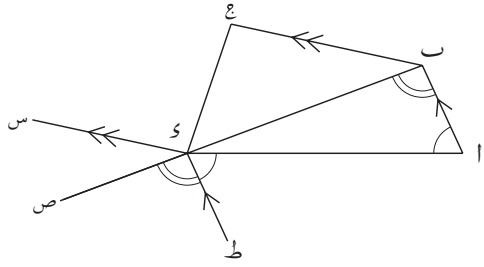
(سˆ) هي الزَّاوية الخارجيَّة للمُثلَّث؛
لذا فإنَّ ق (أˆ) + ق (تˆ) = ق (سˆ)

سمّ المُثلَّثُ الذي يستخدمه هيثم

(ب) اكتب مُعادلةً مُشابهةً للزَّاوية المُحدَّدة ص

(ج) استخدم إجاباتِك على الجزئيتين (أ) ، (ب) لتوضيح أنَّ
مجموعَ زَوايا الشكلِ رُباعيِّ الأضلاع (عفمر) يساوي ٣٦٠°

٨) في الشكل المقابل، (ءس) يوازي (بع)



(طء) يوازي (اب)

(بص) خط مستقيم

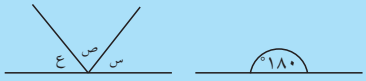
(أ) وضِّح لماذا يتساوى قياسي (بˆاء) ، (اˆطء).

(ب) وضِّح لماذا يتساوى قياسي (اˆتء) ، (طˆءص).

٣-٣ حلُّ مسائل الزَّوايا

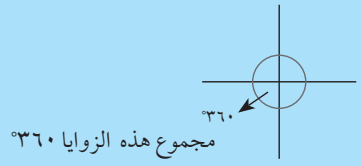
أنت الآن تعرف طريقةَ حسابِ الزَّوايا، ولكن عند حلِّ المسائل ينبغي لك أن تعطي أسبابًا لإجاباتِك.
فيما يلي بعضُ الحقائق التي يُمكنك استخدامُها:

- مجموعُ قياسات الزَّوايا على الخطِ المستقيمِ هو ١٨٠°

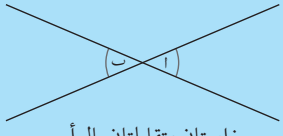


ق(س) + ق(ص) + ق(ع) = ١٨٠°

- مجموعُ قياسات الزَّوايا حول أيِّ نقطةٍ هو ٣٦٠°



- الزَّاويتان المُتقابلتان بالرأسِ متساويتان.

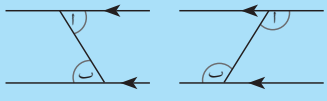


زاويتان متقابلتان بالرأس
ق(أ) = ق(ب)

- الزَّاويتان المُتناظرتان متساويتان.

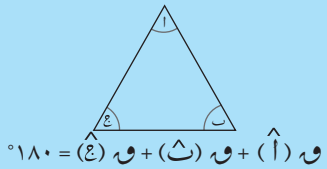
زاويتان متناظرتان ق(أ) = ق(ب)

- الزَّاويتان المُتبادلتان متساويتان.



زاويتان متبادلتان ق(أ) = ق(ب)

- مجموعُ قياسات زَوايا المُثلَّث هو ١٨٠°

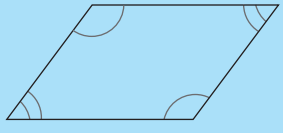


ق(أ) + ق(ب) + ق(ع) = ١٨٠°

- قياسُ الزاويةِ الخارجيَّة للمُثلثِ يساوي مجموعَ قياساتِ الزَّاويتين الداخليَّتين المُقابلتين لها.

ق(س) = ق(ص) + ق(ع)

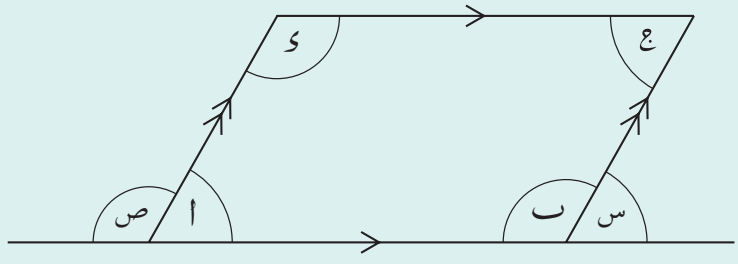
- مجموعُ قياسات زَوايا الشكل رُباعيِّ الأضلاع هو ٣٦٠°



مثال ٣-٣

وضِّح أنَّ الزَّوايا المُتقابلة لمُتوازي الأضلاعِ متساويةٌ. أقرِن أيَّ عبارةٍ تكتبها بسببٍ مُقابلٍ لها.

الحل



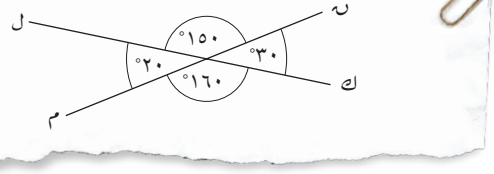
ارسُم متوازي أضلاعٍ به ضلعٌ ممدودٌ.	الأضلاعُ المُتقابلةُ متوازيةٌ.
$(\hat{أ})$، $(\hat{س})$ متساويتان؛ لأنَّهما زَاويتان مُتناظرتان.	باستخدامِ الأضلاع التي بها سهمان.
$(\hat{ع})$، $(\hat{س})$ متساويتان؛ لأنَّهما زاويتان مُتبادلتان.	باستخدامِ الأضلاعِ التي بها سهم واحد.
وهذا يعني أنَّ $(\hat{أ})$، $(\hat{ع})$ يجب أن تكونا متساويتين.	هذا هو الزوجُ الأوَّل.
وبنفسِ الطريقةِ، فإنَّ $(\hat{ب})$، $(\hat{ى})$ متساويتان.	هذا هو الزوج الثاني.

تمارين ٣-٣

١) ارتكبت فريدة بعضَ الأخطاء أثناء أدائِها الواجب المنزليّ.

وضِّح سببَ عدم صحةِ قياساتِ كلِّ زَواياها.

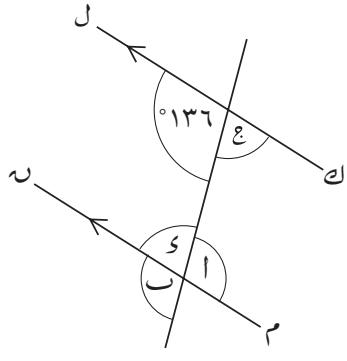
في المُخطَّط المُقابِل، $\overline{كل}$ و$\overline{مـه}$ قطعتان لخطين مستقيمين.



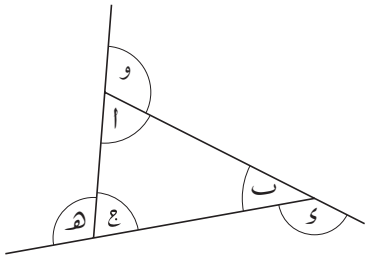
٢) في الشكل المقابل، $\overline{كل}$ يوازي $\overline{مـه}$

أوجد قياساتِ $(\hat{أ})$ ، $(\hat{ب})$ ، $(\hat{ع})$ ، $(\hat{ى})$

أعطِ سببًا لكلِّ حالةٍ.



٣) في الشكل المقابل، تمَّ تمديدُ أضلاعِ المُثلَّث، كما هو مُوضَّحٌ.

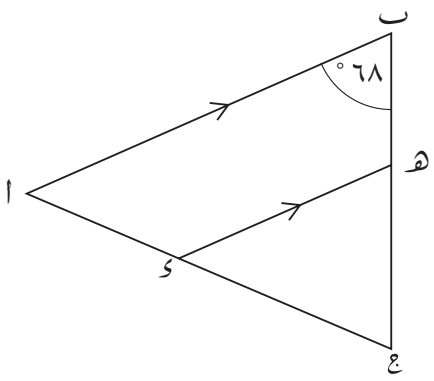


(أ) وضِّح لماذا ق (∠ ء) = ق (∠ ا) + ق (∠ ع)

(ب) اكتب عباراتٍ مُماثِلةً للزاويتين (∠ هـ) ، (∠ و)

(ج) وضِّح أنَّ مجموعَ قياساتِ الزَّوايا الخارجيَّة لهذا المُثلَّث تساوي ٣٦٠°

٤) في الشكل المقابل، (ا ب ع) مُثلَّثٌ مُتطابِق الضِلعين.



(أب) = (ب ع) ، (أب) يوازي (ء هـ)

ق (∠ ا ب ع) = ٦٨°

أوجد ق (∠ هـ ء ع)

أعطِ سببًا لإجابتِك.

مُلخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ الشبكةَ تعرض تصميمًا ثنائيَّ الأبعاد لمجسم ثُلاثيِّ الأبعاد.
- ★ كلَّ رأسٍ من رؤوس المُثلَّث له زَاوية خارجيَّة.
- ★ البُرهان الذي يعتمد على الحُجج المنطقيَّة يختلف عن التفسير.
- ★ يمكنك إثباتُ أنَّ مجموعَ قياسات زَوايا المُثلَّث يساوي ١٨٠° وأنَّ مجموعَ قياسات زَوايا الشكل رُباعيِّ الأضلاعِ يساوي ٣٦٠°
- ★ يُمكنك تفسيرُ أسبابك عند حلِّ أيِّ مسألةٍ هندسيَّةٍ.

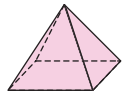
يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ رسمِ شبكةِ مُجسَّماتٍ بسيطةٍ، مثل: متوازي مُستطيلات ورُباعيّ أوجهٍ مُنتظم وهرم مستطيل القاعدة أو مُربَّع القاعدة ومنشور ثُلاثيّ.
- ★ فَهْمِ البُرهانِ الذي يُثبت أنَّ مجموعَ قياسات زَوايا المُثلَّث يساوي ١٨٠°
- ★ فَهْمِ البُرهانِ الذي يثبت أنَّ مجموعَ قياسات زَوايا الشكل رُباعيِّ الأضلاع يساوي ٣٦٠°
- ★ فَهْمِ البرهانِ الذي يثبت أنَّ قياسَ الزَّاويةِ الخارجيَّةِ للمُثلَّث يساوي مجموعَ قياسي الزَّاويتين الداخليَّتين المُقابلتين لها.
- ★ حلِّ المسائل الهندسيَّةِ باستخدامِ خصائصِ الزَّوايا والخطوطِ المتوازيةِ والمتقاطعةِ والمُثلَّثاتِ ورباعي الأضلاع وشرح الاستنتاجاتِ بالمُخطَّطاتِ والكتابةً.
- ★ التعرُّفِ على العلاقاتِ المكانيةِ الموجودةِ ببعدين.
- ★ استخدامِ الحُجج المنطقيَّة لتفسيرِ المسائل الرياضيَّةِ في سياقِها أو لإثباتِ صحةِ العبارةِ.

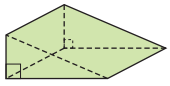
تمارين ومسائل عامة

١) ارسُم شبكةً لكلِّ مجسم من هذه المجسمات.

(أ) هرم رباعي منتظم



(ب) منشور ثُلاثيّ

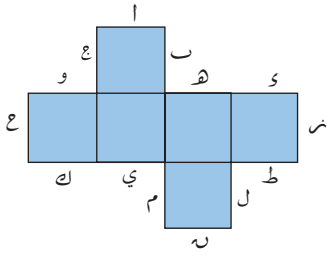


٢) أمامك شبكةٌ لمُكعَّب.

عندما تُطوى الشبكةُ لتكوين المُكعَّب، أيّ ضلعٍ سيلتقي مع:

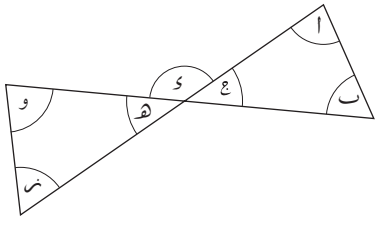
(أ) الضلع ب (ب) الضلع ج (ج) الضلع ع

(د) الضلع ط (هـ) الضلع أ (و) الضلع ه



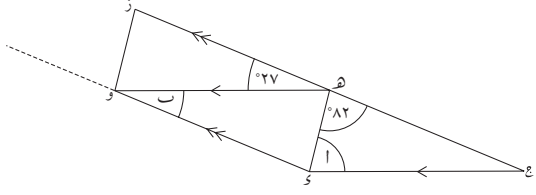
٣) اقرأ ما يقوله هيثم. ما الزَّاويتان اللتان يفكر هيثم فيهما؟

مجموعُ قياسي الزَّاويتين يساوي قياس (ى)



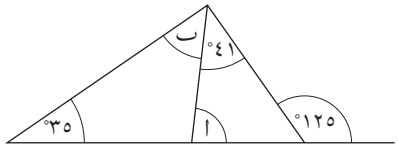
٤) أوجد قياس كلٍّ من أ، ث

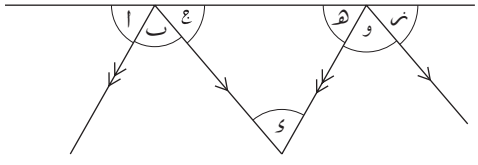
وفسِّر إجاباتِك.



٥) أوجد قياساتِ (أ) ، (ث)

وفسِّر إجاباتِك.



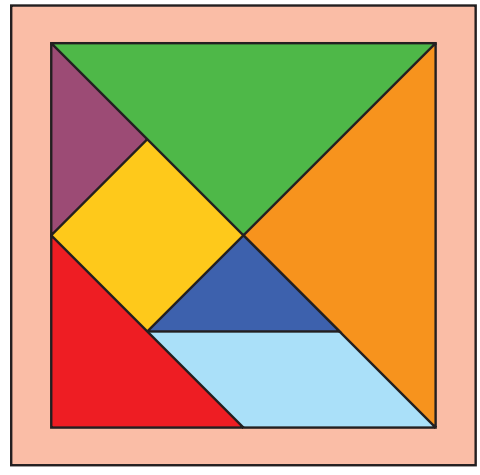


٦) أعط سببًا لكلِّ عبارةٍ من تلك العباراتِ.

(أ) ق (أ) = ق (هـ) (ب) ق (ث) = ق (ى)

(ج) ق (ز) = ق (ج) (د) ق (و) = ق (ى)

اللغز التالي هو لغزٌ شهيرٌ جدًا.



يُطلق على هذا اللغز اسم **تانجرام**.

يوجد به سبعةُ أجزاءٍ. يُمكن استخدامُها لعمل أشكالٍ مُختلفةٍ.

ما الأجزاءُ التي لها نفس المساحةِ؟

المُفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

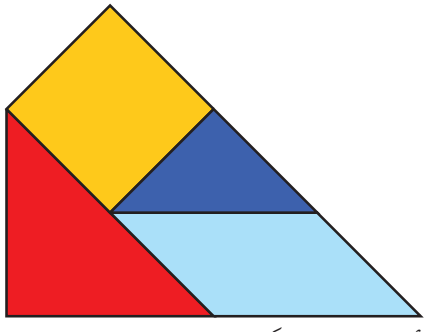
- تبسيطٌ (simplify)
- أبسطُ صورةٍ (simplest form)
- العاملُ المُشترك الأكبر (ع م ك) (highest common factor (HCF))
- المضاعف المُشترك الأصغر (lowest common multiple)
- حذف العوامل المُشتركة (cancelling common factors)
- قلبُ الكسرِ وضَرْبه (invert and multiply)

افترض أنَّ مساحة **الشكلِ كُلِّه** تساوي ١

أوجد مساحةَ كلِّ جزءٍ. اكتب الإجاباتِ في صورة كسورٍ.

يجب إيجاد صيغةِ المساحة في صورةِ $\frac{١}{٤}$ أو $\frac{١}{٨}$ أو $\frac{١}{١٦}$

تحقَّق من أنَّ مجموعَ المساحاتِ يساوي ١

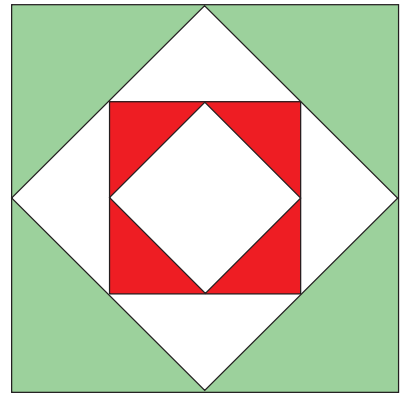


أوجد مساحةَ هذا الشكل.

هل يُمكنك شرحُ إجابتِك بطرقٍ مُختلفةٍ؟

عن طريق الجمع؟ عن طريق الطرح؟

فيما يلي طريقةٌ أخرى لتقسيم المُربَّع.



ما الكسر الذي يُمثِّل الجزءَ الأخضرَ؟

ما الكسرُ الذي يُمثِّل الجزءَ الأحمرَ؟

حاول شرحَ إجاباتِك بطُرقٍ مُختلفةٍ.

هل تستطيع معرفةَ السبب وراء كَون كسر الجزءِ الأحمر يُمثِّل $\frac{١}{٤}$ كسرَ الجزء الأخضر؟

في هذه الوحدة، سنتابع العملَ على تبسيطِ الكسور بالإضافة إلى جمعِ الكسور وطرحِها وقسمتِها باستخدامِ طُرق الحسابِ الذهنيَّة والكتابيَّة.

٤-١ كتابةُ الكسرِ في أبسطِ صورةٍ

ليتمُّ **تبسيطُ** كسرٍ ما، اقسِم البسطَ والمقامَ على عاملٍ مُشتركٍ.
بسِّط الكسرَ إلى **أبسطِ صورةٍ**، أو أبسطِ شكلٍ، عن طريق قسمةِ البسطِ والمقامِ على **العاملِ المُشترك الأكبر**.
إذا لم تجد عاملًا مشتركًا أكبر يتماشى مع البسط والمقام، فاقسِم على عاملٍ واحدٍ في كل مرة إلى أن تجد أنَّك لن تستطيع القِسمة مُجدَّدًا.

$\frac{٦}{١٨} = \frac{١}{٣}$ (÷٦ فوق، ÷٦ تحت)

$\frac{٦}{١٨} = \frac{٣}{٩}$ (÷٢ فوق، ÷٢ تحت)

مثال ٤-١

اكتب الكسر $\frac{٦٠}{٧٢}$ في أبسطِ صورةٍ.

الحل

العاملُ المُشترك الأكبر للعددين ٦٠، ٧٢ هو ١٢

اقسِم البسطَ والمقامَ على ١٢

$\frac{٦٠}{٧٢} = \frac{٥}{٦}$ (÷١٢ فوق، ÷١٢ تحت)

$\frac{٦٠}{٧٢}$ يختصر إلى $\frac{٥}{٦}$ لاحظ أنَّه يُمكنك حذف عاملٍ واحدٍ كلَّ مرةٍ، مثل هذا: $\frac{٦٠}{٧٢} = \frac{٣٠}{٣٦} = \frac{١٥}{١٨} = \frac{٥}{٦}$ (÷٢، ÷٢، ÷٣ فوق، ÷٢، ÷٢، ÷٣ تحت) لا تزال تحصُل على نفس الناتج.

تمارين ٤-١

١) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ صورةٍ:

(أ) $\frac{٤}{٦}$ (ب) $\frac{٢٠}{٢٥}$ (ج) $\frac{٢١}{٣٥}$ (د) $\frac{١٢}{١٥}$ (هـ) $\frac{٢٦}{٣٩}$ (و) $\frac{١٨}{٢١}$

٢) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ صورةٍ:

(أ) $\frac{٨}{٢٤}$ (ب) $\frac{١٢}{٣٠}$ (ج) $\frac{٣٠}{٤٥}$ (د) $\frac{٢٤}{٣٢}$ (هـ) $\frac{٢٧}{٤٥}$ (و) $\frac{٣٦}{٦٠}$

٣) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بفهد.
استخدم فهد العمليَّات العكسية للتحقُّق من صحة إجاباتِه ولكنَّه سكبَ بعضًا من عصير الطماطم على عمليَّتي التحقُّق الأخيرتين!
تحقَّق من صحة إجاباتِه على الجزئيتين (ب)، (ج)
أوجد الإجابةَ الصحيحةَ، في حالة ارتكابه لأخطاءٍ.

اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ شكلٍ.
تحقَّق من صحة إجاباتِك.

(أ) $\frac{١٥}{٢٥} = \frac{١٥ \div ٥}{٢٥ \div ٥} = \frac{٣}{٥}$ التحقُّق: $\frac{١٥}{٢٥} = \frac{٣ \times ٥}{٥ \times ٥} = \frac{٣}{٥}$ ✓

(ب) $\frac{١٥٦}{٢١٦} = \frac{١٥٦ \div ١٢}{٢١٦ \div ١٢} = \frac{١٣}{١٩}$ التحقُّق:

(ج) $\frac{٣١٥}{٣٤٢} = \frac{٣١٥ \div ٩}{٣٤٢ \div ٩} = \frac{٣٤}{٣٧}$ التحقُّق:

٤) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ شكلٍ ثم تحقَّق من صحة إجاباتِك.

(أ) $\frac{٨١}{١٢٦}$ (ب) $\frac{٧٨}{١٠٨}$ (ج) $\frac{١٢١}{٢٣١}$ (د) $\frac{١٠٤}{١٢٠}$ (هـ) $\frac{١٠٥}{١٦٥}$ (و) $\frac{٥٤}{٩٠}$

٤-٢ جمعُ الكسور وطرحُها

قبل جمعِ الكسور أو طرحِها، يجب التأكُّد من أنَّ لها مقامًا واحدًا مشتركًا.

في حالة وجود مقاماتٍ مُختلفةٍ، يجب عليك إيجاد كسورٍ متكافئةٍ تتضمَّن مقامًا مشتركًا، ثُمَّ جَمْع قيم البسط أو طرحها. وإذا استخدمت **المضاعف المُشترك الأصغر** فسيعمل ذلك على جَعْل العمليَّة الحسابيَّة أبسط.

يُمكنك أيضًا جمعُ وطرحُ الأعدادِ الكسريَّة.

فيما يلي طريقةٌ لجمعِ الأعدادِ الكسريَّة التالية. توجد طرقٌ أخرى أيضًا.

تذكَّر أن تكتب إجابتَك في أبسطِ صورةٍ.

$٣\frac{٤}{٥} + ٢\frac{٣}{٥}$

١) اجمع أجزاءَ العددِ الكامل $٣ + ٢ = ٥$

٢) اجمع الأجزاءَ الكسريَّة $\frac{٤}{٥} + \frac{٣}{٥} = \frac{٧}{٥}$

إذا كانت هذه الإجابة في صورةِ كسرٍ غير اعتيادي، فاكتبها في صورةِ عددٍ كسريٍّ $١\frac{٢}{٥}$

٣) اجمع ناتجي الخطوتين ١ ، ٢

$٥ + ١\frac{٢}{٥} = ٦\frac{٢}{٥}$

فيما يلي طريقة لطرح الأعداد الكسرية التالية. وتوجد طرق أخرى أيضًا.

$٤\frac{٣}{٧} - ٣\frac{١}{٧}$

١) اطرح أجزاء العدد الكامل. $٤ - ٣ = ١$

٢) اطرح الأجزاء الكسرية. $\frac{٣}{٧} - \frac{١}{٧} = \frac{٢}{٧}$

٣) اجمع ناتجي الخطوتين ١ ، ٢

$١ + \frac{٢}{٧} = ١\frac{٢}{٧}$

مثال ٤-٢

(أ) أوجد ناتجَ ما يلي: ١) $\frac{٤}{٧} + \frac{٣}{٤}$ ٢) $١\frac{١}{٤} + ٢\frac{٥}{٦}$ ٣) $٢\frac{٤}{٩} - ٦\frac{١}{٣}$

(ب) اقرأ ما يقوله هلال. اعطِ مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ ما يقوله هلال خاطئٌ.

إذا جمعتُ كسرين مُختلفين معًا، فسيكون الناتجُ دائمًا أكبرَ من ١

الحل

(أ) ١) $\frac{٤}{٧} + \frac{٣}{٤} = \frac{١٦}{٢٨} + \frac{٢١}{٢٨}$

أعِد كتابة كلِّ كسرٍ من الكسور الآتية مقرونًا بالمضاعف المُشتركِ الأصغر قبل إجراء عمليَّة الجمع (توحيد المقام).

$= \frac{٣٧}{٢٨} = ١\frac{٩}{٢٨}$

تُمثِّل الإجابةُ كسرًا غير اعتياديًا؛ لذا حولها إلى عددٍ كسريٍّ .

٢) ① ١ + ٢ = ٣ اجمع أجزاءَ العددِ الكامل.

② $\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٦} = \frac{٣}{١٢} + \frac{١٠}{١٢} = \frac{١٣}{١٢}$ اجمع الأجزاءَ الكسريَّة، باستخدام المضاعف المُشترك الأصغر للعدد ١٢

$\frac{١٣}{١٢} = ١\frac{١}{١٢}$ تُمثِّل الإجابةُ كسرًا غير اعتياديًا؛ لذا حولها إلى عددٍ كسريٍّ .

③ $٣ + ١\frac{١}{١٢} = ٤\frac{١}{١٢}$ اجمع الجزأين معًا للحصول على الإجابة النهائيَّة.

٣) ① $٦\frac{١}{٣} = \frac{١٩}{٣}$ ، $٢\frac{٤}{٩} = \frac{٢٢}{٩}$ حول العددين الكسريَّين إلى كسورٍ غير اعتيادية.

② $\frac{١٩}{٣} - \frac{٢٢}{٩} = \frac{٥٧}{٩} - \frac{٢٢}{٩} = \frac{٣٥}{٩}$ اطرح الكسورَ، باستخدام المضاعف المُشتركِ الأصغر للعدد ٩

③ $\frac{٣٥}{٩} = ٣\frac{٨}{٩}$ تُمثِّل الإجابةُ كسرًا غير إعتياديًا؛ لذا حولها مجدَّدًا إلى عددٍ كسريٍّ.

(ب) $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٦} = \frac{٣}{٦} + \frac{١}{٦} = \frac{٤}{٦}$ تحتاج لمثالٍ واحدٍ فقط (مثال مناقض)، لتوضيح أنَّه مخطئٌ

$\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$ ، $١ > \frac{٢}{٣}$ ، لذا فالعبارة غير صحيحةٍ.

تمارين ٤-٢

١) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية:

اكتب الإجابة في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.

(أ) $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٩}$ (ب) $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{١٠}$ (ج) $\frac{٢}{٧} + \frac{٥}{١٤}$ (د) $\frac{٧}{٩} - \frac{١}{٣}$

(هـ) $\frac{٤}{٥} - \frac{٢}{١٥}$ (و) $\frac{٧}{٨} - \frac{١}{٤}$ (ز) $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥}$ (ح) $\frac{٧}{٩} + \frac{١}{٢}$

(ط) $\frac{٥}{٦} + \frac{٣}{٤}$ (ي) $\frac{٩}{١٠} - \frac{٣}{٤}$ (ك) $\frac{٤}{٥} - \frac{٢}{٣}$ (ل) $\frac{١٣}{٢٠} - \frac{٣}{٨}$

٢) انسخ وأكمل ما يلي:

(أ) $٥\frac{٢}{٣} + ٣\frac{٤}{٥}$

١) ٥ + ٣ = ٨

٣) ٨ + $١\frac{\square}{١٥} = ٩\frac{\square}{١٥}$

(ب) $٥\frac{٣}{٤} - ٣\frac{٥}{٦}$

١) $\frac{٢٣}{٤} - \frac{٢٣}{٦}$

٣) $١\frac{\square}{١٢} = \frac{\square}{١٢}$

٢) $\frac{٢}{٣} + \frac{\square}{١٥} = \frac{٤}{٥} + \frac{\square}{١٥}$ ، $\frac{\square}{١٥} = \frac{\square}{١٥}$ ١

٢) $\frac{٢٣}{٤} - \frac{٢٣}{٦} = \frac{\square}{١٢} - \frac{\square}{١٢} = \frac{\square}{١٢}$

٣) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية:
اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.
وضِّح كلَّ خطواتِ الحلِّ.

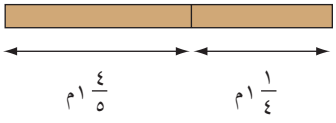
(أ) $٢\frac{٣}{٤} + \frac{٣}{٨}$	(ب) $٣\frac{١}{٥} + ٢\frac{٤}{١٥}$	(ج) $٢\frac{٧}{٩} + ٢\frac{٣١}{٣٦}$	(د) $٤\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٧}$
(هـ) $١٥\frac{٣}{٨} + ٢\frac{٧}{١٠}$	(و) $٤\frac{٥}{٦} + ٥\frac{٣}{٥}$	(ز) $٣\frac{٤}{٥} - \frac{٩}{١٠}$	(ح) $٢\frac{١}{٦} - \frac{٢٣}{٢٤}$
(ط) $٣\frac{٣}{١٤} - ١\frac{٤}{٧}$	(ي) $٧\frac{١}{٣} - ٢\frac{٧}{١٢}$	(ك) $٨\frac{٢}{٣} - ٤\frac{١}{٤}$	(ل) $٦\frac{٧}{١٢} - ٤\frac{١٧}{١٨}$

٤) اقرأ ما تقوله عائشةُ.

إذا جمعتُ كسرين متساويين فسيكون ناتجُ إجابتي دائمًا أكبرَ من ١

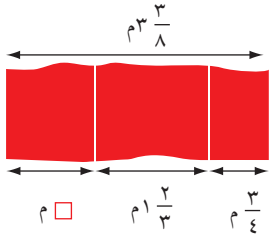
اضرِب مثالين مناقضين على الأقلِّ
لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.

٥) يصنع يُوسُف رفًّا باستخدام قطعتين من الخشبِ.



يبلُغ طول القطعةِ الأولى $١\frac{١}{٤}$ م، فيما يبلُغ طولُ القطعةِ الثانيةِ $١\frac{٤}{٥}$ م
ثبتَّهم يُوسُف على الحائط، كما هو مُوضَّح في المُخطَّط.
(أ) كم يبلُغ الطولُ الإجماليُّ للرفِّ؟
(ب) وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صحةِ إجابتِك.

٦) لدى فاطمة قطعةُ حريرٍ طولها $٣\frac{٣}{٨}$ م



قصَّت منها قطعةً طولها $\frac{٣}{٤}$ م
لتعطيها لعمَّتها.
ثُمَّ قصَّت من القطعةِ المتبقيةِ مجدَّدًا قطعةً طولها $١\frac{٢}{٣}$ م لتعطيها لأختها.
(أ) كم يبلُغ طولُ قطعةِ الحرير التي تبقَّت مع فاطمة؟
(ب) وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صِحة إجابتِك.

٤-٣ ضرب الكسور

تعلمت سابقًا طريقةَ ضَرْب عددٍ صحيحٍ في كسرٍ وطريقة ضَرْب كسرٍ في كسرٍ.
يُمكنك إتمامُ عمليَّاتِ الضربِ بشكلٍ أسهل عن طريق **حذف العوامل المُشتركة** قبل الضربِ.

مثال ٤-٣

أوجد:

(أ) $\frac{٢}{٣} \times ١٨$ (ب) $\frac{٣}{٤} \times ٢٦$ (ج) $\frac{٥}{٧} \times \frac{٤}{٩}$

(د) $\frac{٢}{٧} \times \frac{١٤}{١٥}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} \times \frac{١٥}{٢٢}$

الحل

(أ) $\frac{٢}{\cancel{٣}_{١}} \times \cancel{١٨}^{٦}$

اقسِم ٣، ١٨ على ٣، ستحذف ٣ إلى ١، ١٨ إلى ٦

$= ٢ \times ٦ = ١٢$

$\frac{٢}{١}$ هو نفس قيمة العدد ٢؛ لذا ما عليك سوى إيجاد ٢ × ٦ = ١٢

(ب) $\frac{٣}{\cancel{٢}_{١}} \times \cancel{٢٦}^{١٣}$

٢٦ لا تقبل القسمة على ٤ بدون باقي، ولكن يُمكن قسمةُ ٤، ٢٦ على ٢ ليكون الناتجُ ٢، ١٣

$= \frac{٣}{٢} \times ١٣ = \frac{٣٩}{٢}$

٣ × ١٣ = ٣٩؛ لذا ستكون الإجابةُ $\frac{٣٩}{٢}$

$= ١٩\frac{١}{٢}$

هذا العدد يُمثِّل كسرًا غير اعتيادي؛ لذا حوله إلى عددٍ كسريٍّ.

