سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عمان 2040
نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات الأساسية

الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

كتاب النشاط

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية
1445 هـ - 2023 م

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات الأساسية

الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

كتاب النشاط

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية 1445هـ - 2023م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS ، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ م، طُبعت في سلطنة عُمان

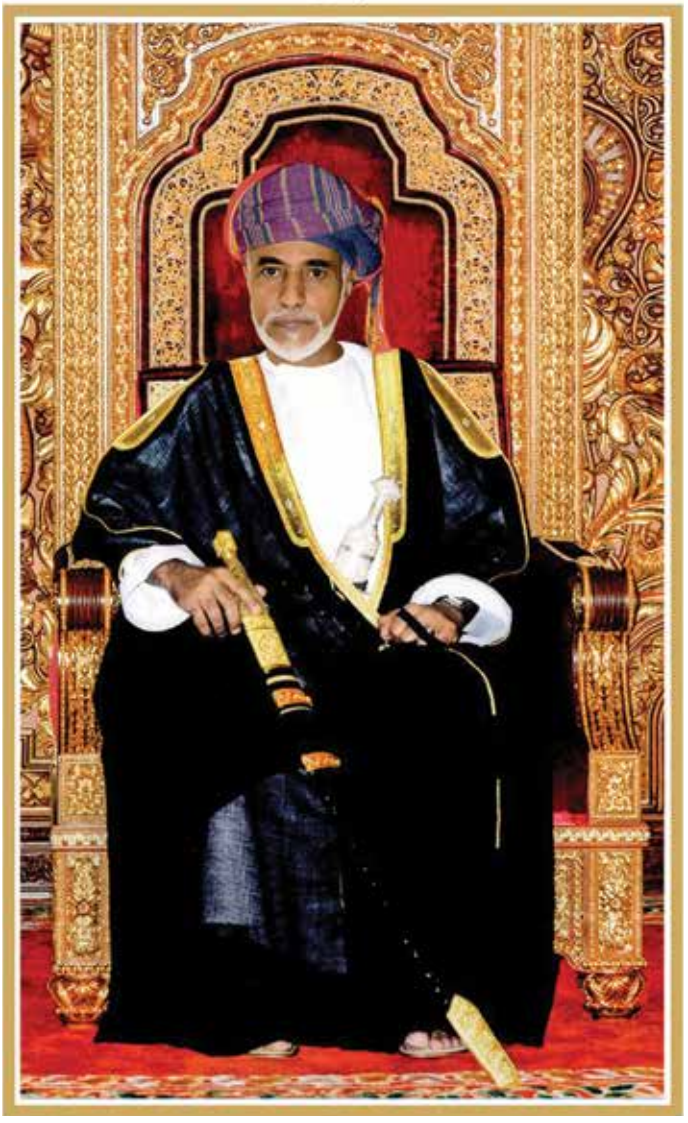
هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف الثاني عشر – من سلسلة Cambridge international AS & A level Mathematics 1، للمؤلف موريل جايمز.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٣٦ / ٢٠٢٣ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم
لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.



المغفور لـه
السلطان قابوس بن سعيد
- طيّب اللّه ثراه -

حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
- حفظه الله ورعاه -

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)

النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

كيف تستخدم هذا الكتاب؟ xii

الوحدة الأولى: الأسس واللوغاريتمات الطبيعية

١–١ الدالة الأسّية الطبيعية ١٣
١–٢ الدالة اللوغاريتمية الطبيعية ومعكوسها ١٧
١–٣ الصيغة الأسّية والصيغة اللوغاريتمية للأساس هـ ٢١
١–٤ حل المعادلات الأسّية واللوغاريتمية الطبيعية ٢٢
١–٥ تحويل علاقة إلى صيغة خطية باستخدام اللوغاريتم الطبيعي ٢٥
تمارين مراجعة نهاية الوحدة الأولى ٢٦

الوحدة الثانية: التفاضل

٢–١ المشتقة الأولى ٢٩
٢–٢ الميل عند نقطة ٣١
٢–٣ معادلة المماس ٣٤
٢–٤ المشتقة الثانية ٣٧
٢–٥ الدوال المتزايدة والمتناقصة ٣٩
تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثانية ٤٢

الوحدة الثالثة: المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)

٣–١ المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة) ٤٤
٣–٢ التوزيع الاحتمالي للمتغيّر العشوائي المتقطع ٤٨
٣–٣ القيمة المتوقعة والتباين للمتغيّر العشوائي المتقطع ٥١
تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثالثة ٥٥

كيف تستخدم هذا الكتاب؟

سوف تلاحظ خلال هذا الكتاب ميزات خاصة تم تصميمها لتساعدك على التعلم. يؤمن هذا القسم صورة مختصرة لهذه الميزات.

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

١-١ تفهم وتستخدم تعريف وقوانين، وخصائص $هـ^{س}$، لط س وتحوّل بين الصيغتَين الأسّية واللوغاريتمية للأساس الطبيعي هـ.

٢-١ تستخدم الحاسبة في إيجاد $هـ^{س}$، لط س

٣-١ تحل معادلات أسّية ولوغاريتمية باستخدام الأساس الطبيعي (فقط تلك التي يمكن تبسيطها إلى الصيغة الخطية).

٤-١ تفهم أن الدوال الأسّية والدوال اللوغاريتمية (لأي أساس) هي عكسية، وتفهم تمثيلهما البياني.

٥-١ تستخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل دالة معطاة ص = ك $س^{ن}$، ص = ك × $أ^{(ب س + جـ)}$ إلى الصيغة الخطية، وبالتالي إيجاد أعداد ثابتة مجهولة من خلال استخدام الميل و/أو المقطع الصادي.

الأهداف التعليمية: تدل على المفاهيم المهمة في كل وحدة وتساعدك في تصفح الكتاب بطريقة منهجية.

مساعدة

قيمة الأرباح المتوقعة لاستثمار (م) ريال عماني في السنة = القيمة المتوقعة بالنسبة المئوية × المبلغ المستثمر (م) ÷ عدد السنوات.

مساعدة: مربعات تتضمن نصائح وإرشادات مفيدة حول الحسابات عن الإجابات أو التحقّق منها.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الأولى

١) حل المعادلة لط (س − ١) + لط ٢ = لط (س + ١)

تمارين مراجعة نهاية الوحدة:

تحتوي مراجعة نهاية الوحدة على أسئلة تحاكي الاختبار وتغطي جميع الموضوعات في الوحدة. يمكنك استخدام هذه الأسئلة للتحقق من فهمك للموضوعات التي درستها.