(ج) $\frac{٥}{٧} \times \frac{٤}{٩} = \frac{٤ \times ٥}{٩ \times ٧}$

لا توجد عوامل مُشتركةٌ بين أعدادِ البسطِ والمقامِ؛ لذا ليس عليك إلا ضَرْب ٥ في ٤، ٧ في ٩

$= \frac{٢٠}{٦٣}$

$\frac{٢٠}{٦٣}$ لا يُمكن تبسيطه مُجدَّدًا كما أنَّه يُمثِّل كسرًا اعتياديًا.

(د) $\frac{٢}{\cancel{٧}_{١}} \times \frac{\cancel{١٤}^{٢}}{١٥}$

نقسِم ٧، ١٤ على ٧ ليكون الناتجُ ١، ٢، لا توجد عواملُ مُشتركةٌ أخرى.

$\frac{٢}{١} \times \frac{٢}{١٥} = \frac{٢ \times ٢}{١٥ \times ١}$

اضرب الآن ٢ في ٢، ١ في ١٥

$= \frac{٤}{١٥}$

$\frac{٤}{١٥}$ لا يُمكن تبسيطه مجدَّدًا كما أنَّه يُمثِّل كسرًا اعتياديًا.

(هـ) $\frac{\cancel{٤}^{٢}}{\cancel{٥}_{١}} \times \frac{\cancel{١٥}^{٣}}{\cancel{٢٢}_{١١}}$

نقسِم ٥، ١٥ على ٥ لنحصلَ على الناتج ١، ٣، كما أنَّه يُمكن قسمة ٤، ٢٢ على ٢ لنحصلَ على الناتجِ ٢، ١١

$\frac{٢}{١} \times \frac{٣}{١١} = \frac{٣ \times ٢}{١١ \times ١}$

اضرب الآن ٢ في ٣، ١ في ١١

$= \frac{٦}{١١}$

$\frac{٦}{١١}$ لا يُمكن تبسيطه مجدَّدًا كما أنَّه يُمثِّل كسرًا اعتياديًا.

تمارين ٤-٣

١) أوجد ناتجَ عمليَّات الضربِ التالية. احذف العواملَ المُشتركةَ قبل الضربِ.

(أ) $\frac{٣}{٤} \times ١٢$ (ب) $\frac{٥}{٧} \times ٢٨$ (ج) $\frac{٤}{٥} \times ٤٥$

(د) $\frac{٣}{٨} \times ٧٢$ (هـ) $\frac{٧}{١١} \times ١٣٢$ (و) $\frac{٧}{٩} \times ١٨٠$

٢) أوجد ناتجَ عمليَّات الضربِ التالية. احذف العواملَ المُشتركةَ قبل الضربِ.
اكتب كلَّ إجابةٍ في صورة عددٍ كسريٍّ وفي أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $\frac{٣}{٨} \times ٣٦$ (ب) $\frac{٤}{٩} \times ٣٩$ (ج) $\frac{٥}{٦} \times ٨$

(د) $\frac{٧}{١٠} \times ٤٥$ (هـ) $\frac{١}{١٢} \times ٣٠$ (و) $\frac{٩}{١٤} \times ٣٥$

٣) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الضربِ التالية. احذف العواملَ المُشتركةَ قبل الضربِ إن أمكن.
اكتب الإجابات في أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٨}$ (ج) $\frac{٩}{١١} \times \frac{٢}{٥}$

(د) $\frac{٦}{٧} \times \frac{٥}{٩}$ (هـ) $\frac{٣}{٨} \times \frac{٥}{٦}$ (و) $\frac{٨}{٩} \times \frac{٣}{١٣}$

(ز) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{١٢}$ (ح) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٨}{٩}$ (ط) $\frac{٢}{٥} \times \frac{١٥}{١٦}$

(ي) $\frac{٥}{٩} \times \frac{٦}{٢٥}$ (ك) $\frac{٤}{٩} \times \frac{١٥}{٢٢}$ (ل) $\frac{٨}{٢١} \times \frac{٩}{٢٠}$

٤) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بمها.
استخدم طريقةَ مها لإيجاد ناتجِ عمليَّات الضربِ التالية. اكتب كلَّ إجابةٍ في صورة عددٍ كسريٍّ وفي أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $١\frac{١}{٢} \times ٣\frac{٣}{٥}$ (ب) $٣\frac{٢}{٣} \times ٢\frac{١}{٤}$

(ج) $٣\frac{١}{٦} \times ١\frac{١}{٨}$ (د) $١\frac{٥}{٢٢} \times ٣\frac{٢}{٣}$

(هـ) $٤\frac{٣}{٥} \times ٣\frac{٣}{٤}$ (و) $٢\frac{٥}{١٦} \times ٤\frac{٤}{٧}$

(ز) $٨\frac{٢}{٩} \times \frac{٥}{٣٧}$ (ح) $٦\frac{٤}{١١} \times \frac{٣}{٥}$

سؤال أوجد ناتج $٢\frac{١}{٢} \times ٢\frac{٤}{١٥}$

الإجابة ١) حول الأعداد الكسرية إلى كسور غير اعتيادية: $\frac{٥}{٢} \times \frac{٣٤}{١٥}$

٢) احذف العوامل المُشتركة: $\frac{\cancel{٥}^{١}}{\cancel{٢}_{١}} \times \frac{\cancel{٣٤}^{١٧}}{\cancel{١٥}_{٣}}$

٣) اضرب: $\frac{١}{١} \times \frac{١٧}{٣} = \frac{١٧}{٣}$

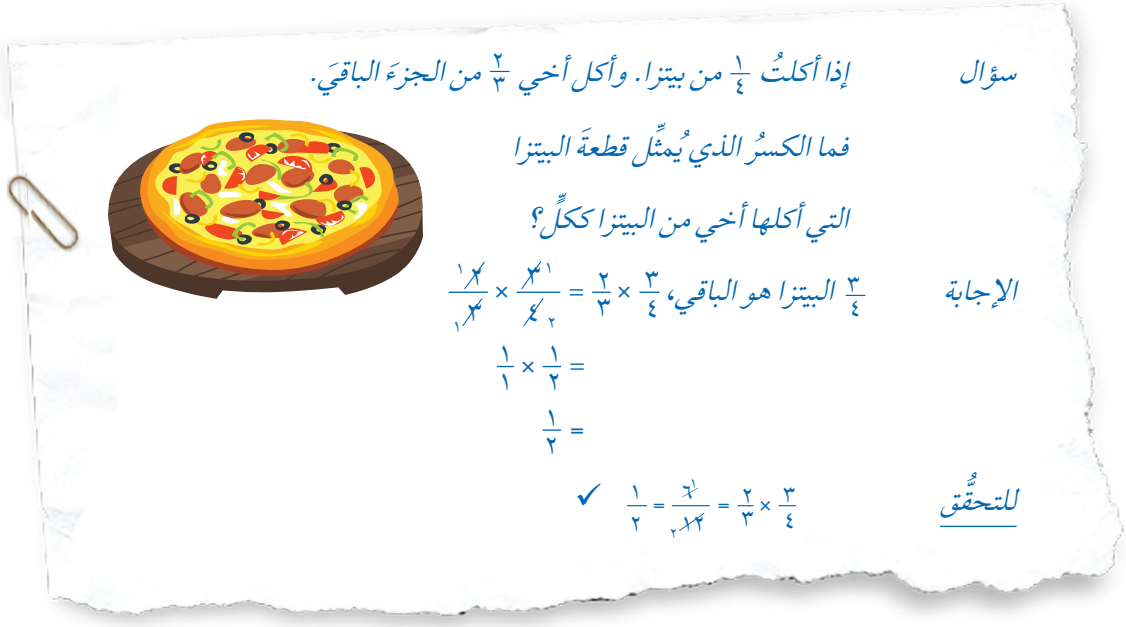
٤) غيّر إلى عددٍ كسريٍّ: $\frac{١٧}{٣} = ٥\frac{٢}{٣}$

٥) اقرأ ما يقوله راشد.

إذا ضربتُ كسرًا ما في نفسه، فستكون الإجابة دائمًا أقلَّ من الكسر الذي بدأتُ به العمليَّة الحسابيَّة.

اعطِ مثالين مناقضين على الأقلِّ لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.

٦) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بفهد.



سؤال: إذا أكلتُ $\frac{١}{٤}$ من بيتزا. وأكل أخي $\frac{٢}{٣}$ من الجزءَ الباقيَ.
فما الكسرُ الذي يُمثِّل قطعةَ البيتزا
التي أكلها أخي من البيتزا ككلٍّ؟

الإجابة: $\frac{٣}{٤}$ البيتزا هو الباقي، $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤} = \frac{\cancel{٢}^{١}}{\cancel{٣}_{١}} \times \frac{\cancel{٣}^{١}}{\cancel{٤}_{٢}}$

$= \frac{١}{١} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٢}$

للتحقُّق: $\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} = \frac{\cancel{٦}^{١}}{\cancel{١٢}_{٢}} = \frac{١}{٢}$ ✓

توصّل فهد لإجابة السؤالِ عن طريقِ حذف العوامل المُشتركة قبلِ الضربِ. وتحقَّق من صحة إجابتِه عن طريق حذف العوامل المُشتركة بعد الضرب.

استخدم طريقةَ فهد لإيجاد إجاباتِ الأسئلةِ التالية والتحقُّق من صحتها.

(أ) في إحدى الحفلاتِ، أكل الضيوفُ $\frac{٥}{٨}$ كعكةً. وأكل جابر $\frac{١}{٤}$ ما تبقَّي منها. ما الكسرُ الذي يُمثِّل جزءَ الكعكة الذي أكله جابر؟

(ب) في إحدى الحفلاتِ، أكل الضيوفُ $\frac{٧}{١٠}$ من الفطائر. وأكل سليمانُ $\frac{٥}{٦}$ ما تبقَّي منها. ما الكسرُ الذي يُمثِّل الكميَّة التي أكلها سليمانُ من الفطائر؟

٤-٤ قسمةُ الكسورِ

تعلمت سابقًا بالفعل كيفيَّة قسمةِ عددٍ صحيحٍ على كسرٍ وكذلك قسمة كسرٍ على كسرٍ.
في كلتا الحالتين، ستبدأ بقلب الكسر الثاني، ثُمَّ ستقوم بالضرب بدلًا من القسمة.
ويُطلق على هذه العمليَّة **قلب الكسر وضربه**. تذكَّر أن تحذف العوامل المُشتركة قبل الضرب، واكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورة أعدادٍ كسريَّةٍ إن أمكن.

مثال ٤-٤

أوجد ناتج: (أ) $١٨ \div \frac{٢}{٣}$ (ب) $٢٦ \div \frac{٣}{٤}$ (ج) $\frac{٥}{٧} \div \frac{٤}{٩}$ (د) $\frac{١}{٧} \div \frac{٥}{٢١}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٦}{٢٥}$

الحل

(أ) $١٨ \div \frac{٢}{٣} = ١٨ \times \frac{٣}{٢}$ — ابدأ الحلَّ بقلب الكسر $\frac{٢}{٣}$ ثم الضرب.

$= \frac{٩}{١} \times \frac{٣}{٢} = ٩ \times ٣$ — نقسِم ٢، ١٨ على ٢؛ لذا سيتمُّ حذف ٢ إلى ١، ١٨ إلى ٩

$= ٩ \times ٣ = ٢٧$ — $\frac{٣}{١}$ هو نفسُ قيمةِ العددِ ٣؛ لذا ما عليك سوى إيجاد ٩ × ٣

(ب) $٢٦ \div \frac{٣}{٤} = ٢٦ \times \frac{٤}{٣}$ — ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسرِ $\frac{٣}{٤}$ ثُمَّ الضرب.

$= \frac{٢٦ \times ٤}{٣} = \frac{١٠٤}{٣}$ — لا توجد عواملُ مُشتركةٌ يُمكن حذفها؛ لذا اضرب ٢٦ في ٤

$= ٣٤\frac{٢}{٣}$ — غيِّر $\frac{١٠٤}{٣}$ إلى عددٍ كسريٍّ.

(ج) $\frac{٥}{٧} \div \frac{٤}{٩} = \frac{٥}{٧} \times \frac{٩}{٤}$ — ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسرِ $\frac{٤}{٩}$ ثُمَّ الضرب.

$= \frac{٩ \times ٥}{٤ \times ٧} = \frac{٤٥}{٢٨}$ — لا توجد عواملُ مُشتركةٌ يُمكن حذفها؛ لذا اضرِب ٥ في ٩، ٧ في ٤

$= ١\frac{١٧}{٢٨}$ — غيِّر $\frac{٤٥}{٢٨}$ إلى عددٍ كسريٍّ.

(د) $\frac{١}{٧} \div \frac{٥}{٢١} = \frac{١}{٧} \times \frac{٢١}{٥}$ — ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسر $\frac{٥}{٢١}$ ثُمَّ الضرب.

$\frac{١}{\cancel{٧}} \times \frac{\cancel{٢١}^{٣}}{٥} = \frac{١}{١} \times \frac{٣}{٥}$ — نقسِم ٧، ٢١ على ٧؛ لذا سيتمُّ حذف ٧ إلى ١، ٢١ إلى ٣

$= \frac{٣ \times ١}{٥ \times ١} = \frac{٣}{٥}$ — اضرب ١ في ٣، ١ في ٥، تُمثِّل الإجابةُ كسرًا اعتياديًا؛ لذا اتركه كما هو.

(هـ) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٦}{٢٥} = \frac{٤}{٥} \times \frac{٢٥}{٦}$ — ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسرِ $\frac{٦}{٢٥}$ ثُمَّ الضرب.

$\frac{\cancel{٤}^{٢}}{\cancel{٥}_{١}} \times \frac{\cancel{٢٥}^{٥}}{\cancel{٦}_{٣}} = \frac{٢}{١} \times \frac{٥}{٣}$ — اقسِم ٤، ٦ على ٢ لتحصُل على الناتج ٢، ٣، اقسِم ٥، ٢٥ على ٥ لتحصُل على الناتج ١، ٥

$= \frac{٥ \times ٢}{٣ \times ١} = \frac{١٠}{٣}$ — اضرب ٢ في ٥، ١ في ٣

$= ٣\frac{١}{٣}$ — غيِّر $\frac{١٠}{٣}$ إلى عددٍ كسريٍّ.

تمارين ٤-٤

١) أوجد ناتج كل من عمليات القسمة التالية:

اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.

(أ) $١٦ \div \frac{٤}{٧}$ (ب) $٢١ \div \frac{٣}{٥}$ (ج) $١٤ \div \frac{٢}{٩}$

(د) $٨ \div \frac{٤}{١١}$ (هـ) $٢٢ \div \frac{٢}{٣}$ (و) $٢٥ \div \frac{٥}{٨}$

(ز) $١٨ \div \frac{٤}{٥}$ (ح) $٢٦ \div \frac{٦}{٧}$ (ط) $٦ \div \frac{٤}{٩}$

(ي) $٢٥ \div \frac{١٠}{١١}$ (ك) $٣٢ \div \frac{٦}{١٣}$ (ل) $٤٢ \div \frac{٤}{٧}$

٢) أوجد ناتج كل من عمليات القسمة التالية:

اكتب الإجابةَ في أبسطِ شكلٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.

(أ) $\frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٩} \div \frac{٢}{٥}$ (ج) $\frac{١١}{١٢} \div \frac{٣}{٥}$

(د) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٢}{٣}$ (هـ) $\frac{٨}{٩} \div \frac{٤}{٧}$ (و) $\frac{٧}{٨} \div \frac{٣}{٤}$

(ز) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{١٤}$ (ح) $\frac{٥}{٦} \div \frac{١٥}{٢٤}$ (ط) $\frac{٢٥}{٣٢} \div \frac{٥}{٨}$

(ي) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٩}{١٠}$ (ك) $\frac{٨}{١٥} \div \frac{١٢}{٢٥}$ (ل) $\frac{٩}{٢٨} \div \frac{١٥}{٤٢}$

٣) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بهيثم.

استخدم طريقةَ هيثم لإيجاد ناتجِ عمليَّات القسمةِ التالية. اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.

(أ) $١\frac{١}{٢} \div ١\frac{٤}{٥}$ (ب) $٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{٢}{٣}$

(ج) $٤\frac{١}{٨} \div ٥\frac{١}{٦}$ (د) $٢\frac{٢}{٣} \div ٣\frac{١}{٤}$

(هـ) $٥\frac{١}{٢} \div ٢\frac{٣}{٤}$ (و) $٤\frac{٤}{٥} \div ٢\frac{٣}{٨}$

(ز) $١\frac{١}{٤} \div \frac{١٠}{١١}$ (ح) $٢\frac{١}{١٠} \div \frac{٣}{٥}$

سؤال أوجد ناتج $٣\frac{٤}{٧} \div ٢\frac{١}{٢}$

الإجابة ١) غيّر الأعدادَ إلى كسورٍ غير اعتيادية: $\frac{٢٥}{٧} \div \frac{٥}{٢}$

٢) قلبُ الكسر وضَرْبه: $\frac{٧}{٢٥} \times \frac{٥}{٢}$

٣) $\frac{٧}{٢٥} \times \frac{١}{٢}$

٤) ضرب: $\frac{٧}{١٠} = \frac{٧}{٥} \times \frac{١}{٢}$

٤) اقرأ ما تقوله خديجة.

إذا قسمتُ عددًا كسريًّا على عددٍ كسريٍّ آخر، فستكون الإجابةَ عددًا كسريًّا.

اضرب مثالين مناقضين على الأقلِّ لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.

٥) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بمريم. استخدمت مريم إحدى العمليَّاتِ العكسية للتحقُّق من صحةِ إجاباتِها.

أوجد ناتج عمليات القسمةِ التالية.

استخدم طريقةَ مريم للتحقُّق من صحةِ إجاباتِك.

(أ) $\frac{٣}{٧} \div \frac{٢}{٥}$

(ب) $\frac{١}{٥} \div \frac{٤}{٧}$

(ج) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{٤}$

(د) $\frac{٨}{٩} \div \frac{٤}{٥}$

(هـ) $\frac{٢}{٩} \div \frac{٦}{١١}$

(و) $\frac{١٠}{١١} \div \frac{٥}{٦}$

سؤال: أوجد ناتج الآتي $\frac{٣}{٤} \div \frac{٢}{٣}$

الإجابة

$\frac{٣}{٤} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٢}$

$= \frac{٩}{٨}$

$= ١\frac{١}{٨}$

للتحقُّق

$١\frac{١}{٨} = \frac{٩}{٨}$، $\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١٨}{٢٤}$

$\frac{١٨}{٢٤} = \frac{١٨ \div ٦}{٢٤ \div ٦}$

$= \frac{٣}{٤}$ ✓

٤-٥ التعامُل مع الكسور ذهنيًّا

ينبغي لك التعامُل مع الكسور ذهنيًّا. وهذا يعني أنَّه ينبغي لك إجراء العمليَّات البسيطة للجمعِ والطرحِ والضربِ والقسمةِ «في عقلك». كما أنَّه ينبغي لك حلُّ المسائل اللفظيَّة ذهنيًّا. سيساعدك هذا الدرس على مزاولةِ المهاراتِ التي تحتاجها.

أما بالنسبة للمسائل الصعبة أو المُعقَّدة، سيكون من الأفضل كتابةُ بعض الخطوات أثناء الحلِّ. ستساعدك هذه الحلول أو هذه الطُرقُ الحسابيَّة الكتابيَّة على تذكُّر النتائج التي استنتجتها وكذلك تذكُّر باقي الخطوات التي لا تزال تريد إجراءَها.

مثال ٤-٥

أوجد ناتج ما يلي ذهنيًّا:

(أ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{٤}$ (ج) $\frac{٢}{٥} \times ٢٠$

(د) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٧}$ (هـ) $\frac{٤}{٧} \div \frac{٨}{٩}$

الحل

(أ) $١\frac{١}{٨} = \frac{٩}{٨} = \frac{٣}{٨} + \frac{٦}{٨}$ في ذهنك، غيِّر $\frac{٣}{٤}$ إلى $\frac{٦}{٨}$؛ لذا يُمكنك جَمعُه على $\frac{٣}{٨}$

(ب) $\frac{٤ \times ٣ - ٤ \times ٥}{٢٠}$ المضاعف المُشترك الأصغر هو $٥ \times ٤ = ٢٠$

$= \frac{١٥ - ١٦}{٢٠} = \frac{١}{٢٠}$ في ذهنك، أوجد $٤ \times ٤ - ٣ \times ٥$ ليكون ناتجُ البسطِ ١

(ج) $٢٠ \div ٥ = ٤$، $٤ \times ٢ = ٨$ اقسِم ٢٠ على المقام ٥، ثُمَّ اضرِب الناتجَ في ٢

(د) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٧} = \frac{٢ \times ٢}{٧ \times ١}$ في ذهنك، اقسِم ٣، ٦ على ٣ للتبسيط قبل الضربِ.

$= \frac{٤}{٧}$ اضرِب قيمَ البسطِ والمقامِ لإيجاد الإجابةِ.

(هـ) $\frac{٤}{٧} \times \frac{٩}{٨} = \frac{١ \times ٩}{٢ \times ٧}$ في رأسك اقلِب واضرِب الكسرَ الثاني، ثُمَّ اقسِم ٤، ٨ على ٤

$= \frac{٩}{١٤}$ اضرب. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ للمُساعدة إذا احتجت ذلك؛ نظرًا لوجودِ العديدِ من العمليَّات الحسابيَّة التي ستجريها في ذهنِك.

تمارين ٤-٥

في هذه التمارين، اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.

١) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الجمعِ التالية ذهنيًّا.

(أ) $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٨}$ (ج) $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{١٠}$

(د) $\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٨}$ (هـ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{١٢}$ (و) $\frac{٧}{١٥} + \frac{٤}{٥}$

(ز) $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}$ (ح) $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٧}$ (ط) $\frac{٢}{٩} + \frac{١}{٥}$

٢) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الطرحِ التالية ذهنيًّا.

(أ) $\frac{١}{٣} - \frac{١}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٤} - \frac{١}{٨}$ (ج) $\frac{١}{٥} - \frac{١}{١٥}$

(د) $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٦}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{١٠}$ (و) $\frac{١١}{٢٠} - \frac{٢}{٥}$

(ز) $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}$ (ح) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٤}$ (ط) $\frac{٥}{٧} - \frac{١}{٢}$

٣) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الضربِ التالية ذهنيًّا. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ إذا لزم الأمرُ.

(أ) $\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٧} \times \frac{١}{٣}$ (ج) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٥}$

(د) $\frac{٨}{٩} \times \frac{٢}{٧}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٢}{٩}$ (و) $\frac{٦}{١٣} \times \frac{٤}{٥}$

(ز) $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٤}$ (ح) $\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٩}$ (ط) $\frac{٤}{٥} \times \frac{١٠}{١١}$

٤) أوجد ناتجَ عمليَّات القسمة التالية ذهنيًّا. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ إذا لزم الأمرُ.

(أ) $\frac{١}{٦} \div \frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{١٢} \div \frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{٢}{٧} \div \frac{٢}{٥}$

(د) $\frac{٣}{٨} \div \frac{٣}{٥}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٤}{٩}$ (و) $\frac{٧}{٨} \div \frac{٧}{١٢}$

(ز) $\frac{٢}{٣} \div \frac{٤}{٥}$ (ح) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{٥}$ (ط) $\frac{٣}{٤} \div \frac{٦}{٧}$

أوجد إجاباتِ الأسئلةِ من ٥ إلى ٨ ذهنيًّا. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ للمُساعدة إذا لزم الأمرُ.

٥) في إحدى فرقِ كرة السلة، $\frac{١}{٣}$ اللاعبين من قارة أمريكا، $\frac{١}{٤}$ اللاعبين من قارة أفريقيا وباقي اللاعبين من قارة آسيا. ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبةَ اللاعبين من قارة آسيا؟

٦) في إحدى علب البسكويت، $\frac{٢}{٥}$ من البسكويت كان بنكهةِ الشوكولاتة و $\frac{١}{٦}$ من البسكويت بالزبدة والباقي بنكهةِ جوز الهند. ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبة بسكويت جوز الهند في العلبة؟

٧) في إحدى دور السينما، $\frac{٣}{٥}$ من الأفرادُ الذين يشاهدون الفيلم أطفالًا. $\frac{٣}{٤}$ من الأطفال كانوا بناتٌ.

(أ) ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبةَ البناتِ اللاتي كن يشاهدن الفيلم؟

(ب) ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبة الأولادِ الذين كانوا يشاهدون الفيلم؟

٨) في إحدى مباريات كرة القدم $\frac{٤}{٩}$ من المشجعين يشجِّعون الفريقَ المُضيف. والباقي كان يشجِّع الفريقَ الضيفَ. $\frac{٣}{٥}$ مُشجِّعي الفريقِ الضيفِ كانوا شباب.

(أ) ما الكسرُ الذي يُمثِّل المُشجِّعين الشباب الذين كانوا يشجِّعون الفريقَ الضيفَ بالنسبة إلى كلِّ المُشجِّعين؟

(ب) ما الكسرُ الذي يُمثِّل المشجعين الأكبر في السن الذين كانوا يشجعون الفريقَ الضيفَ بالنسبة إلى كلِّ المُشجِّعين؟

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ بسِّط الكسرَ إلى أبسطِ صورةٍ، أو أبسطِ شكلٍ، عن طريقِ قسمةِ البسطِ والمقامِ على العاملِ المُشترك الأكبر.
- ★ لا يُمكنك جمعُ أو طرحُ الكسورِ إلَّا في حالة تساوي المقامات. في حالة وجود مقاماتٍ مُختلفةٍ، اكتبها ككسورٍ في صورة كسور مُتكافئةٍ ذات مقامٍ مُشتركٍ، ثُمَّ اجمع قيمَ البسط أو اطرحها.
- ★ عند ضربِ الكسور، ينبغي لك حذف العوامل المُشتركة قبل الضرب.
- ★ عند قسمةِ كسرٍ، ينبغي لك قلبُ الكسر ثُمَّ الضرب بدلًا من القسمة. ويُطلَق على هذه العمليَّة «قلب الكسر وضربه».

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ كتابةِ الكسرِ في أبسطِ صورةٍ عن طريقِ حذف العوامل المُشتركة.
- ★ جمعِ الكسورِ وطرحِها وضربِها وقسمتِها، وتفسير القسمة بأنَّها معكوسٌ ضربيٌّ، وكذلك حذف العوامل المُشتركة قبل الضربِ والقسمةِ.
- ★ التعامُلِ مع الكسور ذهنيًّا، واستخدامِ الطُرقِ الحسابيَّةِ الكتابيَّةِ إن أمكن.
- ★ حلِّ المسائلِ اللفظيَّة ذهنيًّا.

تمارين ومسائل عامة

١) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ صورةٍ:

(أ) $\frac{٥}{١٥}$ (ب) $\frac{١٦}{٢٠}$ (ج) $\frac{٢٤}{٣٢}$

(د) $\frac{٢٢}{٥٥}$ (هـ) $\frac{٢٥٠}{٣٥٠}$ (و) $\frac{٢١}{٢٧}$

٢) اكتب الكسرَ $\frac{٨٤}{١٠٨}$ في أبسطِ شكلٍ.

وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صحة إجابتِك.

٣) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية.

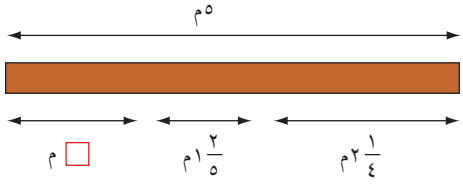
اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.

وضِّح كلَّ خطواتِ الحلِّ.

(أ) $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٧}{١٢} - \frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{٢}{٥} + \frac{٥}{٦}$

(د) $٤\frac{٣}{٨} + \frac{٢}{٣}$ (هـ) $٣\frac{١}{٥} - \frac{٧}{١٥}$ (و) $٧\frac{٧}{٨} - ٤\frac{١}{١٢}$

٤) جميلٌ يعملُ سبَّاكًا. لديه أنبوبٌ يبلُغ طولُه ٥ م



قطع قطعتين من الأنبوب.

يبلُغ طولُ القطعةِ الأولى $٢\frac{١}{٤}$ م، فيما يبلُغ طولُ القطعةِ الثانيةِ $١\frac{٢}{٥}$ م

(أ) كم يبلُغ طولُ القطعةِ المتبقيةِ مع جميل؟

(ب) وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صحةِ إجابتِك.

٥) أوجد ناتجَ عمليَّات الضربِ التالية. بسّط العواملَ المُشتركةَ قبل الضرب.

اكتب كلَّ إجابةٍ في صورة عددٍ كسريٍّ وفي أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $١٥ \times \frac{٣}{٥}$ (ب) $٨١٠ \times \frac{٢}{٩}$ (ج) $٧ \times \frac{٥}{٩}$

(د) $\frac{٤}{٩} \times \frac{٢}{٥}$ (هـ) $\frac{٨}{٩} \times \frac{٣}{٤}$ (و) $\frac{٩}{١٦} \times \frac{٤}{٩}$

٦) (أ) في إحدى الحفلاتِ أكلَ الضيوفُ $\frac{٧}{٨}$ كعكةً، وأكل بدرُ $\frac{١}{٢}$ ما تبقَّى. ما الكسرُ الذي يُمثِّل جزءَ الكعكةِ الذي أكله بدر؟

(ب) في هذه الحفلةِ أُكِلَت $\frac{٣}{٥}$ فطيرةٌ، وأكل ياسر $\frac{٤}{٥}$ ما تبقَّي منها. ما الكسرُ الذي يُمثَّل جزءَ الفطيرةِ الذي أكله ياسر؟

٧) أوجد ناتج عمليات القسمة التالية:

اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إن أمكن.

(أ) $١٢ \div \frac{٤}{٥}$ (ب) $٢١ \div \frac{٦}{٧}$ (ج) $٢٥ \div \frac{٢}{٥}$

(د) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٤}{٩}$ (هـ) $\frac{١٢}{٣٣} \div \frac{٣}{٧}$ (و) $\frac{٩}{١١} \div \frac{١٥}{٢٢}$

٨) اقرأ ما يقوله هلال.

إذا قسمتُ كسرًا غير اعتيادي على كسرٍ آخر غير اعتيادي، فسيكون الناتجُ دائمًا كسرًا غير اعتيادي.

اضرب مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.

الوحدة الخامسة: المُعادلاتُ والعباراتُ الجبرية والصيغ

س — طولُ الخطِ الأحمر يساوي س من الوحداتِ.

ص — طولُ الخطِ الأزرق يساوي ص من الوحداتِ.

ماذا تُمثِّل ٤ س؟

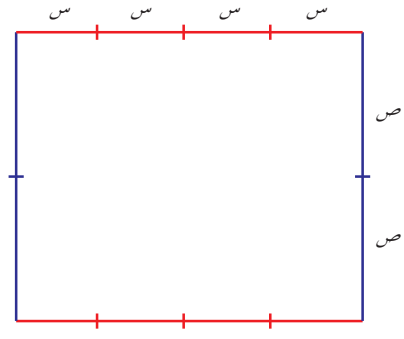
ماذا تُمثِّل س + ص؟

ماذا تُمثِّل س ص؟

المُفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- حِل (solve)
- العمليات العكسية (inverse operations)
- الحلُّ (solution)
- الكتابةُ (construct)
- باستخدامِ المجهولِ (in terms of)
- مجهولُ الصيغة (subject of the formula)
- تغييرُ المجهولِ (changing the subject)
- التحليلُ إلى عوامل (factorise)
- الكسرُ الجبريُّ (algebraic fraction)



فيما يلي مُستطيلٌ.