توجد في كل وحدة تمارين متعددة تحتوي على أسئلة تدريبية. تم تشفير هذه الأسئلة كالآتي:

- تركز هذه الأسئلة على حل المسائل.
- تركز هذه الأسئلة على البراهين.
- تركز هذه الأسئلة على التمثيل.
- يجب ألّا تستخدم الآلة الحاسبة عند حل هذه الأسئلة.

الوحدة الأولى
الأسس واللوغاريتمات الطبيعية
Exponentials and natural logarithms

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

١-١ تفهم وتستخدم تعريف وقوانين، وخصائص هـ^{س}، لـط س وتحوّل بين الصيغتَين الأسّية واللوغاريتمية للأساس الطبيعي هـ.

١-٢ تستخدم الحاسبة في إيجاد هـ^{س}، لـط س

١-٣ تحل معادلات أسّية ولوغاريتمية باستخدام الأساس الطبيعي (فقط تلك التي يمكن تبسيطها إلى الصيغة الخطية).

١-٤ تفهم أن الدوال الأسّية والدوال اللوغاريتمية (لأي أساس) هي عكسية، وتفهم تمثيلهما البياني.

١-٥ تستخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل دالة معطاة ص = ك س^{ن}، ص = ك × أ$^{(ب س + جـ)}$ إلى الصيغة الخطية، وبالتالي إيجاد أعداد ثابتة مجهولة من خلال استخدام الميل و/أو المقطع الصادي.

١-١ الدالة الأسّية الطبيعية

تمارين ١-١

١) استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية مقربة إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

أ) هـ^{٢} ب) ٣ – هـ ج) $\frac{\text{هـ} - ١}{\text{هـ}}$

٢) استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية مقربة إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

أ) ٠,٥ – هـ$^{-١}$ ب) هـ$^{-٠,٧}$ ج) هـ$^{-٢,١}$

د) هـ$^{-٠,٠٥}$ هـ) هـ$^{-\frac{٥}{٣}}$

٣) استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية مقربة إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

أ) $\sqrt{هـ + ١}$

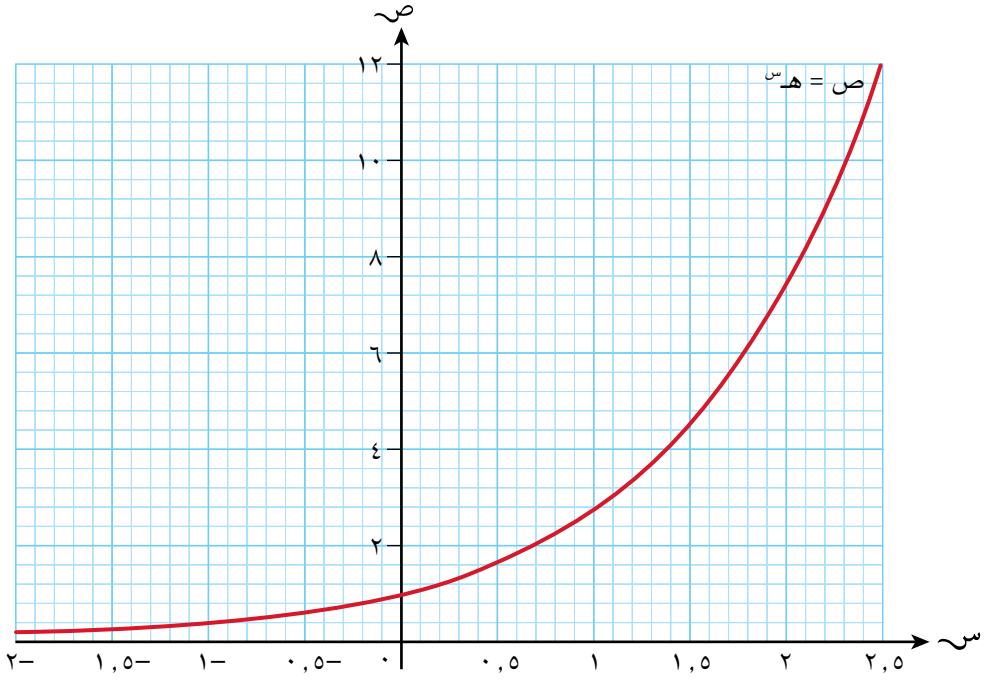
ب) $\sqrt{هـ^{٣}}$

ج) $\frac{١}{\sqrt[٥]{هـ}}$

د) $هـ^{٣} - هـ^{٢}$

هـ) $هـ^{-٢} + هـ^{-٣}$

٤) يبيّن التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة د(س) = $هـ^{س}$ في الفترة $-٢ \leqslant س \leqslant ٢,٥$



أ) استخدم المخطط لتقدير القيم الآتية مقربة إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

١) د(١,٨)

٢) د(٠,٦)

٣) د(-٠,٥)

٤) د(-١,٢)

ب قدّر قيمة س، مقربة إلى أقرب منزلة عشرية، حيث:

١) د(س) = ٨ ٢) د(س) = ٥ ٣) د(س) = ١

_____ _____ _____

_____ _____ _____

_____ _____ _____

٥) استخدم القيم التقريبية هـ^{٤} = ٥٤,٦، هـ^{٦} = ٤٠٣,٤، لتقدير كل من القيمتين الآتيتين مقربة إلى أقرب عدد صحيح:

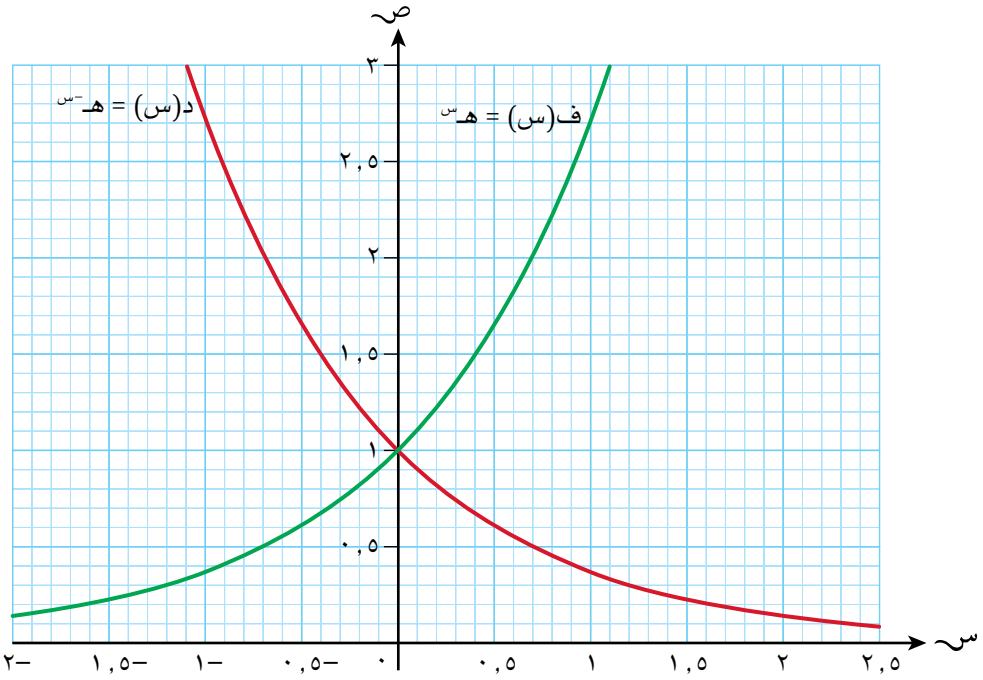
أ هـ^{١٠} ب هـ^{١٢}

_____ _____

_____ _____

_____ _____

٦) يبيّن التمثيل البياني أدناه منحنى كل من الدالة د(س) = هـ$^{-س}$ والدالة ف(س) = هـ^{س}



أ استخدم منحنيَي الدالتَين لإيجاد القيمتَين الآتيتَين:

١) هـ^{س} + هـ$^{-س}$ عندما س = ٠

_____

_____

٢) هـ^{س} – هـ$^{-س}$ عندما س = ٠

ب استخدم منحنيَي الدالتَين لإيجاد الآتي مقرّبًا الناتج إلى أقرب عدد صحيح:

١) د(١) + ف(١)

٢) د(٠,٥) – ف(٠,٥)

١-٢ الدالة اللوغاريتمية الطبيعية ومعكوسها

تمارين ١-٢

١) استخدم الحاسبة لإيجاد القيم الآتية مقربة إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

أ) لط ٥

ب) لط ٣,٦

ج) لط ٠,٧٥

د) لط ٧,٤

هـ) لط $\frac{٢}{٧}$

٢) دون استخدام الحاسبة، أوجد القيم الآتية:

أ) هـ$^{\text{لط ٤}}$

ب) ٣ هـ$^{\text{لط ٥}}$

ج) هـ$^{\text{٣ لط ٢}}$

د) هـ$^{\frac{١}{٢}\text{ لط ١٠٠}}$

هـ) هـ$^{\text{لط ١٢ - لط ٤}}$

٣) دون استخدام الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل من:

أ) هـ$^{\text{لط ٩٩}}$

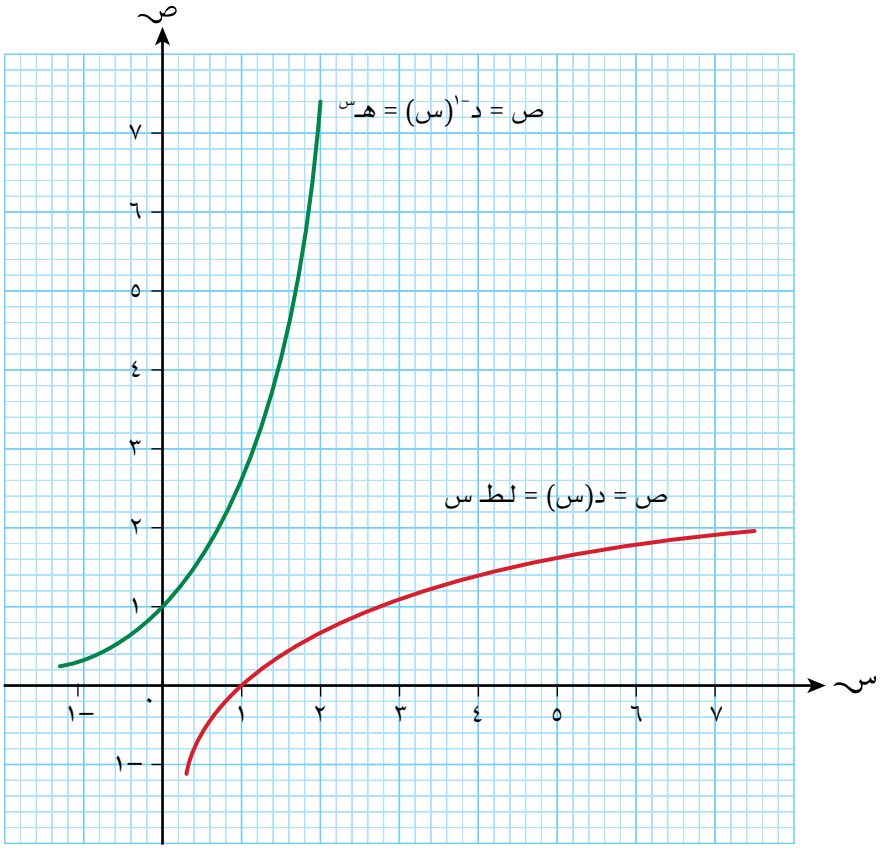
ب) هـ$^{\text{لط ١٧ - لط هـ}^{٦}}$

ج) هـ$^{\text{لط}\,٨}$ + ٢ لط هـ^{١١}

د) ٤ لط هـ^{٣} − ٣ لط هـ^{٤}

هـ) لط $\sqrt[٤]{\text{هـ}}$ + لط $\sqrt[٥]{\text{هـ}}$

٤) يبيّن التمثيل البياني الآتي جزأَين من منحنيي د(س) = لط س ومعكوسها د$^{-١}$(س) = هـ$^{\text{س}}$:



استخدم المنحنيين لتقدير قيمة كل من الآتي مقربة إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

أ) لط ٥,٥

ب) لط $\frac{٣}{٢}$

ج لـط ٣٦

د لـط ٢ – هـ^{٢}

٥) يرغب سالم في إيجاد معكوس الدالة د(س) = $\frac{١}{٢}$ لـط (س – ١)

تشكل الأسطر الخمسة الآتية الخطوات الأولى من الحل الذي كتبه، وهي خطوات صحيحة:

د(س) = $\frac{١}{٢}$ لـط (س – ١) اكتب ص مكان د(س)