أيُّ الصيغِ التالية تُعبِّر عن طولِ المُحيط؟

٢(٤س + ٢ص) ، ٤ص + ٨س

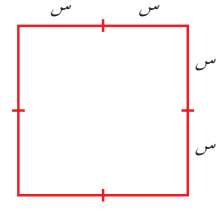
٤س + ٢ص + ٤س + ٢ص ، ٤(٢س + ص)

أيُّ الصيغِ التالية تُعبِّر عن مساحةِ المُستطيلِ؟

٤س × ٢ص ، ٢ص × ٤س

٨س ص ، ٨ص س

هل يُمكنك إيجادُ عبارةٍ لمساحة هذا المُربَّع؟



في هذه الوحدة، سوف تستخدم قوانين الأُسُس والتحليل إلى عوامل لتحويل العباراتِ الجبريَّة.

كما ستجمع وتطرح الكسورَ الجبريَّة بالإضافةِ إلى تعويض الصيغِ والعباراتِ الجبرية.

يُعدُّ استخدامُ صيغٍ كهذه مثال على **الجَبرِ**.

الخوارزميُّ

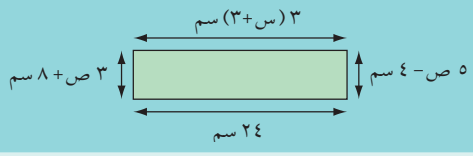
إنَّ كلمةَ الجَبرِ مُشتقةٌ من عنوانِ لكتاب ألّفه عالم الرياضيَّات المسلم محمد بن موسى الخوارزميّ سنة ٨٢٠ م، يُعرف هذا الكتاب باسم حساب الجَبرِ والمُقابلة؛ ويُعدُّ أوَّل كتابٍ في علمِ الجَبر.

٥-١ كتابةُ المُعادلاتِ وحلُّها

عندما تكون لديك مُشكلةٌ في حاجةٍ إلى الحلِّ، فقد تحتاج إلى **كتابة** مُعادلةٍ أو تدوينها لمساعدتك على حلِّ تلك المشكلةِ.

مثال ٥-١

يوضِّح الشكل المقابل مُستطيلًا.
أوجد قِيَم س ، ص، جميع القياسات بالسنتيمتر.



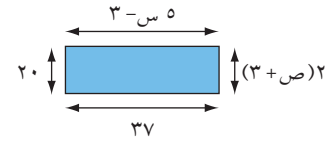
الحل

٣ (س + ٣) = ٢٤	يجب أن يتساوى الطولان؛ لذا يُمكنك كتابةُ مُعادلةٍ من خلالِ كتابةِ طولِ واحدٍ مساوٍ للآخر.
٣ س + ٩ = ٢٤	الخطوة الأولى هي العدد٣ في كل حد داخل القوس.
٣ س + ٩ – ٩ = ٢٤ – ٩	استخدم العمليَّات العكسيَّة لحلِّ المُعادلة، ابدأ بطرح ٩ من كلا الطرفين.
٣ س = ١٥	بسِّط طرفي المُعادلة.
$س = \frac{١٥}{٣}$	اقسِم ١٥ على ٣ لإيجاد قيمةِ س
س = ٥	
٥ ص – ٤ = ٣ ص + ٨	يجب أن يتساوى العرضين؛ لذا اكتب عرضًا مساويًا للآخر.
٥ ص – ٤ – ٣ص = ٣ص + ٨ – ٣ ص	أعِد كتابةَ المُعادلةِ من خلالِ طرح ٣ ص من الطرفين.
٢ ص – ٤ = ٨	بسِّط.
٢ ص – ٤ + ٤ = ٨ + ٤	استخدم العمليَّةَ العكسيَّةَ لحلِّ هذه المُعادلة. ابدأ بإضافةِ ٤ إلى الجانبين.
٢ ص = ١٢	بسِّط طرفي المُعادلة.
$ص = \frac{١٢}{٢}$	اقسِم ١٢ على ٢ لإيجاد قيمةِ ص
ص = ٦	

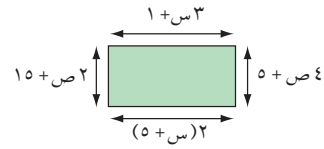
تمارين ٥-١

١) أوجد قيمةَ س وقيمةَ ص في كلِّ شكلٍ من هذه الأشكالِ.
جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

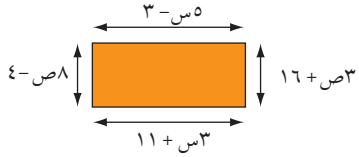
(أ)



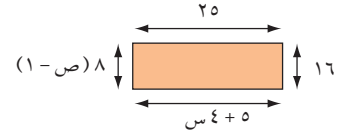
(ب)



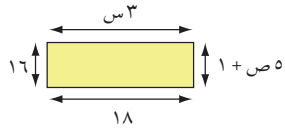
(ج)



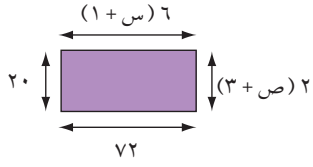
(د)



(هـ)

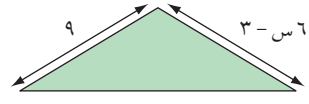


(و)

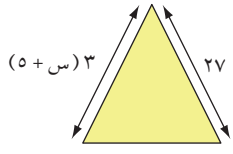


٢) أوجد قيمةَ س في كل مُثلَّثٍ من المُثلَّثات التالية المُتطابقة الضلعين.
جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

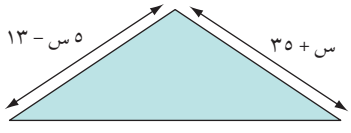
(أ)



(ب)



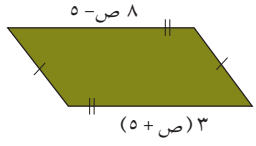
(ج)



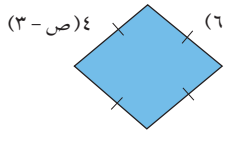
٣) أوجد قيمةَ ص في كلِّ شكلٍ من هذه الأشكالِ. جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

(أ)

(ب)



(ج)



٤) (أ) يفكِّر راشد في عددٍ ما، إذا ضربه في ٣ ثُمَّ أضاف إليه ٨ يكون الناتج ٢٣، فما العددُ الذي يفكِّر فيه؟

(ب) يفكِّر سامي في عددٍ ما، إذا قسمه على ٤ ثُمَّ طرح منه ٨ يكون الناتج ٥، فما العددُ الذي يفكِّر فيه؟

(ج) تفكِّر سارة في عددٍ ما، إذا ضربته في ٥ ثُمَّ طرحت منه ٤ يكون الناتج يساوي ضعفي العدد مجموعٌ إليه العدد ٢٠، فما العددُ الذي تفكِّر به سارة؟

(د) تفكِّر نور في عددٍ ما، إذا ضربته في ٣ ثُمَّ أضافت ٧ يكون الناتج ٤ أمثالِ العددِ. فما العددُ الذي تفكِّر به نور؟

(هـ) يفكِّر هيثم في عددٍ ما، إذا أضاف إليه ٥ ثُمَّ ضرب الناتج في ٢ يحصل على ٥ أمثالِ العددِ مطروحًا منه ١٤، فما العددُ الذي يفكِّر به هيثم؟

(و) تفكِّر مريم في عددٍ ما، إذا طرحت منه ٢ ثُمَّ ضربت الناتجَ في ٣ يكون الناتج نفسُ ناتجِ طَرْح ٦ من العدد ثُمَّ ضَرْب الناتج في ٧، فما العددُ الذي تفكِّر فيه مريم؟

٥-٢ تبسيطُ العباراتِ الجَبريَّة

أنت بالفعلِ تعرِف طريقةَ استخدامِ قوانين الأُسُس لضربِ الأعدادِ وقِسمتها. كما يُمكنك أيضًا استخدامُ تلك القواعدِ مع العباراتِ الجَبريَّة.

عند ضربِ القُوى الخاصَّة بنفس المُتغيِّر، فأنت تجمع الأُسُس.

$$س^{ل} \times س^{م} = س^{ل+م}$$

عند قِسمة القُوى الخاصَّة بنفسِ المُتغيِّر، فأنت تطرح الأُسُس.

$$\frac{س^{ل}}{س^{م}} = س^{ل-م}$$

مثال ٥-٢

بسِّط كلًّا من العباراتِ الجَبريَّة التالية:

(أ) $س^{٢} \times س^{٣}$ (ب) $ص^{٧} \div ص^{٤}$ (ج) $٢ع^{٣} \times ٨ع^{٣}$ (د) $\frac{١٢م^{٩}}{٦م^{٨}}$

الحل

(أ) $س^{٢} \times س^{٣} = س^{٢+٣}$ للضرب، اجمع الأُسس.

$= س^{٥}$ ٢ + ٣ = ٥، إذًا الإجابة هي $س^{٥}$

(ب) $ص^{٧} \div ص^{٤} = ص^{٧-٤}$ للقسمةِ، اطرح الأُسُس.

$= ص^{٣}$ ٧ – ٤ = ٣، إذًا الإجابة هي $ص^{٣}$

(ج) $٢ع^{٣} \times ٨ع^{٣} = ٢ \times ٨ \times ع^{٣+٣}$ اضرب ٢ في ٨ لتبسيطِ الأعدادِ، ثُمَّ اجمع الأُسُس

$= ١٦م^{٦}$ كالمعتادِ. ٢ × ٨ = ١٦، ٣ + ٣ = ٦، إذًا الإجابة هي $١٦ع^{٦}$

(د) $\frac{١٢ع^{٩}}{٦ع^{٨}} = \frac{١٢}{٦} \times ع^{٩-٨}$ اقسِم ١٢ على ٦ لتبسيط الأعدادِ واطرح الأُسُس كالمعتادِ.

$= ٢ع$ ١٢ ÷ ٦ = ٢، ٩ – ٨ = ١، إذًا الإجابة هي $٢م^{١}$، اكتب هذه القيمةَ كما يلي ٢م

تمارين ٥-٢

١) بسِّط كلٍّ من العباراتِ الجَبريَّة التالية:

(أ) $س^{٤} \times س^{٥}$ (ب) $ص^{٢} \times ص^{٤}$ (ج) $ع^{٧} \times ع^{٣}$ (د) $م^{٨} \times م^{٦}$

(هـ) $ك^{٩} \times ك^{٣}$ (و) $ر^{٦} \times ر$ (ز) $و^{٩} \div و^{٤}$ (ح) $ر^{٦} \div ر^{٣}$

(ط) $ح^{٧} \div ح^{٢}$ (ي) $د^{٨} \div د^{٦}$ (ك) $هـ^{٨} \div هـ^{٧}$ (ل) $ط^{٨} \div ط$

٢) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العبارات الجَبريَّة التالية:

(أ) $٣س^{٢} \times ٢س^{٣}$ (ب) $٤ص^{٤} \times ٣ص^{٥}$ (ج) $٦ص^{٢} \times ٥ص^{٥}$

(د) $٢ل^{٤} \times ٢ل^{٣}$ (هـ) $٤س^{٦} \times س^{٧}$ (و) $و^{٢} \times ٨و$

(ز) $٦ك^{١٠} \div ٢ك^{٦}$ (ح) $٩ر^{٩} \div ٣ر^{٥}$ (ط) $١٥د^{٧} \div ٥د^{٣}$

(ي) $\frac{٨د^{٧}}{٤د^{٢}}$ (ك) $\frac{٢ط^{٦}}{ط^{٢}}$ (ل) $\frac{٥م^{٧}}{م^{٦}}$

٣) اختر الناتج الصحيح من بين البدائل المعطاة فيما يأتي:

(أ) بسِّط $٢هـ^{٤} \times ٣هـ^{٢}$

أ) $٥هـ^{٦}$ (ب) $٦هـ^{٨}$ (ج) $٥هـ^{٨}$ (د) $٦هـ^{٦}$

(ب) بسِّط $٣ر^{٦} \times ٥ر^{٠}$

أ) $١٥ر^{٦}$ (ب) $١٥ر^{٧}$ (ج) $٨ر^{٦}$ (د) $٨ر^{٧}$

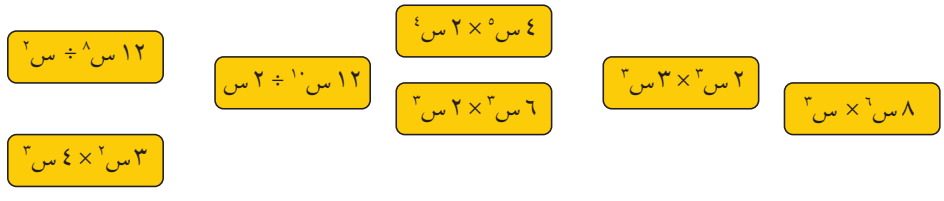
(ج) بسِّط $١٠ك^{٨} \div ٥ك^{٢}$

أ) $٥ك^{٦}$ (ب) $٥ك^{٤}$ (ج) $٢ك^{٦}$ (د) $ك^{٤}$

(د) بسِّط $\frac{٨م^{٢}}{٤م}$

أ) $٦م^{٢}$ (ب) $٦م$ (ج) $٤م^{٢}$ (د) $٢م$

٤) فيما يلي بعضُ البطاقاتِ الجَبريَّة.



(أ) قسِّم البطاقاتِ إلى مجموعتين. اشرح كيف حدَّدت المجموعة التي وضعتَ البطاقاتِ فيها.

(ب) أيُّ البطاقاتِ لا تُناسب أيًّا من المجموعتين؟ اشرح سببَ ذلك.

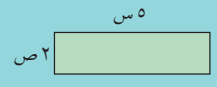
٥-٣ كتابةُ العباراتِ الجَبريَّة

في العباراتِ الجَبريَّة، تُمثِّل الحروف أعدادًا مَجهولةً.
في الغالبِ تحتاج إلى كتابةِ العبارات الجَبريَّة لمُساعدتك على حلِّ المُشكلات.
افترض أنَّك تريد إيجاد سعر التذاكرِ المطلوبة لقضاءِ يومٍ خارجَ المنزل. قد تختار الحرفَ س للتعبير عن سعرِ تذكرةِ البالغين والحرف ص للتعبير عن سعرِ تذكرةِ الأطفالِ.
يُمكنك كتابةُ إجماليِّ سعر تذكرة البالغين وتذكرة الأطفالِ كما يلي: س + ص
يُمكنك التعبيرُ عن الفرقِ بين سعرِ تذكرةِ البالغين وتذكرةِ الأطفالِ كما يلي: س − ص
يُمكنك التعبيرُ عن إجماليِّ سعرِ التذاكرِ لاثنين من البالغين واثنين من الأطفالِ كما يلي ٢(س + ص) أو ٢س + ٢ص
تُكتَب هذه العبارات الجبرية **باستخدامِ المجهولين** س ، ص

مثال ٥-٣

(أ) يفكِّر أحمد في عددٍ ما م. اكتب العبارةَ الجبرية باستخدامِ المجهولِ م للعدد الذي سيحصُل عليه أحمد عندما:
(١) يضاعِف العددَ ثُمَّ يضيف ٥
(٢) يقسِم العددَ على ٣ ثُمَّ يطرح ٦
(٣) يضيف ٣ إلى العددِ ثُمَّ يضرِب الناتجَ في ٤
(٤) يضرِب العددَ في نفسهِ ثُمَّ ينصِّف الناتجَ

(ب) الشكل المقابل يمثل مستطيلا ، عبر باستخدام س ، ص عن كلا مما يأتي:
(١) محيط الشكل
(٢) مساحة الشكل.



اكتب كلَّ عبارةٍ جبرية في أبسطِ صورها.

الحل

(أ) (١) ٢م + ٥ — اضرب م في ٢، ثُمَّ أضِف ٥؛ اكتب ٢ × م هكذا ٢م
(٢) $\frac{م}{٣}$ − ٦ — اقسِم م على ٣ ثُمَّ اطرح ٦، اكتب م ÷ ٣ هكذا $\frac{م}{٣}$
(٣) ٤(م + ٣) — أضِف ٣ إلى م ثم اضرب الناتجَ في ٤، اكتب م + ٣ داخل قوس لتوضيح أنَّه يجب إتمامُ هذه الخطوة قبل الضرب في ٤
(٤) $\frac{م^٢}{٢}$ — اضرب م في نفسه، للحُصول على م × م، واكتب العمليَّةَ الحسابيَّةَ هكذا م^٢ اكتب م^٢ ÷ ٢ هكذا $\frac{م^٢}{٢}$

(ب) (١) المُحيط = ٥س + ٢ص + ٥س + ٢ص — اجمع أطوالَ الأضلاعِ الأربعةِ لإيجاد المُحيط.
= ١٠س + ٤ص — بسِّط العباراتِ الجبرية عن طريق تجميعِ الحدودِ المُتشابهة.
(٢) المساحة = ٥س × ٢ص — اضرب الطولَ في العرض لإيجاد المساحةِ.
= ١٠س ص — بسِّط العبارةَ الجبرية عن طريقِ ضرب الأعدادِ والحروفِ معًا.

تمارين ٥-٣

١) يفكِّر راشد في العددِ ع

اكتب العبارةَ باستخدامِ المجهول ع للعددِ الذي سيحصُل عليه راشد عندما:

(أ) يضرِب العددَ في ٧ (ب) يضيف ١٢ إلى العددِ

(ج) يطرح ٢ من العدد (د) يطرح العدد من ٢٠

(هـ) يضرِب العددَ في ٢ ثُمَّ يضيف ٩ (و) يُقسِّم العدد على ٢

(ز) يُقسِّم العدد على ٦ ثُمَّ يطرح منه ٤ (ح) يضرِب العددَ في نفسه

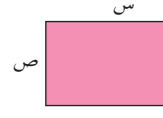
(ط) يُقسِّم ١٠٠ على العددِ (ي) يضرِب العددَ في ٢ ثُمَّ يطرح ١

(ك) يضيف ٢ إلى العددِ ثُمَّ يضرِب الناتجَ في ٥ (ل) يطرح ٧ من العددِ ثُمَّ يضرِب الناتج في ٨

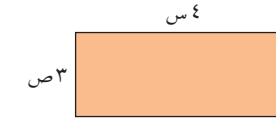
٢) اكتب عبارةً جبرية تدلُّ على (أ) المُحيط و (ب) المساحة الخاصَّة بالأشكال التالية.

اكتب كلَّ عبارةٍ جبرية في أبسطِ صورها.

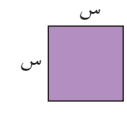
(أ)



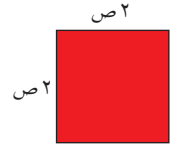
(ب)



(ج)

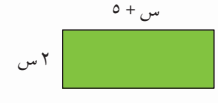


(د)



٣) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بمها.

سؤال اكتب عبارةً جبرية تُعبِّر عن مُحيطِ ومساحةِ هذا المُستطيل.
اكتب كلَّ إجابةٍ في أبسطِ صورةٍ لها.



إجابة المُحيط = س + ٥ + ٢ س + س + ٥ + ٢ س = ٦ س + ١٠

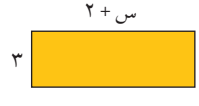
المساحة = ٢ س(س + ٥) = ٢ س^{٢} + ١٠ س

لتبسيط العبارةِ الجبرية الخاصَّة بمساحة المستطيل، فكَّت مها الأقواس.

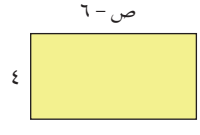
اكتب عبارةً جبرية تُعبِّر عن مُحيطِ ومساحةِ كلِّ مُستطيلٍ من المستطيلات الآتية:

اكتب كلَّ إجابةٍ في أبسطِ صورةٍ لها.

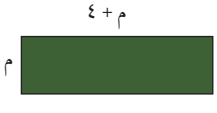
(أ)



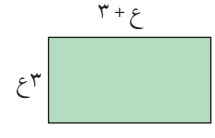
(ب)



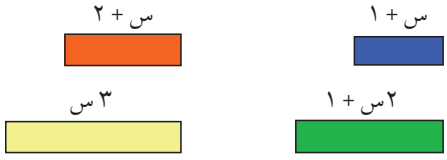
(ج)



(د)



٤) لدى فهد ونور أربعة أشرطة بأربعةِ ألوانٍ مُختلفةٍ



كما في الشكل المقابل:

يبلُغ طولُ الأشرطةِ الزرقاء س + ١

بينما يبلُغ طولُ الأشرطةِ الحمراء س + ٢

يبلُغ طولُ الأشرطةِ الخضراء ٢س + ١

يبلُغ طولُ الأشرطةِ الصفراء ٣س

وضحت نور لفهدٍ أنَّ إجماليَّ

أطوالِ ٣ أشرطة حمراء

و٥ أشرطة صفراء هو نفس طول ٦ أشرطة خضراء واثنين من الأشرطة الصفراء كما يلي.

٣ أحمر + ٥ أصفر	٦ أخضر + ٢ أصفر
= ٣(س + ٢) + ٥(٣س)	= ٦(٢س + ١) + ٢(٣س)
= ٣س + ٦ + ١٥ س	= ١٢ س + ٦ + ٦ س
= ١٨ س + ٦	= ١٨ س + ٦

(أ) وضِّح أنَّ:

(١) إجماليَّ طولِ اثنين من الأشرطة الحمراء واثنين من الأشرطة الصفراء هو نفس طولِ ٤ أشرطة خضراء.

(٢) إجماليَّ طولِ ٣ أشرطةٍ حمراء و ٣ أشرطةٍ صفراء هو نفسُ طولِ ٦ أشرطة خضراء.

(٣) إجماليَّ طولِ ٤ أشرطة حمراء و ٤ أشرطة صفراء هو نفسُ طول ٨ أشرطة خضراء.

(ب) ماذا تخبرك إجاباتُك على الجزئية (أ) بشأن العلاقة بين عدد الأشرطة الحمراء والصفراء والخضراء؟

(ج) وضّح أن:

(١) إجماليَّ طولِ ٣ أشرطة حمراء وشريطٍ أصفر واحدٍ هو نفسُ طولِ ٦ أشرطة زرقاء.

(٢) إجماليَّ طولِ ٦ أشرطة حمراء واثنين من الأشرطة الصفراء هو نفسُ طول ١٢ شريطًا أزرق اللون.

(٣) إجماليَّ طولِ ٩ أشرطة حمراء و ٣ أشرطة صفراء هو نفسُ طولِ ١٨ شريطًا أزرق اللون.

(د) ماذا تُخبِرك إجاباتُك على الجزئية (ج) بشأن العلاقةِ بين عددِ الأشرطة الحمراء والصفراء والزرقاء؟

٥-٤ التعويض في العباراتِ الجبرية

أمثلةٌ على الأُسُس:
$٤^{٢}$ ، $٧^{٣}$ ، $(-٢)^{٢}$ ، $(-٣)^{٣}$

عند تعويض الأعدادِ في العبارات الجبرية، تذكَّر ترتيب العمليات:
١) إجراء العملية داخل الأقواس. ٢) الأسس.
٣)الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار. ٤) الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار.

مثال ٥-٤

(أ) أوجد قيمةَ العبارةِ الجبرية ٥ل − ٦م عندما: ل = ٤، م = -٣

(ب) أوجد قيمةَ العبارةِ الجبرية $٣س^{٢} - ٢ص^{٣}$ عندما: س = -٥، ص = ٢

(ج) أوجد قيمةَ العبارةِ الجبرية $د(٥ - \frac{٤ح}{د})$ عندما: د = ٢، ح = -٣

الحل

(أ) ٥ل − ٦م
= ٥ × ٤ − ٦ × (-٣) — عوّض عن ل = ٤، م = (-٣) في العبارةِ الجبرية.
= ٢٠ − (-١٨) — أوجد ناتج عمليَّات الضربِ أوَّلًا، ٥ × ٤ = ٢٠، ٦ × (-٣) = (-١٨)
= ٢٠ + ١٨ — ناتج طرحِ -١٨ هو نفسه حاصل جمعِ ١٨
= ٣٨

(ب) $٣س^{٢} - ٢ص^{٣}$
= ٣ × $(-٥)^{٢}$ − ٢ × $٢^{٣}$ — عوّض عن س = -٥، ص = ٢ في العبارةِ الجبرية.
= ٣ × ٢٥ − ٢ × ٨ — أوجد الأُسُس أوَّلًا $(-٥)^{٢} = (-٥) \times -٥ = ٢٥$،
$٢^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$
= ٧٥ − ١٦ — ثُمَّ أوجد ناتجَ الضربِ؛ ٣ × ٢٥ = ٧٥، ٢ × ٨ = ١٦
= ٥٩ — وأوجد أخيرًا ناتجَ الطرحِ.

(ج) $د(٥ - \frac{٤ح}{د})$
= $٢(٥ - \frac{٤ \times (-٣)}{٢})$ — عوّض عن د = ٢، ح = (-٣) في العبارةِ الجبرية.
= ٢(٥ − (-٦)) — أوجد الحدَّ الموجودَ في الأقواسِ أوَّلًا. ابدأ بالكسرِ. ٤ × $(-٣) = -١٢$؛ $-١٢ \div ٢ = -٦$
= ٢ × (٥ + ٦) — ناتج طرحِ -٦ هو نفسه جمع ٦
= ٢ × ١١ — أخيرًا، اضرب قيمةَ الحدِّ في الأقواسِ في ٢؛ ٢ × ١١ = ٢٢
= ٢٢

تمارين ٥-٤

١) أوجد قيمةَ كلِّ عبارةٍ جبرية عندما: س = -٢، ص = ٣، ع = -٤، د = ٦

(أ) ص + د (ب) س + ٢ص (ج) ٢د − ص (د) س − ع
(هـ) ٤ص + ٢س (و) ٣د − ٦ص (ز) ص د − ١٠ (ح) $د^{٢}$ + س ص
(ط) $\frac{د}{٢}$ − س (ي) ٢٠ + $ص^{٣}$ (ك) س ص + ع د (ل) $\frac{صع}{د}$ + س

٢) أوجد قيمةَ كلِّ عبارةٍ جبرية عندما: م = ٥، س = ٢، ص = −٨، ع = −١

(أ) ٣(م + س)　　(ب) س(٢م − ص)　　(ج) س + ص ع

(د) ٣م − ع ٣　　(هـ) س ٢ + ص ٢　　(و) (٢س)٣

(ز) $\frac{\text{س}}{٢} - \frac{\text{ص}}{٤}$　　(ح) $\frac{\text{م س}}{\text{ع}} + \text{ص}$　　(ط) ٢(س ٣ − ع ٢)

(ي) ٢٥ − ٢م ٢　　(ك) م + ع (٢س − ص)　　(ل) ٢(م + س) − ٣(م − س)

٣) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بهلال.

استخدم مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ العباراتِ الجبرية ليست صحيحةً على الدوام.

(أ) ٣س ٢ = (٣س)٢

(ب) (−ص)٢ = −ص ٢

(ج) ٢(ك + ر) = ٢ك + ر

سؤال *استخدم مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ العبارة الجبريةَ ٢ س ٢ = (٢ س)٢ ليست صحيحةً على الدوام.*

الإجابة *لنفترض أنَّ س = ٣،*

فإنَّ ٢ س ٢ = ٢ × ٣٢ = ٩ × ٢ = ١٨

و (٢ س)٢ = (٢ × ٣)٢ = ٦٢ = ٣٦

∴ ٢ س ٢ ≠ (٢ س)٢　　، ١٨ ≠ ٣٦

٥-٥ الصيغ واستخدامُها

الصيغةُ هي قاعدةٌ رياضيَّةٌ توضِّح العلاقةَ بين متغيِّرين أو أكثر. مثالٌ، الصيغةُ المستخدَمةُ في الفيزياء بشكلٍ متكرِّر هي: السرعة النهائية = السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمن)، في هذه الصيغةِ (السرعة النهائية) هي **موضوعُ الصيغةِ**. حيث كُتب الرمزُ وحده على الجانبِ الأيمن.

السرعةُ النهائية = السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمن)

السرعة الابتدائية = السرعة النهائية − (التسارع × الزمن)

وفقًا للمعلومات التي لديك والمتغيِّر الذي ترغب في العثورِ عليه، قد تحتاج إلى إعادةِ ترتيبِ هذه الصيغةِ. ويُعرف هذا الأمرُ باسم **تغيير مجهول** الصيغة.

(التسارع × الزمن) = السرعة النهائية − السرعة الابتدائية

الزمنُ = $\frac{\text{السرعة النهائية} - \text{السرعة الابتدائية}}{\text{التسارع}}$

مثال: إذا كنت تعرِف قِيَمَ السرعة النهائية، والتسارع والزمن في الصيغة السابقة وكنت ترغب في إيجاد قيمةِ السرعة الابتدائية، فقد تُعيد ترتيبَ الصيغة هكذا السرعة الابتدائية = السرعة النهائية × (التسارع × الزمن).

إذا كنت تعرف قِيَم السرعة النهائية، والسرعة الابتدائية، والتسارع في الصيغةِ السابقة، فأنت بحاجة لإيجاد قيمةِ الزمنِ، وقد تُعيد ترتيبَ الصيغة.

وهذا يجعل الزمنَ مجهولَ الصيغة.

مثال ٥-٥

(أ) اكتب صيغةً لإجماليِّ الأجر، حيث يشير الرمزُ ع إلى الريالاتِ التي تجنيها مها عندما تعمل س ساعات بمُعدَّل م ريال في الساعةِ.

(ب) استخدم الصيغةَ المُستخدَمة في الجزئية (أ) لإيجاد قيمةِ ع عندما: س = ٨,٢٥ ساعات، م = ٧,٨٠٠ ريال في الساعة.

(ج) أعِد ترتيبَ صيغتك في الجزئية (أ) لكي تكونَ س هي المطلوب إيجاده.

(د) استخدِم الصيغةَ في الجزئية (ج) لإيجاد قيمةِ س عندما تكون ع = ٨١,٧٠٠ ريال وقيمةُ م = ٨,٦٠٠ ريال في الساعة.

الحل

(أ) ع = س م

الأجر (ع) = عدد الساعاتِ (س) × مُعدَّل الأجر (م)؛ تذكَّر كتابةَ (س × م) هكذا (س م)

(ب) ع = ٨,٢٥ × ٧,٨٠ عوّض عن س = ٨,٢٥، م = ٧,٨٠ في الصيغةِ.

= ٦٤,٣٥٠ ريالًا أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ (ريال).

(ج) $\frac{ع}{م} = \frac{س \not{م}}{\not{م}}$ لجَعْل س هي المجهول، اقسِم طرفي الصيغةِ على م

$س = \frac{ع}{م}$ والآن، أعِد كتابةَ الصيغةِ بحيث تكون س هي المجهول.

(د) $س = \frac{٨١,٧٠}{٨,٦٠}$ عوّض عن ع = ٨١,٧٠، م = ٨,٦٠ في الصيغةِ.

= ٩,٥ ساعاتٍ أوجد الإجابة وتذكَّر الوحداتِ (ساعات).

تمارين ٥-٥

١) (أ) اكتب صيغةً لعددِ الثواني ث بأيِّ عددٍ للدقائق د

(ب) استخدم صيغتك في الجزئية (أ) لإيجاد قيمةِ ث عندما تكون قيمةُ د = ١٥

(ج) أعِد ترتيبَ صيغتك في الجزئية (أ) لكي تكونَ د هي المجهول.

(د) استخدم صيغتك في الجزئية (ج) لإيجاد قيمةِ د عندما تكون قيمةُ ث = ١٣٥٠

٢) استخدم الصيغةَ (القُوة = الكُتلة × التسارع) لإيجاد قيمةِ:

في الجزئيتين (ج)، (د) يجب البدءُ بتغيير مجهولِ الصيغة.

(أ) القُوة عندما تكون الكُتلة = ١٢ والتسارع = ٥

(ب) القُوة عندما تكون الكُتلة = ٢٦ والتسارع = −٣

(ج) الكُتلة عندما تكون القُوة = ٣٠ والتسارع = ٢,٥

(د) التسارع عندما تكون القُوة = −١٤ والكُتلة = ٨

٣) استخدم الصيغة السرعةُ النهائية = السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمنِ) لإيجاد قيمةِ:

(أ) السرعة النهائية عندما تكون السرعة الابتدائية = ٧، والتسارع = ١٠، والزمنُ = ٨

(ب) السرعة النهائية عندما تكون السرعة الابتدائية = ٠، والتسارع = ٥، والزمنُ = ٢٥

(ج) السرعة الابتدائية عندما تكون السرعة النهائية = ٧٥، والتسارع = ٤، والزمنُ = ١٢

(د) السرعة الابتدائية عندما تكون السرعة النهائية = ٩٧، والتسارع = ٦، والزمنُ = ٨,٥

(هـ) الزمن عندما تكون السرعة النهائية = ٨٠، والسرعة الابتدائية = ٢٠، والتسارع = ٦

(و) التسارع عندما تكون السرعة النهائية = ٧٢، والسرعة الابتدائية = ٣٤، والزمنُ = ١٩

٤) تبلُغ سميَّة س من العمر. فاطمةُ أكبر من سُميَّة بعامين.

(أ) اكتب عبارةً جبرية تدلُّ على عُمرِ فاطمة باستخدام المجهول س

(ب) اكتب صيغةً لمجموعِ الأعمار م لكلٍّ من سُميَّة وفاطمة.

(ج) استخدم صيغتِك في الجزئية (ب) لإيجاد م عندما تكون س = ١٩

(د) أعِد ترتيبَ صيغتِك في الجزئية (ب) بحيث تكون س هي المجهول.

(هـ) استخدم صيغتَك في الجزئية (د) لإيجاد قيمةِ س عندما تكون قيمةُ م = ٤٨

٥) يبيع أمجد اللوحاتِ ويشتريها.

ويستخدم الصيغةَ الواردةَ على الجانبِ الأيسر لإيجاد نسبةِ الربحِ الذي يحقِّقه.

$$\text{النسبة المئوية للربح} = \frac{\text{سعر البيع} - \text{سعر التكلفة}}{\text{سعر التكلفة}} \times ١٠٠٪$$

أوجد نسبةَ الربحِ الذي يحقِّقه أمجد بالنسبة لكلِّ لوحةٍ من تلك اللوحاتِ.

(أ) سعر التكلفةِ ٢٥٠ ريالًا، وسعر البيعِ ٣٠٠ ريالٍ

(ب) سعر التكلفةِ ١٢٠ ريالًا، وسعر البيعِ ١٩٢ ريالًا

(ج) سعر التكلفةِ ٤٨٠ ريالًا، وسعر البيعِ ١٠٨٠ ريالًا

٦) تستخدم سارة العلاقة المُوضَّحة للتغيير في درجات الحرارة بالفهرنهايت ودرجات الحرارة بالدرجات السيليزيَّة.

تعتقد سارة أن ٣٠° س أعلى من ٨٢° ف.

هل مُحِقَّة؟ وضِّح كيف توصَّلت إلى إجابتِك.

٥ف = ٩س + ١٦٠

حيث: ف هو رمزُ درجةِ الحرارةِ بالفهرنهايت

س هو رمزُ درجةِ الحرارةِ بالسيليزية

٥-٦ التحليلُ إلى عوامل

للتخلُّص من الأقواسِ، تضرب كلَّ حدٍّ خارج القوس في كل حد داخل القوس كما هو موضح في الإطار المقابل.

٤(س + ٣) = ٤س + ١٢

عندما **تحلِّل العبارةَ إلى عوامل** فأنت تفعل العكسَ.

٤س + ١٢ = ٤(س + ٣)

فأنت تأخذُ العاملَ المُشترك الأكبر وتضعه خارجَ الأقواسِ.

مثال ٥-٦

حلِّل العباراتِ الجبرية التالية إلى عواملَ:

(أ) ٢س + ١٠ (ب) ٨ - ١٢ص (ج) ٤ ل + ٨ ل م (د) س^{٢} - ٥س

الحل

(أ) ٢س + ١٠ = ٢(س + ٥)

العامل المُشترك الأكبر بين ٢س، ١٠ هو ٢، ضَع ٢ خارجَ الأقواسِ. اقسِم كلًّا من الحدَّين على ٢ واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ. تحقَّق من صحة الإجابةِ من خلالِ فكِّ: ٢ × س = ٢س، ٢ × ٥ = ١٠

(ب) ٨ - ١٢ص = ٤(٢ - ٣ص)

العامل المُشترك الأكبر للقيمتين ٨، ١٢ص هو ٤؛ لذا ضَع ٤ خارجَ الأقواسِ. اقسِم كلًّا من الحدَّين على ٤ واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ.

تحقَّق من صحة الإجابةِ من خلالِ فكّ: ٤ × ٢ = ٨، ٤ × (-٣ص) = (-١٢ص)

(ج) ٤ ل + ٨ ل م = ٤ل(١ + ٢م)

العامل المُشترك الأكبر للقيمتين ٤ ل، ٨ ل م هو ٤ل؛ لذا ضَع ٤ ل خارجَ الأقواس. اقسِم كلًّا من الحدَّين على ٤ ل واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ.

تحقَّق من صحة الإجابةِ: ٤ ل × ١ = ٤ ل، ٤ ل × ٢م = ٨ ل م

(د) س^{٢} - ٥س = س(س - ٥)

العامل المُشترك الأكبر للقيمتين س^{٢}، ٥س هو س؛ لذا ضَع س خارجَ الأقواس. اقسِم كلًّا من الحدَّين على س واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ. تحقَّق من صحة الإجابةِ: س × س = س^{٢}، س × (-٥) = (-٥س)

تمارين ٥-٦

١) انسخ عمليَّات التحليلِ التالية وأكملها:

(أ) ٣س + ٦ = ٣(س + □) (ب) ١٠ص - ١٥ = ٥(٢ص - □)

(ج) ٦س ص + ١٢ص = ٦ص(س + □) (د) ٤س^{٢} + س = س(٤س + □)

(هـ) ٩ - ١٢ص = ٣(□ - □) (و) ٢ص^{٢} - ٧ص = ص(□ - □)

٢) حلِّل كلَّ عبارةٍ من العباراتِ الجبرية التالية إلى عواملَ:

(أ) ٢س + ٤ (ب) ٣ص – ١٨ (ج) ١٠ع + ٥

(د) ٨ل – ٤ (هـ) ٤م + ٦ (و) ١٦د – ٢٠

(ز) ١٠ – ٥س (ح) ١٤ + ٢١س (ط) ٨ – ١٠ص

(ي) ١٨ + ٢٤ع (ك) ٩ + ١٥م (ل) ٣٠ – ٢٠ك

٣) حلِّل كلَّ عبارةٍ من العباراتِ الجبرية التالية إلى عواملَ:

(أ) ٣س^{٢} + س (ب) ٦ص^{٢} – ١٢ص (ج) ع^{٢} + ٤ع

(د) ٤ل – ٢ل^{٢} (هـ) ٣ط + ٩ط^{٢} (و) ١٢د – ١٥د^{٢}

(ز) ١٨س – ٩ص (ح) ١٢ص + ٩س (ط) ٨س ص – ٤ص

(ي) ١٥ع + ١٠ص ع (ك) ١٤م + ٦م د (ل) ٢٦ك – ١٣ك هـ

٤) انسخ عمليَّات التحليلِ التالية وأكملها:

(أ) ٢س + ٦ص + ٨ = ٢(س + ٣ص + □)

(ب) ٤ص – ٨ + ٤س = ٤(ص – □ + س)

(ج) ٩س ص + ١٢ص – ١٥ = ٣(٣س ص + □ – ٥)

(د) ٥س^{٢} + ٢س + س ص = س (٥س + □ + □)

(هـ) ٩ص – ص^{٢} – س ص = ص (□ – □ – □)

(و) ٣ص^{٢} – ٩ص + ٦س ص = ٣ص(□ – □ + □)

٥) اقرأ ما تقوله خديجة.

وضِّح أنَّها على حقٍّ.

عند فكِّ ٥(٢س + ٦) + ٢(٣س – ٥)، ثُمَّ تجميع الحدودِ المُتشابهةِ وتحليل الناتج إلى عوامله، أحصل على العبارةِ الجبرية ٤(٤س + ٥)

٦) اقرأ ما يقوله مهند.

وضِّح أنَّه مخطئٌ.

وضِّح الخطأَ الذي ارتكبه.

عند فكِّ ٦(٣ص + ٢) – ٤(ص – ٢)، ثُمَّ تجميع الحدودِ المُتشابهةِ وتحليل الناتج إلى عوامله، أحصلُ على العبارةِ الجبرية ٢(٧ص + ٢)

٥-٧ جمعُ الكسورِ الجَبريَّةِ وطرحُها

إنَّ **الكسرَ الجبريَّ** عبارةٌ عن كسرٍ يحتوي على حرفٍ أو متغيِّرٍ مجهولٍ.

مثالٌ: $\frac{س}{٤}$ ، $\frac{ص}{٢}$ ، $\frac{ع}{٨}$ ، $\frac{٢ل}{٣}$ ، $\frac{٤د}{٥}$ جميعها كسورٌ جَبريَّة.

يُمكنك كتابةُ الكسر $\frac{س}{٤}$ (ويقرأ س على ٤) ويُكتَب $\frac{١}{٤}$ س (ويُنطَق ربع س)

يُمكنك كتابةُ الكسرِ $\frac{٢ل}{٣}$ (ويقرأ ٢ ل على ٣) ويُكتَب $\frac{٢}{٣}$ ل (ويُنطَق ثُلثي ل)

لإضافة كسرٍ جَبريٍّ أو طرحِه، تستخدم نفسَ الطريقةِ المُتَّبعة مع الكسورِ العاديةِ.

- في حالةِ تساوي المقاماتِ، لن يكون عليك إلَّا جمع قيمِ البسطِ أو طرحها.
- في حالة اختلافِ قيمِ المقامِ، اكتب الكسورَ في صورة كسورٍ متكافئةٍ تحتوي على نفسِ المقامِ، ثُمَّ اجمع أو اطرح قيمَ البسطِ.
- استخدم الاختصار لتبسيط إجابتِك لأبسطِ صورةٍ.

مثال ٥-٧

بسِّط العباراتِ الجبرية التالية.

(أ) $\frac{س}{٦} + \frac{س}{٦}$ (ب) $\frac{ص}{٣} - \frac{ص}{٩}$ (ج) $\frac{٤ط}{٥} + \frac{٢ط}{٣}$

(د) $\frac{ل}{٨} + \frac{د}{٤}$ (هـ) $\frac{٥ك}{٦} - \frac{م}{٤}$

الحل

(أ) $\frac{س}{٦} + \frac{س}{٦} = \frac{س + س}{٦}$ قيم المقامِ مُتساويةٌ؛ لذا عليك جمع قيمِ البسطِ.

$= \frac{٢س}{٦}$ اختزل الكسورَ إلى أبسطِ صورةٍ.

$= \frac{س}{٣}$ اكتب $\frac{١س}{٣}$ بشكلٍ مُبسَّطٍ أي $\frac{س}{٣}$

(ب) $\frac{ص}{٣} - \frac{ص}{٩} = \frac{٣ص}{٩} - \frac{ص}{٩}$ قيم المقام مُختلفة؛ لذا غيِّر $\frac{ص}{٣}$ إلى $\frac{٣ص}{٩}$

$= \frac{٣ص - ص}{٩}$ الآن أصبحت قيمُ المقامِ متساويةً؛ لذا يُمكنك طرحُ قيمِ البسطِ.

$= \frac{٢ص}{٩}$

(ج) $\frac{٤ط}{٥} + \frac{٢ط}{٣} = \frac{٣ \times ٤ط}{٥ \times ٣} + \frac{٥ \times ٢ط}{٣ \times ٥}$ قيم المقامِ مُختلفة؛ لذا غيِّر $\frac{٤ط}{١٥}$ إلى $\frac{١٢ط}{١٥}$ ، $\frac{٢ط}{١٥}$ إلى $\frac{١٠ط}{١٥}$

$= \frac{١٢ط + ١٠ط}{١٥}$ الآن أصبحت قيمُ المقامِ متساوية؛ لذا يُمكنك جمعُ قيمِ البسطِ.

$= \frac{٢٢ط}{١٥}$ اتركه في صورة كسر غير اعتيادي في أبسطِ صورةٍ له.

(د) $\frac{ل}{٨} + \frac{د}{٤} = \frac{ل}{٨} + \frac{٢د}{٨}$ قيم المقام مُختلفة؛ لذا وحّد المقامات.

$= \frac{ل + ٢د}{٨}$ والآن، اجمع قيمَ البسطِ. لا يُمكنك التبسيطُ لأبسط من ذلك؛ نظرًا لأنَّ الحدَّ ل والحدَّ ٢د ليست حدودًا مُتشابهةً.

(هـ) $\frac{م٥}{٦} - \frac{ر}{٤} = \frac{م١٠}{١٢} - \frac{ر٣}{١٢}$ قيم المقامِ مُختلفة؛ لذا وحّد المقامات.

$= \frac{م١٠ - ر٣}{١٢}$ والآن، اطرح قيمَ البسطِ. لا يُمكنك التبسيطُ لأكثر من ذلك؛ نظرًا لأنَّ الحدَّ ١٠م والحدَّ ٣ر ليست حدودًا مُتشابهةً.

تمارين ٥-٧

خلال هذه التمارين، اكتب كلَّ إجابةٍ في صورة كسر في أبسطِ صورةٍ له.

١) بسِّط هذه العباراتِ الجبرية.

(أ) $\frac{س}{٥} + \frac{س}{٥}$ (ب) $\frac{س٣}{٧} + \frac{س}{٧}$ (ج) $\frac{س}{٨} + \frac{س}{٨}$ (د) $\frac{س٢}{٣} - \frac{س}{٣}$

(هـ) $\frac{س٧}{١٥} - \frac{س}{١٥}$ (و) $\frac{س٨}{٩} - \frac{س٢}{٩}$ (ز) $\frac{ص}{٢} + \frac{ص}{٤}$ (ح) $\frac{ص٢}{٣} + \frac{ص}{٩}$

(ط) $\frac{ص٢}{٥} + \frac{ص٣}{١٠}$ (ي) $\frac{ص}{٢} - \frac{ص}{٨}$ (ك) $\frac{ص٢}{٥} - \frac{ص}{٢٥}$ (ل) $\frac{ص٤}{٧} - \frac{ص٥}{١٤}$

٢) انسخ العمليَّات الحسابيَّة التالية وأكملها.

(أ) $\frac{ل}{٢} + \frac{ل}{٥} = \frac{ل٥}{١٠} + \frac{\square ل}{١٠}$

$= \frac{ل٥ + \square ل}{١٠} = \frac{\square ل}{١٠}$

(ب) $\frac{م}{٤} + \frac{م٣}{١٢} = \frac{\square م}{١٢} + \frac{م٣}{١٢}$

$= \frac{م٣ + \square م}{١٢} = \frac{\square م}{١٢}$

(ج) $\frac{ح٥}{٧} - \frac{ح٢}{٥} = \frac{ح٢٥}{٣٥} - \frac{\square ح}{٣٥}$

$= \frac{ح٢٥ - \square ح}{٣٥} = \frac{\square ح}{٣٥}$

(د) $\frac{د٥}{٦} + \frac{د٣}{٥} = \frac{\square د}{٣٠} + \frac{\square د}{٣٠}$

$= \frac{\square د + \square د}{٣٠} = \frac{\square د}{٣٠}$

(هـ) $\frac{هـ٥}{٨} + \frac{هـ٢}{٣} = \frac{\square هـ}{٢٤} + \frac{\square هـ}{٢٤}$

$= \frac{\square هـ + \square هـ}{٢٤} = \frac{\square هـ}{٢٤}$

(و) $\frac{و٩}{١٠} + \frac{و٣}{٤} = \frac{\square و}{٢٠} + \frac{\square و}{٢٠}$

$= \frac{\square و + \square و}{٢٠} = \frac{\square و}{٢٠}$

٣) بسِّط هذه العباراتِ الجبرية:

(أ) $\frac{س}{٥} + \frac{ص}{٥}$ (ب) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٦}$ (ج) $\frac{٢س}{٣} + \frac{ص}{٩}$

(د) $\frac{٢س}{٥} - \frac{ص}{١٠}$ (هـ) $\frac{١١س}{١٤} - \frac{٢ص}{٧}$ (و) $\frac{٩س}{٢٠} - \frac{٢ص}{٥}$

(ز) $\frac{ل}{٤} + \frac{د}{٣}$ (ح) $\frac{٢ل}{٥} + \frac{د}{٦}$ (ط) $\frac{٢ل}{١٢} + \frac{٣د}{٨}$

(ي) $\frac{ل}{٥} - \frac{د}{٨}$ (ك) $\frac{٣ل}{١٠} - \frac{د}{١٥}$ (ل) $\frac{٤ل}{٩} - \frac{٣د}{٥}$

٤) فيما يلي بعضُ بطاقاتِ الكسورِ الجبريَّة.

البطاقات الحمراء هي بطاقاتُ السؤالِ. البطاقاتُ الزرقاء هي بطاقاتُ الإجابة.

(أ) $\frac{٩س}{١٠} - \frac{١٣س}{٢٠}$ (ج) $\frac{٢س}{٧} + \frac{٣س}{١٤}$ (هـ) $\frac{٧س}{٩} - \frac{٥س}{١٨}$ (و) $\frac{س}{١٢} + \frac{س}{٦}$ (١) $\frac{س}{٤}$

(ب) $\frac{س}{٦} + \frac{س}{٣}$ (د) $\frac{١١س}{١٨} - \frac{١٣س}{٣٦}$ (ز) $\frac{س}{٣٠} + \frac{٣س}{١٠}$ (٢) $\frac{س}{٢}$

(أ) أيٌّ من بطاقاتِ الأسئلةِ توافق بطاقةَ الإجابةِ (١)؟ وضِّح طريقةَ الحلِّ.

(ب) أيٌّ من بطاقاتِ الأسئلةِ توافق بطاقةَ الإجابةِ (٢)؟ وضِّح طريقةَ الحلِّ.

(ج) ما بطاقةُ السؤالِ التي لا توافق أيَّ بطاقةٍ من بطاقاتِ الإجابة؟

اشرح إجابتَك.

(د) اشرح كيف يُمكنك استخدامُ الكسورِ العاديةِ بدلًا من الكسورِ الجبريَّةِ لإيجاد إجاباتِ الجزئيات (أ)، (ب)، (ج)

٥-٨ فكُّ ناتجِ عبارتين خطيَّتين

عند ضرب عبارتين جبريتين معا داخل الأقواس يجب ضرب كل حد موجود في القوس الأول في كل حد موجود داخل القوس الثاني.

مثال ٥-٨

فُكّ العباراتِ الجبرية التالية وبسِّطها.

(أ) (س + ٢) (س + ٣)　　(ب) (ص + ٨) (ص − ٤)

الحل

(أ) (س + ٢)(س + ٣)

أوَّلًا، اضرب س الموجودة في القوسِ الأول في س الموجودة في القوسِ الثاني للحُصول على س^{٢}؛ ثُمَّ، اضرب س الموجودة في القوسِ الأول في ٣ في القوسِ الثاني للحُصول على ٣س، ثُمَّ، اضرب ٢ الموجودة في القوسِ الأول في س الموجودة في القوسِ الثاني للحُصول على ٢س؛ وأخيرًا، اضرِب ٢ الموجودة في القوسِ الأول في ٣ الموجودة في القوسِ الثاني للحُصول على ٦

= س^{٢} + ٣س + ٢س + ٦　　اكتب كلَّ حدٍّ تحصل عليه.

= س^{٢} + ٥س + ٦　　اجمع الحدودَ المُتشابهةَ، ٣س + ٢س = ٥س، لتبسيطِ إجابتِك.

(ب) (ص + ٨)(ص − ٤)

أوَّلًا، اضرب ص الموجودة في القوسِ الأول في ص الموجودة في القوسِ الثاني للحُصول على ص^{٢}، ثُمَّ، اضرب ص الموجودة في القوسِ الأول في −٤ الموجودة في القوسِ الثاني للحُصول على −٤ص، ثُمَّ، اضرب ٨ الموجودة في القوسِ الأول في ص الموجودة في القوسِ الثاني للحُصول على ٨ص، وأخيرًا، اضرب ٨ الموجودة في القوسِ الأول في −٤ الموجودة في القوسِ الثاني للحُصول على −٣٢

= ص^{٢} − ٤ص + ٨ص − ٣٢　　اكتب كلَّ حدٍّ تحصل عليه.

= ص^{٢} + ٤ص − ٣٢　　اجمع الحدودَ المُتشابهةَ −٤ص + ٨ص = ٤ص لتبسيطِ إجابتِك.

تمارين ٥-٨

١) انسخ عمليَّات الضربِ التالية وأكملها:

(أ) (س + ٤) (س + ١) = س^{٢} + ١ س + □ س + □

= س^{٢} + □ س + □

(ب) (س − ٣) (س + ٦) = س^{٢} + ٦ س − □ س − □

= س^{٢} + □ س − □

(ج) (س + ٢) (س − ٨) = س^{٢} − □ س + □ س − □

= س^{٢} − □ س − □

(د) (س − ٤) (س − ١) = س^{٢} − □ س − □ س + □

= س^{٢} − □ س + □

٢) فُكّ العباراتِ التالية وبسطها:

(أ) (س + ٣) (س + ٧)

(ب) (س + ١) (س + ١٠)

(ج) (س + ٥) (س − ٣)

(د) (س − ٤) (س + ٨)

(هـ) (س − ٧) (س − ٢)

(و) (س − ١٢) (س − ٢)

٣) فُكّ العباراتِ التالية وبسِّطها:

(أ) (ص + ٢) (ص + ٤)

(ب) (ع + ٦) (ع + ٨)

(ج) (م + ٤) (م − ٣)

(د) (ل − ٩) (ل + ٢)

(هـ) (ك − ٦) (ك − ٥)

(و) (هـ − ١٠) (هـ − ٢٠)

٤) اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المعطاة في كل مما يأتي:

(أ) (و + ٩) (و + ٣) =

أ) و^{٢} + ٦ و + ٢٧ ب) و^{٢} + ١٢ و + ١٢ ج) و^{٢} + ١٢ و + ٢٧

(ب) (س + ١) (س − ٥) =

أ) س^{٢} − ٦ س − ٥ ب) س^{٢} − ٤ س − ٥ ج) س^{٢} + ٤ س − ٥

(ج) (ص − ٨) (ص + ٦) =

أ) ص^{٢} − ٢ ص − ٤٨ ب) ص^{٢} − ٢ ص − ١٤ ج) ص^{٢} + ٢ ص − ٤٨

(د) (ع − ٤) (ع − ٥) =

أ) ع^{٢} − ع + ٩ ب) ع^{٢} − ٩ ع − ٢٠ ج) ع^{٢} − ٩ ع + ٢٠

٥) انسخ عمليَّاتِ فَكِّ العباراتِ الجبرية التالية وأكملها:

(أ) $(س + ٢)^{٢}$ = (س + ٢) (س + ٢)

= $س^{٢}$ + ٢س + □س + □

= $س^{٢}$ + □س + □

(ب) $(س - ٣)^{٢}$ = (س - ٣) (س - ٣)

= $س^{٢}$ - ٣س - □س + □

= $س^{٢}$ - □س + □

٦) فُكَّ كلّا من العبارات الجبرية التالية وبسِّطها:

(أ) $(ص + ٥)^{٢}$ (ب) $(ع + ١)^{٢}$ (ج) $(م + ٨)^{٢}$

(د) $(ل - ٢)^{٢}$ (هـ) $(م - ٤)^{٢}$ (و) $(هـ - ٩)^{٢}$

٧) (أ) فُكَّ كلّا من العبارات الجبرية التالية وبسِّطها:

(١) (س + ٢) (س - ٢) (٢) (س - ٥) (س + ٥)

(٣) (س + ٧) (س - ٧)

(ب) ماذا تُلاحظ في إجابتِك في الجزئية (أ)؟

(ج) دوِّن الفكّ المُبسَّط للعبارةِ الجبرية (س - ١٠) (س + ١٠)

(د) دوِّن الفكّ المُبسَّط للعبارةِ الجبرية (س - ص) (س + ص)

ملخص

يجب أن تعرفَ أنَّ:

- اجمع الأُسُس عند ضرب قُوى نفس المتغيِّر.
  $س^{ل} \times س^{د} = س^{ل+د}$
- اطرح الأُسُس عند قسمة قُوى نفس المتغيِّر.
  $س^{ل} \div س^{د} = س^{ل-د}$
- يُعرف الحرفُ المكتوبُ وحده على طرف الصيغةِ باسم مجهول الصيغة.
- وفقًا للمعلومات التي لديك والمتغيِّر الذي ترغب في العثور عليه، قد تحتاج إلى إعادةِ ترتيبِ الصيغةِ. ويُعرف هذا الأمر باسم تغيير مجهولِ الصيغة.
- عند تحليلِ عبارةٍ جبرية إلى عواملَ، فأنت تأخذ العامل المُشترك الأكبر وتضعه خارجَ الأقواسِ.
- لجمع كسورٍ جَبريَّة أو طرحها، تستخدم نفس الطريقة المُتَّبعة لجمع الكسورِ العادية.
- عند ضرب عبارتين جبريتين معًا داخلَ الأقواسِ، يجب ضربُ كلِّ حَدٍّ موجودٍ في القوس الأول في كلِّ حدٍّ موجودٍ داخلِ القوس الثاني.

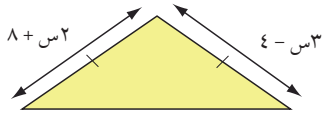
يجب أن تكون قادرًا على:

- كتابةِ العبارات الجبرية بمعاملاتٍ صحيحةٍ وحلِّها.
- استخدام الترميزِ بالأُسِّ لقُوى الأعداد الصحيحة الموجبةَ، ويُطبِّق قوانين الأُسِّ للضربِ والقسمة في العباراتِ الجَبريَّة البسيطة.
- كتابةِ العباراتِ الجَبريَّة.
- تعويض العبارات الجبرية والصيغ بأعداد موجبة وسالبة.
- اشتقاقِ الصيغ، وفي الحالات البسيطة تغيير المجهولِ.
- تبسيطِ العباراتِ الجبرية وتحليلها عن طريقِ إخراجِ العواملِ المُشتركة.
- فكِّ ناتجِ عبارتين خطيَّتين وتبسيط العبارةِ الناتجةِ.

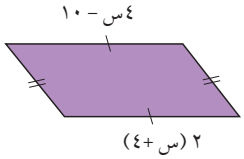
تمارين ومسائل عامة

١) أوجد قيمةَ س في كلِّ شكلٍ من هذه الأشكالِ. جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

(أ)



(ب)



(ج)

٢) بسِّط كلَّ عبارةٍ جبرية من العباراتِ التالية:

(أ) $س^{٢} \times س^{٣}$ (ب) $ص^{٨} \times ص^{٤}$ (ج) $ع^{٩} \times ع$

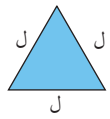
(د) $٣م^{٧} \times ٥م^{٢}$ (هـ) $٦هـ^{٨} \times هـ^{٣}$ (و) $٢ل^{٦} \times ٣ل$

(ز) $ك^{٨} \div ك^{٢}$ (ح) $ر^{٧} \div ر^{٤}$ (ط) $ط^{١٠} \div ط^{٥}$

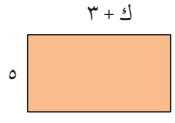
(ي) $\frac{١٢ط^{٥}}{٦ ط^{٣}}$ (ك) $\frac{١٨و^{٩}}{٦ و^{٣}}$ (ل) $\frac{٧و^{٩}}{و^{٨}}$

٣) اكتب عبارةً جبرية تُمثِّل مُحيط كلِّ شكلٍ من الأشكالِ التاليةِ.
اكتب كلَّ عبارةٍ جبرية في أبسطِ صورها.

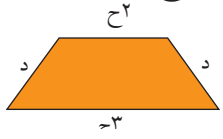
(أ)



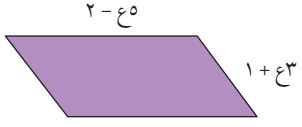
(ب)



(ج)



(د)



٤) أوجد قيمةَ كلِّ عبارةٍ جبرية عندما تكون ل = -٤، ك = ٥، ح = -٢، د = ٨

(أ) ك + د (ب) ٣ د – ك (ج) ٥ ك + ٣ ل

(د) $د^{٢} + ك ح$ (هـ) $\frac{ل}{٢} + ك$ (و) ل ح + ك د

(ز) $\frac{ك د}{ل} - ح$ (ح) ٧ (د – ك) (ط) $ك^{٢} + د^{٢}$

(ي) $\frac{ح}{٢} - \frac{ل}{٤}$ (ك) ١٠٠ – ٤ $ح^{٢}$ (ل) د + ك (٣ح + ل)

٥) استخدم الصيغةَ س = ص + ٥ع لإيجاد قيمةِ:

(أ) س عندما تكون قيمةُ ص = ٤ وقيمةُ ع = ٣

(ب) س عندما تكون قيمةُ ص = ١٦ وقيمةُ ع = -٤

(ج) ص عندما تكون قيمةُ س = ١٠٠ وقيمةُ ع = ٧

(د) ص عندما تكون قيمةُ س = ٢٠ وقيمةُ ع = -٨

(هـ) ع عندما تكون قيمةُ س = ٤٠ وقيمةُ ص = ٣٠

(و) ع عندما تكون قيمةُ س = ٢٥ وقيمةُ ص = -٥

٦) حلِّل كلًّا من العباراتِ الجبرية التالية إلى عواملَ.

(أ) ٢س + ٦ (ب) ٤ص – ١٢ (ج) ٩ل – ٣

(د) ٢٠ – ١٠س (هـ) ٢٤ + ٣٠ع (و) ٥٠ – ٣٠د

(ز) ٥س^{٢} + س (ح) ٣ل – ٥ل^{٢} (ط) ٣٢ص – ٨س

(ي) ٦س ص – ٣ص (ك) ١٨م + ٨م ك (ل) ٢٤ ر – ٢٧ ر^{٢}

٧) بسِّط كلَّ عبارةٍ جبرية من العبارات التالية.

اكتب كلَّ إجابةٍ في صورة كسر في أبسطِ صورةٍ له.

(أ) $\frac{س}{٣} + \frac{س}{٣}$ (ب) $\frac{س}{٥} + \frac{٢س}{٥}$ (ج) $\frac{٤س}{٧} - \frac{س}{٧}$

(د) $\frac{ص}{٥} - \frac{ص}{١٥}$ (هـ) $\frac{٣ص}{٤} + \frac{٩ص}{٨}$ (و) $\frac{٤ص}{٩} - \frac{٥ص}{١٨}$

(ز) $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٤}$ (ح) $\frac{٣س}{٥} - \frac{ص}{٢٠}$ (ط) $\frac{ل}{٣} + \frac{د}{٥}$

(ي) $\frac{٣ل}{٤} + \frac{٢د}{٥}$ (ك) $\frac{٥ل}{٦} - \frac{د}{٨}$ (ل) $\frac{٤ل}{٧} - \frac{٢د}{٣}$

٨) فكّ كلَّ عبارةٍ جبرية من العبارات التالية وبسِّطها:

(أ) (س + ٢) (س + ٥) (ب) (س – ٣) (س + ٤)

(ج) (س + ٦) (س – ٩) (د) (س – ١٠) (س – ٤)

(هـ) (س – ٨) (س + ٨) (و) (س – ٦)^{٢}

٩) اقرأ ما يقوله حسن.