ص = $\frac{١}{٢}$ لـط (س – ١) بدّل ما بين س ، ص

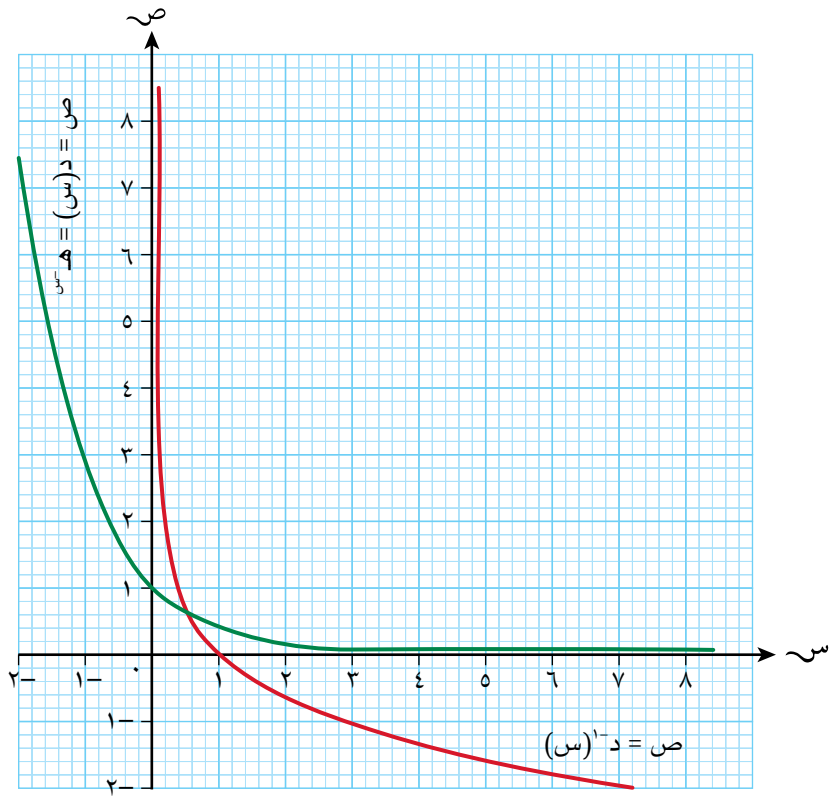
س = $\frac{١}{٢}$ لـط (ص – ١) اضرب الطرفين في ٢

٢س = لـط (ص – ١) إذا كان أ = ب، فإن هـ^{أ} = هـ^{ب}

أ أكمل عمل سالم لإيجاد د$^{-١}$(س):

ب أوجد قيمة د$^{-١}$(٠)

٦) يبيّن التمثيل البياني الآتي جزأَين من منحنيي الدالة ص = د(س) = هـ$^{-س}$، ومعكوسها ص = د$^{-١}$(س)



استخدم المنحنيَين لتقدير كل من القيمتَين الآتيتَين، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

أ د(-١,٨)

ب -لط ٥,٤

٧) أوجِد معكوس كل من هاتَين الدالتَين:

أ د(س) = لط س - لط ٢

ب ف(س) = لط ٢ - لط س

١-٣ الصيغة الأسّية والصيغة اللوغاريتمية للأساس هـ

تمارين ١-٣

١) اكتب الآتي في صيغة اللوغاريتم الطبيعي:

أ) $س = هـ^{٧}$

ب) $ص = هـ^{-٢}$

ج) $ع = \frac{١}{٣} هـ^{٥}$

٢) اكتب الآتي في صيغة الأسّ الطبيعي:

أ) لط أ = ١١

ب) ٣ لط ب = −٤

ج) لط ٢ج = ٩

٣) أ) اكتب س بدلالة هـ، حيث:

١) ٣ = لط س

٢) ٣٠ = لط ٣ س

ب) اكتب س بدلالة اللوغاريتم الطبيعي، حيث:

١) $هـ^{س} = ٥$

٢) $٢ هـ^{٣س} = ٧$

١-٤ حل المعادلات الأسّية واللوغاريتمية الطبيعية

تمارين ١-٤

١) دون استخدام الحاسبة، حلّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) $هـ^{لط\ ٣س} = ٢١$

ب) $٢\ هـ^{لط\ \sqrt{٧س}} = ٨$

ج) $٣\ هـ^{لط\ ٤س} - ٢٤ = ٠$

٢) دون استخدام الحاسبة، حلّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) $لط\ هـ^{٢,٠} = ٣\ س$

ب) $هـ^{لط\ ٢س} - ١١ = ١$

ج) $لط\ هـ^{-س} + ٢ = ٣\ س - ١٤$

د) $٢٠ - لط\ هـ^{٦} + لط\ هـ^{٢س} = ٠$

هـ) $٤هـ^{لط\ س} - ٢هـ^{لط\ هـ^{٣}} = ٠$

٣) حلّ، مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ) $هـ^{س} = ٢$

ب) $هـ^{٢س} = ٢٠$

ج) $هـ^{س-١} = ٥٠$

٤) حلّ المعادلات الأسّية الآتية بدلالة اللوغاريتم الطبيعي:

أ) $هـ^{س} = ٢$

ب) $هـ^{٢س} = ٨$

ج) $هـ^{٣س - ١} = ٧$

٥) حلّ المعادلات الآتية مقربًا الناتج إلى أقرب ثلاثة أرقام معنوية:

أ) ٢ لط س = ١٢

ب) ٣ لط س = −١٥

ج) لط (س + ١) = ١

٦) حلّ المعادلتين الآتيتين:

أ) لط (٢ س − ١) = لط ٥س

ب) −١ + لط $\sqrt{س}$ = −٠,٣

٧) حلّ المعادلات الأسّية الآتية بدلالة اللوغاريتم الطبيعي:

أ) $\frac{هـ^{س}}{٣} = هـ^{٣}$

ب) $هـ^{س} = \frac{هـ^{٢س + ١}}{٥}$

ج) $هـ^{١ - س} = \frac{١}{هـ^{١ - ٢س}}$

د) $هـ^{٥س - ١} = ٤هـ^{٢ - ٣س}$

٨) تتناقص الأعداد في مستعمرة حشرات بحيث يعطى عدد الحشرات (ل) من خلال الصيغة ل = ٥٠٠٠٠ × هـ$^{-٠,٠٢ ن}$، حيث ن عدد الأيام منذ تسجيل عدد الحشرات لأول مرة.