وضِّح أنَّه على حقٍّ.

عند فكِّ ٤ (٢س + ٥) + ٣ (٨س – ٤)، ثُمَّ تجميع الحدودِ المُتشابهةِ وتحليل الناتج إلى عوامله، أحصل على العبارةِ الجبرية ٨ (٤س + ١)

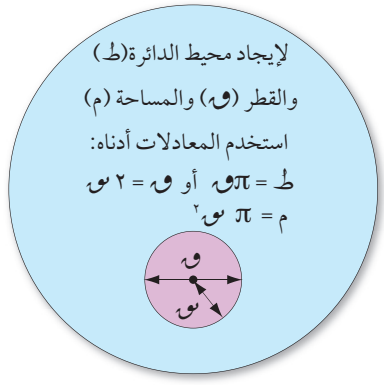
الوحدة السادسة: المساحة والمُحيط والحجم

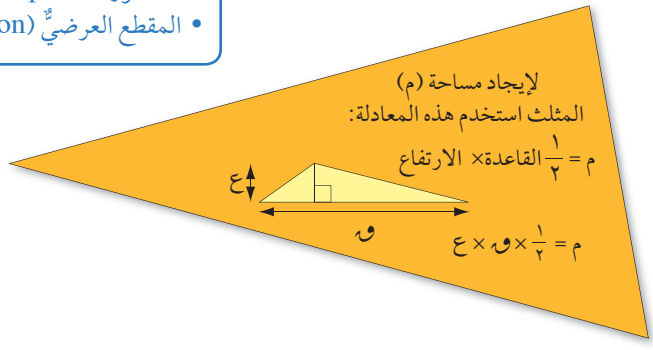
المُفردات

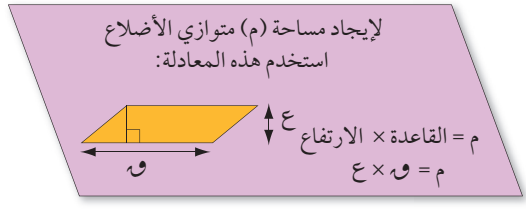
تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

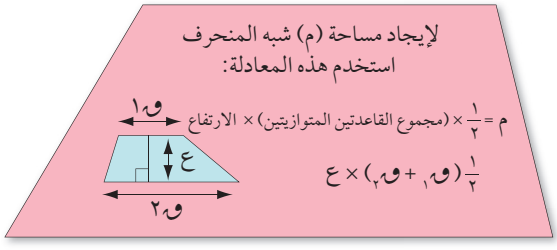
- باي (π) (pi ,π)
- المنشور (prism)
- المقطع العرضيُّ (cross-section)

استخدم المُلخَّص التالي لتُذكِّر نفسك بما قمتَ به على المساحة والمُحيط والحجم.





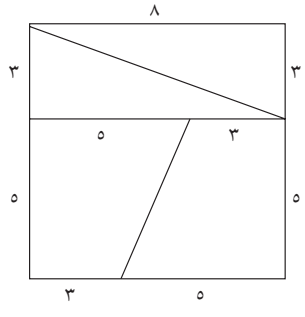




تُقاس الأطوالُ في المُخطَّط التالي بالسنتيمتر.

أوجد مساحةَ كلِّ جزءٍ.

مساحة المُربَّع ٨ × ٨ = ٦٤ سم٢

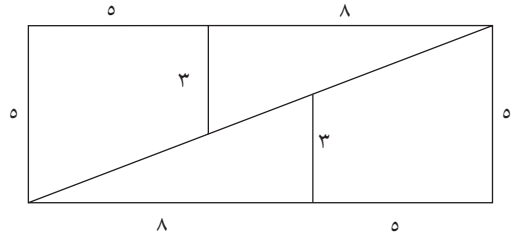


أُعيد ترتيبُ الأجزاءِ لتكوين مُستطيلٍ.

مساحة المُستطيل ٥ × ١٣ = ٦٥ سم٢

يجب أن تكونَ ٦٤ سم٢

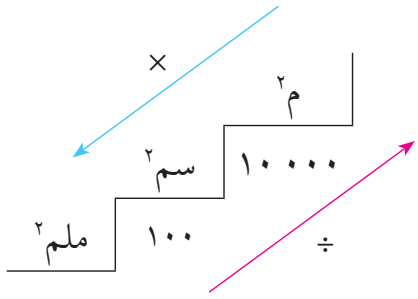
أين السم٢ الزائد الذي له قيمة ١؟



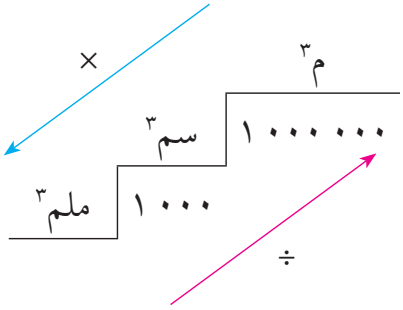
في هذه الوحدة، ستحوِّل الوحداتِ المتريَّة للمساحة والحجم. وستحلُّ أيضًا المسائل التي تتضمَّن مساحةَ ومُحيطَ الدائرة، بالإضافة إلى التدريب على حل مسائل كل من المنشور قائم الزاوية والأسطوانة.

٦-١ تحويلُ وحداتِ المساحة والحجم

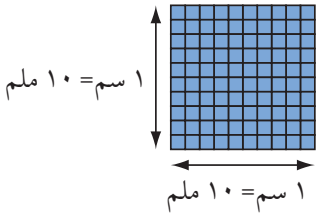
وحدات المساحة



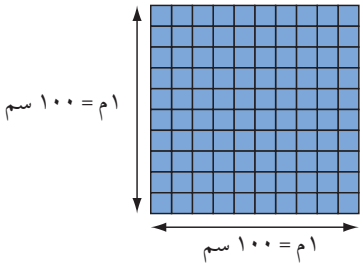
وحدات الحجم



قبل أن تتمكَّن من تحويل وحداتِ قياسِ المساحة والحجم، ينبغي لك معرفةُ معاملاتِ التحويلِ.
لقد استخدمتَ بالفعلِ معاملاتِ التحويل الخاصَّة بوحداتِ قياسِ المساحةِ. فيما يلي تذكيرٌ بكيفيَّة إيجادها.

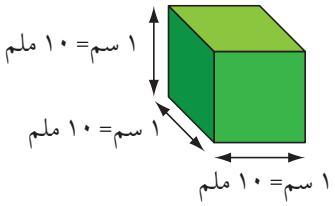


طولُ ضِلعِ المُربَّع المقابل ١ سم
مساحة المُربَّع ١ سم × ١ سم = ١ سم^{٢}
مساحة المُربَّع أيضًا ١٠ ملم × ١٠ ملم = ١٠٠ ملم^{٢}
يشير هذا إلى أنَّ ١ سم^{٢} = ١٠٠ ملم^{٢}

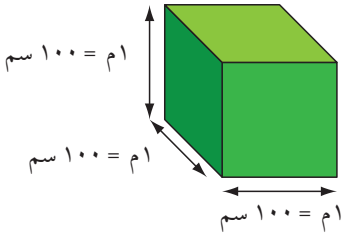


طولُ ضلعِ المُربَّع المقابل ١م
مساحة المُربَّع ١م × ١م = ١م^{٢}
مساحة المُربَّع أيضًا ١٠٠ سم × ١٠٠ سم = ١٠ ٠٠٠ سم^{٢}
يشير هذا إلى أنَّ ١ م^{٢} = ١٠ ٠٠٠ سم^{٢} = ١ ٠٠٠ ٠٠٠ ملم^{٢}

يُمكنك استخدامُ طريقةٍ مُشابهةٍ لإيجاد معاملاتِ التحويلِ للحجم.



طولُ ضلعِ المُكعَّب المقابل ١ سم
حجم المُكعَّب ١ سم × ١ سم × ١ سم = ١ سم^{٣}
حجم المُكعَّب ١٠ ملم × ١٠ ملم × ١٠ ملم = ١ ٠٠٠ ملم^{٣}
يشير هذا إلى أنَّ ١ سم^{٣} = ١ ٠٠٠ ملم^{٣}



طولُ ضلعِ المُكعَّب المقابل ١م
حجم المُكعَّب ١م × ١م × ١م = ١م^{٣}
حجم المُكعَّب ١٠٠ سم × ١٠٠ سم × ١٠٠ سم = ١ ٠٠٠ ٠٠٠ سم^{٣}
يشير هذا إلى أنَّ ١م^{٣} = ١ ٠٠٠ ٠٠٠ سم^{٣}

أنت تعرف بالفعل أنَّ لترًا واحدًا = ١ ٠٠٠ مل
كما تحتاج إلى أن تعرف أنَّ ١ سم^{٣} = ١ مل
يعني هذا أنَّ اللتر الواحد = ١ ٠٠٠ سم^{٣}

مثال ٦-١

حوِّل:

(أ) ٦م^{٢} إلى سم^{٢}

(ب) ٤٥٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(ج) ٣,٥م^{٣} إلى سم^{٣}

(د) ٢٣٠٠ سم^{٣} إلى لتر

الحل

(أ) ١م^{٢} = ١٠٠٠٠ سم^{٢}

اكتب عاملَ تحويل م^{٢} وسم^{٢}

٦ × ١٠٠٠٠ = ٦٠٠٠٠ سم^{٢}

اضرِب في ١٠٠٠٠ للتحويل من م^{٢} إلى سم^{٢}

(ب) ١ سم^{٢} = ١٠٠ ملم^{٢}

اكتب عاملَ تحويل سم^{٢} وملم^{٢}

٤٥٠ ÷ ١٠٠ = ٤,٥ سم^{٢}

اقسِم على ١٠٠ للتحويل من ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(ج) ١ م^{٣} = ١٠٠٠٠٠٠ سم^{٣}

اكتب عاملَ تحويل م^{٣} وسم^{٣}

٣,٥ × ١٠٠٠٠٠٠ = ٥٣٠٠٠٠٠ سم^{٣}

اضرب في ١٠٠٠٠٠٠ للتحويل من م^{٣} إلى سم^{٣}

(د) ١ سم^{٣} = ١ مل

اكتب عاملَ تحويل سم^{٣} والمليلتر

٢٣٠٠ سم^{٣} = ٢٣٠٠ مل

حوِّل من سم^{٣} إلى مل

١ لتر = ١٠٠٠ مل

اكتب عاملَ التحويل للتر والمليلتر

٢٣٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٢,٣ لتر

اقسِم على ١٠٠٠ للتحويل من مليلترٍ إلى لترٍ

تمارين ٦-١

١) حوِّل:

(أ) ٤م^{٢} إلى سم^{٢}

(ب) ٥,٠م^{٢} إلى سم^{٢}

(ج) ١,٦٥م^{٢} إلى سم^{٢}

(د) ٨ سم^{٢} إلى ملم^{٢}

(هـ) ٨,٠ سم^{٢} إلى ملم^{٢}

(و) ١٢,٤ سم^{٢} إلى ملم^{٢}

(ز) ٥٠٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ح) ٤٢٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ط) ٨٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ي) ٩٠٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(ك) ٧٦٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(ل) ٢٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

٢) حوِّل:

(أ) ٧م^{٣} إلى سم^{٣}

(ب) ٠,٧٥م^{٣} إلى سم^{٣}

(ج) ١,٢م^{٣} إلى سم^{٣}

(د) ٣ سم^{٣} إلى ملم^{٣}

(هـ) ٠,٤ سم^{٣} إلى ملم^{٣}

(و) ٦,٣٥ سم^{٣} إلى ملم^{٣}

(ز) ٦٠٠٠٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ح) ٣٥٠٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ط) ١٢٣٠٠٠٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ي) ٤٠٠٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}

(ك) ٥٤٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}

(ل) ٦٢٥٠٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}

٣) حوِّل:

(أ) ٦٠ سم^{٣} إلى مل

(ب) ١٢٥ سم^{٣} إلى مل

(ج) ٤٧٠٠ سم^{٣} إلى مل

(د) ٨٠٠٠ سم^{٣} إلى لتر

(هـ) ٢٤٠٠ سم^{٣} إلى لتر

(و) ٨٥٠ سم^{٣} إلى لتر

(ز) ٣ لتراتٍ إلى سم^{٣}

(ح) ٤,٢ لتراتٍ إلى سم^{٣}

(ط) ٠,٧٥ لتر إلى سم^{٣}

٤) أرضية مطبخ شادية على شكلِ مُستطيلٍ بطول ٩٢٥ سم وعرض ٤٨٥ سم.

(أ) أوجد مساحةَ أرضية مطبخِ شادية بالمترِ المُربَّع.

وضِّح كيفيَّة استخدامِ التقديرِ للتحقُّق من صحة إجابتِك.

(ب) يكلف بلاطُ الأرضيَّة ١٠ ريالاتٍ للمتر المُربَّع. كم تدفع شادية لشراء بلاطٍ لأرضيَّة مطبخها؟

إذا علمت أن المتر المربع يباع بالأعداد الصحيحة.

وضِّح كيفيَّة استخدامِ العمليَّات العكسيَّة للتأكُّد من إجابتِك.

تذكَّر أن تستخدم التقديرَ للتحقُّق من صحة إجابتِك، وقرِّب كلَّ عددٍ في السؤال إلى أقرب عددٍ كامل.

٥) سيُطلي نبيل بابًا تبلُغ أبعاده ١٩٥ سم ، ٧٤ سم.

وسيُطلي كلَّ جانبٍ بطبقتين من الطلاء.

تغطِّي علبةٌ واحدةٌ من الطلاء ٥م^{٢}

كم علبةَ طلاءٍ سيحتاج نبيل أن يشتريَ؟

وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صحة إجابتك.

٦) يمتلك عبد العزيز حوضَ أسماكٍ تبلُغ أبعاده ٧٥ سم في ٤٥ سم في ٣٥ سم.

كما أنَّ لديه إبريقًا سعته ١,٧٥ لتر.

يستخدم الإبريق لملء حوضِ الأسماكِ بالماء.

كم عدد مرات ملء إبريقِ الماء بالكامل التي يحتاجها لملء حوضِ الأسماكِ؟

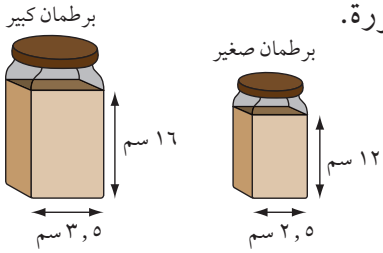
وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صحة إجابتِك.

٧) جهَّزت إيمان ١,٢ لتر من تتبيلةِ السلطةِ.

تُحفظ تتبيلةُ السلطةِ في برطماناتٍ بحجمين مُختلفين، كما هو موضَّح بالصورة.

لكلِّ برطمانٍ قاعدةٌ على شكلِ مُربَّعٍ.

تملأ البرطماناتِ للارتفاعات المُوضَّحة.

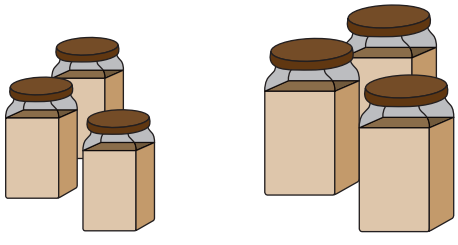


(أ) أوجد حجمَ البرطمانِ الكبير.

استنتجت إيمان أنَّه يُمكنها ملءُ على الأقل ١٠ برطماناتٍ كبيرةٍ بتتبيلةِ السلطةِ.

(ب) بدون حسابِ عددِ البرطماناتِ الكبيرةِ التي يُمكن أن تملأها إيمان، اشرح إذا تعتقد أنَّ هذه إجابةٌ منطقيَّةٌ أم لا.

(ج) تريد إيمان أن تحفظ التتبيلةَ في مجموعةٍ من البرطماناتِ الكبيرةِ والصغيرةِ. ما أفضل طريقةٍ لإيمان لتفعل ذلك؟



٦-٢ حلُّ مسائلِ الدائرة

عندما استخدمت صيغَ مُحيط ومساحة الدائرةِ، فقد اتخذت π بقيمةِ ٣,١٤؛ وكلُّ آلةٍ حاسبةٍ بها زر «π». تكون قيمةُ زرِّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ أكثرَ دقةٍ عن ٣,١٤، جرِّب ذلك. ماذا تلاحظ؟ سيعطيك استخدامُ زرِّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ إجابةً أكثر دقةً.

عند حلِّ مسائلَ عن الدائرةِ، استخدم زرَّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك وتأكَّد أنَّك تستخدم الصيغَ الصحيحةَ لمُحيطِ ومساحة الدائرةِ.

مُحيط الدائرةِ: ط = π و أو ط = ٢ π نق

المساحة: م = π نق^{٢}

π (يُطلق عليها «باي») هو ثابتٌ رياضيٌّ ويساوي نسبةَ مُحيط الدائرةِ إلى قُطرها.

مثال ٦-٢

استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ. اكتب كلَّ إجاباتِك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ:

(أ) أوجد مساحةَ ومُحيطَ دائرةٍ قُطرها ٦,٨ سم

(ب) أوجد مساحةَ ومُحيطَ نِصف دائرةٍ نِصف قُطرها ٧م

(ج) يبلُغ مُحيط دائرةٍ ١٢ ملم، فما قُطرُها؟

(د) تبلُغ مساحةُ دائرةٍ ٢٤ سم^{٢}، فما نِصفُ قُطر الدائرةِ؟

الحل

(أ) نق = ٦,٨ ÷ ٢ = ٣,٤ سم — اقسِم القُطر على ٢ لإيجاد طول نِصف القُطر.

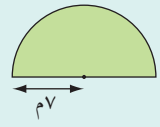
م = π نق^{٢} = π × (٣,٤)^{٢} — اكتب صيغةَ المساحةِ وعوّض بقيمة نق.

= ٣٦,٣ سم^{٢} (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب إجابتَك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

ط = π و = π × ٦,٨ — اكتب صيغةَ مُحيطِ الدائرةِ وعوّض بقيمة و.

= ٢١,٤ سم (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب إجابتَك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(ب)



من المفيد دائمًا أن ترسُم مُخطَّطًا ليساعدك على الإجابةِ عن السؤال.

في هذه الحالة، ارسُم نِصفَ دائرةٍ واكتب على نِصفِ القُطر ٧م.

المساحة = $\frac{\pi \text{ نق}^{٢}}{٢}$ = $\frac{\pi \times ٧^{٢}}{٢}$

= $\frac{\pi \times ٧^{٢}}{٢}$

= ٧٧,٠ م^{٢} (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب الإجابة صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

محيط الشكل = محيط نصف دائرة + القطر

$= \frac{٢ \pi نق}{٢} + ٢ نق$ — مُحيط الشكل يساوي مُحيط نصف دائرةٍ مضافًا إليه

$= \frac{٧ \times \pi \times ٢}{٢} + ٧ \times ٢$ — قُطر الدائرة. اكتب الصيغةَ وعوّض بقيمة نق. اكتب الإجابةَ صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

= ٣٦,٠ م (منزلة عشريَّة واحدة)

(ج) ∵ ط = π نق، ∴ ١٢ = π × نق — اكتب صيغةَ مُحيطِ الدائرة وعوّض بقيمة المحيط.

$نق = \frac{١٢}{\pi}$ — أعد ترتيبَ المُعادلة بحيث يكون نق هو المطلوب إيجاده، ثُمَّ أوجد الإجابةَ.

= ٣,٨ ملم (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب الإجابةَ صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(د) ∵ م = π $نق^٢$، ∴ ٢٤ = π × $نق^٢$ — اكتب صيغةَ المساحةِ وعوّض بقيمةِ م.

$نق^٢ = \frac{٢٤}{\pi}$ — أعد ترتيبَ المُعادلة بحيث يكون $نق^٢$ هو المطلوب إيجاده ثُم أوجد قيمةَ $نق^٢$.

$نق^٢$ = ٧,٦٣٩ ٤٣٧ ٢٦٨ — اكتب قيمةَ $نق^٢$ الكاملةَ، يجب عليك فقط تقريبُ قيمةِ نق النهائيَّة.

$نق = \sqrt{٧,٦٣٩ ٤٣٧ ٢٦٨}$ — أعد ترتيبَ المُعادلة بحيث يكون نق هو المطلوب إيجاده، ثُمَّ أوجد الإجابةَ.

نق = ٢,٨ سم (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب الإجابة النهائيَّة صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

تمارين ٦-٢

خلال هذه التمارين استخدم زرَّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

١) أوجد مساحةَ ومُحيطَ كلِّ دائرةٍ:

اكتب إجاباتِك مقربة إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(أ) نق = ٨ سم (ب) نق = ١٥ سم (ج) نق = ٣,٥ م

(د) ق = ١٢ سم (هـ) ق = ٩ م (و) ق = ٢٥ ملم

٢) أوجد مساحةَ ومُحيطَ كلِّ نِصف دائرةٍ:

اكتب إجاباتِك مقربة إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.

(أ) نق = ٦ سم (ب) نق = ١٠ سم (ج) نق = ٤,٥ م

(د) ق = ١٨ سم (هـ) ق = ٢٤ ملم (و) ق = ٣,٦ م

٣) أوجد قُطرَ كلِّ دائرةٍ.

اكتب إجابتَك مقربة إلى أقرب عددٍ صحيحٍ.

(أ) مُحيط الدائرةِ = ٥٦,٥ سم

(ب) مُحيط الدائرةِ = ٧٨,٥ ملم

(ج) مُحيط الدائرةِ = ٤٠,٨٤ م

(د) مُحيط الدائرةِ = ٦,٢٨ م

(هـ) مُحيط الدائرةِ = ٢٨٣ ملم

(و) مُحيط الدائرةِ = ٢٠١ سم

٤) أوجد نِصفَ قُطرِ كلِّ دائرةٍ:

اكتب إجابتَك مقربة إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(أ) المساحة = ٢٣٨ سم^{٢}

(ب) المساحة = ١١٧ سم^{٢}

(ج) المساحة = ١٩,٦ م^{٢}

(د) المساحة = ١٦,٦ م^{٢}

(هـ) المساحة = ٢٥٤ ملم^{٢}

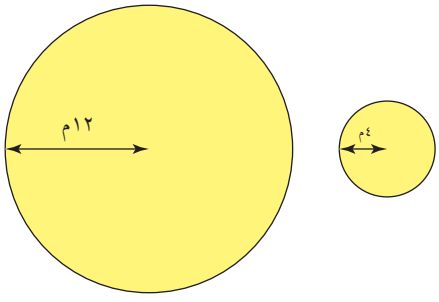
(و) المساحة = ٤٨٦,٨ سم^{٢}

٥) مُحيط حلقةٍ دائريَّةٍ يساوي ٦٥,٥ سم. أوجد نِصفَ قُطرِ الحلقةِ.

اكتب إجابتَك مقرَّبةً إلى أقرب مليمترٍ.

٦) مساحة بركة دائريَّةٍ تساوي ٢١,٥ م^{٢}؛ أوجد قُطر البركةِ.

اكتب إجابتَك مقرَّبةً إلى أقرب سنتيمترٍ.



٧) يقول أحمد أنَّه كلما زاد نِصف القُطر ثلاث مراتٍ، زادت مساحة الدائرةِ الكبيرةِ ثلاث مراتٍ عن مساحةِ الدائرةِ الصغيرةِ.

اشرح لماذا أحمد على خطأٍ.

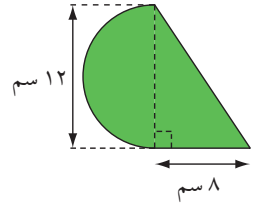
٨) مُحيط قرصٍ دائريٍّ يساوي ٣٩ سم. أوجد مساحةَ هذا القُرصِ.

اكتب إجابتَك مقرَّبةً إلى أقرب سنتيمترٍ مُربَّعٍ.

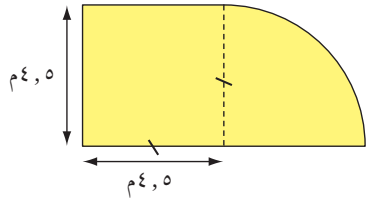
٩) أوجد مساحةَ كلِّ شكلٍ من الأشكال المُركَّبة.

اكتب إجابتَك مقربة لأقرب منزلتين عشريَّتين.

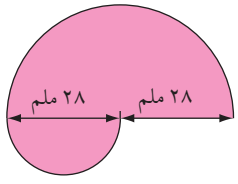
(أ)



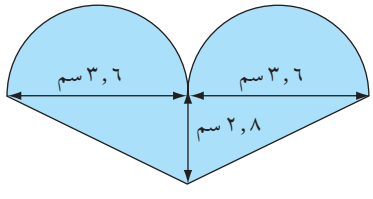
(ب)



(ج)



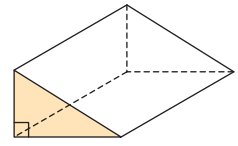
(د)



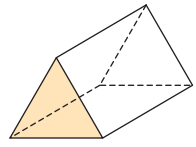
٦-٣ العمليَّات الحسابيَّة المتعلِّقة بالمنشور والأسطوانة

المنشور هو شكلٌ ثُلاثيُّ الأبعاد لديه نفس **المقطعِ العرضيّ** على طولِه.

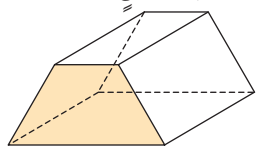
فيما يلي بعضُ الأمثلةِ على المناشير. المقطعُ العرضيُّ لكلِّ واحدٍ مظلَّلٌ.



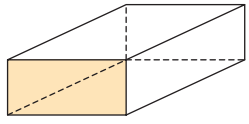
المقطع العرضيّ
مُثلَّث قائم الزَّاوية



المقطع العرضيّ
مُثلَّث مُتطابق الأضلاعِ



المقطع العرضيّ
شبه مُنحرف



المقطع العرضيّ
مُستطيل

يُمكنك إيجاد حجمِ منشورٍ باستخدام الصيغةِ المقابلة:

الحجم = مساحة المقطع العرضيّ × الارتفاع العمودي على القاعدتين

يُمكنك إيجاد مساحةِ سطحِ منشورٍ عن طريقِ إيجاد المساحةِ الكلية لكلِّ أوجه المنشور.

مثال ٦-٣أ

(أ) أوجد حجمَ كلِّ منشورٍ.

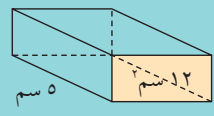
(ب) حجم المنشور ٩١ سم^{٣}

مساحة المقطع العرضيّ ١٣ سم^{٢}

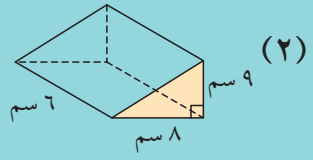
ما طولُ المنشورِ؟

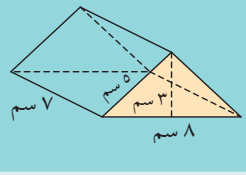
(ج) أوجد مساحةَ المنشور المقابل:

(١)



(٢)





الحل

(أ) ١) ع = مساحة المقطع العرضيّ × الارتفاع

= ١٢ × ٥

= ٦٠ سم^{٣}

يشير المُخطَّط إلى مساحة المقطع العرضيّ لمتوازي المُستطيلات.

عوّض بقياساتِ المساحةِ والطولِ في صيغةِ الحجمِ.

أوجد الإجابةَ وتذكَّر أن الوحدة المستخدمة هي سم^{٣}

٢) مساحة المُثلَّث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

أوَّلًا، أوجد مساحةَ المقطعِ العرضيّ للمنشور.

عوّض بقياساتِ القاعدة والارتفاع في صيغةِ المساحةِ.

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٩

= ٣٦ سم^{٢}

أوجد الإجابةَ وتذكَّر أن الوحدة المستخدمة هي سم^{٢}

ع = مساحةُ المقطعِ العرضيّ × الارتفاع

الآن أوجد حجمَ المنشور عن طريقِ التعويضِ عن المساحةِ والطول في صيغةِ الحجمِ.

= ٣٦ × ٦

= ٢١٦ سم^{٣}

أوجد الإجابةَ وتذكَّر أن الوحدة المستخدمة هي سم^{٣}

(ب) ع = مساحة المقطعِ العرضيّ × الارتفاع

٩١ = ١٣ × ل

ل = $\frac{٩١}{١٣}$

ل = ٧ سم

اكتب قانون حجم المنشور.

عوّض بقياساتِ الحجمِ والمساحةِ في الصيغة.

عد ترتيبِ المعادلة بحيث يكون ل هو المطلوب إيجاده.

أوجد الإجابةَ وتذكَّر أن الوحدة المستخدمة هي سم.

(ج) مساحة المُثلَّث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٣

= ١٢ سم^{٢}

أوجد مساحةَ الوجه المُثلَّث.

عوّض بقياساتِ القاعدةِ والارتفاعِ في صيغةِ المساحةِ.

أوجد الإجابة.

مساحةُ القاعدةِ = ٨ × ٧ = ٥٦ سم^{٢}

القاعدة على شكل مُستطيل، إذًا أوجد المساحة (الطول × العرض).

مساحة الوجه الجانبي = ٥ × ٧ = ٣٥ سم^{٢}

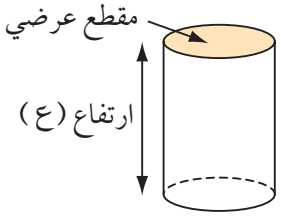
الوجه الجانبي على شكلِ مُستطيلٍ، إذًا أوجد المساحةَ (الطول × العرض).

مساحةُ سطح المنشور = ٢ × ١٢ + ٥٦ + ٢ × ٣٥

الآن أوجد المساحةَ الإجماليَّة. يوجد وجهين على شكلِ مُثلَّثٍ وقاعدةٍ واحدة ووجهين جانبين. تذكَّر أن الوحدة المستخدمة هي سم^{٢}

= ١٥٠ سم^{٢}

تُعدُّ الأسطوانة أيضًا منشورًا. والمقطع العرضيّ دائرة.



صيغةُ مساحةِ الدائرةِ: م = π نق^{٢}

صيغةُ حجمِ المنشورِ: الحجم = مساحة المقطع العرضيّ × الطول

إذًا صيغةُ حجمِ الأسطوانة: الحجم = π نق^{٢} × الارتفاع

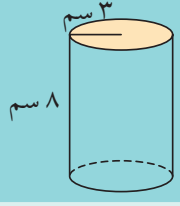
أو ببساطةٍ ع = π نق^{٢} ع

مثال ٦-٣ب

الشكل المقابل يمثل أسطوانة:

(أ)أوجد: (١) الحجم (٢) مساحة السطح لهذه الأسطوانة.

(ب) أسطوانة حجمها ٥٥٢,٢ سم^{٣} ، ونصف قطر قاعدتها ٥,٢ سم، ما ارتفاع الأسطوانة؟



الحل

(أ)(١) ع = π نق^{٢} ع

= π × ٣^{٢} × ٨

= ٢٢٦,٢ سم^{٣}

اكتب صيغةَ حجمِ الأسطوانةِ.

عوّض بقياساتِ نِصف القُطرِ والارتفاعِ في الصيغةِ.

أوجد الإجابةَ وتذكَّر أن الوحدة المستخدمة هي سم^{٣}

(٢) مساحةُ الدائرةِ $= \pi \times$ نق^{٢}

$= \pi \times ٣^{٢}$

$= ٢٨,٢٧$ سم^{٢}

أوجد مساحةَ إحدى القاعدتين الدائريتين.

عوّض بقياسِ نِصف القُطر في الصيغةِ.

اكتب الإجابةَ صحيحةً على الأقلِّ إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.

ط $= ٢\pi$ نق

$= ٢ \times \pi \times ٣ = ١٨,٨٥$ سم

سطح الأسطوانة المنحني على شكلِ مُستطيلٍ يبلُغ طولُه نفسَ محيطَ الدائرةِ. أوجد محيط الدائرة أولًا لطول المستطيل.

مساحةُ المُستطيلِ $= ١٨,٨٥ \times ٨$

$= ١٥٠,٨٠$ سم^{٢}

ثم أوجد مساحةَ السطح المنحني (الطول × الارتفاع).

اكتب الناتج مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.

المساحةُ الإجماليَّةُ $= ٢ \times ٢٨,٢٧ + ١٥٠,٨٠$

$= ٢٠٧,٣$ سم^{٢}

قم بجمع مساحةَ القاعدتين والسطحَ المنحني معًا.

اكتب الناتج النهائي مقربًا إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(ب) ع $= \pi$ نق^{٢} ع

$٥٥٢,٢ = \pi \times (٥,٢)^{٢} \times$ ع

ع $= \frac{٥٥٢,٢}{\pi \times ٥,٢^{٢}}$

$= ٦,٥$ سم

اكتب صيغةَ حجم الأسطوانةِ.

عوّض بقياساتِ الحجمِ ونِصف القُطر في الصيغةِ.

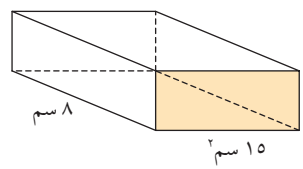
أعد ترتيبَ الصيغةِ بحيث يكون ع هو المطلوب إيجاده.

أوجد الناتج وتذكَّر أن الوحدة المستخدمة هي سم.

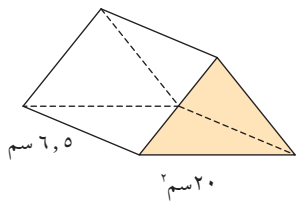
تمارين ٦-٣

١) أوجد حجمَ كلِّ منشورٍ:

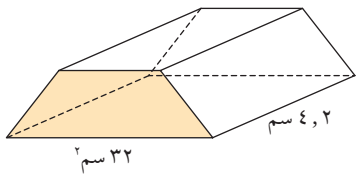
(أ)



(ب)



(ج)

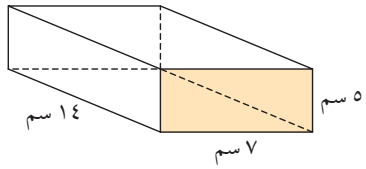


٢) انسخ هذا الجدول وأكمله:

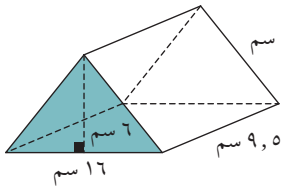
	مساحة المقطع العرضيّ	طول المنشورِ	حجم المنشورِ
أ	١٢ سم^{٢}	١٠ سم	□ سم^{٣}
ب	٢٤ سم^{٢}	□ سم	٢٠٤ سم^{٣}
ج	□ م^{٢}	٦,٢ م	١١٤,٧ م^{٣}

٣) أوجد حجمَ ومساحةَ السطحِ لكلِّ منشورٍ.

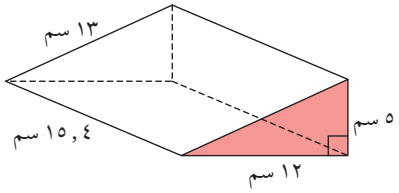
(أ)



(ب)

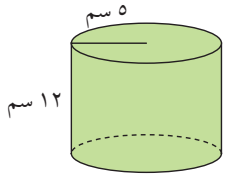


(ج)

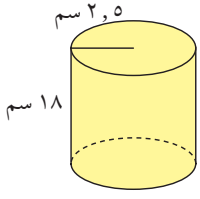


٤) أوجد حجمَ ومساحةَ السطحِ لكلِّ أسطوانةٍ.
اكتب إجاباتِك مقربة إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

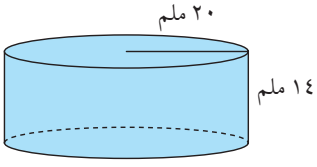
(أ)



(ب)



(ج)



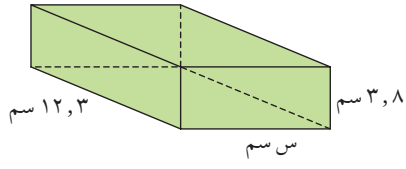
٥) انسخ هذا الجدول وأكمله. اكتب إجاباتِك مقربة إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.

	نِصف قُطرِ الدائرةِ	مساحة الدائرةِ	ارتفاع الأسطوانةِ	حجم الأسطوانةِ
أ	٢,٥ م	□ م^{٢}	٤,٢ م	□ م^{٣}
ب	٦ سم	□ سم^{٢}	□ سم	٥٠٧ سم^{٣}
ج	□ م	٢٠ م^{٢}	٢,٥ م	□ م^{٣}
د	□ ملم	□ ملم^{٢}	١٦ ملم	١٠٤٤ ملم^{٣}

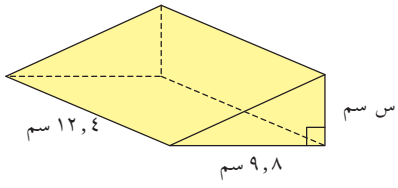
٦) حجمُ كلِّ منشورٍ من هذه المنشوراتِ ٢٥٦ سم^{٣}

أوجد الطولَ المشار إليه بالرمز س في كلِّ شكل. اكتب إجاباتِك مقربة إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

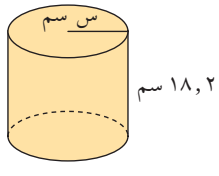
(أ)



(ب)



(ج)



ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ١ سم^{٢} = ١٠٠ ملم^{٢}
  ١ م^{٢} = ١٠٠٠٠ سم^{٢}
  ١ سم^{٣} = ١٠٠٠ ملم^{٣}
  ١م^{٣} = ١٠٠٠٠٠٠ سم^{٣}
  ١ سم^{٣} = ١ مل
- المنشور هو شكلٌ ثُلاثيُّ الأبعادِ لديه نفس المقطع العرضيّ على طوله.
- حجمُ منشورٍ = مساحة المقطعِ العرضيّ × الطول
- مساحةُ سطحِ منشورٍ= مجموع مساحاتِ كلِّ الأوجه
- حجمُ الأسطوانةِ= π نق^{٢} ع

يجب أن تكون قادرًا على:

- التحويلِ بين الوحداتِ المتريَّة للمساحةِ والحجمِ، ومعرفة واستخدام هذه العلاقة ١ سم^{٣} = ١ مل.
- حلِّ المسائلِ التي تتضمَّن مُحيطَ الدائرةِ ومساحتها، بما في ذلك استخدام زرِّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ.
- حساب الأطوالِ ومساحاتِ السطوح والأحجامِ في المنشور القائم الزاوية والأسطوانة.

تمارين ومسائل عامة

١) حوِّل:

(أ) ٥م^{٢} إلى سم^{٢} (ب) ٤٠ ٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ج) ٩ سم^{٢} إلى ملم^{٢} (د) ٨٢٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(هـ) ٩ م^{٣} إلى سم^{٣} (و) ٢٤ ٥٠٠ ٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ز) ٧ سم^{٣} إلى ملم^{٣} (ح) ٢٧٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}

(ط) ٨٠ سم^{٣} إلى مل (ي) ٤٥٠ مل إلى سم^{٣}

(ك) ٩ ٠٠٠ سم^{٣} إلى لتر (ل) ٣,٦ لتر إلى سم^{٣}

٢) يُعدُّ شكلُ أرضية مكتبِ مازن مُستطيلًا بطول ٥٧٥ سم وعرض ٣٢٥ سم.

(أ) أوجد مساحةَ أرضية مكتبِ مازن بالمتر المُربَّع.

وضِّح كيفيَّة استخدامِ التقديرِ للتحقُّق من صحة إجابتِك.

(ب) يكلف بلاطُ الأرضيَّة ٨ ريالاتٍ للمتر المُربَّع. كم سيدفع مازن لشراء بلاطٍ لأرضيَّة مكتبِه؟

إذا علمت أن المتر المربع يباع بأعداد صحيحة.

وضِّح كيفيَّة استخدام العمليَّات العكسيَّة للتأكُّد من إجابتِك.

٣) نِصف قُطر الدائرةِ ٧ سم.

أوجد: (أ) المساحة (ب) مُحيط الدائرةِ.

اكتب إجابتَك مقرَّبةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ. استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

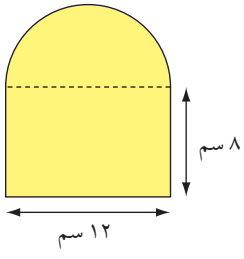
٤) دائرة محيطها ٢١,٤ سم. أوجد قُطرَ الدائرةِ.

اكتب إجابتَك مُقرَّبةً إلى أقرب عددٍ صحيحٍ. استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

٥) دائرة مساحتها ٣٦,٣ سم^{٢}، أوجد نِصف قُطرِ الدائرةِ.

اكتب إجابتَك مُقرَّبةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ. استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّةِ بك.

٦) يتكوَّن الشكل المركب المقابل من مُستطيلٍ ونِصف دائرةٍ.



أوجد:

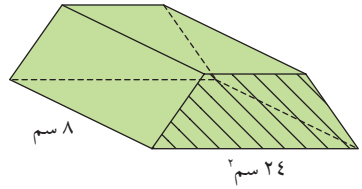
(أ) مساحة الشكل المركب (ب) مُحيط الشكلِ المُركَّب.

اكتب إجاباتِك مقربة إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

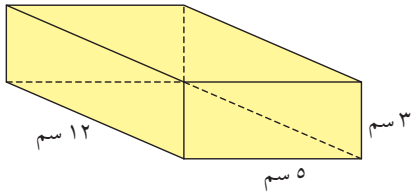
استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

٧) أوجد حجمَ كلِّ منشورٍ.

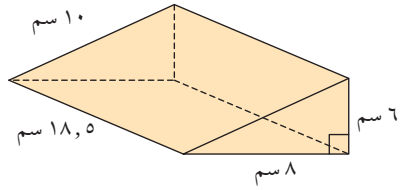
(أ)



(ب)

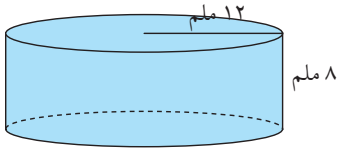


(ج)



٨) أوجد مساحةَ السطحِ للمنشورات في الجزئيتين (ب) ، (ج) من السؤال ٧

٩) أوجد حجمَ ومساحةَ سطح الأسطوانة في الشكل المقابل.
اكتب إجابتِك مُقرَّبةً لأقرب عددٍ صحيحٍ.



١٠) أسطوانة حجمها ١٠٠٠ سم^{٣} وارتفاعها ١١,٨ سم.
ما نِصفُ قُطرِ الأسطوانةِ؟ اكتب إجابتَك مُقرَّبةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

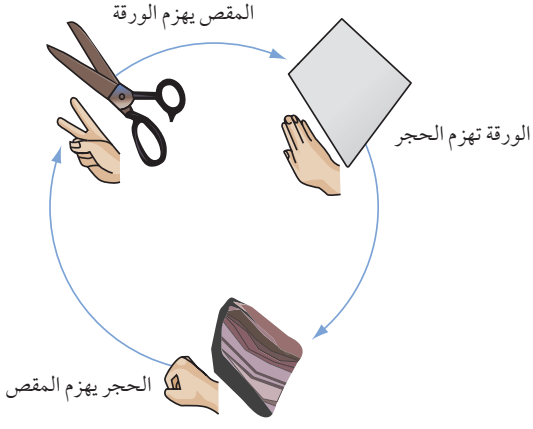
هل تعرف اللعبةَ «حجر، ورقة، مِقص»؟ هي لعبةٌ قديمةٌ جدًا ومعروفةٌ أيضًا بأسماءٍ أخرى.

يقومُ شخصان بإظهار يديهما في آنٍ واحدٍ فإمَّا أن تكون قبضةُ اليد والتي تُشير إلى (حجرٍ) أو أن يكون اتِّجاهُ أوَّل إصبعين باليد للأمام (مِقص) أو أن تكون اليدُ مفتوحةً (ورقة).

فالمِقصُ يهزم الورقةَ والورقةُ تهزم الحجرَ والحجرُ يهزم المِقصَ. وذلك؛ لأنَّ المِقصَ يقطع الورقةَ والورقة تُغطي الحجرَ والحجر يكسر حدَّ المِقصِ.

إذا اختار اللاعبان نفسَ الشيء يُعدُّ ذلك تعادلاً (لم يفز أحد) وعليهم إعادة اللعب.

قد يبدو لك أنَّ هذه لعبةٌ تافهةٌ ولكن في ٢٠٠٥ استخدمت شركة Maspro Denkoh للإلكترونيات هذه اللعبة لتحديد أيِّ شركة من شركات المزاداتِ (Sotheby) أو (Christie) التي ستعقد معها اتفاقَ البيع بالمزاد لمجموعة اللوحات الفنيَّة بمبلغ ٢٠ مليون دولارٍ.



فازت شركة (Christie) عن طريق الورقة، بعد الأخذ بنصيحةِ فلورا وأليس بنات أحد مديري الشركة ذوي الأحد عشر عامًا. هذه الحُجَّة كانت بسببِ أنَّ المبتدئين يبدو لهم أنَّ الحجرَ هو الأقوى؛ لذلك يرغبون في البدء به. إذا كنت تلعب ضد مبتدئٍ، فيجب عليك البدءُ بالورقة.

هذا مثالٌ جيِّدٌ للاحتمال عندما لا تكون الاحتمالات متساويةً، على الرغم من أنَّهم يظهرون كذلك في البداية. كما توضِّح أيضًا القيمة (الماليَّة!) لحُجَّةٍ منطقيَّةٍ سليمةٍ. تأخذ شركاتُ المزاد ١٠٪ من إجماليِّ المبلغ المدفوع في المزاد.

توضِّح هذه اللعبة طريقتين لإيجاد الاحتمال.

أحد هذه الطرق هي أنَّ كلَّ اختيارٍ مُختلفٍ «حجر، ورقة، مقص» له احتمالاتٌ متساويةٌ. ولأنَّ هناك ثلاثَ (نتائج)، احتمال كلِّ نتيجةٍ يساوي $\frac{1}{3}$

ومع ذلك، يكون هذا فقط إذا كان اللعبُ له احتمالاتٌ متساويةٌ وكان اللاعب يقوم بالاختيار عشوائيًّا. أدركت فلورا وأليس أنَّ نسبةَ احتمال البدء بالحجر بالنسبة للاعبين قليلي الخبرة أكبرُ من $\frac{1}{3}$

لتستنتج ما هذا الاحتمال فعليًّا، يُمكنك القيامُ بالتجربة. يُمكنك تعليمُ اللعبة للكثير من اللاعبين الجُدد ثُمَّ أخذ ملاحظاتٍ على اختياراتِهم.

ثُمَّ يُمكنك النظرُ إلى أجزاء الوقت التي بدأوا فيها بالحجر فبذلك يُمكنك معرفةُ قيمة الاحتمال.

الطريقة الأولى وهي، أن نتائج الاحتمالات المتساوية، تمنحك الاحتمالَ النظريَّ. أمَّا الطريقةُ الثانية وهي، أن القيامُ بالتجربة، يمنحك الاحتمالَ التجريبيَّ؛ وستتعرض لكلاهما في هذه الوحدةِ.

المُفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- عشوائيًّا (at random)
- متنافيةٌ (mutually exclusive)
- الاحتمالُ التجريبيُّ (experimental probability)
- الاحتمالُ النظريُّ (theoretical probability)

٧-١ احتمالُ عدم حدوث نتيجةٍ ما

هنا بعض النتائج والاحتمالات الخاصَّة بها ويشار إلى ذلك بالاختصار ل (ع)

ظهور العدد ٤ عند رمي حجر نرد ذي ستة أوجه: $\frac{١}{٦}$ ، ستُمطر غدًا: ٠,٣ ، سأفوز بمباراةِ شطرنج: ٩٠٪

احتمال عدم حدوث نتيجةٍ ما = ١ − (احتمالات أنَّها ستحدث). (١ − ل (ع))

فيما يلي احتمالاتُ عدم حدوث النتائج المُدرجة سابقًا.

عدم ظهور العدد ٤ عند رمي حجر نرد ذي ستة أوجه: $\frac{٥}{٦}$ ، لن تُمطر غدًا: ٠,٧ ، لن أفوز بالمباراة: ١٠٪

مثال ٧-١

يقدِّر هيثم أنَّ احتمالَ أن تأتي الحافلة مُبكرًا هو ٠,٠٥ واحتمال أنَّها ستتأخر أكثر من خمسِ دقائق هو ٠,٣

(أ) ما احتمالُ أنَّ الحافلةَ لن تأتي مُبكرًا؟

(ب) ما احتمالُ أنَّها لن تتأخَّر أكثر من خمسِ دقائق؟

الحل

(أ) ٠,٩٥ يكون ذلك ١ − ٠,٠٥

(ب) ٠,٧ يكون ذلك ١ − ٠,٣

تمارين ٧-١

١) أوجد ناتج المسائل التالية ذهنيًا. احتمالُ أنَّ الجو سيكون اليوم أكثر دفئًا من أمس هو ٠,١

احتمالُ أنَّ الجوَّ سيكون اليوم أكثر برودةً من أمس هو ٠,٧

(أ) ما احتمالُ أنَّه لن يكون اليوم أكثر برودةً عمَّا كان بالأمس؟

(ب) ما احتمالُ أنَّه لن يكون اليوم أكثر دفئًا عمَّا كان بالأمس؟

٢) يوضِّح الجدولُ التالي التوزيعَ حسب السن لأعضاء صالةٍ رياضيَّةٍ. يتمُّ اختيارُ مشترك الصالة الرياضيَّة عشوائيًّا. ما احتمالُ أن يكون عمرُ الشخص:

العمر	تحت ٢١	من ٢١ إلى ٣٥	من ٣٦ إلى ٥٥	أكبر من ٥٥
النسبة المئويَّة	١٢٪	٤٢٪	٣٢٪	١٤٪

(أ) ٢١ أو أكثر

(ب) ٥٥ أو أقلّ

(ج) ليس ضمن الفئة العمريَّة التي تبدأ من ٢١ إلى ٣٥

٣) يقول المديرُ الفنيُّ لفريق كرةِ قدمٍ أنَّ احتمالَ فوز الفريق بالمُباراة القادمة هو ٠,٦ أمَّا احتمال خسارةِ الفريق هو ٠,١ أوجد احتمالَ أنَّ الفريقَ:

(أ) لن يفوزَ (ب) لن يخسرَ (ج) لن يتعادلَ

٤) أجري مسحٌ عن ألوان السيَّارات التي تمرُّ بطريقٍ مُعيَّنٍ كما هو موضح بالجدول المقابل:

اللون	حمراء	خضراء	صفراء	زرقاء
النسبة المئويَّة	١٢٪	٨٪	٧٪	١١٪

(أ) تقول مريم لا بُدَّ أنَّ هذا خطأٌ؛ لأنَّ الاحتمالات لا تصل إلى ١٠٠٪، اشرح لماذا هي خاطئةٌ.

(ب) أوجد احتمالَ أنَّ السيَّارة التالية التي تمرُّ بالطريق:

١) ليست سيَّارةً خضراء

٢) ليست سيَّارةً صفراء

٣) ليست سيَّارةً خضراء أو صفراء

٥) إذا رميت حجرَ نرد ذا ستة أوجه، فإنَّ احتمالَ الحُصول على العدد ستة ثلاث مراتٍ هو ٠,٥٪ واحتمالَ عدم الحُصولِ عليه هو ٩٩,٥٪، أوجد احتمالَ الحُصولِ على:

(أ) ظهور العدد ٦ أقل من ثلاث مرات.

(ب) ظهور العدد ٦ مرة واحدة على الأقل.

٧-٢ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي

عندما ترمي حجرَ نرد ذا ستة أوجه، تكون هناك ستُّ نتائج مُحتمَلة، وهي الأعدادُ ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، إذا كان حجر النرد متكافيء الفرص وتمَّ رميه بطريقة متكافئة الفرص أيضًا، فإنَّ كلَّ الأعداد لها احتمالاتٌ متساويةٌ.

واحتماليَّة ظهور كلِّ عددٍ هو $\frac{١}{٦}$

ما احتمالُ أنَّ العددَ أصغر من ٥؟

احتمال أنَّ العددَ أصغر من ٥ هو $\frac{٤}{٦}$

هذا يساوي $\frac{٢}{٣}$

أربعةُ أعدادٍ أصغر من ٥

ست نتائجَ مُرجَّحة بالتساوي

بالنسبة للعمل بهذه الطريقة، يجب أن تكون كلُّ النتائج لها احتمالاتٌ متساويةٌ.

افترض أنَّ شخصًا ما يختار شهرًا من السنة. ما احتمالُ أن هذا الشخص يختار يوليو؟

هناك ١٢ شهرًا محتملًا، إذن يكون الاحتمالُ صحيحًا إذا كان اختيارُ كلِّ شهرٍ من الشهور له احتمالاتٌ متساويةٌ.

«**عشوائيًّا**» تعني أن يتساوى احتمالُ اختيارِ أيِّ شهرٍ من الشهور.

إذا تمَّ اختيارُ الشهرِ عشوائيًّا، فإنَّ احتمالَ أنَّ الشهر هو يوليو يساوي $\frac{١}{١٢}$

أحد الطرق لاختيار الشهر عشوائيًّا هي أن تكتب اسمَ كلِّ شهرٍ على ورقةٍ مُختلفةٍ ثُمَّ تلتقط إحداهما بدون أن تنظر إلى الورق.

مثال ٧-٢

كلُّ حروف الكلمة «الموسوعة» مكتوبةٌ في بطاقاتٍ مُنفصلةٍ، تُختارُ بطاقةٌ عشوائيًّا.

ما احتمالُ أنَّ الحرف ليس (و)؟

بطاقتان من أصل ٨ بطاقاتٍ عليهما الحرف (و)

الحل

احتمالُ أنَّ الحرف (و) $\frac{٢}{٨}$ أو $\frac{١}{٤}$ عشوائيًّا تعني أنَّ كلَّ البطاقات لها احتمالاتٌ متساويةٌ من ناحية اختيارها.

احتمالُ أنَّ الحرف ليس (و) = $\frac{٣}{٤}$ ، ١ − $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

تمارين ٧-٢

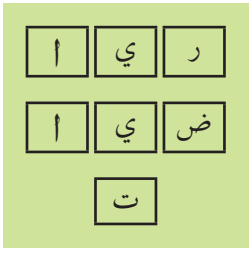
١) يرمي أحمد حجرَ نرد ذا ستة أوجه. أوجد احتمالَ أن يكون:

(أ) ٢ (ب) ليس ٢ (ج) ليس ٥

(د) ليس مُضاعفَ العدد ٣

سيكون من السهل كتابة الاحتمالات في شكل كسور في هذه التمارين.

٢) تكتب فريدة حروفَ الكلمة (رياضيَّات) على بطاقاتٍ مُنفصلةٍ.



تأخذ بطاقةً واحدةً منهم عشوائيًّا. أوجد احتمال أنَّ الحرف المكتوب على البطاقة هو:

(أ) ي (ب) ليس ي (ج) ض أو ا

(د) خ (هـ) حرف قبل (ز) في ترتيب الحروف الأبجديَّة.

٣) في اللعبة «سكرابل» يوجد ١٠٠ بلاطةٍ. كلُّ بلاطةٍ عليها حرفٌ أو خاليةٌ من أيِّ أحرفٍ.

الحرف	ا	و	ي	ى	ء
التكرار	٩	١٢	٩	٨	٤

يعرض الجدول المقابل عددَ البلاطات التي بها أحرف علة.

يتمُّ اختيارُ واحدةٍ عشوائيًّا. أوجد احتمالَ أن يكون:

(أ) ا (ب) و (ج) ليس ي

(د) حرف علة (هـ) ليس حرف علة.

٤) تختار مريم عددًا عشوائيًّا من الشبكة.

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤
٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢
٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠

أوجد احتمالَ أنَّ العدد الذي تختاره هو:

(أ) ٢٧ (ب) في الصفِّ السفليِّ

(ج) في العمود الأوَّل (د) ليس في آخر عمودين.

تختار مريم عددًا آخر عشوائيًّا من أوَّل عمودين.

أوجد احتمال أنَّ العدد هو:

(هـ) أصغرُ من ١٠ (و) أكبرُ من ١٠

(ز) ليس ١٠ (ح) أكبرُ من ٢٠

٥) فيما يلي تقويمٌ لشهر أبريل في سنةٍ ما.

الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
		١	٢	٣	٤	٥
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦
٢٧	٢٨	٢٩	٣٠			

يختار سامي أحد الأيام عشوائيًّا. أوجد احتمالَ أنَّ اليومَ الذي يختاره هو:

(أ) الإثنين (ب) ليس الإثنين (ج) ١٦ من أبريل

(د) ليس ١٦ من أبريل (هـ) الخميس أو الجمعة.

٦) تختار عائشة يومًا واحدًا عشوائيًّا من السنة ٢٠١٩

(أ) ما احتمالُ أنَّ يكون اليوم:

(١) ٥ من أغسطس (٢) ليس ٥ من أغسطس

(٣) في أغسطس (٤) ليس في أغسطس

عدد أيام السنة الكبيسة
٣٦٦ يومًا

(ب) افترض أنَّها اختارت يومًا في ٢٠٢٠ بدلًا من ٢٠١٩، أيُّ احتمالاتٍ في الجزئية (أ) قد تكون أكبر الآن؟

٧) يكون الحاسب الآلي بشكلٍ عشوائيٍّ عددًا من أرقامٍ أحاديَّة. قد يكون أيُّ عددٍ من ٠ إلى ٩

أوجد احتمالَ أن يكون:

(أ) ٠ (ب) ليس ٠ (ج) مُضاعف ٣

(د) ٣,٥ (هـ) أصغر من ٧

٨) يكون الحاسب بشكلٍ عشوائيٍّ عددًا من أرقامٍ ثنائيَّة. قد يكون أيُّ عددٍ من ٠٠ إلى ٩٩

أوجد احتمالَ أنَّ العددَ:

(أ) ٩٩ (ب) ليس ٩٩

(ج) لا يتضمَّن تسعاتٍ (د) يتضمَّن ٩ واحدةً على الأقلِّ

٩) عندما يرمي فهد عملتين فإنَّ هناك أربعَ نتائج للاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي.

ص = صورة
ك = كتابة

(أ) ما احتمال الحصول على:

(١) العملتان صورة (٢) صورة وكتابة

(٣) العملتان كتابة؟

(ب) إذا رُميَت عملتان، ما احتمالُ الحصولِ على:

(١) العملتين صورة (٢) صورةٍ وكتابةٍ

(٣) العملتين كتابة؟

١٠) ترمي سارة ثلاث عملاتٍ معا.

(أ) اشرح لماذا توجد ثماني نتائج للاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي.

(ب) أوجد احتمال الحصول على:

(١) ثلاث عملاتٍ صورة (٢) ثلاث عملاتٍ كتابة

(٣) عملتين صورة والأخرى كتابة (٤) عملتين كتابة والأخرى صورة.

٧-٣ كتابةُ قائمةٍ بالنتائج المُحتملة (فضاء الإمكانات)

إذا رميت حجريّ نرد ذوي ستة أوجه معًا، ما احتمالُ الحصولِ على العدد ٦ في حجريّ النرد؟

لإيجاد ذلك، فإنَّك تحتاج إلى قائمةٍ بكلِّ النتائج المُحتملة. يُمكن استخدامُ جدولٍ.

افترض أنَّ لديك حجرَ نردٍ أحمر وحجرًا آخر أزرق.

ارسُم الجدول بالطريقة المقابلة.

يوضِّح ذلك أنَّ هناك ٣٦ نتيجةً متنافية.

إذا رُمِيَ حجرُ نرد ذو ستة أوجه بطريقةٍ عادلةٍ، فإنَّ جميعَ النتائج ستكون لها احتمالاتٌ متساويةٌ.

احتمالُ الحصولِ على العدد ٦ مرتين هو $\frac{١}{٣٦}$

حجر نردٍ أزرق

حجر نردٍ أحمر	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١، ١)	(١، ٢)	(١، ٣)	(١، ٤)	(١، ٥)	(١، ٦)
٢	(٢، ١)	(٢، ٢)	(٢، ٣)	(٢، ٤)	(٢، ٥)	(٢، ٦)
٣	(٣، ١)	(٣، ٢)	(٣، ٣)	(٣، ٤)	(٣، ٥)	(٣، ٦)
٤	(٤، ١)	(٤، ٢)	(٤، ٣)	(٤، ٤)	(٤، ٥)	(٤، ٦)
٥	(٥، ١)	(٥، ٢)	(٥، ٣)	(٥، ٤)	(٥، ٥)	(٥، ٦)
٦	(٦، ١)	(٦، ٢)	(٦، ٣)	(٦، ٤)	(٦، ٥)	(٦، ٦)

تكون النتائج متنافية في حالة وجوب حدوث نتيجةٍ واحدةٍ فقط.

مثال ٧-٣

رُمِيَ حجرا نردٍ ذوا ستة أوجه معًا وجُمعَت النتائج.

ما احتمال الحصول على عددين مجموعهما يساوي:

(أ) ٨ (ب) أصغر من ٨ (ج) ٨ أو أكثر

الحل

يوضِّح الجدولُ التالي إجماليَّ عدد الظهور المُحتمَل. هذا الجدولُ يستند إلى جدولِ النتيجة السابقة.

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٢	٣	٤	٥	٦	٧	(٨)
٣	٤	٥	٦	٧	(٨)	٩
٤	٥	٦	٧	(٨)	٩	١٠
٥	٦	٧	(٨)	٩	١٠	١١
٦	٧	(٨)	٩	١٠	١١	١٢

(أ) $\frac{٥}{٣٦}$ العدد ٨ المكرَّر خمس مراتٍ وتحيط به دائرةٌ داخل الجدول.

(ب) $\frac{٢١}{٣٦} = \frac{٧}{١٢}$ يوجد ٢١ عددًا في الجدول أصغر من ٨

(ج) $\frac{١٥}{٣٦} = \frac{٥}{١٢}$ يوجد ١٥ عددًا هم ٨ أو أكبر من ٨

تمارين ٧-٣

أوجد ناتج المسائل التالية ذهنيًا:

١) يرمي راشد حجريّ نرد ذوي ستة أوجه متكافئيّ الفرص معًا. ما احتمالُ الحصولِ على:

(أ) العددُ ٤ في الحجرين (ب) عدم الحصولِ على العدد ٤

(ج) العدد ٤ مرة واحدة؟

٢) ترمي مها حجريّ نرد ذوي ستة أوجه متكافئيّ الفرص وتجمع ما حصلت عليه.

يوجد أحد عشر إجماليّ مُحتمَل
∴ احتمال إجماليّ ٣ هو $\frac{١}{١١}$

(أ) ما الإجماليُّ الأصغر المُحتمل؟

(ب) ما الإجماليُّ الأكبر المُحتمل؟

(ج) ما الخطأُ في إجابة مها الذي على اليسار؟

٣) يرمي مهندٌ حجريّ نردٍ ذوي ستة أوجه ويجمع الأعدادَ معًا.

(أ) ما الإجماليُّ المرجح الذي يستطيع مهند تحقيقه بشكل أكبر؟

(ب) ما الإجماليُّ المرجح الذي يستطيع مهند تحقيقه بشكل أقل؟

أوجد احتمالَ أنَّ الإجماليَّ سيكون:

(ج) ٢ (د) ٧ (هـ) أصغرَ من ٧

(و) عددًا فرديًّا (ز) عددًا أوليًّا

٤) يرمي فهد حجريّ نردٍ ذوي ستة أوجه معًا. أوجد احتمالَ أنَّ:

(أ) الأعداد هي نفسها

(ب) الفرق بين العددين هو ٢

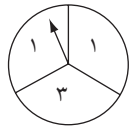
٥) يرمي هلال عملة وحجرَ نرد ذا ستة أوجه. نتيجةٌ واحدةٌ مُحتملةٌ هي الصورة للعُملة والعدد ٦ لحجر النرد.