أوجد، مقربًا إلى أقرب عدد صحيح، عدد الحشرات بعد:

أ ٥ أيام

ب ٥٤ يومًا

١-٥ تحويل علاقة إلى صيغة خطية باستخدام اللوغاريتم الطبيعي

تمارين ١-٥

١) يمكن تحويل المنحنى ص = ٢ س^{٣} إلى مستقيم ميله م ومقطعه لـ ط ك، أوجد قيمتَي م ، ك

٢) استخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل كل من المعادلات غير الخطية الآتية إلى الصيغة صـ = م سـ + جـ حدد في كل حالة ما يمثله كل من المتغيرين صـ، سـ، واكتب القيمة الدقيقة للثابتين م ، جـ

أ ص = هـ$^{٣ - ٢س}$

ب ص = ٥ × ٣^{٢س}

ج ص = ٣س$^{-١}$

٣) أ ، ب ثابتان. استخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل كل من المعادلات غير الخطية إلى الصيغة صـ = م سـ + جـ. حدد في كل حالة ما يمثله كل من المتغيرين صـ، سـ، وأيضًا ما يمثله الثابتان م ، جـ بدلالة أ و/أو ب:

أ ص = هـ$^{ب - أ س}$

ب ص = (أ + ١) س$^{ب - ١}$

ج ص = $\frac{أ ٣}{س^{٢ب}}$

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الأولى

١) حل المعادلة لـط (س − ١) + لـط ٢ = لـط (س + ١)

٢) حل، كاتبًا الإجابة مقربة إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ) $٨هـ^{س} - ١١ = ٥$

ب) $هـ^{س-١} - ١,٨ = ٩$

ج) لـط س − لـط ٢ + ٢ = ٠

د) لـط (٩س − ٣) = ١ + لـط ٣س

٣) لـط (٣ − ب) + لـط $\frac{١}{٣}$ = ٣ لـط ب + لـط أ، أ > ٠؛ اكتب أ بدلالة ب وخالية من اللوغاريتم.

٤) أ) بيّن أنه يمكن تبسيط المعادلة ٢ لـط (س − ١) − لـط (٥ + $س^{٢}$) = ٠ إلى ١ − ٢س = ٥

ب) أوجد حل المعادلة ٢ لـط (س − ١) − لـط (٥ + $س^{٢}$) = ٠

٥) الدالة ف(س) = ٥ هـ$^{٨ - س}$

معكوس هذه الدالة هو ف$^{-١}$(س) = ج − لـط س حيث ج عدد ثابت.

أوجد قيمة ج، مقربة إلى أقرب منزلتين عشريتين.

٦) استخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل كل من المعادلات غير الخطية الآتية إلى الصيغة الخطية.

حدد في كل حالة ما يمثله كل من المتغيرين صـ، سـ، واكتب القيمة الدقيقة للثابتين م ، جـ

أ) ص = هـ$^{١ - ٢س}$

ب) ٥ ص = ٦$^{س + ١}$

٧) يمكن نمذجة أعداد فصيلة محددة من العناكب ل، من خلال الصيغة ل = ك × هـ$^{ن + ٠,١}$، حيث ن عدد الأسابيع منذ تسجيل عددها لأول مرة.

أ) إذا كان العدد الابتدائي للعناكب هو ٤٢٠٠ فبيّن أن ك = ٣٨٠٠ مقربًا إلى أقرب عدد صحيح.

ب) أوجد باستخدام ك = ٣٨٠٠ ولأقرب عدد صحيح، عدد الأسابيع الذي يتطلبه عدد العناكب ليصل إلى ثلاثة أرباع المليون لأول مرة.

ج استخدم اللوغاريتم الطبيعي لتحويل المعادلة ل = ٣٨٠٠ × هـ$^{-٠,١ن}$ إلى الصيغة الخطية.

الوحدة الثانية
التفاضل
Differentiation

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٢-١ تفهم أن ميل المنحنى عند نقطة محددة هو ميل خط المماس عند تلك النقطة، وتستخدم الرموز د′(س)، د″(س)، $\frac{ك}{ك س}$ (ص)، $\frac{ك}{ك س}\left(\frac{ك ص}{ك س}\right)$، $\frac{ك ص}{ك س}$ ، $\frac{ك^{٢} ص}{ك س^{٢}}$ للمشتقتَين الأولى والثانية.

٢-٢ تجد المشتقة الأولى لدوال في الصيغة د(س) = س^{ن} (لأي عدد نسبي ن) بالإضافة إلى مفاهيم الضرب بالثابت، وجمع الدوال وطرحها.

٢-٣ تجد الميل ومعادلة خط المماس عند النقاط حيث تكون الدوال قابلة للاشتقاق لدوال في الصيغة د(س) = س^{ن} (لأي عدد نسبي ن) بالإضافة إلى مفاهيم الضرب بالثابت، وجمع الدوال وطرحها.

٢-٤ تجد المشتقة الثانية لدوال في الصيغة د(س) = س^{ن} (لأي عدد نسبي ن) بالإضافة إلى مفاهيم الضرب بالثابت، وجمع الدوال وطرحها.

٢-٥ تستخدم المشتقة لدراسة التزايد أو التناقص للدالة د(س) ضمن فترة معطاة بحيث لا تضم نقاطًا حرجة، وحيث تكون د(س) دالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية (دالة تربيعية) على الأكثر.

٢-١ المشتقة الأولى

تمارين ٢-١

١) أوجد المشتقة بالنسبة إلى س:

أ) س$^{-٣}$ ب) س^{٢١} ج) س$^{\frac{٣}{٤}}$

د) $\frac{١١}{٢}$ هـ) $\sqrt[٣]{س^{٤}}$ و) $-\frac{١}{\sqrt{س}}$

٢) أوجد د′(س) لكل من الدوال الآتية:

أ) د(س) = ٤س^{٢} ب) د(س) = ٣س$^{-١}$ ج) د(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣}

د) د(س) = $-\frac{٢}{س}$

هـ) د(س) = $\frac{٥}{٢س^{٢}}$

٣) أوجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل من الدوال الآتية:

أ) ص = ١ + ٤س^{٢}

ب) ص = ٣س^{٣} − ٤س

ج) ص = ١ + ٧س − ٣س^{٢}

د) ص = $\frac{س + ٦}{س}$

هـ) ص = (س − ٢)(س − ٢)

٢-٢ الميل عند نقطة

تمارين ٢-٢

١) أوجد ميل المنحنيات الآتية ص = د(س) عند قيم س المعطاة:

أ) د(س) = س^{٢} + س + ١٠٠ عند س = ١

ب) د(س) = ٩س − ٣س^{٢} عند س = ٢

ج) د(س) = ٨س − $\frac{١}{٢}$س^{٢} عند س = ٥

د) د(س) = ٥س^{٣} − ٣س^{٢} + ١ عند س = ٠

هـ) د(س) = ١٠ − ٢س^{٣} + ١٣س^{٢} عند س = −١

٢) أوجد الإحداثيَين السيني والصادي لنقطة على المنحنى:

أ ص= ٧س – ٢س^{٢} حيث الميل يساوي (–١)

ب ص = ٦س^{٢} – ٣س + ٤ حيث الميل يساوي ٩

ج ص = ٣س^{٢} – ٧س – ٥ حيث الميل يساوي ٣

د ص = ٩ – ٣س – ٤س^{٢} حيث الميل يساوي ١٣

هـ ص = (٢س + ٧)(٢س – ٤) حيث الميل يساوي ٢

٣) لمنحنى د(س) = ٢س^{٣} + ب س^{٢} – ٥ ميل يساوي ١٤ عند النقطة حيث إحداثيها السيني = ١

أوجد قيمة الثابت ب

٤) لمنحنى د(س) = ٧س − ٣س^{٢} − أ س^{٣} ميل يساوي ٧ عند النقطة التي فيها س = −١

أوجد قيمة الثابت أ

٥) بيّن أن مماس المنحنى د(س) = ٩ − ٣س + ٣س^{٢} − س^{٣} عند س = ١ أفقي (موازٍ لمحور السينات).

٢-٣ معادلة المماس

تمارين ٢-٣

١) رُسم مماس على منحنى معادلته د(س) = س^{٣} عند النقطة (٢، ٨)، أوجد:

أ د′(س)

ب ميل المماس.

ج معادلة هذا المماس في الصيغة ص = م س + جـ

٢) رُسم مماس على منحنى معادلته د(س) = ١٠ − ٤س − ٣س^{٢} عند النقطة (١، ٣)، أوجد:

أ د′(س)

ب ميل المماس.

ج معادلة هذا المماس في الصيغة ص = م س + جـ

٣) أوجد معادلة المماس للمنحنيات الآتية عند النقاط المعطاة:

أ د(س) = ٢٠ − س^{٣} عند النقطة على المنحنى حيث س = ٢

ب د(س) = $\frac{٣}{٢}$س^{٢} + ٢س − ٥ عند النقطة على المنحنى حيث س = −٢

ج د(س) = ١٢ − ٨س − ٣س^{٢} عند النقطة على المنحنى حيث س = ٣

د د(س) = ٣س^{٤} − ٨س + ٢ عند النقطة على المنحنى حيث س = $\frac{١}{٢}$

★ ٤) يتشارك المنحنيان ص = س^{٢} + ٤ و ص = ٤ − س^{٢} في نقطة واحدة تحديدًا. يشكل المستقيم الأفقي الذي يمر بتلك النقطة مماسًا للمنحنيَين معًا.

أ أوجد إحداثيات النقطة المشتركة.

ب اكتب معادلة المماس المشترك.

٢-٤ المشتقة الثانية

تمارين ٢-٤

١) أوجد المشتقة الثانية:

أ) ص = ٣س^{٤} − ٢س^{٣} − ٩س + ١

ب) ص = $\frac{٥}{٣}$س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$س^{٢} − ٦

ج) د(س) = س(٣س − ١)

د) د(س) = ٥س^{٣} − (٣س^{٣} − ٢س^{٢} + ٦)

٢) إذا كان د(س) = ٧ − ٢س + ٥س^{٢} − ٤س^{٣}، فأوجد قيمة:

أ) د(−١)

ب) د′(−٢)

ج) د″(−٣)

٣) أوجد قيمة س التي تجعل المشتقة الثانية للدالة:

أ) د(س) = ٤س^{٣} + ٥س^{٢} − ٧ تساوي (−١٤)

ب) د(س) = $\frac{٥}{٩}$س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$س^{٢} تساوي ٢٣

ج) د(س) = ٤س^{٣} − ٥س^{٢} + ٢س تساوي المشتقة الثانية للدالة هـ(س) = ٣س + ٧س^{٢} − ٣س^{٣}

٤) قيمة المشتقة الثانية للدالة د(س) = ل س^{٣} − ٥س^{٢} − ٦ س تساوي ٢ عند س = ١

أوجد قيمة الثابت ل

٥) قيمة المشتقة الثانية للدالة د(س) = ١٩ + ٣س + ٢س^{٢} − ٣أ س^{٣} تساوي ٢٢ عند س = ١

أ) أوجد قيمة الثابت أ

ب) أوجد ميل المنحنى د(س) = ١٩ + ٣س + ٢س^{٢} − ٣أ س^{٣} عند النقطة التي فيها س = أ + ٤

٢-٥ الدوال المتزايدة والمتناقصة

تمارين ٢-٥

١) حدد ما إذا كانت كل من الدوال الآتية متزايدة أو متناقصة عند النقطة المعطاة:

أ) ص = س^{٢} + ٣س عند س = −١

ب) ص = ٢س^{٢} − ٨س + ٣ عند س = ١

ج) ص = ٧ − ٣س − ٣س^{٢} عند س = ٠

د) د(س) = ٥س^{٢} − ٣س + ٤ عند س = ٠,٤

هـ) د(س) = ٣ + س − $\frac{٤}{٣}$س^{٢} عند س = $\frac{١}{٢}$

و) د(س) = (١ − ٣ س)(٣ س + ١) عند س = −$\frac{١}{٦}$

٢) أوجد مجموعة قيم س التي تجعل الدالة:

أ) د(س) = س^{٢} − ٧س − ١١ متناقصة.

ب د(س) = ٤س^{٢} + ١٢س + ١ متزايدة.

ج د(س) = $\frac{٧}{٨}$س^{٢} + $\frac{١}{٤}$س + ٤ متزايدة.

د د(س) = ٥ + ٦س − $\frac{٢}{٣}$ س^{٢} متناقصة.

هـ د(س) = ٤ + ١١س − $\frac{٧}{٣}$س^{٢} متزايدة.

و د(س) = (٥ − س)(٢ س + ٧) متناقصة.

٣) أ أوجد الإحداثي السيني لنقطة على المنحنى ص = س^{٢} − ٦س − ١٦ والتي يكون ميل المنحنى فيها مساويًا للصفر.