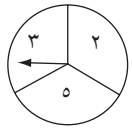
(أ) وضِّح أنَّ هناك ١٢ نتيجةً متنافية وسجِّلهم بالجدول.

(ب) أوجد احتمالَ الحصولِ على:

(١) كتابةٍ والعدد ١ (٢) صورةٍ وعددٍ زوجيٍّ (٣) كتابةٍ و٥ أو ٦

٦) لدى نور دوَّارين مكونين من ثلاث أقسام متكافئة.





أحد الدوارين به الأعداد ١، ١، ٣

والآخر به ٢، ٣، ٥

+	٢	٣	٥
١			
١		٤	
٣			٨

(أ) انسخ وأكمل الجدول لتوضيح الإجمالي المُحصل للدوَّارين.

(ب) أوجد احتمالَ إجماليّ:

(١) ٣ (٢) ٦ (٣) ٥ أو أكثر (٤) عدد زوجيّ

٧) ترمي سناء حجريّ نردٍ ذوي ستة أوجه معًا وتضرب الأرقام التي تحصل عليها.

(أ) ارسُم جدولًا لتوضيح القيم المُحتملة لناتج الضرب.

ناتج الضرب هو حاصلُ ضرب عددين.

(ب) كم عدد نواتج الضرب المُختلفة المُتاحة؟

(ج) أوجد احتمال أنَّ ناتج الضرب هو:

(١) ١٢ (٢) ليس ١٢ (٣) أصغر من ١٢

(٤) أكبر من ١٧ (٥) عدد زوجيّ.

٨) لدى حسن أربعةُ أقلامٍ زرقاء وقلمٌ واحدٌ أحمرُ في جيبه.

التقط أحدهما بدون النظر ثُمَّ التقط آخر.

		القلم الثاني				
		أزرق ١	أزرق ٢	أزرق ٣	أزرق ٤	أحمر
القلم الأوَّل	أزرق ١	x	(أزرق ١، أزرق ٢)			
	أزرق ٢		x			
	أزرق ٣			x		
	أزرق ٤				x	
	أحمر					x

(أ) انسخ وأكمل الجدول لتوضيح الاختيارات المُحتملة.

يشير الرمز × في الجدول إلى الاختيارات المستحيلة.

(ب) لماذا يوجد الحرف (x) متكرِّرًا باتِّجاه الخط القُطريِّ؟

(ج) أوجد احتمالَ أنَّ:

الأقلام الزرقاء مُسمَّاه كأزرق ١، أزرق ٢، أزرق ٣، وأزرق ٤ لتمييزهم.
(أزرق ١، أزرق ٢) تعني أوَّل أزرق ١ ثم أزرق ٢

(١) كلا القلمين باللون الأزرق

(٢) القلم الأوَّل باللون الأحمر

(٣) أحد الأقلام أحمر.

٩) يلعب مهندٌ وخديجة لعبة «حجر، ورقة، مقص». فهم يقومان بعمل إشارة لأحد عناصر اللعبة في آنٍ واحد.

(أ) ارسُم جدولًا لتوضيح النتائج المُحتملة.

(ب) إذا اختار كلُّ شخصٍ عشوائيًّا، ما احتمالُ أنهما لن يختارا نفس الشيء؟

(ج) الحجر يهزم المقص. المقص يهزم الورقة. الورقة تهزم الحجر. ما احتمالُ أن يهزم مهندٌ خديجة، إذا لعبا مرةً واحدةً؟

٧-٤ الاحتمالات التجريبيَّة والنظريَّة

توجد طريقةٌ لإيجاد الاحتمالات وهي استخدامُ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي. وهناك طريقةٌ أخرى وهي تجميع البيانات عن طريق المسح أو التجربة.

برامج كمبيوتر معيَّنة تُسمَّى جداول البيانات، بها مُكوِّن أعدادٍ عشوائيٍّ يُمكنك استخدامه لتمثيل رمي حجرِ نرد ذي ستة أوجه.

توجد هنا ٢٠ نتيجةً لرمي حجر النرد المُمثَّل على الحاسب.

إذا كنت تريد معرفةَ احتمال أنَّ بذرة ما ستنبت، فلا يُمكنك استخدامُ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي (الاحتمال النظري). مطلوبٌ منك زراعة البذور وحساب الوقت التي تحتاجه لتنبت (الاحتمال التجريبي).

٣ ٣ ٣ ١ ١ ١ ١ ٥ ٣ ٣ ١ ٣ ٥ ٢ ٦ ٢ ١ ٥ ٢ ٥

لدينا هنا النتائج في جدول التكرار.

مجموع النقاط	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٦	٣	٦	٠	٤	١
التكرار النسبيُّ	٠,٣	٠,١٥	٠,٣	٠	٠,٢	٠,٠٥

التكرارات النسبيَّة (ت ن)تُعطي **الاحتمالَ التجريبيَّ** لكلِّ عددٍ.

بناءً على **الاحتمال النظري** لكلِّ عددٍ، فإنَّ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي، هي $\frac{١}{٦}$ = ٠,١٦٧

الاحتمالات التجريبيَّة والاحتمالات النظريَّة غير مُتقاربة. وذلك لأنَّ ٢٠ رميةً عددٌ قليلٌ.

التكرار النسبيُّ = التكرار ÷ إجماليّ الرميات

ماذا يحدث إذا كان لديك عددٌ أكبر من الرميات؟ مجموعةٌ أخرى من الرميات ستعطيك نتائجَ مُختلفةً.

يوضِّح هذا الجدول النتائج بعد القيام بهذه الأعداد من الرميات ٢٠، ٥٠، ١٠٠، ٢٠٠

مجموع النقاط	٢٠ رمية		٥٠ رمية		١٠٠ رمية		٢٠٠ رمية	
	التكرار	ت ن	التكرار	ت ن	التكرار	ت ن	التكرار	ت ن
١	٦	٠,٣	١١	٠,٢٢	١٩	٠,١٩	٣٦	٠,١٨
٢	٣	٠,١٥	١١	٠,٢٢	١٩	٠,١٩	٣٦	٠,١٨
٣	٦	٠,٣	٨	٠,١٦	١٩	٠,١٩	٣٥	٠,١٧٥
٤	٠	٠	٥	٠,١	١٥	٠,١٥	٣١	٠,١٥٥
٥	٤	٠,٢	٧	٠,١٤	١٣	٠,١٣	٢٩	٠,١٤٥
٦	١	٠,٠٥	٨	٠,١٦	١٥	٠,١٥	٣٣	٠,١٦٥
الإجماليّ	٢٠	١	٥٠	١	١٠٠	١	٢٠٠	١

بزيادة عدد الرميات، تصبح الاحتمالاتُ التجريبيَّةُ والاحتمالاتُ النظريَّةُ مُتقاربةً. توضِّح هذه النتائج نتيجتين مُهمَّتين.

١) إذا كرَّرت التجربة فستحصل على نتائجَ مُختلفةٍ. قارن بين أوَّل ١٠ رمياتٍ وثاني ١٠ رمياتٍ لتلاحظ ذلك.

٢) إذا زوَّدتَ عددَ مراتِ تكرارِ التجربة فستتمكَّن عامةً من تقدير الاحتمالات بشكلٍ أفضل. ٢٠٠ رميةٍ ستعطيك نتائجَ موثوقةً أكبر من ٢٠ رميةً.

في الأمثلة الواقعيَّة، مثل زراعة الحبوب التي تم وصفها سابقًا، ليست لدينا هنا احتمالاتٌ نظريَّةٌ لتُقارن بالاحتمالاتِ التجريبيَّةِ. وذلك سببُ احتياجنا للقيام بالتجربةِ!

ومع ذلك، تبقى حقيقةُ أنَّ التجاربَ المُختلفةَ تعطي تقديراتٍ مُختلفةً، ويُمكنك أن تكون على ثقةٍ أكثر بهذه التقديرات إذا كُرِّرَت التجربة كثيرًا.

الاحتمالات التجريبيَّة عادةً ما تكون في شكلِ كسور عشريَّةٍ أو نسبٍ مئويَّةٍ.

تمارين ٧-٤

١) ترمي مها العملةَ ١٠ مراتٍ. تحصُل على ٨ أوجه صور ووجهيّ كتابة.

(أ) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لظهور:

(١) صورة (٢) كتابة.

(ب) هل يوجد دليلٌ أن مها لا ترمي العملةَ بشكلٍ عادلٍ؟

يرمي حسن العملةَ ١٠٠ مرةٍ. يحصل على ٨٠ وجهَ صورةٍ و ٢٠ كتابة.

(ج) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لظهور:

(١) صورة (٢) كتابة.

(د) هل يوجد دليلٌ أن حسن لا يرمي العملة بشكلٍ عادلٍ؟

٢) تستخلص سناء نتائج حجر نردٍ ذي ستة أوجه من الجدول المقابل. وتختبر ذلك عن طريق رميه ٣٠ مرةً.

مجموع النقاط	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٤	٥	٤	٩	٤

ثم تحصل على النتائج في الجدول المقابل.

اقرأ ما تقوله سناء. هل هي مُحِقَّة؟ أعطِ سببًا لإجابتِك.

حجر النرد غير متكافيء الفرص؛ لأنَّ الرقم ٥ نتج أكثر من غيره.

مجموعُ النقاط	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤٥	٥٨	٤٨	٤٨	٤٦	٥٥

٣) صنع سامي حجرَ نردٍ ذا ستة أوجه ورماه ٣٠٠ مرةٍ.

ثُمَّ حصل على النتائج الموضحة بالجدول المقابل.

سامي ليس مُحِقًّا. كيف يُمكنك إقناعُه بأنَّ حجر النرد قد يكون عادلًا؟

حجر النرد غير متكافيء الفرص؛ لأنه إذا رميته ٣٠٠ مرةٍ، فيجب أن ينتج كلُّ عددٍ ٥٠ مرةً.

٤) تريد مجموعةٌ من خمسة طلاب إيجاد الاحتمالَ التجريبيَّ لظهور الرقم ٦ مرة واحدة عند رمي كل منهم لستة أحجارِ نردٍ ذوات ستة أوجه معًا. يبين الجدول التالي نتائج رمي الستة أحجار نرد معًا بعد ٢٠ رمية:

الطالب		زينب	راشد	خديجة	فهد	عائشة
التكرار	ظهور الرقم ٦ على الأقل مرة واحدة	١٢	١١	١٥	١١	١٥
	لم يظهر الرقم ٦	٨	٩	٥	٩	٥

(أ) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لظهور الرقم ٦ لمرةٍ واحدةٍ على الأقل من نتائج الطالبة زينب.

(ب) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لظهور الرقم ٦ مرة واحدة على الأقل عن طريق جمع نتائج:

(١) زينب وراشد

(٢) زينب وراشد وخديجة

(٣) زينب وراشد وخديجة وفهد

(٤) زينب وراشد وخديجة وفهد وعائشة

(ج) ما أفضل تقديرٍ للاحتمال التجريبيِّ؟

كرَّر الطلاب هذه التجربة بعمل ٢٠ رميةً لكلٍّ منهم.

وكانت النتائج المُجمَّعة هذه المرة كما هو مُوضَّح في الجدول المقابل.

ظهور الرقم ٦ على الأقل مرة واحدة	٧٠
لم يظهر الرقم ٦	٣٠

(د) احسب تقديرًا جديدًا للاحتمالِ التجريبيِّ لظهور الرقم ٦ مرة واحدةٍ على الأقل.

(هـ) في الواقع الاحتمالُ النظريُّ لهذه النتيجة هو ٠,٦٦٥١، كيف تُقارن الاحتمالاتِ التجريبيَّةَ مع هذا؟

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ إذا كان احتمالُ نتيجةِ وقوعِ حدث ما هو ل (ع)، إذًا احتمال عدم وقوعه هو ١ - ل (ع).
- ★ يُمكن للاحتمال الاستناد إلى نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي في السياقات العمليَّة.
- ★ تعد قائمة لكل النتائج المُرجَّحة بالتساوي المُحتمَلة، بشكلٍ منهجيٍّ، إستراتيجيَّةً جيِّدةً لاحتساب الاحتمال.
- ★ الاحتمال التجريبي يُمكن أن يختلف من تجربةٍ لأخرى.
- ★ الاحتمال التجريبي عادة يُعتمد عليه بشكلٍ أكبر إذا كُرِّرَت التجربة كثيرًا.
- ★ يُمكن استخدامُ الحُجج المنطقيَّة لإثبات صحة العبارة الجبرية.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ استخدام احتمال نتيجة وقوع حدثٍ لإيجاد احتمال عدم حدوثه.
- ★ إيجاد الاحتمال استنادًا إلى نتائج الاحتمال المُرجَّحة بالتساوي في السياقات العمليَّة.
- ★ إيجاد وكتابة قائمةٍ بالنتائج المُحتمَلة بشكلٍ منهجيٍّ للأحداث المنفردة ولحدثين متتالين.
- ★ مقارنة الاحتمال التجريبي المُقدَّر بالاحتمال النظري.
- ★ استخدام الحُجج المنطقيَّة لتفسير المسائل الرياضيَّة في سياقها أو لإثبات صحةِ العبارةِ الجبرية.

تمارين ومسائل عامة

١) إذا رُميَت عشر عملاتٍ معًا، فإن احتمال الحُصول على أربعةٍ على الأقل للوجه صورة هو ٠,٨٣
احتمال الحصول على ثمانية أوجه صورة أو أكثر هو ٠,٠٥، أوجد احتمال الحُصول على:
(أ) أقلّ من أربعةِ أوجه صورة (ب) أقل من ثمانيةِ أوجه صورة.

٢) يلعب أحمد مباراة شِطرنج مع والده. احتمالُ فوز أحمد هو ٠,١، واحتمالُ خسارته هو ٠,٣
أوجد احتمالَ أنَّ:
(أ) أحمدَ لن يفوز (ب) والدَ أحمد لن يفوز

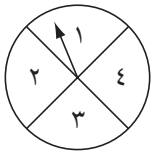
٣) وُضِعت حروفُ كلمة «الاختبارات» في عشر بطاقاتٍ مُنفصلةٍ؛ وتم اختيار بطاقةٌ عشوائيًّا.
(أ) كيف يُمكنك التأكُّدُ من أنَّ البطاقة اُختيرت عشوائيًّا؟
(ب) أوجد احتمالَ أنَّ البطاقةَ لا تتضمَّن الحرف ب
(ج) أوجد احتمالَ أنَّ الحرف الذي في البطاقةِ يوجد في الكلمةِ «اختبار».

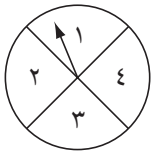
٤) ينتج مُكوِّن الأعداد رقمين في الإطارات هكذا.

٤	٦

ينتج كلُّ رقمٍ عشوائيًّا. يُمكن أن يكون أيُّ رقمٍ من ٠ إلى ٩
أوجد احتمالَ أنَّ:
(أ) الرقم الأوَّل ٤ (ب) الرقم الثاني أصغر من ٨
(ج) لا توجد أصفارٌ

٥) دوَّاران لهما أربعةُ أقسام متكافئة كلاهما عليه الأعداد من ١ إلى ٤





(أ) كوِّن جدولًا لتوضيح الإجماليِّ المُحتمَل للدوارين.
(ب) ما إجماليُّ الاحتمالِ المُرجَّح بشكلٍ أكبر؟
(ج) أوجد احتمالَ أنَّ الإجماليَّ هو:
(١) ٣ (٢) أكبر من ٣ (٣) ٥ أو أقل
(د) كوِّن جدولًا لتوضيح النواتج المُحتمَلة عند ضرب العددين.
(هـ) أوجد احتمالَ أنَّ ناتج الضرب هو:
(١) ٤ (٢) ١١ (٣) أكبر من ١١
(٤) أصغر من ١١ (٥) عددٌ فرديٌّ

٦) يريد مهند إيجاد الاحتمال التجريبي لظهور نفس الرقم على أوجه أحجار النرد عند رمي ثلاثة أحجار نرد ذات ستة أوجه معًا.
(أ) بعد قيام مهند برمي أحجار النرد الثلاثة معًا ٢٠ مرة لم يحصل على نفس الرقم على أوجه النرد. فما الاحتمال التجريبي للحصول على نفس الرقم على أوجه أحجار النرد الثلاثة؟

(ب) استمرَّ مهندٌ في رمي أحجار النرد الثلاثة حتى وصلَ إلى ٢٠٠ مرةٍ. ثم حصل على النتائج الموضحة في الجدول التالي:

بعد	٢٠ رميةً	٥٠ رميةً	١٠٠ رميةٍ	٢٠٠ رميةٍ
عدد المرات التي ظهر فيها نفس الرقم على أوجه النرد الثلاثة معًا	٠	٣	٤	٩

أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ للحصول على نفس الرقم على أوجه أحجار النرد الثلاثة بعد ٥٠، ١٠٠، ٢٠٠ رميةٍ.

(ج) اشرح سبب أهميَّة تعدد الرميات ليثق مهند في الاحتمالِ التجريبيِّ.

(د) يطلب مهندٌ إلى أربعةٍ من أصدقائهِ رمي أربعة أحجار نرد ذات ستة أوجه ٢٠٠ مرةٍ. ثم حصل على النتائج الموضحة في الجدول التالي:

الشخص	أمجد	بدر	جمال	وليد
عدد المرات التي ظهر فيها نفس الرقم على أوجه النرد الثلاثة معًا عند رميها ٢٠٠ رمية	٥	٣	١	٧

أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ للحصول على نفس الرقم على أوجه أحجار النرد الثلاثة لكلِّ شخصٍ من الأشخاص الأربعة.

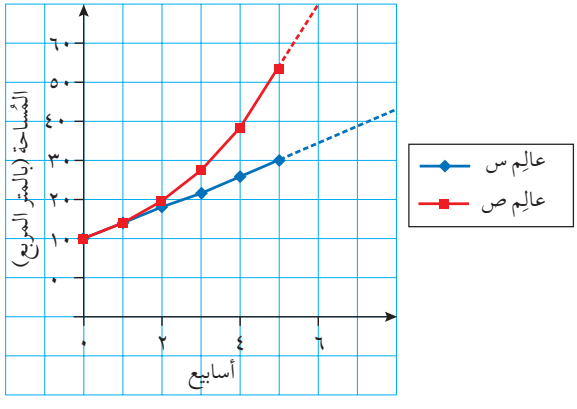
(هـ) اجمع نتائجَ الأشخاصِ الخمسةِ لإيجاد احتمالٍ تجريبيٍّ جديدٍ.

(و) لماذا الإجابة على الجزئية (هـ) هي الأرجح أن تكون الأقرب للصحة؟

الوحدة الثامنة: النسب المئويَّة

يقيس اثنان من العلماء المساحةَ المُغطَّاة بالأعشاب في بحيرةٍ ما.
وكانت تُغطي الأعشاب ١٠ متر مربع.

ثم قاس العالمان هذه المساحة بعد أسبوع وكانت تغطي ١٤ م^{٢}؛ وضَع كلُّ عالمٍ فرضيَّةً.
يقول **العالم (س)** أنَّ الزيادةَ تبلُغ ٤ م^{٢}؛ فهو يعتقد أنَّ المساحة تزداد بحوالي ٤ م^{٢} كلَّ أسبوعٍ.
بعد أسبوعين ستكون المساحة ١٨ م^{٢}؛ بعد ثلاثة أسابيع ستكون المساحة ٢٢ م^{٢}؛ بعد أربعة أسابيع ستكون المساحة ٢٦ م^{٢}
يقول **العالم (ص)** أنَّ الزيادة ٤٠٪
ذلك لأنَّ $\frac{٤}{١٠} \times ١٠٠ = ٤٠$٪
يعتقد العالم أنَّ الأعشاب تزداد بنسبة ٤٠٪ كلَّ أسبوعٍ.
بعد أسبوعين ستكون المساحة
١٤ + ٤٠٪ من ١٤ = ١٤ + ٥,٦ = ١٩,٦ م^{٢}
بعد ثلاثةِ أسابيع ستكون المساحة
١٩,٦ + ٤٠٪ من ١٩,٦ = ١٩,٦ + ٧,٨٤ = ٢٧,٤٤ م^{٢}



يوضِّح الرسم البيانيُّ المقابل تنبُّؤاتِ العالِمين.
كيف يُمكنهم تحديد أيٍّ منهما على صوابٍ؟
في هذه الوحدة، ستتعلَّم الكثير حول استخدام النسب المئويَّة.
تأكَّد من أنَّك تتذكَّر التكافؤات بين الكسورِ الاعتيادية والكسور العشريَّةِ والنسبِ المئويَّةِ.

المُفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- الزيادة (increase)
- الانخفاض (decrease)
- الربح (profit)
- الخسارة (loss)
- الخصم (discount)
- الفائدة (interest)
- الضريبة (tax)

الكسر	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{١}{٥}$	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{١}{١٠٠}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$
الكسر العشريّ	١	٠,٥	٠,٢٥	٠,٧٥	٠,٢	٠,١	٠,٠١	٠,٣٣ ...	٠,٦٦ ...
النسب المئويَّة	١٠٠٪	٥٠٪	٢٥٪	٧٥٪	٢٠٪	١٠٪	١٪	٣٣٪	٦٦٪

٨-١ استخدامُ الطرقِ الذهنيَّة

من السهل إيجاد بعض النسب المئويَّة؛ لأنَّها كسورٌ بسيطةٌ. توجد أمثلةٌ على ذلك في الصفحةِ الأولى من هذه الوحدةِ.

إذا كنت تعرف ١٠٪، يُمكنك إيجادُ أيٍّ من مُضاعفات ١٠٪

يُمكن استخدامُ الأمثلةِ السهلة لإيجاد النسب المئويَّةِ الأكثر تعقيدًا.

يُمكنك القيامُ بذلك في كثيرٍ من الأحيان بسهولةٍ تامةٍ. لا تحتاج دائمًا إلى آلةٍ حاسبةٍ.

مثال ٨-١

يوجد ٤ ٦٠٠ شخصٍ في مجمع رياضي. ٥٨٪ منهم ذكور. كم يبلُغ عدد الذكور؟

الحل

١٠٠٪ = ٤ ٦٠٠

٥٨٪ = ٥٠٪ + ١٠٪ − ٢٪ — هذه نسبٌ مئويَّةٌ سهلةُ الإيجاد.

٥٠٪ = ٢ ٣٠٠ — ٥٠٪ = $\frac{١}{٢}$

١٠٪ = ٤٦٠ — $\frac{١}{١٠}$ سهل الإيجاد. اقسم على ١٠ فقط.

١٪ = ٤٦ — اقسم ١٠٪ على ١٠ لإيجاد ١٪

٥٨٪ = ٢ ٣٠٠ + ٤٦٠ − (٢ × ٤٦) = ٢ ٦٦٨ — أجرِ هذه العمليَّةَ الحسابيَّةَ في ذهنك أو على الورق.

يُمكنك إيجادُ ٥٠٪ + ٥٪ + ٣٪ هل هذا أسهل؟

تمارين ٨-١

لا تستخدم الآلة الحاسبة في هذه التمارين.

١) أوجد:

(أ) ٣٥٪ من ٨٤ (ب) ٤٩٪ من ٢٣٠ (ج) ٧٧٪ من ٤ ٤٠٠

(د) ٩٩٪ من ٧ ٩٠٠ (هـ) ٤٥٪ من ٥٦ ٠٠٠

٢) انظر إلى طريقةِ نورٍ لإيجاد ٨٥٪

(أ) أوجد طريقةً أفضل لإيجاد ٨٥٪

(ب) أوجد ٨٥٪ من:

٨٥٪ = ٥٠٪ + (٣ × ١٠٪) + (٥ × ١٪)

١) ٧ ٢٠٠ غم ٢) ٦٤ ريالًا ٣) ٣,٦ م

٤) ١ ٨٠٠ مل ٥) ٨٥ ثانية

٣) أوجد:

(أ) ١٢,٥٪ من ٨٠ (ب) ٠,٥٪ من ٧ ٠٠٠

(ج) ١٥٠٪ من ٦٢ (د) ١٢٥٪ من ٢٦٠

(هـ) ١١٠٪ من ٣٦

يُمكن أن يكون لديك أكثر من ١٠٠٪

٤) ٢٦٪ من ٧٨ = ٢٠,٢٨

استخدِم هذه الحقيقة لإيجاد:

(أ) ٥٢٪ من ٧٨ ريالًا

(ب) ١٣٪ من ٧٨ كغم

(ج) ٦٥٪ من ٧٨ كم

(د) ١٠٤٪ من ٧٨ مليونًا

٥) ١٩٪ من ٢٥٦ = ٤٨,٦٤

استخدم هذه الحقيقةَ لإيجاد:

(أ) ١٩٪ من ١٢٨

(ب) ٩,٥٪ من ٢٥٦

(ج) ١٩٪ من ٥١٢

(د) ٩,٥٪ من ٥١٢

٦) (أ) وضِّح أنَّ ٣٠٪ من ٦٥ تعادل ٦٥٪ من ٣٠

(ب) وضِّح أنَّ ٢٠٪ من ٤٥ تعادل ٤٥٪ من ٢٠

(ج) الآن حاوِل تعميم هذه النتيجة.

٧) انسخ وأكمل الجدولَ التالي.

النسب المئويَّة	٥٪	٢٠٪	٤٠٪	٦٠٪	٨٠٪	١٢٠٪
المبلغ (بالريال)			٧٢			

٨-٢ مقارنةُ الكميَّاتِ المُختلفةِ

ستحتاج في الغالب إلى مقارنةِ مجموعاتٍ بقياساتٍ مُختلفةٍ.
لنفترض أنَّ، في إحدى المدارس، خضع ٨٥ طالبًا لاختبارٍ، اجتاز الاختبار ٥٩ طالبًا منهم.
في مدرسةٍ أخرى، خضع ٢٣٧ طالبًا لاختبارٍ واجتازه ١٤٧ طالبًا منهم.
أيُّ مدرسةٍ حقَّقت نتيجةً أفضل؟ من الصعب التحديد؛ لأنَّ كلَّ مدرسةٍ لديها عددٌ مختلفٌ من الطلاب.
يوضِّح المثالُ المحلولُ كيفيَّة استخدام النسب المئويَّة لمساعدتك للإجابة عن أسئلةٍ مثل هذه.

مثال ٨-٢

في المدرسة (أ)، خضع ٨٥ طالبًا لاختبارٍ بينما اجتازه ٥٩ طالبًا منهم.
في المدرسة (ب)، خضع ٢٣٧ طالبًا لاختبار رياضيَّاتٍ بينما اجتازه ١٤٧ طالبًا منهم.
أيُّ مدرسةٍ حصلت على مُعدَّل نجاحٍ أفضل؟

الحل

٥٩ من ٨٥ = ٥٩ ÷ ٨٥ = ٦٩٪
٥٩ ÷ ٨٥ = ٠,٦٩٤ = ٦٩٪ لأقرب عددٍ كاملٍ.
١٤٧ من ٢٣٧ = ١٤٧ ÷ ٢٣٧ = ٦٢٪
١٤٧ ÷ ٢٣٧ = ٠,٦٢٠ = ٦٢٪ لأقرب عددٍ كاملٍ.
مُعدَّل النجاح في المدرسة (أ) أفضل بنسبة ٧ نقاطٍ مئويَّة.
يتم تحديد الفرق بين ٦٢٪، ٦٩٪ في «نقاطٍ مئويَّة».

تمارين ٨-٢

١) يوجد ٢٧٠ شخصًا في سينما؛ من بينهم ١٦٨ سيدةً و١٠٢ رجل.
يوجد ١٥٢ شخصًا في مسرحٍ؛ من بينهم ٧٨ سيدةً و٧٤ رجلًا.
(أ) احسب النسبةَ المئويَّة للسيدات في كلِّ مكانٍ.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّة للرجال في كلِّ مكانٍ.

٢) يوجد ٤٢٥ طالبة و٣٨١ طالبًا في استاد كرة القدم؛ ٣١ طالبة و ٤٨ طالبًا يعانون من السمنة.
(أ) احسب النسبةَ المئويَّةَ للطالبات اللاتي يعانين من السمنة.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّةَ للطلاب الذين يعانون من السمنة.
(ج) احسب النسبةَ المئويَّةَ لكلِّ الطلابِ الذين يعانون من السمنة.

٣) يوجد في المدينة (أ) ٤٠٠ ٥ شاب تبلُغ أعمارُهم ١٨ عامًا أو أقلَّ. كما يوجد ٩٣٠٠ شخصٍ تبلُغ أعمارُهم أكثر من ١٨ عامًا.

يوجد في المدينة (ب) ٩٣٠٠ شخصٍ من الشباب تبلُغ أعمارهم ١٨ عامًا أو أقلَّ. كما يوجد ٦٠٠ ٢١ شخص تبلُغ أعمارُهم أكثر من ١٨ عامًا.

(أ) احسب النسبةَ المئويَّةَ للشباب في كلِّ مدينةٍ.

(ب) ما المدينةُ التي تحتوي على نسبةٍ أكبرَ من الشباب؟

٤) يوضَّح الجدول المقابل نتائج مسح أُجريَ في مصنعٍ.

(أ) ما النسبةُ المئويَّةُ للرجال الذين يرتدون نظَّاراتٍ؟

(ب) قارن النسبَ المئويَّةَ للرجال والسيدات الذين لايرتدون نظَّاراتٍ.

	يرتدون نظَّاراتٍ	لا يرتدون نظَّاراتٍ	الإجماليّ
رجال	١٢	٦٤	٧٦
سيِّدات	٩	٣٢	٤١

٥) يوضِّح الجدول المقابل أعمارَ السيَّاراتِ التي يمتلكها مجموعتين من الأشخاص.

استخدم النسبَ المئويَّةَ لمُقارنة أعمارِ السيَّاراتِ التي يمتلكها المهندسين والمُحاسبين.

عمر السيَّارة	أقل من ٥ سنواتٍ	٥ سنواتٍ أو أكثر
المُهندسون	٣٤	٥٣
المُحاسبون	٤١	١٠٢

٨-٣ تغييراتُ النسبةِ المئويَّةِ

يُمكنك استخدامُ النسبِ المئويَّةِ لوصفِ تغييرٍ في كميَّةٍ ما. يُمكن أن يكون هذا التغيير هو **زيادةٌ** أو **انخفاضٌ**.

يتمُّ دائمًا احتسابُ نسبةٍ مئويَّةٍ للتغيير كنسبةٍ مئويَّةٍ للقيمة الأوليَّة.

القيمة الأوليَّة هي ١٠٠٪ من المهمِ اختيار القيمةِ الصحيحةِ لتكون ١٠٠٪

مثال ٨-٣

زار ٨٠٠ شخصٍ متحفًا في شهر مايو، وزار ٩٠٠ شخصٍ في شهر يونيو، وفي شهر يوليو كان العدد ٨٠٠ شخص مرةً أخرى.

أوجد: (أ) النسبةَ المئويَّةَ للزيادة من مايو إلى يونيو.

(ب) النسبةَ المئويَّةَ للانخفاض من يونيو إلى يوليو.

الحل

(أ) ١٠٠٪ = ٨٠٠ فالقيمة الأوليَّة في مايو.

الزيادة هي ٩٠٠ − ٨٠٠

النسبة المئويَّة للزيادة هي $\frac{١٠٠}{٨٠٠} \times ١٠٠٪ = ١٢,٥٪$ يُبسَّط الكسرُ $\frac{١٠٠}{٨٠٠}$ إلى $\frac{١}{٨}$

(ب) ١٠٠٪ = ٩٠٠ القيمة الأوليَّة هي ٩٠٠ هذه المرة.

الانخفاض هو ١٠٠، انخفاض من ٩٠٠ إلى ٨٠٠

النسبة المئويَّة للانخفاض هي $\frac{١٠٠}{٩٠٠} \times ١٠٠٪ = ١١,١٪$ يُبسَّط الكسرُ $\frac{١٠٠}{٩٠٠}$ إلى $\frac{١}{٩}$

تمارين ٨-٣

١) فيما يلي أسعارُ ثلاثةِ أصنافٍ في المتجر.

(أ)لعبة ٤٠ ريالًا (ب) هاتف ١٢٠ ريالًا

(ج) حاسب آلي ٥٠٠ ريالٍ

زاد المتجر كل الأسعار بمبلغ ١٠ ريالاتٍ. أوجد زيادة النسبةِ المئويَّةِ لكلِّ صنفٍ.

٢) فيما يلي كُتلةُ أجسام ثلاثةِ أطفالٍ في شهر إبريل.

(أ) مراد ٦ كغم (ب) مهند ١٤ كغم

(ج) كريم ٢٥ كغم

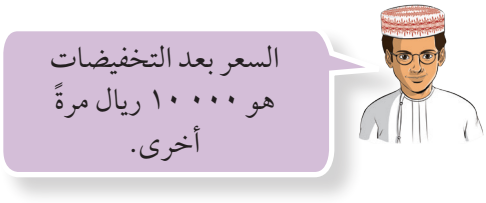
على مدار سنةٍ، زادت كُتلة جسم كلِّ واحدٍ منهم بنسبة ١٠٪، أوجد الكُتلةَ الجديدةَ لكلِّ طفلٍ.

٣) (أ) زاد ارتفاعُ نباتٍ في أسبوعٍ من ٣٠ سم إلى ٣٥ سم. احسب النسبةَ المئويَّةَ للزيادة.
(ب) زاد الارتفاعُ في الأسبوع التالي بنسبة ١٢٪ احسب الارتفاع الجديد.

٤) تبلغ كتلة يحيى ٨٤ كغم. كان يركض كلَّ يومٍ وبدأت كُتلة جسمه في الانخفاض.
بعد شهرٍ واحدٍ كانت كُتلة جسمه ٧٨ كغم. ما النسبة المئوية للانخفاض في كُتلة الجسم؟

٥) (أ) تزيد سرعةُ سيَّارةٍ من ٩٠ كم/ ساعة إلى ١٢٠ كم/ ساعة. ما النسبة المئويَّة للزيادة؟
(ب) هناك بعض التغييرات في السرعة. اكتب كلَّ سرعةٍ في صورة نسبة مئويَّةٍ.
١) من ٤٠ كم/ ساعة إلى ٥٥ كم/ ساعة
٢) من ٥٥ كم/ ساعة إلى ٧٠ كم/ ساعة
٣) من ٧٠ كم/ ساعة إلى ٤٠ كم/ ساعة

٦) كان سعرُ سيَّارةٍ هو ١٠٠٠٠ ريالًا. في التخفيضات خُفِّض السعر بنسبة ٤٪. بعد التخفيضات، زاد السعر بنسبة ٤٪
(أ) ما الخطأُ الذي ارتكبه أحمد؟
(ب) ما السعرُ الصحيحُ بعد التخفيضات؟



٧) لاحظ خبيرٌ في الإحصاء عددَ سكانِ دولته خلال ثلاث سنواتٍ مُختلفةٍ.

السنة	عدد السكان
١٩٠٠	٤,٦ ملايين
١٩٥٠	٧,٢ ملايين
٢٠٠٠	١٣,٨ مليونًا

أوجد النسبةَ المئويَّةَ للزيادة:
(أ) من ١٩٠٠ إلى ١٩٥٠
(ب) من ١٩٥٠ إلى ٢٠٠٠
(ج) من ١٩٠٠ إلى ٢٠٠٠

٨-٤ أمثلةٌ عمليَّةٌ

فيما يلي بعضُ الأمثلةِ الواقعيَّة على استخدامات النسبِ المئويَّة.

الربح = البيع بمبلغ أكبر من المبلغ الذي تشتري به.
الخسارة = البيع بمبلغ أقلّ من المبلغ الذي تشتري به.

- إذا اشتريت سلعةً ما ثُمَّ بعتها، يكون الفرق بين السعرين هو **ربحٌ** أم **خسارةٌ**.

يتمُّ تحديد هذا الفرق كنسبةٍ مئويَّةٍ من سعر الشراء.

إذا اشتريت سلعةً بمبلغ ٢٠ ريالًا وبعتها بمبلغ ١٥ ريالًا، فستتعرض لخسارةٍ قدرها ٥ ريالاتٍ أو ٢٥٪

- عند شراءِ سلعةٍ ما من المُمكن أن يتمَّ تقديم لك **خصم**.

يُعتبر هذا تخفيضًا في السعر. يتمُّ تحديده عادةً كنسبةٍ مئويَّةٍ.

إذا كان السعر الأصليُّ هو ٢٠ ريالًا، يُمكنك الحصولُ على ١٠٪ خصم، فستدفع ١٨ ريالًا فقط.

٣٪ من ٢٠٠٠٠ ريالًا هو ٦٠٠ ريالٍ

- إذا اقترضت لشراء سيارة، قد تضطر إلى سدادِ مبلغٍ أكبرَ من المبلغ الذي اقترضته. هذه هي **الفائدةُ** التي يفرضها البنكُ. يتمُّ تحديدها كنسبةٍ مئويَّةٍ من التكلفة. إذا كانت تكلفة السيارة هي ٢٠٠٠٠ ريالٍ ومعدل الفائدة هو ٣٪ ، فستدفع ٢٠٦٠٠ ريالٍ.
- إذا اشتريت سلعةً ما، فقد يتضمَّن السعر **ضريبةً**. تُسمَّى هذه الضريبة ضريبةَ مبيعاتٍ. عند كسبِ النقود قد تضطر إلى دفعِ ضريبةٍ على ما تكسبه. تُسمَّى هذه الضريبة ضريبةَ الدخلِ.

مثال ٨-٤

يكسب شخص ٤٥٠٠٠ ريالٍ في السنة.

يمكنه أن يكسب ٥٠٠٠ ريالٍ بدون دفع أيِّ ضرائب. هذا الشخص يدفع ٣٠٪ ضريبة على أيِّ شيءٍ يُقدَّر بأكثر من ٥٠٠٠ ريال.

(أ) أوجد مقدار الضريبة التي يدفعها.

(ب) ما النسبةُ المئويَّةُ لدخله التي يدفع عليها ضريبةَ الدخلِ؟

الحل

(أ) ٤٥٠٠٠ – ٥٠٠٠ = ٤٠٠٠٠ هذا هو ربحه الخاضع للضريبة. يدفع هذا الشخص الضريبةَ على هذا المبلغ.

٣٠٪ من ٤٠٠٠٠ = ١٢٠٠٠ هذا هو ٠,٣٠ × ٤٠٠٠٠

هو يدفع ١٢٠٠٠ ريالٍ.

(ب) $\frac{١٢٠٠٠}{٤٥٠٠٠} \times ١٠٠ = ٢٦,٦$٪ ٤٥٠٠٠ = ١٠٠٪ قُرِّبَت الإجابة إلى منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

تمارين ٨-٤

نسبة الربح هي نسبةٌ مئويَّةٌ من ٢٤٠

١) اشترى رجلٌ خنجرًا من الفضة بمبلغ ٢٤٠ ريالًا وباعه بمبلغ ٣٠٠ ريالٍ.
احسب نسبة الربح.

٢) اشترى رجلٌ سيَّارةً بمبلغ ٦ ٩٠٠ ريالٍ. باعها بمبلغ ٢ ٥٠٠ ريالٍ.
احسب النسبةَ المئويَّةَ للخسارةِ.

٣) اشترى تاجرٌ بعضَ البضائع بمبلغ ٨٢٠ ريالًا. عند بيعها، حقَّق ربحًا بنسبةِ ٣٥٪
(أ) احسب الربحَ بالريالِ. (ب) احسب المبلغَ الذي باع البضائع به.

٤) سعر القميص ٦٫٥٠٠ ريالاتٍ.
إذا اشتريت ثلاثةَ قمصان، يُمكنك الحصولُ على خصمٍ بنسبة ١٠٪
احسب المبلغَ الذي وفَّرته إذا اشتريت ثلاثةَ قمصان.

٥) يضيف كلُّ مطعمٍ ضريبةَ خدمةٍ قدرها ٥٪ على كلِّ فاتورةٍ.
(أ) هذه هي إجماليَّات فواتير بعضِ العائلات قبل إضافةِ الضريبة. احسب الفاتورةَ بعد إضافةِ الضريبةِ.
١) ٤٢٫٢٠٠ ريالًا ٢) ١٩٫٥٠٠ ريالًا ٣) ٦٤٫٨٠٠ ريالًا
(ب) زاد مُعدَّل الضريبة إلى ٧٪، احسب مبلغَ الضريبةِ الإضافيَّة التي يجب دفعها في كلِّ حالةٍ.

٦) يستثمر شخصٌ مبلغَ ٤ ٥٠٠ ريالٍ في بنكٍ. يدفعُ البنكُ ٨٪ فائدة.
(أ) احسب الفائدةَ بالريال. (ب) احسب الإجماليَّ.

٧) أودعت سيِّدةٌ مبلغ ٥٦٠ ريالًا في بنكٍ.
(أ) قرَّر البنكَ أن يمنح كلَّ عملائه فائدةً بنسبة ٤٫٥٪. احسب المبلغَ الذي تحصل عليه من الفائدة.
(ب) في السنة التالية، كان لديها ٧٢٠ ريالًا في البنك وحصلت على فائدةٍ تبلُغ ٢٧٫٣٦٠ ريالًا، كم كانت النسبةُ المئويَّةُ لمُعدَّلِ الفائدة؟

٨) اقترض هاني من البنك مبلغ ٦ ٤٠٠ ريالٍ.
وافق البنك على إعطاء هاني القرض بفائدةٍ تبلُغ نسبتها ٢٪ كلَّ سنةٍ لمدة أربعِ سنواتٍ.
احسب إجماليَّ مبلغ الفائدة الذي سيدفعه هاني.

٩) يكسب جابر مبلغَ ٢٧٥ ٥٤ ريالًا في السنة.
لا يدفع جابر ضريبةً على أوَّل ٣٠ ٠٠٠ ريالٍ.
يدفع ضريبةً بنسبة ١٢٪ على كلِّ المبالغ التي يكسبها أكثر من ٣٠ ٠٠٠ ريالٍ.
(أ) احسب مبلغَ الضريبةِ الذي يدفعه.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّةَ لربحه التي يدفع عليها ضريبة الدخل.
(ج) إذا زاد مُعدَّل ضريبةٍ ليصبح ٢١٪، ما مبلغُ الضريبة الإضافيُّ الذي سيدفعه جابر؟

١٠) يبلُغ سعرُ سيَّارةٍ مستعملةٍ ٢٣٧٥ ريالًا.
أيٌّ من العروض الثلاثة على اليسار هو أفضلُ عرضٍ؟
أعطِ سببًا لإجابتِك.

١٥٪ خصم

٩٠٠ ريالٍ تخفيض

ادفع سبعةَ أثمانٍ

١١) اشترت سماح اثنتي عشرة زجاجة عطرٍ بمبلغ ١٤٥ ريالًا ثُمَّ باعت كلَّ الزجاجات بمبلغ ١٨,٥٠٠ ريالًا لكلِّ زجاجةٍ.
احسب ربحَ أو خسارةَ سماح. اكتب إجابتَك في صورة نسبة مئويَّةٍ.

١٢) اشترى تاجر تحفًا من ثلاثة أصنافٍ ثُمَّ باعها.
الأسعار موضَّحة في الجدول المقابل.
(أ) احسب نسبةَ الربح أو الخسارة التي تخصُّ كلَّ صِنفٍ.
(ب) إجماليَّ نسبة الربح أو الخسارة للأصناف الثلاثة معًا.

الصِنف	ساعة	عِقد	صورة
سعر الشراء	١٢٠ ريالًا	٤٢ ريالًا	٨٩٠ ريالًا
سعر البيع	٢٠٥ ريالاتٍ	٩٥ ريالًا	٧٢٥ ريالًا

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ يُمكن كتابةُ النسبِ المئويَّة في صورة كسور أو نسبٍ مئويَّةٍ. يكون ذلك مُفيدًا عند إجراء العمليَّات الحسابيَّة الذهنيَّة.
- ★ تعتبر الكسورُ والنسبُ المئويَّةُ طريقةً جيِّدةً لمُقارنة الكميَّات المُختلفة.
- ★ يُمكنك حلُّ المسائل التي تتضمَّن تغيرات النسبة المئويَّة.
- ★ يُمكنك حلُّ المسائل التي تتضمَّن الربح والخسارة والفائدة والخصم وضريبة الدخل.
- ★ يُمكنك حلُّ المسائل التي تتضمَّن النسب المئويَّة، إمَّا ذهنيًّا أو بالآلةِ الحاسبةِ.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ توسيع طريقة الحسابات الذهنيَّة للعمليَّة الحسابيَّة، التعامل مع الكسور العشريَّة والكسور والنسب المئويَّة والعوامل، استخدام ملاحظاتٍ كتابيَّة حيثما يكون ذلك مناسبًا.
- ★ معرفة الوقت الذي تحتاج فيه إلى استخدام الكسور أو النسب المئويَّة لمُقارنة الكميَّات المُختلفة.
- ★ حلِّ المسائل التي تتضمَّن تغييرات النسبة المئويَّة واختيار العدد الصحيح لاعتباره ١٠٠٪ أو كعددٍ كاملٍ، وتضمين المسائل البسيطة التي تتضمَّن الشؤون المالية الشخصيَّة والأسريَّة، على سبيل المثال، الفائدة البسيطة والخصم والربح والخسارة والضريبة.
- ★ الحساب بدقةٍ واختيار عمليَّاتٍ وطرقٍ ذهنيَّةٍ أو كتابيَّة مناسبة للأعداد والسياق.

تمارين ومسائل عامة

١) احسب النسبَ المئويَّة التالية. لا تستخدم آلةً حاسبةً.

(أ) ٦٠٪ من ٨٤ (ب) ٩٠٪ من ٣٢٠

(ج) ١٥٪ من ٤٢,٦ (د) ٣١٪ من ٦٣٠

٢) بدون استخدامِ آلةٍ حاسبةٍ، احسب:

(أ) ٣٥٪ من ٢٠٠٠ ملم (ب) ٤٠٪ من ٩٦٠ كغم

(ج) ١٢٠٪ من ٧٦٠ ساعةً

٣) ٢٧٪ من ٤٣٠ = ١١٦,١

استخدم هذه الحقيقة لإيجاد:

(أ) ٢٧٪ من ٨٦٠ (ب) ٢,٧٪ من ٤٣٠

(ج) ٥٤٪ من ٢١٥ (د) ١٣,٥٪ من ٤٣٠٠

٤) يوضِّح هذا الجدول عددَ الرجال والسيِّدات الذين يذهبون إلى العمل بالمواصلات العامة.

	يذهبون للعمل بالمواصلات العامة	لا يذهبون للعمل بالمواصلات العامة	الإجماليّ
رجال	١٥	٤١	٥٦
نساء	٣٨	٨٢	١٢٠

(أ) احسب النسبةَ المئويَّة للرجال الذين يذهبون إلى العمل بالمواصلات العامة.

(ب) احسب النسبةَ المئويَّةَ للنساء اللاتي لا يذهبن إلى العمل بالمواصلات العامة.

(ج) اقرأ ما يقوله هلال.

هل الأرقامُ في الجدول تتوافق مع هذه العبارةِ؟ أعطِ سببًا لإجابتِك.

الاحتمال المُرجَّح أنَّ الرجال هم الذين يذهبون إلى العمل بالمواصلات العامة أكثر.

٥) في سنة من السنوات، في المدرسة (أ)، غادر ١٦٢ طالبًا كما دخل ١٠٩ طلابٍ الجامعة.

في المدرسة (ب)، غادر ٧٥ طالبًا كما دخل ٦٨ طالبًا الجامعة.

قارن النسبَ المئويَّةَ للطلاب الذين دخلوا الجامعة من كلِّ مدرسةٍ.

٦) احسب نتائجَ التغييرات التالية.

(أ) زاد حشدٌ من الناس يبلُغ عدده ٨٠٠٠ شخصٍ بنسبة ٢٠٪

(ب) انخفض سعرُ السيَّارة الذي يبلغ ٤٣٠٠٠ ريال بنسبة ٦٪

(ج) زادت كُتلة جسم الرضيع الذي يبلغ ٣,٢٠ كغم بنسبة ٨٠٪

٧) اقرأ ما تقوله مها.
اشرح لماذا هي على صوابٍ.

٨) قبل الخصم، كان سعرُ السيَّارةِ اللعبة ٣,٤٠٠ ريالاتٍ. طبَّق المتجر خصمًا بنسبة ١٠٪ على كلِّ سيَّارةٍ.
احسب تكلفة ٢٨ سيارةً بعد الخصم.

٩) اشترى تاجر ١٢ قميصًا بمبلغ ١٥٠ ريالًا. باع ١١ قميصًا منها بمبلغ ٢٠ ريالًا للقميص الواحد وقميصًا واحدًا بسعر ١٠ ريالاتٍ. احسب النسبةَ المئويَّةَ لإجماليِّ ربح أو خسارة التاجر.

١٠) سعرُ جهاز الحاسب الآلي ٦٩٥ ريالًا. يقدِّم المتجر خصمًا قيمته ١٥٪
احسب سعرَ الخصم.

١١) كسب علي هذه السنة ٥٢٧٠٠ ريالٍ.
يجب أن يدفع ٢٨٪ على كلِّ مبلغٍ يكسبه أكثر من ١٢٨٠٠ ريالٍ.
(أ) احسب مقدارَ الضريبة التي يجب أن يدفعها.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّةَ للضريبة التي يدفعها من الدخل.

مراجعة نهاية الفصل الدراسي

١) أوجد إجابات ما يلي:

(أ) $٦ + (-٥)$ (ب) $-٤ - (-٦)$

(ج) $٣ \times (-٤)$ (د) $-١٨ \div ٦$

٢) انسخ العبارات الجبرية التالية وأكملها:

(أ) $٦^{٣} \times ٦^{٧} = ٦^{\square}$ (ب) $٨^{٥} \div ٨^{٢} = ٨^{\square}$

(ج) $٩^{-١} = \frac{١}{\square}$ (د) $١٥^{٠} = \square$

٣) أوجد إجابات ما يلي ذهنيًا:

(أ) $٩ \times ٠,٢$ (ب) $١٢ \times ٠,٠٤$ (ج) $٦ \div ٠,٢$

(د) $٢٤ \div ٠,٠٦$ (هـ) $٠,٤ \times ٠,٨$ (و) $٠,٤ \div ٠,٠٢$

٤) أوجد إجابات ما يلي:

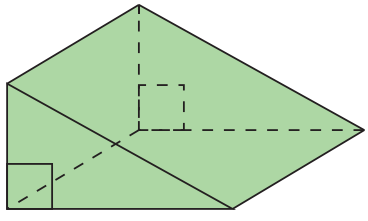
(أ) ٢٦×١٠^{٣} (ب) $٠,٠٧ \times ١٠^{-١}$

(ج) $٢٤ \div ١٠^{٤}$ (د) $٠,٨ \div ١٠^{-٢}$

٥) اكتب العلامة الصحيحة من بين (= أو < أو >) في كل مربع من المربعات الفارغة والموجودة بين العبارات الجبرية التالية:

(أ) $٢٠ - ٣ \times ٥ \square ١ + \frac{٤٥}{١٥}$ (ب) $٤٠ - ٥^{٢} \square ٣(٣٨ - ٣٣)$

٦) ارسم شبكة للمنشور الثلاثي التالي.



٧) أوجد إجابات الأسئلة التالية:

اكتب كل إجابة في أبسط صورة وفي صورة عدد كسري إن أمكن.

(أ) $\frac{١}{٨} \times ٣٦$ (ب) $\frac{٢}{٥} \times \frac{١٥}{١٦}$

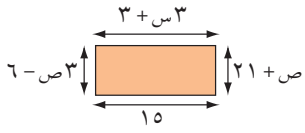
(ج) $٩ \div \frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٤}{٥} \div \frac{١٢}{٢٥}$

٨) حِل المعادلات التالية:

(أ) س + ٣ = ١٥ (ب) ٤ س = ١٢

(ج) $\frac{\text{س}}{٣}$ + ٩ = ١٤

٩) أوجد قيم (س)، (ص) في المخطط التالي.

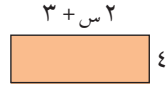


جميع القياسات بالسنتيمتر.

١٠) بسِّط كل عبارة من العبارات الجبرية التالية:

(أ) $\text{س}^{٦} \times \text{س}^{٤}$ (ب) $٢٥\text{ر}^{٩} \div ٥\text{ر}^{٣}$

١١) اكتب عبارة جبرية تعبر عن ما يلي:



(أ) محيط

(ب) مساحة هذا المستطيل.

اكتب كل عبارة جبرية في أبسط صورها.

١٢) استخدم الصيغة ر = م ل + ك لإيجاد قيمة:

(أ) ر في حالة م = ٨ ، ل = ٥ ، ك = ١٢

(ب) ل في حالة ر = ٤٦ ، ك = ١٨ ، م = ٤

١٣) (أ) حلل كلٍ من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

(١) ٥س - ١٥ (٢) ١٢ س ص - ٨ص

(ب) بسِّط كل عبارة من العبارات الجبرية التالية:

(١) $\frac{\text{س}}{٢} + \frac{\text{س}}{٥}$ (٢) $\frac{٢\text{ س}}{٣} + \frac{\text{ص}}{٤}$

(ج) فُكّ كل عبارة من العبارات الجبرية التالية وبسِّطها:

(١) (س + ٦) (س - ٢) (٢) $(\text{س} + ٤)^{٢}$

١٤) انسخ العبارات التالية وأكملها:

(أ) ٦ $\text{م}^{٢}$ = □ $\text{سم}^{٢}$ (ب) ٥٥٠ $\text{ملم}^{٢}$ = □ $\text{سم}^{٢}$

(ج) ٨,٠ $\text{م}^{٣}$ = □ $\text{سم}^{٣}$ (د) ٢,٥ $\text{سم}^{٣}$ = □ $\text{ملم}^{٣}$

(هـ) ٤٥٠ $\text{سم}^{٣}$ = □ مل

١٥) دائرة يبلغ نصف قطرها ٦,٥ سم. أوجد ما يلي:

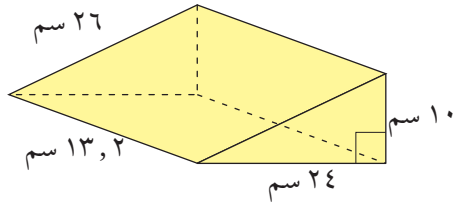
(أ) مساحة الدائرة

(ب) محيط الدائرة.

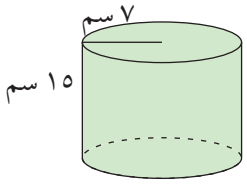
اكتب إجابتك مقربة لمنزلة عشرية واحدة. استخدم زر «π» في الآلة الحاسبة الخاصة بك.

١٦) أوجد: (١) الحجم (٢) مساحة السطح
للمنشور الثلاثي والأسطوانة.
اكتب إجاباتك عن الجزئية (ب) مقرّبة لمنزلة عشرية واحدة.

(أ)



(ب)



١٧) ترمي جميلة حجر نرد مكوّن من ٨ أوجه وعلى كل وجه عدد من ١ إلى ٨:
(أ) ما احتمال أن يظهر العدد ٢ على حجر النرد؟
(ب) ما احتمال ألا يظهر العدد ٦ على حجر النرد؟
(ج) تم رمي حجر النرد ٥٠ مرة وظهر عدد فردي ٢٨ مرة. أوجد الاحتمالات التجريبية لظهور عدد زوجي.

١٨) اشترى كريم منزلًا كبيرًا بمبلغ ١٣٠ ٠٠٠ ريال.
وبعد خمس سنوات باعه بمبلغ ١٤٠ ٤٠٠ ريال.
(أ) ما نسبة ربحه؟
(ب) وضح كيفية التحقق من صحة إجابتك.

قاموس المصطلحات

الأسّ (الجمع الأسس) **(index (plural indices))**	عدد يُستخدم لتوضيح القوى، في $٣^{٤}$، العدد ٤ هو الأسّ.	١٥
الأساس **(Base)**	هو العدد المضروب في نفسه عدة مرات وفقًا للأس، فمثلًا: $٥^{٤}$ يضرب الأساس ٥ في نفسه ٤ مرات.	١٥
القوة **(power)**	عدد مكتوب باستخدام الأسّ؛ فالقوة الرابعة للعدد ٣ تُكتب بهذا الشكل $٣^{٤} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٨١$	١٥
العدد الصحيح **(integer)**	عدد من مجموعة الأعداد الكاملة ..... ، -٣، -٢، -١، ٠، ١، ٢، ٣، ...	١٥
الأرقام المعنوية **(significant figures)**	الرقم المعنوي الأول هو أول رقم غير صفري من جهة اليسار في العدد؛ مثلًا، الرقم ٢ هو أول رقم معنوي في كل من العددين ٢ ١٤٦ ، ٠,٠٢٤٥	٢٩
ترتيب العمليات **(order of operations)**	الترتيب الذي يجب أن تتم به العمليات، عند إجراء العمليات الحسابية التي تتطلب أكثر من عملية واحدة.	٢٩
يثبت **(prove)**	يقدم البرهان.	٤٨
البرهان **(proof)**	حجة لتوضيح صحة عبارة أو حقيقة ما.	٤٨
الزاوية الخارجية **(exterior angle)**	زاوية خارج المثلث، وهي الزاوية المحصورة بين ضلع ممتد والضلع الموجود بجانبه.	٤٨
الشبكة **(net)**	مخطط مسطح يمكن طيّه لتكوين أوجه المجسم.	٤٨
أبسط صورة (الكسور) **(simplest form (fractions))**	الكسر في حالة قسمة كل من البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر لهما.	٦١

العامل المشترك الأكبر (ع م ك) (highest common factor (HCF))	أكبر عدد يكون عامل لعددين آخرين أو أكثر.	٦١
المضاعف المشترك الأصغر (lowest common multiple)	أصغر عدد كامل يمكن استخدامه كمقام لكسرين أو أكثر.	٦١
تبسيط (simplify)	(عبارة أو معادلة) تجميع كل الحدود المتشابهة، من خلال الجمع والطرح، للتعبير عن كل حد في أبسط صورة.	٦١
حذف العوامل المشتركة (الكسور) (cancelling common factors (fractions))	قسمة بسط ومقام الكسر على أي عامل مشترك.	٦١
قلب الكسر وضربه (invert and multiply)	طريقة للقسمة على كسر؛ يتم قلب الكسر «المقسوم عليه» ومن ثم ضرب الكسرين.	٦١
الحلّ (solution)	قيمة أي حرف مجهول أو حروف مجهولة في المعادلة.	٧٧
باستخدام المجهول (in terms of)	استخدام الحروف لتمثيل الأعداد المجهولة، لكتابة تعبير جبري.	٧٧
التحليل إلى عوامل (factorise)	كتابة عدد أو تعبير جبري كناتج لضرب العوامل.	٧٧
تغيير المجهول (changing the subject)	إعادة ترتيب الصيغة أو المعادلة لتغيير المتغير وهو مجهول الصيغة إلى متغير آخر من المعادلة.	٧٧
حِل (solve)	حساب قيمة أي حرف مجهول أو حروف مجهولة في المعادلة.	٧٧

العملية العكسية (inverse operation)	العملية التي لها تأثير عكسي؛ معكوس «جمع ٥» يكون «طرح ٥».	٧٧
الكتابة (في الجبر) (construct (algebra))	استخدام المعلومات لكتابة صيغة.	٧٧
الكسر الجبري (algebraic fraction)	كسر يتضمن مجهول جبري واحد على الأقل.	٧٧
مجهول الصيغة (subject of the formula)	متغير واحد في ناحية واحدة (عادة ما يكون ناحية اليمين) من الصيغة أو المعادلة.	٧٧
باي (pi)	قيمة محيط أي دائرة مقسوم على قطرها؛ ويبلغ تقريبًا ٣,١٤	١٠٠
المنشور (prism)	مجسم ثلاثي الأبعاد بنفس المقطع العرضي على مدى طوله.	١٠٠
المقطع العرضي (cross-section)	السطح الناتج عن قطع شريحة بطول الشكل المجسم.	١٠٠
الاحتمال النظري (theoretical probability)	احتمال يتم إيجاده باستخدام النتائج المرجحة بالتساوي.	١١٥
الاحتمال التجريبي (experimental probability)	احتمال يتم تقديره من بيانات تم جمعها من تجربة.	١١٥
عشوائي (random)	يصف حالة تكون النتائج فيها احتمالاتها متساوية.	١١٥
عشوائيًا (at random)	انظر عشوائي.	١١٥
متنافية (mutually exclusive)	تكون النتيجتان متنافيتان في حالة عدم إمكانية حدوثهما معًا في نفس الوقت.	١١٥

الخسارة **(loss)**	عكس الربح؛ مثلًا، فإنك تخسر إذا اشتريت شيئًا ما ثم بعته بسعر أقل من سعر تكلفته.	١٣٠
الخصم **(discount)**	تخفيض في سعر شئ ما.	١٣٠
الربح **(profit)**	النقود التي يتم كسبها بعد عملية تجارية مثلًا، فأنت تجني الربح إذا اشتريت شيئًا ثم بعته بمبلغ أكبر من مبلغ تكلفته.	١٣٠
الفائدة **(interest)**	المبلغ المكتسب نظير إقراض النقود.	١٣٠
الضريبة **(tax)**	نقود يتم دفعها للحكومة لتمويل الإنفاق العام.	١٣٠
الزيادة **(increase)**	التكبير أو الزيادة في العدد.	١٣٠
الانخفاض **(decrease)**	التصغير أو التقليل في العدد.	١٣٠

شكر وتقدير

يتوجه المؤلفون والناشرون بالشكر الجزيل إلى جميع من منحهم حقوق استخدام مصادرهم أو مراجعهم وبالرغم من رغبتهم فى الإعراب عن تقديرهم لكل جهد تم بذله، وذكر كل مصدر تم استخدامه لإنجاز هذا العمل، إلا أنه يستحيل ذكرها وحصرها جميعاً وفي حال إغفالهم لأي مصدر أو مرجع فإنه يسرهم ذكره في النسخ القادمة من هذا الكتاب.

(Euclid : Prisma/UIG/Getty Images Football fan : Rolfo Rolf Brenner/Getty Images Kids cinema : andersr/Getty Images)

تم بحمد الله

الرياضيات

كتاب الطالب ٨

يزخر كتاب الطالب بالعديد من الموضوعات مع شرح واضح وسهل لكل المفاهيم المتضمنة في هذه الموضوعات، ويقدم أنشطة ممتعة لاختبار مدى فهم الطلاب. ينقسم كتاب الطالب إلى قسم المحتويات، وقسم خاص بالوحدات والموضوعات لسهولة التنقل فيه. ويشرح كتاب الطالب المفاهيم الرياضية بوضوح، مع ذكر بعض الأمثلة ثم التمارين، وهو ما يسمح للطلاب بتطبيق معرفتهم المكتسبة حديثًا.

يتضمن كتاب الطالب:

- لغة سهلة ومفهومة تناسب جميع الطلاب.
- تغطية لقسم حل المشكلات ضمن الموضوعات.
- تمارين عملية في نهاية كل موضوع.
- تمارين ومسائل عامة تتناول جميع الموضوعات التي تم تغطيتها في كل وحدة.
- إرشادات لمساعدة الطلاب على حل التمارين، بما في ذلك الأمثلة المحلولة والملاحظات المفيدة.

إجابات التمارين متضمنة في دليل المعلّم.