ب حدد ما إذا كانت الدالة د(س) = س^{٢} − ٦س − ١٦ متزايدة أم متناقصة في الفترة:

١) −٣ < س < ٢

٢) ٤ < س < ١٠

٤) حدد ما إذا كانت الدالة د(س) = ٣س − $\frac{٢}{٥}$س^{٢} متزايدة أم متناقصة في الفترة ٤ ⩽ س ⩽ ٨

٥) تنتج شركة تصنيع س سلعة في اليوم. يمكن نمذجة دالة الربح ل(س) من خلال الصيغة ل(س) = ٠,٠٠٢٥ س^{٢} − ٠,٣ س، أوجد قيم س التي تجعل الربح متناقصًا.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثانية

١) أوجد ميل المنحنى ص = −٣ س^{٢} + ١٠ − ١٥ س عند النقطة التي إحداثيها السيني يساوي (−٢)

٢) أوجد إحداثيات النقطة التي تقع على منحنى ص = ١٤س − ٣س^{٢} حيث الميل يساوي ٢

٣) إذا كان لمنحنى ص = ٢س^{٣} + أ س^{٢} − ٣س + ٧ ميل يساوي −١ عند النقطة التي فيها س = −١ فأوجد قيمة الثابت أ

٤) أوجد معادلة المماس للمنحنى ص = ٩ − س − ٢س^{٢} عند النقطة (٢، −١)

٥) أوجد قيمة المشتقة الثانية للدالة د(س) = ٥س − س^{٤} − ٣س^{٣} عند س = −٤

٦) أوجد قيمة س التي تجعل المشتقة الثانية للدالة د(س) = $\frac{١}{٢}$س^{٣} − ٣س^{٢} − ١ تساوي صفرًا.

٧) حدد ما إذا كانت الدالة د(س) = ٣ − س − ٦س^{٢} متزايدة أم متناقصة عند س = −١

٨) أوجد مجموعة قيم س بحيث تكون الدالة د(س) = ٤ − $\frac{٣}{٤}$س − $\frac{٥}{٧}$س^{٢} متناقصة.

الوحدة الثالثة
المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)
Discrete random variables

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٣-١ تحدد وتعرّف المتغيرات العشوائية المتقطعة.

٣-٢ تقرأ المعلومات من جدول توزيع احتمالي متعلق بحالة معطاة تتضمن متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا (س).

٣-٣ تحسب التوقع ت(س) والتباين ع^{٢}(س) لمتغير عشوائي متقطع باستخدام:

التوقع = ت(س) = Σ س ل(س)

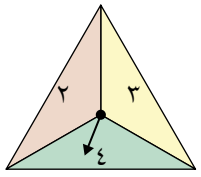
التباين = ع^{٢}(س) = Σ س^{٢} ل(س) − (ت(س))^{٢}

٣-٤ تستخدم وتفسر جداول التوزيع الاحتمالي المتعلقة بحالة معطاة تتضمن متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا (س)، وذلك في أمثلة من الحياة الواقعية.

٣-١ المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)

تمارين ٣-١

١) تمّت إدارة مثلث دوّار منتظم مرقم ٢، ٣، ٤ مرتَين.



تمّ جمع الرقمَين المُشار إليهما بالسهم عندما يتوقف، ليكون المجموع المتغير (م).

أ أنشئ مخطط احتمال واستخدمه لإيجاد:

١) أكبر قيمة ممكنة للمتغير (م).

_____

_____

٢) أقل قيمة ممكنة للمتغير (م).

_____

_____

ب اكتب كل القيم الممكنة للمتغير (م).

_____

_____

ج اكتب القيمة الأكثر احتمالًا للمتغير (م).

_____

٢) تمّ رمي قطعة نقدية أربع مرات.

أ إذا كان المتغير (هـ) يمثل عدد الصور الظاهرة، فما القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع (هـ)؟

_____

_____

_____

ب سمِّ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا آخر يمكن أن يتخذ قيم (هـ) نفسها.

_____

٣) لدى محمد ٤ أخوات، وأخوان.

قرّر محمد أن يأخذ ٣ منهم إلى الحديقة على أن يختار الثلاثة عشوائيًّا.

يمثل المتغير العشوائي المتقطع (س) عدد الأخوات اللواتي لم يتم اختيارهن للذهاب إلى الحديقة.

يمثل المتغير العشوائي المتقطع (ص) عدد الإخوة الذين لم يتم اختيارهم للذهاب إلى الحديقة.

اكتب القيم الممكنة لـ :

أ (س)

_____

ب (ص)

_____

٤) كُتب على كل وجه من أوجه حجر نرد منتظم ذي ١٢ وجهًا رقمٌ على النحو الآتي:

- ستة أوجه مكتوب عليها ٥
- أربعة أوجه مكتوب عليها ٤
- وجهان مكتوب عليهما ٣

تمّ رمي النرد مرتَين.

عرّف المتغير العشوائي المتقطع (س) على أنه مجموع الرقمَين الناتجَين.

أ كم قيمة مختلفة يمكن أن يكون للمتغير (س)؟ اكتب قائمة بهذه القيم.

_____

_____

_____

ب أعطِ سببًا لعدم كون القيم التي كتبتها في الجزئية أ متساوية الاحتمال.

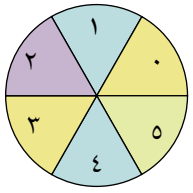
_____

_____

_____

٥) رُمي سهمان بشكل عشوائي نحو لوح دائري بحيث يعلق السهم في مقطع مرقم كما هو مبيّن أدناه.

يُعتبر رقم المقطع حيث يعلق السهم النتيجة النهائية لذلك السهم.



يمثل المتغير العشوائي المتقطع (م) مجموع نواتج السهمَين.

يمثل المتغير العشوائي المتقطع (ع) حاصل ضرب نواتج السهمَين.

أ أعطِ مثالًا على ناتج كل من السهمَين بحيث:

١) (م) = ٢(ع)

_____

_____

٢) $٢(ع) = ٣(م)$

٣) $(م) + (ع) > ٢٠$

ب أوجد الفرق بين:

١) أكبر قيمة ممكنة للمتغير (ع) وأصغر قيمة ممكنة للمتغير (م).

٢) أكبر قيمة ممكنة للمتغير (م) وأصغر قيمة ممكنة للمتغير (ع).

٣-٢ التوزيع الاحتمالي للمتغيّر العشوائي المتقطع

تمارين ٣-٢

١) يبيّن الجدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع (و).

و	٤	٥	٦	٧
ل(و)	٠,٠٨	٠,٢٢	٠,٣٦	٠,٣٤

استخدم الجدول لإيجاد:

أ) ل(و < ٥)

ب) ل(و ≥ ٦)

ج) ل(و ≠ ٥)

د) ل(١ ≥ و < ٤)

هـ) ل(و > ٨)

٢) يبيّن الجدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع (م).

م	٣	٥	٧	٩	١١	١٣
ل (م)	١–٨ أ	٢ أ – ٠,١	٠,١٨	٠,٣٤	أ – ٠,٠٦	أ

أ) أوجد قيمة الثابت أ

ب) أوجد قيمة:

١) ل(م > ٦)

٢) ل(٨ > م ⩾ ١١)

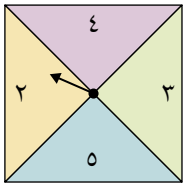
ج) أوجد احتمال أن يكون (م) عددًا أوليًّا.

٣) يبيّن الجدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع (س).

س	١	٢	٣	٥	٧	٨
ل (س)	$\frac{١٣}{١٠٠}$	$\frac{ب - ١}{٢٠}$	$\frac{٣}{٢٥}$	$\frac{٤}{٢٥}$	$\frac{٧}{٥٠}$	$\frac{ب}{٥٠}$

أ) أوجد قيمة ب

ب أوجد احتمال أن يكون (س) عددًا زوجيًّا.



٤) تمّت إدارة مربع دوّار منتظم محدّد بالأرقام ٢، ٣، ٤، ٥ مرتَين. ليكن (س) المتغير العشوائي المتقطع الذي يمثل مجموع الناتجَين اللذَين تمّ الحصول عليهما.

أ أكمل مخطط الاحتمال الآتي مبيّنًا النواتج الـ ١٦ الممكنة ذات الاحتمالات المتساوية.

الدورة الأولى

+	٢	٣	٤	٥
٢				
٣				
٤				
٥				

الدورة الثانية

ب يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).

س	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ل(س)	$\frac{١}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٤}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{١}{١٦}$

احسب احتمال أن يكون (س):

١) مساويًا لـ ٨ أو ٩

٢) ليس أكبر من ٦

٣-٣ القيمة المتوقعة والتباين للمتغيّر العشوائي المتقطع

تمارين ٣-٣

١) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع (ص).

ص	٦	٧	٩	١١
ل(ص)	٠,٢٢	٠,٣٣	٠,٤٤	أ

أ أوجد قيمة الثابت أ

ب أوجد:

١) ت(ص)

٢) ع^{٢}(ص)

٢) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع (ق).

ق	٠	١	٢	ب	٢٠
ل(ق)	٠,٠٣	٠,٢	٠,٣٦	٠,١٦	٠,٢٥

أ أوجد قيمة ب، حيث ت(ق) = ٧,٢

ب أوجد قيمة ع^{٢}(ق).

ج أوجد قيمة ع(ق).

٣) لدينا المتغير العشوائي المتقطع (ر) حيث ر ∈ {٤، ٥، ٦، ٧، ٨}.

إذا كان ل(٤) = ٠,٤، وكانت القيم الأربع المتبقية للمتغير (ر) متساوية الاحتمال، فأوجد:

أ ت(ر)

ب ع^{٢}(ر)

٤) تمّ رمي حجرَي نرد منتظمَين. يمثل المتغير العشوائي المتقطع (س) العامل المشترك الأكبر للرقمَين الناتجَين.

أ أكمل مخطط الاحتمال الآتي:

النرد الأول

العامل المشترك الأكبر	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	١	١	١	١	١	١
٢	١		١		١	
٣	١	١		١	١	
٤	١		١		١	
٥	١	١	١	١		١
٦	١				١	

النرد الثاني

ب يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ل(س)	$\frac{٢٣}{٣٦}$	$\frac{٧}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$

أوجد:

١) ت(س)

٢) ل[س > ت(س)]

ج احسب قيمة ع^{٢}(س) مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

٥) سيشترك أحد الرياضيين العام القادم في ٥ سباقات ماراثون.

يبيّن الجدول الآتي قيم (م)، وهي عدد الميداليات التي قد يربحها في السباقات الخمسة.

م	٠	١	٢	٣	٤	٥
ل(م)	أ	٠,١٢	٠,٠٤	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠٣

أ أوجد احتمال أن لا يربح أية ميدالية في السباقات الخمسة.

ب أوجد القيمة المتوقعة لعدد الميداليات التي سيربحها.

ج بيّن أن ع(م) = ٠,٧٧ مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثالثة

١) لدينا المتغير العشوائي المتقطع (س) بحيث (س) ∋ {٢، ٣، ٤، ٥}، وتوزيعه الاحتمالي هو:

س	٢	٣	٤	٥
ل(س)	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤

أ) بيّن أن ت(س) = ٤

ب) أوجد قيمة ع^{٢}(س).

٢) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع (ص).

ص	١	١٠	ق	١٠٠
ل(ص)	٠,٢	٠,٤	٠,٢	٠,٢

أ) إذا كان ت(ص) = ٢٩، فأوجد قيمة ق

ب) أوجد قيمة ع^{٢}(ص).

٣) أنشأت شركة استثمارات الجدول الآتي الذي يبيّن احتمالات نسب مئوية لأرباح متفاوتة على أموال مستثمرة طوال فترة ٥ سنوات.

الربح ٪	٠	٥	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	١٠٠
الاحتمال	٠,١	٠,٢٠	٠,٤٠	٠,١٥	٠,٠٧	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٠١

أوجد القيمة المتوقعة لمعدل الأرباح السنوية على استثمار ٤٠٠٠٠ ريال عُماني.

مساعدة

قيمة الأرباح المتوقعة لاستثمار (م) ريال عماني في السنة = القيمة المتوقعة بالنسبة المئوية × المبلغ المستثمر (م) ÷ عدد السنوات.

رقم الإيداع : ٦٥٧١ / ٢٠٢٣ م

Printed by: Mazoon Printing, Publishing & Packaging L.L.C - 24815693

الرياضيات الأساسية

الصف الثاني عشر

كتاب النشاط

يتميز كتاب النشاط بمحتوى سهل يمكن استخدامه إلى جانب كتاب الطالب لمنهاج الرياضيات المتقدمة للصف الحادي عشر .

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة تتبع ترتيب الدروس الموجودة في كتاب الطالب.
- تمارين مراجعة نهاية الوحدة تحتوي على أسئلة تحاكي الاختبار، وتغطي جميع موضوعات الوحدة، ويمكن استخدامها للتحقق من فهم الطالب للموضوعات التي درسها.
- فقرات مساعدة تزودك بالنصائح والإرشادات لحل الأسئلة والتحقق من الإجابات.

يشمل منهج الرياضيات الأساسية للصف الثاني عشر أيضًا:

- كتاب الطالب.
- دليل المعلّم.

www.moe.gov.om

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS